



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков,
Н.В. Пестрякова

О свойствах классификатора
при максимальных
отклонениях параметров
крови от нормы

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при максимальных отклонениях параметров крови от нормы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 64. 27 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2021-64>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-64>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков, Н.В. Пестрякова

**О свойствах классификатора
при максимальных отклонениях
параметров крови от нормы**

Москва — 2021

Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков, Н.В. Пестрякова

О свойствах классификатора при максимальных отклонениях параметров крови от нормы

Описана и реализована математическая модель, предназначенная для численного исследования способности статистического метода классификации к интерполяции и экстраполяции. Разработанный авторами классификатор основан на полиномиально-регрессионном подходе и имеет вероятностные оценки. Он используется для оценивания состояния здоровья человека по параметрам лабораторного анализа периферической крови. Рассматривается база крови при максимальном отклонении от нормы.

Ключевые слова: состояние здоровья человека, система организма, периферическая кровь, классификация, полиномиальная регрессия

Boris Mikhailovich Gavrikov, Mikhail Borisovich Gavrikov, Nadejda Vladimirovna Pestryakova

On the properties of the classifier in case of maximal deviations of blood parameters from the norm

A mathematical model is described and implemented, intended for the numerical study of the ability of the statistical classification method to interpolate and extrapolate. The classifier developed by the authors is based on the polynomial-regression approach and has probabilistic estimates. It is used to assess the state of human health based on the parameters of laboratory analysis of peripheral blood. The blood base is considered with a maximal deviation from the norm.

Key words: human health, body system, peripheral blood, classification, polynomial regression

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 18-29-26008, 18-29-26009.

Оглавление

Введение	3
Метод классификации.....	3
Численное моделирование искажений.....	5
Эритроциты RBC[L ⁻¹].....	7
Тромбоциты PLT[L ⁻¹].....	9
Лейкоциты WBC[L ⁻¹].....	11
Гемоглобин HGB[gL ⁻¹].....	12
Лимфоциты LYMPH[L ⁻¹].....	14
Лимфоциты LIMPН [%].....	16
Гранулоциты GRAN [L ⁻¹].....	17
Гранулоциты GRAN [%].....	18
Заключение.....	20
Библиографический список.....	20

Введение

Масштабная цифровизация современного общества не обошла и медицину. В последние два-три года наблюдается резкое увеличение числа исследований в области медицинской диагностики в виде различных приложений на основе методов распознавания. Надеемся, что на этот процесс оказала влияние и наша пионерская деятельность по созданию статистического классификатора [1], основанного на полиномиально-регрессионном подходе и имеющего вероятностные оценки. Он предназначен для оценивания состояния здоровья человека (СЗЧ) по результатам лабораторного анализа периферической крови.

Как мы уже отмечали в более ранних работах [2-4], разработка классификатора не должна заканчиваться процедурой обучения. Требуется также изучить его свойства, одним из которых является способность классификатора к обобщениям, поскольку реальные объекты отличаются от элементов обучающего множества.

С этой целью нами была предложена и реализована [2,3] математическая модель для численного исследования поведения классификатора при распознавании искаженных объектов, полученных неким заданным преобразованием из тех, на которых проходило обучение. В [4] было введено понятие экстраполяционных свойств метода, но по сути рассматривалось искажение в целом, то есть интерполяция и экстраполяция не были разъединены. В [2,3] сформулирован и применен способ описания каждого из этих свойств по отдельности. Новый подход, в сравнении с использовавшимся ранее, позволяет получить более полное и адекватное представление о возможностях рассматриваемого классификатора.

В [2,3] изучались базы крови соответственно при значительном отклонении от нормы и для практически здоровых людей. В настоящей работе исследование продолжено на класс максимального поражения состояния здоровья (онкологические заболевания). Представляется интересным выяснить, что происходит с экстраполяционными и интерполяционными зависимостями при переходе от одного класса здоровья к ближайшему, а именно от класса «3» [2] к классу «4».

