ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 56 за 2021 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

И.А. Широков

Численное исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла при различных углах атаки и больших числах Маха

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Широков И.А. Численное исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла при различных углах атаки и больших числах Маха // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 56. 24 с.
https://doi.org/10.20948/prepr-2021-56
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-56

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

И.А. Широков

Численное исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла при различных углах атаки и больших числах Маха

Москва — 2021

Широков И. А.

Численное исследование аэродинамических характеристик треугольного крыла при различных углах атаки и больших числах Маха

Представлены результаты численного моделирования внешнего сверхзвукового обтекания треугольного крыла с затупленной передней кромкой при числах Маха 6 и 9, полученные в рамках квазигазодинамического (КГД) алгоритма. Постановка задачи с числом Маха 9 соответствует экспериментам по продувке треугольного крыла в аэродинамической трубе. Значения аэродинамических коэффициентов, полученные при различных углах атаки, находятся в хорошем согласии с данными экспериментов. Показано, что моделирование, проведенное с использованием более подробных сеток, является более точным.

Ключевые слова: квазигазодинамические (КГД) уравнения, треугольное крыло, сверхзвуковое обтекание

Ivan Anatolievich Shirokov

Numerical study of the aerodynamic characteristics of a triangular wing at different angles of attack and large Mach numbers

The results of numerical simulation of the external supersonic flow around a triangular wing with a blunted leading edge at Mach numbers 6 and 9, obtained in the framework of a quasi-gas dynamic (QGD) algorithm, are presented. The formulation of the problem at Mach number 9 corresponds to experiments in a wind tunnel. The values of the aerodynamic coefficients obtained at different angles of attack are in good agreement with the experimental data. It is shown that the modeling carried out using more detailed grids is more accurate.

Key words: quasi-gas-dynamic (QGD) equations, triangular wing, supersonic flow

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 19-01-00262А.

Оглавление

Введение 3
Постановка задачи 4
Математическая модель и метод численного решения 5
Исследование зависимости от сетки при числе Маха 6 8
Сравнение с экспериментом при числе Маха 9 15
Заключение 21
Список литературы 22

Введение

Изучение внешнего сверхзвукового обтекания моделей различной формы при больших числах Маха является важной задачей современной аэродинамики. Компьютерное моделирование с использованием многопроцессорных вычислительных комплексов является мощным средством для подобных исследований, поскольку позволяет определить все параметры течения, что недоступно в экспериментальных исследованиях. В то же время моделирование обтекания для больших чисел Маха и Рейнольдса, соответствующих экспериментальным постановкам, представляет значительные трудности из-за сложной картины течения и появления значительных градиентов газодинамических параметров.

Модель треугольного крыла со скругленными передними кромками исследована в различных работах, представляющих как данные экспериментов, так и результаты расчетов с применением аналитических и численных методов [1]–[6]. При этом получены значения аэродинамических характеристик и их зависимости от числа Маха, числа Рейнольдса, угла атаки, радиуса скругления и угла стреловидности крыла.

Квазигазодинамический (КГД) алгоритм расчета течений вязкого газа достаточно универсален, и показана его применимость ко многим задачам сверхзвукового обтекания [7]–[11]. Моделирование обтекания треугольного крыла на различных режимах на основе КГД алгоритма представляет большой интерес как с точки зрения расширения его области применимости, так и с точки зрения исследования деталей течения, образующегося при обтекании треугольного крыла. Поскольку поставленная задача имеет существенно трехмерный характер, требуется использование пространственных сеток хорошего качества, обеспечивающих достаточно точную аппроксимацию макроскопических уравнений.

В настоящей работе представлены результаты моделирования обтекания треугольного крыла на основе КГД алгоритма в двух постановках: для $Ma=6$ и $Ma=9$, для двух треугольных крыльев разного размера.

Постановка задачи

На рис. 1 изображен общий вид треугольного крыла с затупленной передней кромкой. Затупление имеет цилиндрическую форму на кромке, и переходит в сферическое закругление в носовой части. Задняя кромка плоская. Угол стреловидности передней кромки составляет 75^0. Рассматриваются два типа крыла. Тип (1) описан в работах [5], [6], он имеет полную длину (длину центральной хорды с учетом носового закругления) 0.57 м и толщину 16 мм (радиус закругления 8 мм). Тип (2) описан в [3], он имеет полную длину 0.12 м и толщину 4 мм (радиус закругления 2 мм).

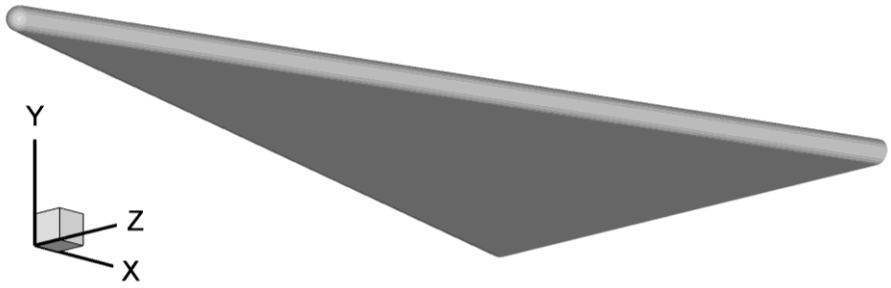

Рис. 1. Общий вид треугольного крыла

Для моделирования внешнего обтекания крыльев типа (1) и (2) используется нерегулярная тетраэдральная расчетная сетка, которая строится с помощью сеточного генератора TetGen [12]. Алгоритм построения сетки основан на предварительном создании сетки на поверхности крыла, при этом ячейки имеют форму, близкую к квадратам. Внешним параметром является характерный размер плоской поверхностной ячейки h. Поверхностная сетка строится посредством аналитических формул, и после ее построения генератор TetGen строит пространственную сетку вокруг крыла. В результате полученная пространственная сетка вблизи поверхности имеет ячейки, близкие по форме к правильным тетраэдрам, что повышает точность аппроксимации макроскопических уравнений. Используемый алгоритм построения сетки для треугольного крыла детально описан в [13] (в указанной работе характерный размер плоской поверхностной ячейки h обозначен как $Step$). Обзоры некоторых методов построения расчетных сеток и программного обеспечения для их реализации приведены в [14], [15].

Набегающий на крыло поток газа направлен в сторону положительных значений x. Газовая постоянная R=287 Дж/(кг·К), показатель адиабаты γ=7/5, число Прандтля $\mathrm{Pr}=14/19\approx 0.737$. Угол атаки принимает значения 7^0, 10^0 и

17^0. Крыло типа (1) рассматривается при $Ma=6$, число Рейнольдса при этом $\mathrm{Re}=10^6$, что соответствует параметрам в работах [5], [6]. Крыло типа (2) – при $Ma=9$ и $\mathrm{Re}=5\cdot10^6$, это соответствует параметрам в [3]. Число Маха и число Рейнольдса определяются через параметры набегающего потока и характерный размер 1 м.

Математическая модель и метод численного решения

Моделирование проводилось на основе системы квазигазодинамических (КГД) уравнений для идеального политропного газа. В декартовых координатах в отсутствии внешних сил и источников тепла КГД система может быть представлена в виде [8]

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho+\nabla_i j_m^i=0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho u^j+\nabla_i(j_m^i u^j)+\nabla^j p=\nabla_i\Pi^{ij}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}E+\nabla_i(j_m^i H)+\nabla_i q^i=\nabla_i(\Pi^{ij}u_j), \tag{3}$$

Рассматривается идеальный политропный газ с показателем адиабаты γ, при этом ρ – его плотность, u^i – компоненты макроскопической скорости, p – давление, $E=\rho u^2/2+p/(\gamma-1)$ полная удельная энергия, $H=(E+p)/\rho$ – полная удельная энтальпия. Выражения для вектора плотности потока массы j_m^i, тензора вязких напряжений Π^{ij} и теплового потока q^i записываются как

$$j_m^i=\rho(u^i-w^i),\quad w^i=\frac{\tau}{\rho}(\nabla_j\rho u^i u^j+\nabla^i p), \tag{4}$$

$$\Pi^{ij}=\Pi_{NS}^{ij}+\tau\ u^i\rho(u_k\nabla^k u^j+\frac{1}{\rho}\nabla_j p)+\tau\ \delta^{ij}(u_k\nabla^k p+\gamma\ p\nabla^k u_k), \tag{5}$$

$$\Pi_{NS}^{ij}=\mu(\nabla^i u^j+\nabla^j u^i-\frac{2}{3}\nabla^k u_k)+\zeta\delta^{ij}\nabla^k u_k \tag{6}$$

$$q^i=q_{NS}^i-\tau\ u^i\rho(u_j\nabla^j\varepsilon+pu_j\nabla^j\frac{1}{\rho}),\ \ q_{NS}^i=-\kappa\nabla^i T. \tag{7}$$

Здесь $\varepsilon=p/(\rho(\gamma-1))$ – внутренняя энергия единицы массы газа, Π_{NS}^{ij} и q_{NS}^i – тензор вязких напряжений и тепловой поток в системе Навье–Стокса, μ, ζ и κ – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости и теплопроводности соответственно, T – температура газа. Коэффициент сдвиговой вязкости μ определим через температурную зависимость:

$$\mu=\mu_0(T/T_0)^\omega \tag{8}$$

где μ_0 – вязкость газа при температуре набегающего потока T_0, $\omega = 0.74$ – показатель межмолекулярного взаимодействия. Коэффициент теплопроводности вычисляется как

$$\kappa = \mu/(\mathrm{Pr}(\gamma - 1)), \tag{9}$$

где $\mathrm{Pr} = 0.737$ – число Прандтля.

Коэффициент τ, определяющий дополнительную диссипацию в КГД алгоритме, вычисляется как

$$\tau = \mu/(pSc) + \alpha h_l / c, \tag{10}$$

где первое слагаемое связывается с коэффициентом сдвиговой вязкости и имеет порядок характерного времени между столкновениями частиц газа. Второе слагаемое обеспечивает искусственную вязкость для обеспечения устойчивости КГД алгоритма при моделировании сверхзвуковых течений плотных газов. Величина искусственной добавки определяется настроечным параметром $\alpha = 0.5$, при этом h_l – характерный локальный размер пространственной ячейки, c – локальная скорость звука, $Sc = 0.799$ – число Шмидта.

Коэффициент объемной вязкости также представляется в виде двух слагаемых:

$$\varsigma = \mu((5/3) - \gamma) + \delta h_l / c, \tag{11}$$

первое из которых является аппроксимационной формулой, а второе вводит дополнительную искусственную вязкость, также для увеличения устойчивости алгоритма в сверхзвуковых областях.

Величина регуляризирующей добавки здесь так же, как в (10), определяется локальными параметрами и зависит от настроечного параметра δ. При определении δ использовалась следующая зависимость от локального числа Маха: при $Ma \le 2$ $\delta = \delta_1$, при $Ma \ge 3$ $\delta = \delta_2$, в промежутке между указанными значениями числа Маха коэффициент δ линейно возрастает с числом Маха. Величины δ_1 и δ_2 имеют величину порядка 10, их точные значения указаны ниже. Введение искусственной диссипации как добавки к коэффициенту второй вязкости использовано в [11].

Методика численного моделирования описана в [11], [13]. Для численного решения системы (1)–(11) на нерегулярной тетраэдральной сетке применялся доработанный программный комплекс [16]. Газодинамические параметры (плотность, скорость, давление, температура, энергия) приводятся к безразмерному виду. В качестве размерных параметров выбраны характерная длина 1 м, плотность ρ_0 и скорость звука c_0 в набегающем потоке. При этом уравнение состояния в безразмерных переменных приобретает вид $p = \rho T / \lambda$, скорость звука в безразмерном виде $c = \sqrt{T}$. Число Маха $Ma = U_0 / c_0$, где U_0 –

скорость набегающего потока. Число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho_0 U_0 1m / \mu_0$, где μ_0 – коэффициент сдвиговой вязкости в набегающем потоке. Выражение для сдвиговой вязкости (8) в безразмерных переменных приобретает вид $\mu = (Ma/\mathrm{Re})T^{\omega}$.

Значения газодинамических параметров определяются в узлах сетки. Значения газодинамических переменных в точках расчетной области, расположенных между узлами сетки, определяются как среднее арифметическое значений в узлах. Конечно-разностная аппроксимация макроскопических КГД уравнений строится методом контрольных объемов, барицентрический контрольный объем строится вокруг каждого узла сетки. Поскольку диссипативные коэффициенты зависят от локальных параметров, на тетраэдральной сетке алгоритм имеет первый порядок аппроксимации по пространству.

В начальный момент на входной границе задаются параметры набегающего потока. Внутри расчетной области задаются такие же параметры, кроме скорости: газ в начальный момент неподвижен. На входной границе значения набегающего потока поддерживаются постоянными. На выходной границе ставятся условия сноса, позволяющие газу свободно покидать область. На твердой границе модели ставятся условия прилипания (вектор скорости равен нулю), при этом используется дополнительное граничное условие КГД алгоритма: нормальная производная давления равна нулю. Условия на твердой границе модели считаются адиабатическими.

Решение начально-краевой задачи для сеточных аналогов КГД уравнений находится по явной по времени конечно-разностной схеме, имеющий первый порядок аппроксимации по времени. Шаг по времени вычисляется как $h_t = \beta_C h_l / c$, где $\beta_C = 0.01..0.05$ – число Куранта, h_l и c – те же локальные параметры, что в (10)–(11). Для достижения больших чисел Маха применялся ступенчатый способ: для нужного числа Рейнольдса и угла атаки расчеты начинались с числа Маха 2 до установления квазистационарного течения, далее полученное течение использовалось как начальное условие при числе Маха 3 и т. д. до достижения необходимого числа Маха. Опыт расчетов показал, что аналогичный способ увеличения числа Рейнольдса (начиная с малых значений) не приводит к успеху.

Расчёты проводились на многопроцессорном вычислительном комплексе К-100 [17], при этом использовалось распараллеливание вычислений, основанное на декомпозиции расчетной области с применением стандарта передачи сообщений MPI и библиотеки METIS. Одновременно использовались 128 процессорных ядер. Для каждого из вариантов расчета было сделано в среднем около $5 \cdot 10^6$ итераций явной схемы, что требует около 7 суток машинного времени.

Исследование зависимости от сетки при числе Маха 6

Ниже представлены результаты моделирования обтекания треугольного крыла типа (1), постановка задачи соответствует [5], [6], при этом $Ma = 6$ и $\mathrm{Re} = 10^6$, угол атаки $AoA = 10^0$. Для данного крыла построены две расчетные сетки: с характерным размером на поверхности $h = 2$ мм и $h = 1$ мм.

В табл. 1 указаны параметры трех вариантов расчетов крыла типа (1): характерный размер поверхностной сетки и общее число узлов пространственной сетки, а также коэффициенты дополнительной вязкости δ_1 и δ_2, которые используются при вычислении δ в формуле (11). Далее приведены значения аэродинамических коэффициентов, вычисленных на основе распределения давления по поверхности крыла: коэффициенты лобового сопротивления Cx и подъемной силы Cy и аэродинамическое качество $K = Cy/Cx$. Аэродинамические коэффициенты вычисляются по отношению к площади крыла в плане 0.08706 м^2. Донное давление не учитывается. Силы вязкого трения также не учитываются.

Таблица 1

Параметры при $Ma = 6$, $\mathrm{Re} = 10^6$, $AoA = 10^0$

Вариант	h сетки, число узлов	Доп. вязкость δ_1, δ_2	Cy	Cx	Аэродин. качество $K = Cy/Cx$	$p_{\max}$
Расчет, (1)	2 мм, 166729	9, 12	0.07697	0.02049	3.78	17.66
Расчет, (2)	1 мм, 600482	9, 12	0.07453	0.02115	3.52	26.43
Расчет, (3)	1 мм, 600482	8, 8	0.08414	0.02328	3.61	30.98
Референс.						29.88

Варианты (1) и (2) отличаются только параметрами расчетной сетки. Вариант (3) отличается от (2) только уменьшенным значением коэффициентов дополнительной вязкости. Видно, что значения Cx, Cy и K, полученные в расчетах, в целом мало отличаются для трех вариантов.

Поскольку в работах [5] и [6] не приведены экспериментальные значения аэродинамических коэффициентов, для количественной оценки результатов моделирования можно сравнить максимальные значения безразмерного давления на поверхности носовой части крыла за головной ударной волной и теоретическое (референсное) значение безразмерного давления торможения. Оно вычисляется для невязкого нетеплопроводного газа на основе условий

Ренкина–Гюгонио [8]. Максимальные значения давления указаны в последнем столбце табл. 1., в последней строке приведено референсное значение.