Метод классификации

Общепринятые обозначения и размерность используемых восьми показателей крови: RBC [L^{-1}] – эритроциты, HGB [gL^{-1}] – гемоглобин, PLT [L^{-1}] – тромбоциты, WBC [L^{-1}] – лейкоциты, LIMPН [L^{-1}], [%] – лимфоциты, GRAN [L^{-1}], [%] – гранулоциты (GRAN=NEUT+EOS+BASO, где NEUT [L^{-1}], [%] – нейтрофилы, EOS [L^{-1}], [%] – эозинофилы, BASO [L^{-1}], [%] – базофилы).

Рассматриваем определенную СО человека. Вводим вектор $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^N$, i -я компонента которого – отнормированная на отрезок $[0,1]$ величина i -го показателя крови, причем $N=8$. отождествляем k -й элемент множества классов СЗЧ с базисным вектором $\mathbf{e}_k=(0 \dots 1 \dots 0)$ (здесь 1 находится на k -м месте, $1 \leq k \leq K$, причем $K=4$) из \mathbf{R}^K . Обозначаем $Y=\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K\}$.

Пусть $p_k(\mathbf{v})$ – вероятность того, что набор отнормированных показателей крови соответствует k -му элементу СЗЧ, где $1 \leq k \leq K$. Искомый класс СЗЧ будет иметь порядковый номер r , получивший максимальное значение вероятности:

$$p_r(\mathbf{v}) = \max_k \{p_k(\mathbf{v})\}, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (1)$$

Приближенные значения $p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v})$ представляются в виде конечных многочленов от координат $\mathbf{v}=(v_1, \dots, v_N)$ и определяются выбором базисных мономов:

$$p_k(\mathbf{v}) \cong c_0^{(k)} + \sum_{i=1}^N c_i^{(k)} v_i + \sum_{i,j=1}^N c_{i,j}^{(k)} v_i v_j + \dots, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (2)$$

Представим упорядоченные базисные мономы из (2) в виде вектора размерности L :

$$\mathbf{x}(\mathbf{v}) = (1, v_1, \dots, v_N, \dots)^T.$$

Тогда (2) можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}) = (p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v}))^T \cong A^T \mathbf{x}(\mathbf{v}), \quad (3)$$

где A – матрица размера $L \times K$, столбцами которой являются векторы $\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}$. Каждый такой вектор составлен из коэффициентов при мономах соответствующей строки (2) (с совпадающим верхним индексом), упорядоченных так же, как в векторе $\mathbf{x}(\mathbf{v})$.

Значение A вычисляется приближенно в процессе обучения с использованием базы данных: $[\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{y}^{(1)}], \dots, [\mathbf{v}^{(J)}, \mathbf{y}^{(J)}]$. Здесь $\mathbf{v}^{(j)}$ – набор параметров крови, соответствующий элементу СЗЧ с номером k ($1 \leq k \leq K$), $\mathbf{y}^{(j)} = (0 \dots 1 \dots 0)$ – его базисный вектор, где 1 стоит на k -м месте, $1 \leq j \leq J$:

$$A \cong \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{x}^{(j)})^T \right)^{-1} \left(\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{y}^{(j)})^T \right). \quad (4)$$

Поскольку проблема обращения заполненной матрицы большой размерности до сих пор не решена [5], правую часть (4) получаем посредством рекуррентной процедуры [6].

В данной работе рассмотрена пищеварительная система для мужчин. В этом случае использовались модификации вектора $\mathbf{x}(\mathbf{v})$ следующего вида:

$$\mathbf{x}=(1, \{v_i\}, \{v_i v_j\}, \{v_i v_j v_k\}, \{v_i v_j v_k v_l\}),$$

$$1 \leq i \leq 8, i \leq j \leq 8, j \leq k \leq 8, k \leq l \leq 8. \quad (5)$$

В (5) выражения в фигурных скобках соответствуют цепочкам элементов вектора, вычисляемым по всем показателям крови из имеющегося набора. Длина полинома 495. Имеются мономы первого, второго, третьего и четвертого порядка. Перекрестные произведения используются для мономов второго, третьего и четвертого порядка.

Обучающее множество рассматриваемой СО имеет 109 элементов: классы здоровья K^1 и K^4 содержат по 33 набора крови, а классы K^2 и K^3 включают соответственно 17 и 26 элементов.

Обученный классификатор обеспечил 99,2% правильной классификации на обучающем множестве; имеется по одной ошибке на элементах K^2 и K^3 .