При использовании более грубой сетки максимальное значение давления значительно меньше референсного, а на более подробной сетке максимальное значение близко к референскому. Уменьшение искусственной вязкости незначительно повышает максимальное значение давления и величину Cx и Cy.

На рис. 2–4 показан общий вид расчетной области в сечении плоскости симметрии $z = 0$ для вариантов (1)–(3) соответственно. Приведены уровни безразмерного давления и линии тока. Общая картина течения мало отличается для трех вариантов. Заметна разница в величине давления в окрестности носовой части: давление возрастает от варианта (1) к (3).

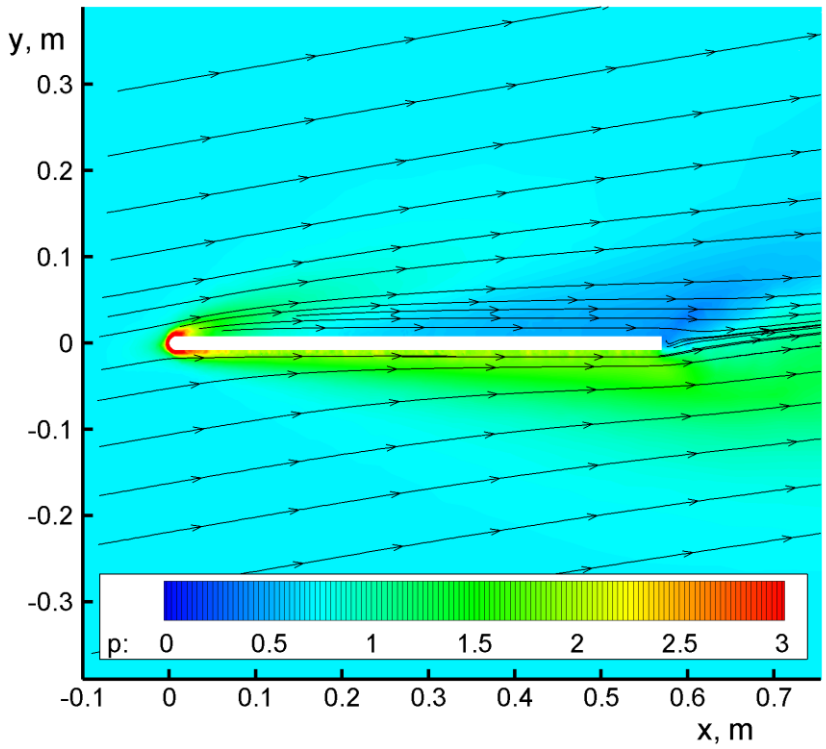

Рис. 2. Сечение расчетной области при $z = 0$, $Ma = 6$, вариант (1)

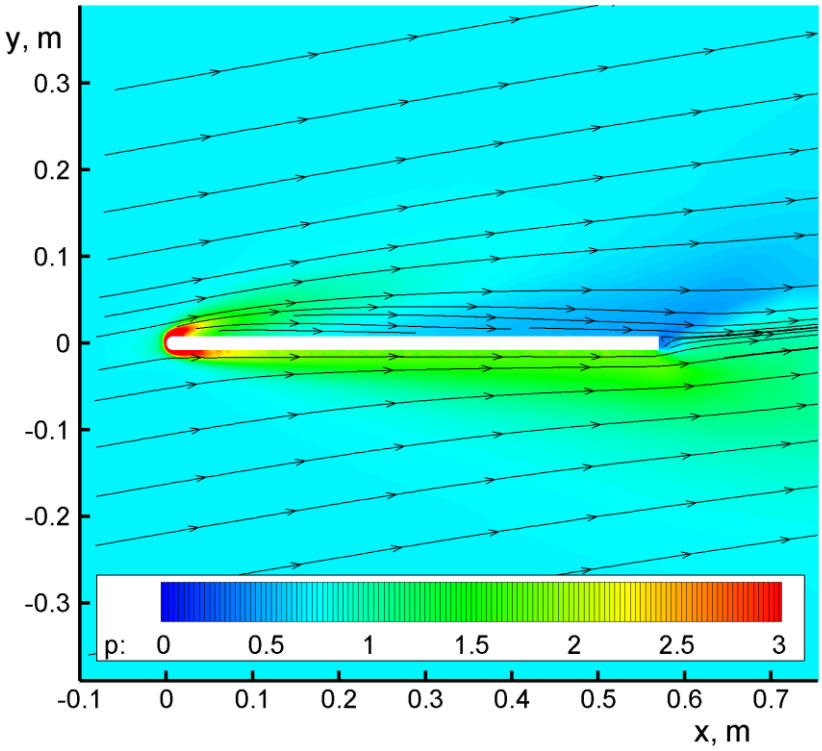

Рис. 3. Сечение расчетной области при $z = 0$, $Ma = 6$, вариант (2)

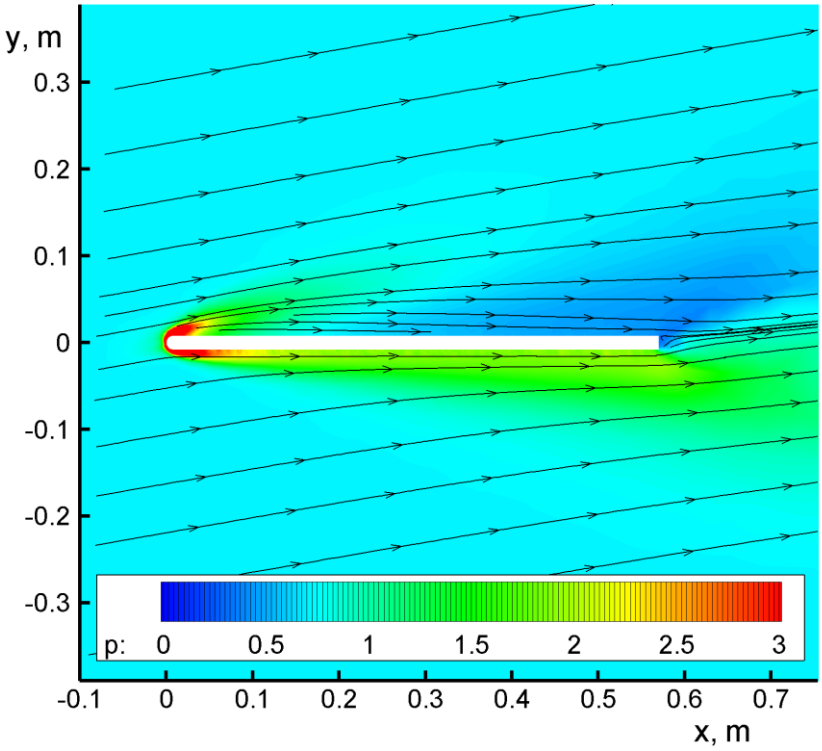

Рис. 4. Сечение расчетной области при $z = 0$, $Ma = 6$, вариант (3)

В работе [5] для данной постановки задачи анализируется структура продольных вихрей в окрестности крыла. Для аналогичного анализа рассмотрим сечения расчетной области при $x = 0.208$ и $x = 0.108$, как и в [5]. На рис. 5 изображены сечения расчетных сеток при $x = 0.208$ м: слева при $h = 2$ мм, справа при $h = 1$ мм. Видно, что сетка с характерным размером $h = 1$ мм имеет заметное сгущение вблизи поверхности крыла, но в области свободного течения на удалении от поверхности обе сетки имеют сходную структуру.

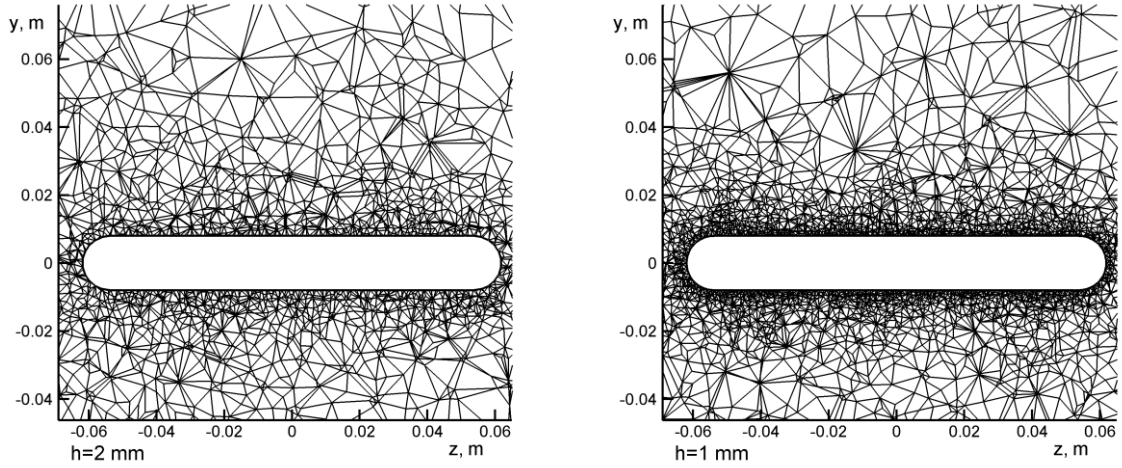

Рис. 5. Расчетные сетки в сечении $x = 0.208$ м

На рис. 6 приведена картина уровней давления и линий тока в том же сечении $x = 0.208$ м на двух разных сетках, варианты (1) и (2). Над подветренной стороной крыла (при положительных значениях y) формируется вихревое течение. При расчете на грубой сетке с характерным размером $h = 2$ мм не формируются большие вихри, в то время как на более подробной ($h = 1$ мм) вихревая структура хорошо видна. Отметим, что хотя сетка сгущена только вблизи поверхности, повышение точности моделирования в области пограничного слоя имеет большое значение и заметно влияет на структуру течения на удалении от поверхности с подветренной стороны.

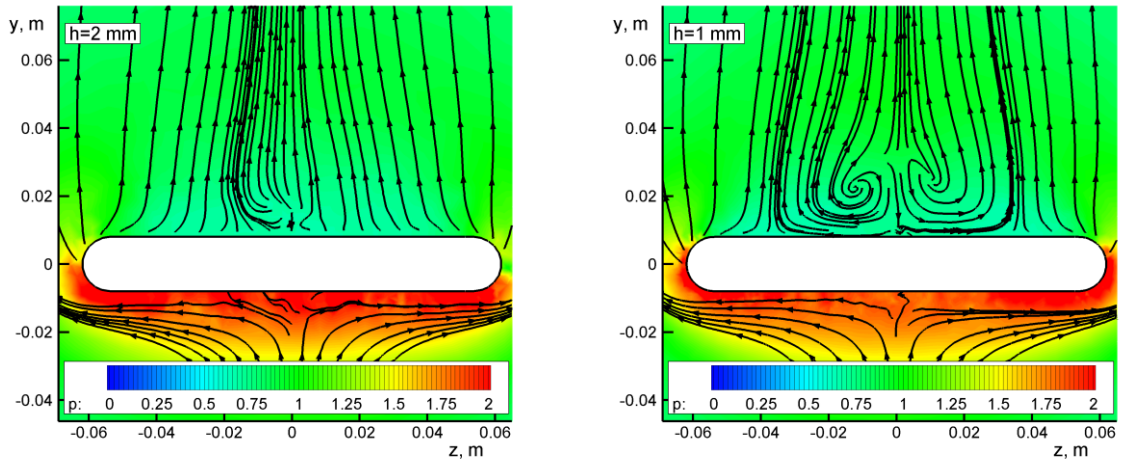

Рис. 6. Сечение при $x = 0.208$ м. Вариант (1) (слева), вариант (2) (справа)

На рис. 7 показаны сечения расчетной области при $x = 0.108$ м, также при использовании сеток с характерным размером $h = 2$ мм и $h = 1$ мм, варианты (1) и (2). Аналогично картине в сечении $x = 0.208$ м, здесь также хорошо видно влияние более подробной сетки вблизи поверхности на формирование вихревого течения с подветренной стороны. При использовании более грубой сетки вихри вообще не образуются, а на более подробной сетке вихри хорошо заметны.

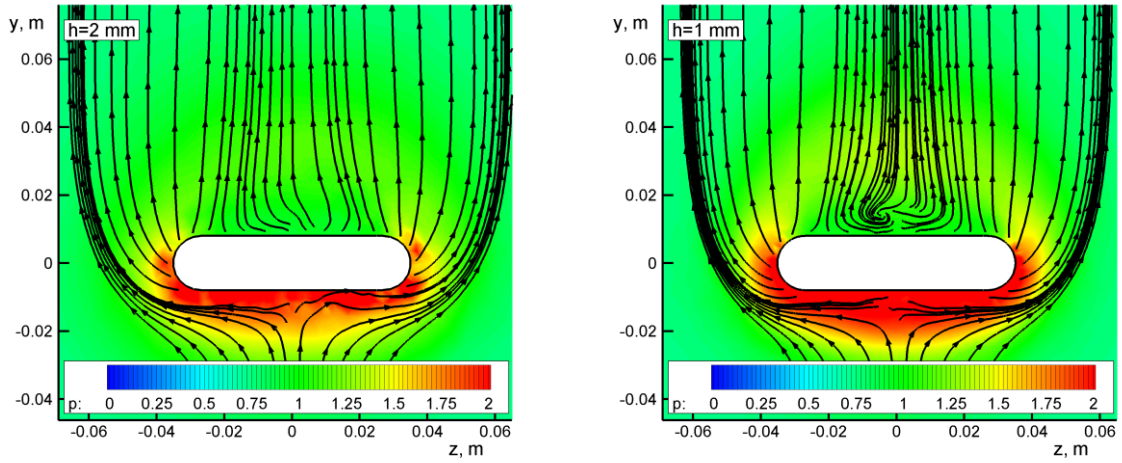

Рис. 7. Сечение при $x = 0.108$ м. Вариант (1) (слева), вариант (2) (справа)

На рис. 8 приведены результаты, полученные на сетке с характерным размером $h = 1$ мм, но при сниженном значении искусственной вязкости, вариант (3). При сравнении вариантов (2) и (3), т. е. рис. 6 (справа) и рис. 8 (слева), а также рис. 7 (справа) и рис. 8 (справа) видно, что уменьшение искусственной вязкости слабо влияет на картину течения и формирование вихрей.

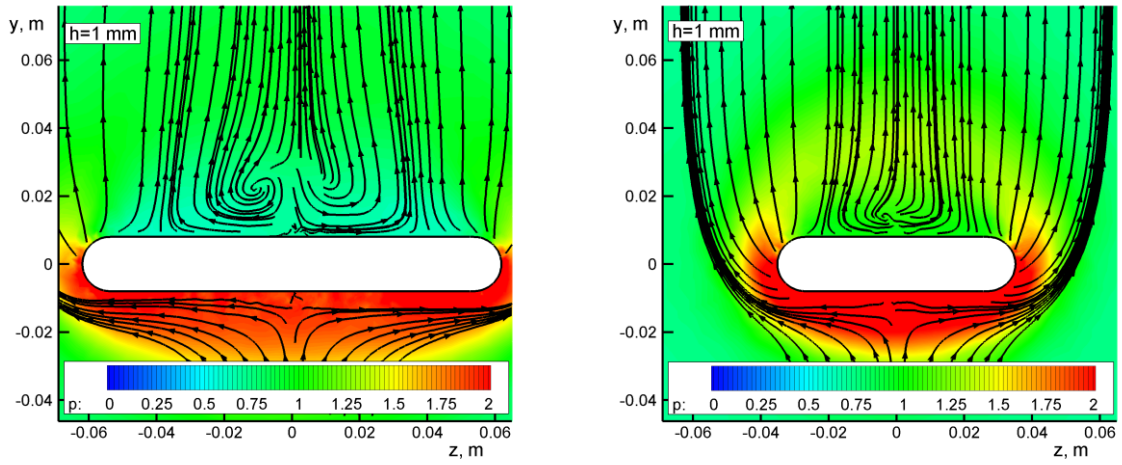

Рис. 8. Сечения при $x = 0.208$ м (слева) и $x = 0.108$ м (справа). Вариант (3)

На рис. 9–11 показаны фрагменты носовой части модели, варианты (1), (2) и (3) соответственно. На поверхности изображены контуры давления.

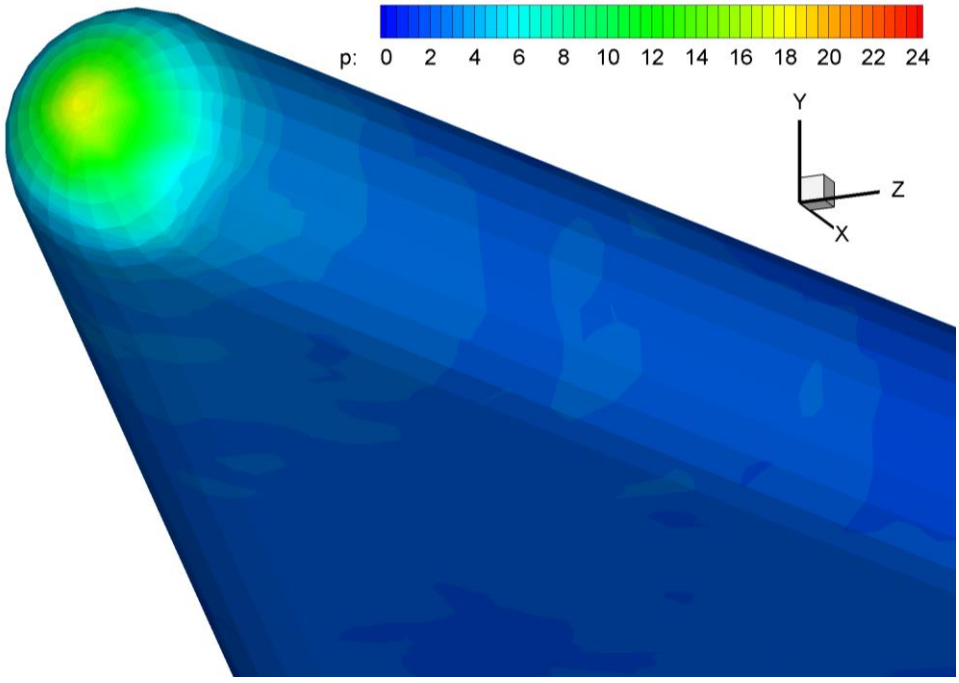

Рис. 9. Фрагмент поверхности носовой части. $Ma = 6$, вариант (1)

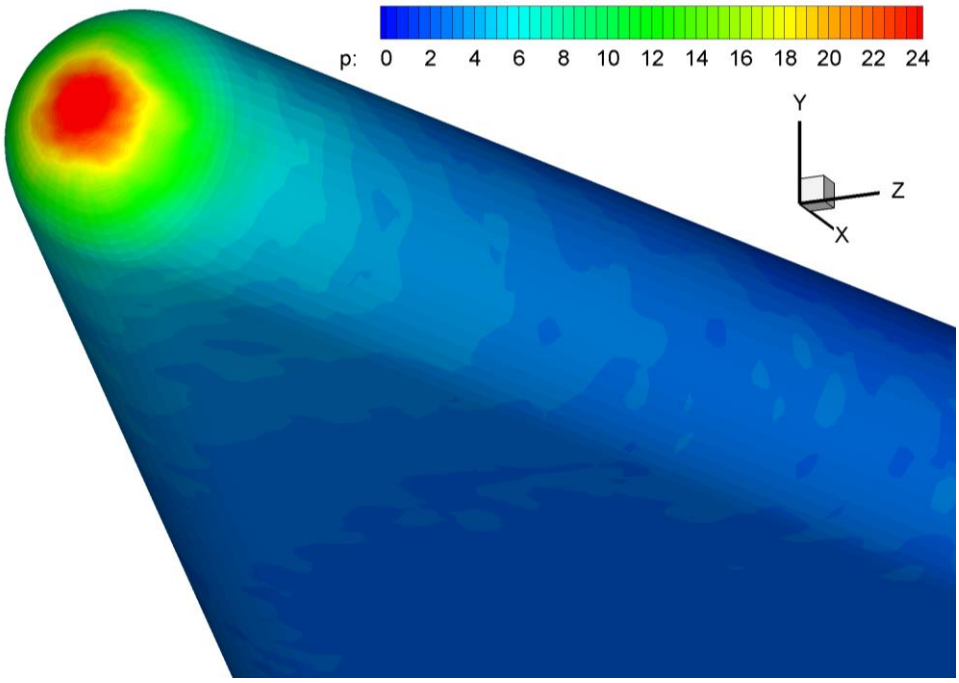

Рис. 10. Фрагмент поверхности носовой части. $Ma = 6$, вариант (2)

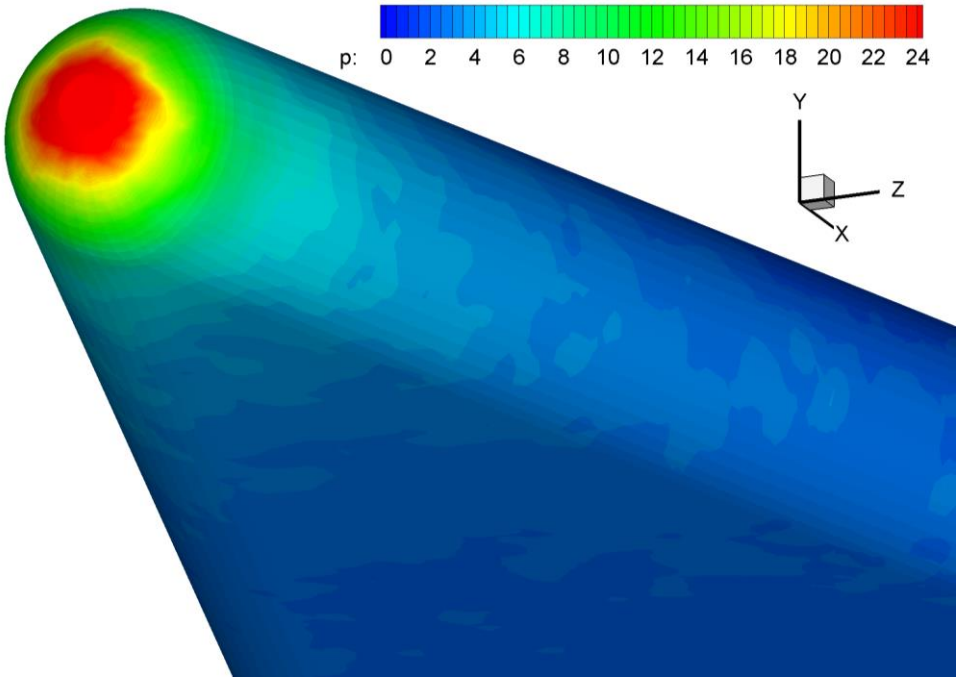

Рис. 11. Фрагмент поверхности носовой части. $Ma = 6$, вариант (3)

Величина давления в носовой части заметно выше в вариантах (2) и (3), чем в (1). Как показано в табл. 1, максимальное значение давления в (2) и (3) близко к референсному, а в варианте (1) существенно ниже референсного. Можно сделать вывод, что сгущение сетки в 2 раза в области пограничного слоя заметно повышает точность моделирования сверхзвукового внешнего обтекания модели. В то же время уменьшение искусственной вязкости мало влияет на результат. Влияние конфигурации сетки и способов введения искусственной вязкости на результаты сверхзвукового внешнего обтекания исследовалось в работе [18] и был сделан аналогичный вывод, что различные способы введения искусственной вязкости мало влияют на точность моделирования по сравнению с влиянием расчетной сетки.

Сравнение с экспериментом при числе Маха 9

При $Ma = 9$ проводилось моделирование обтекания треугольного крыла типа (2), постановка задачи соответствует [3], при этом $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$, угол атаки AoA принимает значения 7^0, 10^0 и 17^0. Для крыла типа (2) также построены две расчетные сетки: с характерным размером на поверхности $h = 0.35$ мм и $h = 0.22$ мм.

В табл. 2 указаны параметры трех вариантов расчетов при $AoA = 7^0$: характерный размер поверхностной сетки и ее общее число узлов, и коэффициенты дополнительной вязкости δ_1 и δ_2 для вычисления δ в формуле (11). Приведены рассчитанные значения аэродинамических коэффициентов Cx, Cy и аэродинамического качества. Аэродинамические коэффициенты вычисляются по отношению к площади крыла в плане 0.003858 м^2. Донное давление и силы вязкого трения не учитываются.

В трех последних строках табл. 2 в качестве референсных приведены экспериментальные значения аэродинамических коэффициентов, полученных в [3] и [4] для различных, но близких чисел Рейнольдса (пересчитанных на параметры набегающего потока и характерную длину 1 м, при этом референсные значения при $AoA = 7^0$ получены путем экстраполяции). Видно, что Cx и Cy, полученные в результате моделирования, несколько ниже референсных. При этом значение аэродинамического качества, наоборот, завышается.

Аналогично табл. 1, в последнем столбце табл. 2 указаны максимальные значения безразмерного давления на поверхности носовой части, а в последней строке таблицы приведено теоретическое (референсное) значение безразмерного давления торможения, которое вычисляется для невязкого нетеплопроводного газа на основе условий Ренкина–Гюгонио.

Таблица 2

Параметры при $Ma = 9, AoA = 7^0$

Вариант, число Рейнольдса	h сетки, число узлов	Доп. вязкость δ_1 , δ_2	Cy	Cx	Аэродин. качество $K = Cy/Cx$	$p_{\max}$
Расчет, (1) $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$	0.35 мм, 227583	9, 15	0.03909	0.01284	3.05	34.47
Расчет, (2) $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$	0.22 мм, 563547	9, 12	0.04569	0.01490	3.07	48.96
Расчет, (3) $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$	0.22 мм, 563547	9, 9	0.04956	0.01598	3.10	52.90
Референс. $\mathrm{Re} = 3.8 \cdot 10^6$			0.05	0.024	2.11	67.38
Референс. $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$					2.15	67.38
Референс. $\mathrm{Re} = 10^7$			0.06	0.026	2.27	67.38

Как и в случае $Ma = 6$ (табл. 1), сгущение сетки и уменьшение искусственной вязкости мало влияет на аэродинамическое качество, но заметно увеличивает максимальное давление на поверхности, приближая его к референсному. Кроме того, сгущение сетки и уменьшение искусственной вязкости увеличивает Cx и Cy, и приближает их к референсным.

Таблица 3

Параметры при $Ma = 9, AoA = 10^0$

Вариант, число Рейнольдса	h сетки, число узлов	Доп. вязкость δ_1 , δ_2	Cy	Cx	Аэродин. качество $K = Cy/Cx$	$p_{\max}$
Расчет, (4) $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$	0.22 мм, 563547	9, 12	0.07575	0.02320	3.27	48.60
Референс. $\mathrm{Re} = 3.8 \cdot 10^6$			0.09	0.035	2.60	67.38
Референс. $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$					2.70	67.38
Референс. $\mathrm{Re} = 10^7$			0.10	0.036	2.75	67.38

В табл. 3 и 4, аналогично табл. 2, приведены параметры для $AoA = 10^0$ и $AoA = 17^0$, варианты (4) и (5) соответственно. Эти варианты идентичны варианту (2) из табл. 2, за исключением другого значения угла атаки.

Таблица 4

Параметры при $Ma = 9, AoA = 17^0$

Вариант, число Рейнольдса	h сетки, число узлов	Доп. вязкость δ_1 , δ_2	Cy	Cx	Аэродин. качество $K = Cy/Cx$	$p_{\max}$
Расчет, (5) $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$	0.22 мм, 563547	9, 12	0.1919	0.0709	2.71	48.51
Референс. $\mathrm{Re} = 3.8 \cdot 10^6$			0.216	0.09	2.40	67.38
Референс. $\mathrm{Re} = 5 \cdot 10^6$					2.45	67.38
Референс. $\mathrm{Re} = 10^7$			0.238	0.10	2.48	67.38

Рис. 12 иллюстрирует зависимости аэродинамических коэффициентов от угла атаки на основе данных из табл. 2–4, варианты (2), (4) и (5). Слева показаны зависимости Cx и Cy, справа аэродинамического качества. Величина подъемной силы Cy, полученная в результате моделирования, находится в разумном согласии с данными экспериментов. Величина лобового сопротивления Cx заметно занижена, и поэтому значение аэродинамического качества получается завышенным (рис. 12, справа). Максимальное значение давления на поверхности при моделировании занижено, это связано с занижением аэродинамических коэффициентов. Как показывает анализ данных в табл. 2, уменьшение характерного шага сетки на поверхности приближает значения Cx, Cy и $p_{\max}$ к референсным. Отсутствие вклада вязкого трения при моделировании может занижать в первую очередь Cx.

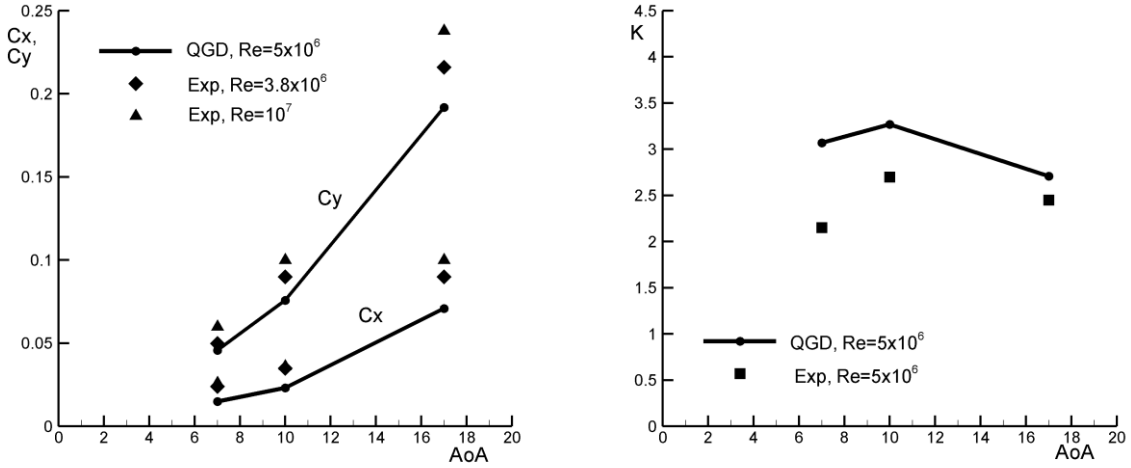

Рис. 12. Зависимость аэродинамических коэффициентов от угла атаки, $Ma = 9$

Ниже показаны сечения расчетной области при $z = 0$. Рис. 13 относятся к варианту (1), рис. 14 к варианту (2), рис. 15 к варианту (4), рис. 16 к варианту (5). Слева изображен общий вид, уровни безразмерного давления и линии тока. Справа показаны фрагменты расчетной области и линии уровня безразмерной плотности. Вариант (2) отличается от (1) более подробной сеткой и уменьшенной искусственной вязкостью. Общая картина течения при этом мало отличается, но ударная волна вблизи носовой части в варианте (2) моделируется точнее (рис. 13 и 14, справа).

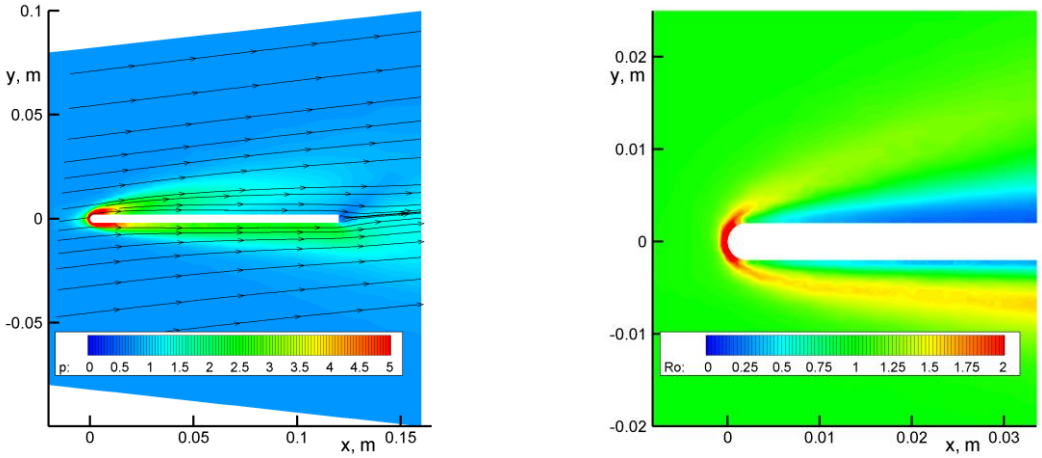

Рис. 13. Сечение расчетной области при $z = 0$, $Ma = 9$, $AoA = 7^0$, вариант (1)

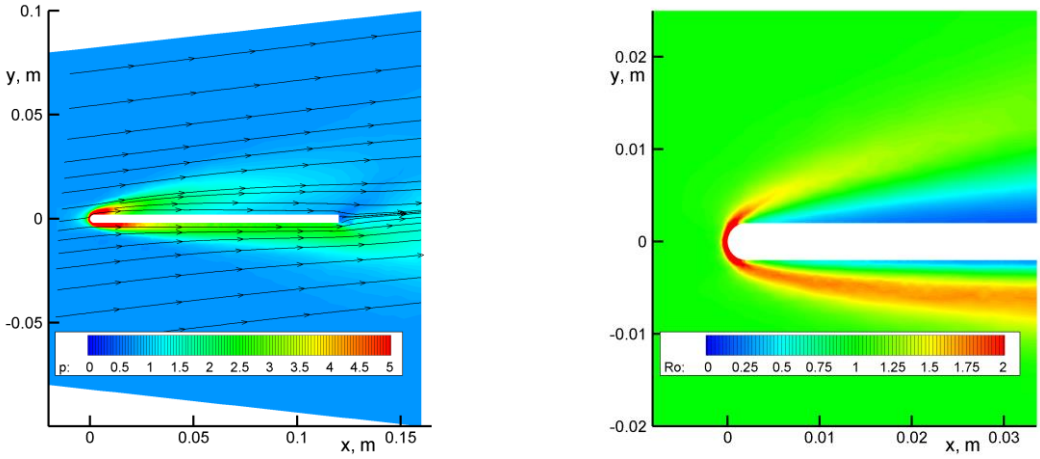

Рис. 14. Сечение расчетной области при $z=0$, $Ma=9$, $AoA=7^0$, вариант (2)

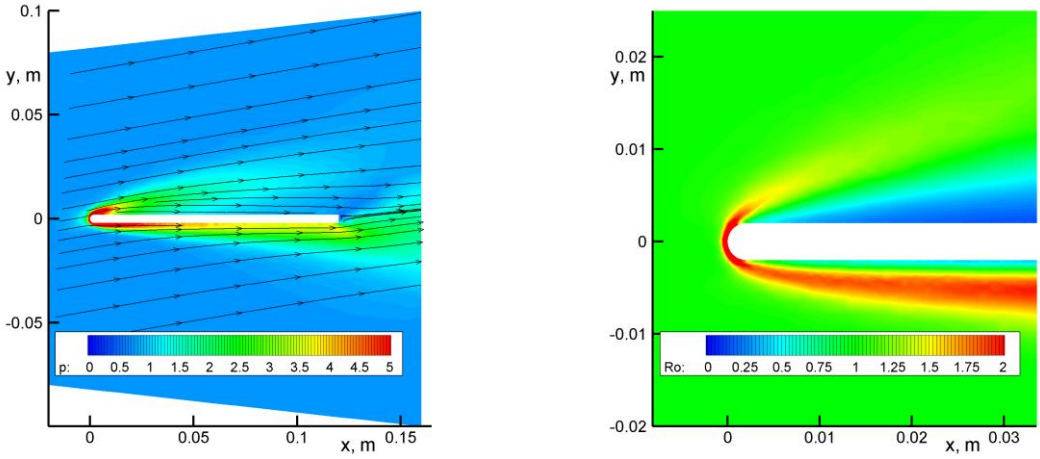

Рис. 15. Сечение расчетной области при $z=0$, $Ma=9$, $AoA=10^0$, вариант (4)

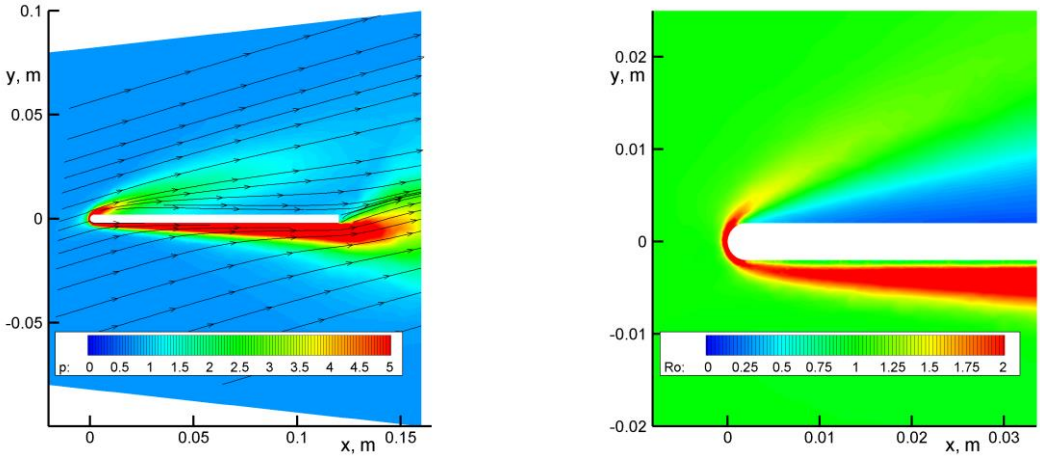

Рис. 16. Сечение расчетной области при $z=0$, $Ma=9$, $AoA=17^0$, вариант (5)

На рис. 17–19 показаны уровни безразмерного давления на наветренной поверхности модели для вариантов (2), (4) и (5) соответственно, т.е. для углов атаки 7^0, 10^0 и 17^0.

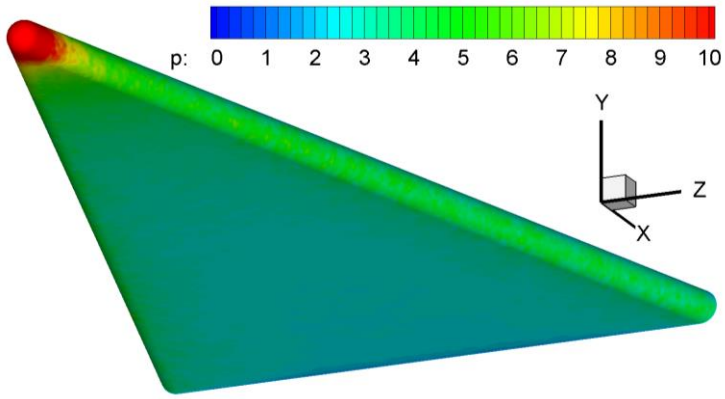

Рис. 17. Фрагмент поверхности носовой части. $Ma = 9$, вариант (2)

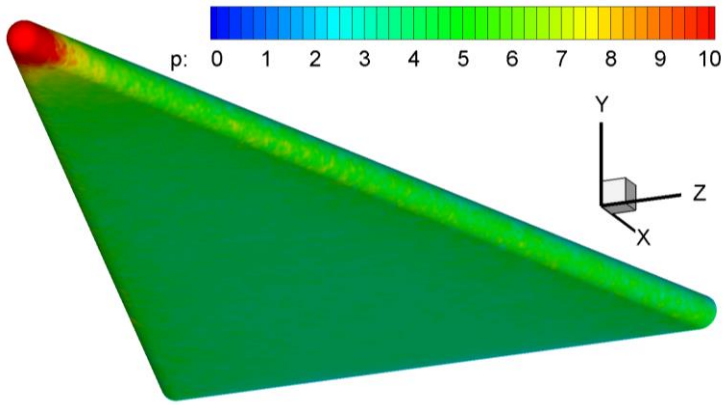

Рис. 18. Фрагмент поверхности носовой части. $Ma = 9$, вариант (4)

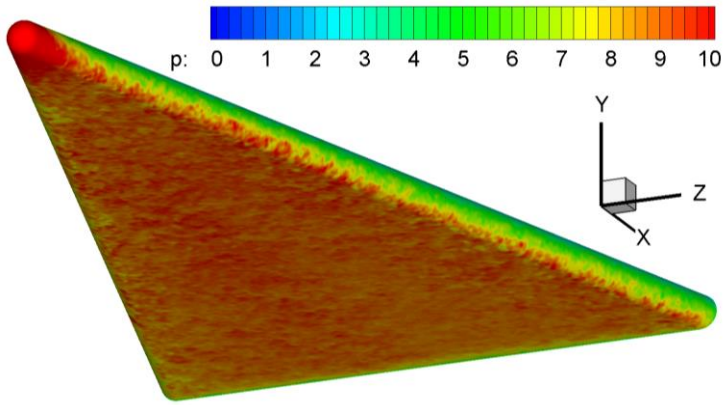

Рис. 19. Фрагмент поверхности носовой части. $Ma = 9$, вариант (5)

Параметры расчетов и сетка для вариантов (2), (4) и (5) одинаковы. Величины давления на подветренной стороне увеличиваются с увеличением угла атаки, что приводит к повышению подъемной силы (рис. 12, слева).

Заключение

Представлены результаты численного моделирования внешнего обтекания треугольного крыла для чисел Маха 6 и 9 при углах атаки 7^0, 10^0 и 17^0. Значения исходных параметров соответствуют данным экспериментов. Распределение давления по поверхности крыла, полученное в результате расчетов, позволило определить аэродинамические коэффициенты и величину аэродинамического качества при различных углах атаки. Полученные при $Ma = 9$ значения аэродинамических коэффициентов в целом соответствуют экспериментальным данным. Значение подъемной силы близко к экспериментальным, значение лобового сопротивления занижено, а аэродинамического качества завышено. Отметим, что число узлов расчетных сеток весьма мало для задач сверхзвукового обтекания, особенно при столь больших числах Маха и реалистичном числе Рейнольдса (для сравнения, в работе [5] используется сетка с 50 млн. узлов). Использование более подробных сеток и учет сил вязкого трения может улучшить соответствие расчетных данных экспериментальным. Поскольку поведение зависимости аэродинамического качества от угла атаки качественно соответствует экспериментальному, возможно использовать данные численного моделирования для определения оптимального угла атаки, при котором аэродинамическое качество максимально ([3], [4]).

При $Ma = 6$ проведено исследование зависимости качества моделирования вихревой зоны над подветренной поверхностью крыла в зависимости от шага пространственной сетки. Показано, что при использовании более подробных расчетных сеток точность моделирования увеличивается. Полученные результаты являются хорошей демонстрацией возможностей квазигазодинамического алгоритма при моделировании аэродинамических задач при больших числах Маха и реалистичных числах Рейнольдса. Отметим, что методика, аналогичная настоящей работе, использовалась для моделирования сверхзвукового обтекания затупленного тела с хвостовым расширением на основе КГД алгоритма [19], и распределение давления по поверхности было близко к экспериментальному. Таким образом, задачи моделирования сверхзвукового внешнего обтекания тел различной формы и определения аэродинамических коэффициентов могут быть решены на основе КГД алгоритма, при этом возможно использовать расчетные сетки с относительно небольшим числом узлов.

Список литературы

1. В. В. Келдыш, Р. И. Штейнберг. Влияние скругления передней кромки треугольного крыла на его аэродинамические характеристики при сверхзвуковых скоростях полета // Ученые записки ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 4. С. 1–8. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15221647 (дата обращения 09.07.2021)
2. В. С. Николаев. Аэродинамическое качество и балансировка крыла с затупленными кромками в гиперзвуковом потоке // Ученые записки ЦАГИ. 1987 Т. 18. № 2. С. 104–111. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15513442 (дата обращения 09.07.2021)
3. П. И. Горенбух. Аэродинамическое качество плоского треугольного крыла с затупленными кромками при больших сверхзвуковых скоростях обтекания // Ученые записки ЦАГИ. 1989 Т. 20. № 1. С. 108–112. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15003419 (дата обращения 09.07.2021)
4. П. И. Горенбух, В. В. Носов. Совместное влияние вязкости и затупления на аэродинамическое качество треугольного крыла в потоке с большой сверхзвуковой скоростью // Ученые записки ЦАГИ. 1989 Т. 20. № 3. С. 30–36. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15003444 (дата обращения 09.07.2021)
5. С. В. Александров, А. В. Ваганов, В. И. Шалаев. Физические механизмы образования продольных вихрей, появления зон высоких тепловых потоков и раннего перехода в гиперзвуковом течении около треугольного крыла с затупленными передними кромками // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2016. № 45. С. 9–31. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=26168578 https://doi.org/10.15593/2224-9982/2016.45.01 (дата обращения 09.07.2021)
6. П. В. Сильвестров, И. А. Крюков, Б. В. Обносов. Численное моделирование гиперзвукового обтекания треугольного крыла // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2018. Т. 19 (1). P. V. Silvestrov, I. A. Kryukov, B.V. Obnosov. Numerical Simulation of Hypersonic Flow around a Triangular Wing // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics. 2018. V. 19 (1). http://chemphys.edu.ru/issues/2018-19-1/articles/733/ http://doi.org/10.33257/PhChGD.19.1.733 (дата обращения 09.07.2021)
7. B. N. Chetverushkin. Kinetic Schemes and Quasi-Gas Dynamic System of Equations. Barselona: CIMNE, 2008.
8. T. G. Elizarova. Quasi-Gas Dynamic Equations. Dordrecht: Springer, 2009, IBSN 978-3-642-0029-5.
9. Ю. В. Шеретов. Регуляризованные уравнения гидродинамики. Тверь: Тверской государственный университет, 2016, 222 с. Yu. V. Sheretov. Regularized Hydrodynamic Equations, Tver State University, 2016, 222 pp. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30097584 (дата обращения 09.07.2021)

10. Т. Г. Елизарова, И. А. Широков. Регуляризованные уравнения и примеры их использования при моделировании газодинамических течений. М.: МАКС Пресс. 2017. 136 с. T.G. Elizarova, I.A. Shirokov. Regularized equations and examples of their use in the modeling of gas-dynamic flows. https://elibrary.ru/item.asp?id=29352202 (дата обращения 09.07.2021)
11. Т. Г. Елизарова, И. А. Широков. Коэффициенты искусственной диссипации в регуляризованных уравнениях сверхзвуковой аэродинамики // Доклады Академии Наук. 2018. Т. 483. № 3. С. 260–264. T. G. Elizarova and I. A. Shirokov. Artificial Dissipation Coefficients in Regularized Equations of Supersonic Aerodynamics // Doklady Mathematics. 2018. V. 98. No. 3. P. 648–651. Pleiades Publishing, Ltd., 2018. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36749781 http://doi.org/10.31857/S086956520003242-9 (дата обращения 09.07.2021)
12. TetGen: A quality tetrahedral mesh generator. http://tetgen.berlios.de/ (дата обращения 09.07.2021)
13. И. А. Широков. Построение тетраэдральной расчетной сетки для моделирования обтекания треугольного крыла. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2020. Т. 21, вып. 1. Shirokov I. A. Construction of tetrahedral mesh for modeling of the flow around a triangular wing // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics. 2020. V. 21, iss. 1. http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-1/articles/883/ http://doi.org/10.33257/PhChGD.21.1.883 (дата обращения 09.07.2021)
14. С. А. Суков. Методы генерации тетраэдральных сеток и их программные реализации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша, 23 (2015), 22 с. S. A. Sukov. Tetrahedral mesh generation algorithms and applications // Preprint 23 (2015), Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Science, 22 p. http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-23 https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23250541 (дата обращения 09.07.2021)
15. М. К. Ермаков, А. С. Крючкова. Генерация неструктурированных тетраэдральных сеток для обтекания летательных аппаратов на основе открытых пакетов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2020, т. 21, вып. 2; M. K. Ermakov, A. S. Kryuchkova. Generation of Unstructured Tetrahedral Meshes for Flow Past Flight Vehicles Based on Open Packages // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics, 2020, v. 21, iss. 2, http://chemphys.edu.ru/issues/2020-21-2/articles/897/ http://doi.org/10.33257/PhChGD.21.2.897 (дата обращения 09.07.2021)
16. Т. А. Кудряшова, С. В. Поляков, А. А. Свердлин. Расчет параметров течения газа вокруг спускаемого аппарата // Математическое моделирование. 2008. 20:7. С. 13–22. T. A. Kudryashova, S. V. Polyakov, A. A. Sverdlin. Calculation of gas flow parameters around reentry vehicle // Matem. Mod. 2008. 20:7. P. 13–22. Math. Models Comput. Simul. 2009. 1:4. P. 445–452.

http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=mm&option_lang=rus&paperid=2690&wshow=paper (дата обращения 09.07.2021)

17. K-100 System, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, Moscow. https://www.kiam.ru/MVS/resourses/k100.html (дата обращения 09.07.2021)
18. И. А. Широков, Т. Г. Елизарова. О влиянии структуры пространственной сетки на результаты численного моделирования ударной волны в задаче обтекания трехмерной модели. Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20 (1). I. A. Shirokov, T. G. Elizarova On the influence of a spatial grid structure on numerical simulation of a shock wave in a flow around 3D model // Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics. 2019. V. 20(1) http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-1/articles/796/ http://doi.org/10.33257/PhChGD.20.1.796 (дата обращения 09.07.2021)
19. И. А. Широков, Т. Г. Елизарова. Вычислительный эксперимент в задаче сверхзвукового обтекания затупленного тела с хвостовым расширением // Математическое моделирование. 2019. Т. 31. № 10. С. 117–129. I. A. Shirokov, T.G. Elizarova. Computational experiment in the problem of supersonic flow around a blunt body with tail expansion // Mathematical Modeling. 2020. V. 12. N. 3. P. 433–444. http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mm&paperid=4122&option_lang=rus https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41137484 http://doi.org//10.1134/S0234087919100095 (дата обращения 09.07.021)