Численное моделирование искажений

Ниже при нумерации классов K^1, K^2, K^3, K^4 используется символ $c, 1 \leq c \leq 4$, а число элементов в них обозначено $|K^1|, |K^2|, |K^3|, |K^4|$. Признаки P_1, \dots, P_8 перенумерованы посредством символа $b, 1 \leq b \leq 8$.

В таблице 1 для K^1, K^2, K^3, K^4 приведены диапазоны, которым принадлежат используемые первичные признаки P_1, \dots, P_8 ($D_b^c \equiv [l_b^c, r_b^c], 1 \leq c \leq 4, 1 \leq b \leq 8$). Также для каждого признака указан соответствующий отрезок по совокупности четырех классов ($D_b \equiv \bigcup_{1 \leq c \leq 4} D_b^c \equiv [l_b, r_b]$). Особенность K^1 заключается в том, что пятый, седьмой и восьмой признаки являются константами (вырожденные случаи).

Таблица 1

Интервалы признаков по классам здоровья системы организма

<i>N</i> признака	Класс «1»	Класс «2»	Класс «3»	Класс «4»	Классы «1-2-3-4»
1	[437,548]	[369,574]	[330,573]	[304,586]	[304,586]
2	[170,336]	[102,217]	[61,517]	[134,504]	[61,517]
3	[439,900]	[390,1750]	[220,1380]	[467,2167]	[220,2167]
4	[1310,1630]	[1080,1770]	[860,1680]	[910,1690]	[860,1770]
5	186	[110,450]	[80,310]	[50,380]	[50,450]
6	[208,393]	[171,887]	[184,963]	[51,403]	[51,963]
7	2900	[2300,11700]	[1300,10500]	[2840,19640]	[1300,19640]
8	658	[492,763]	[437,766]	[480,906]	[437,906]

Рассмотрим один из четырех классов (c_0). Будем исследовать объекты, полученные из элементов этого класса, входящих в обучающее множество, при модификации признака с номером b_0 . На t -м шаге

$$v_{b_0} \rightarrow v_{b_0} \pm h_{b_0} \cdot t, h_{b_0} = (r_{b_0} - l_{b_0})/10, t = 1, \dots, 9. \quad (6)$$

Опишем, что происходит с элементами обучающего множества в процессе усиления искажения. Изначально имеется только по одной ошибке во втором и третьем классах. С нарастанием t часть элементов выходит за правую или левую границы отрезка $D_{b_0}^{c_0}$, в зависимости от увеличения признака (знак «+» в (6)) или его уменьшения (знак «-» в (6)).

Элементы называем внутренними (*in*), если при модификации рассматриваемый признак не покинул рамки соответствующего ему диапазона (табл.1); в противном случае объекты считаются внешними (*ex*).

Кроме того, при модификации может становиться противоположным статус элементов в отношении правильности классификации.

На рисунках с литерой «а» показано, как изменяется ряд параметров при увеличении (уменьшении) фиксированного признака Π_1, \dots, Π_8 . Здесь N^{in} (Ряд8) – число внутренних элементов, среди которых распознано правильно – N_w^{in} (Ряд6), неправильно – N_e^{in} (Ряд3), причем $N^{in} = N_w^{in} + N_e^{in}$; эти величины характеризуют интерполяцию. Количество внешних элементов – N^{ex} (Ряд1), из них распознано правильно – N_w^{ex} (Ряд7), неправильно – N_e^{ex} (Ряд4), причем $N^{ex} = N_w^{ex} + N_e^{ex}$; это характеристики экстраполяции. Кроме того, изображена динамика определяемого совместно экстраполяцией и интерполяцией количества распознаваний: ошибочных – $N_e = N_e^{in} + N_e^{ex}$ (Ряд2), правильных – $N_w = N_w^{in} + N_w^{ex}$ (Ряд5), причем $N_e + N_w = |K^c|$, $N^{in} + N^{ex} = |K^c|$.

Интервал интерполяции (экстраполяции) определяется выполнением условия $N^{in} > 0$ ($N^{ex} > 0$).

Будем оценивать *интерполяционные (экстраполяционные) свойства* метода следующим образом. Если на каком-то интервале изменения t имеем: $N_e^{in} < N_w^{in}$ ($N_e^{ex} < N_w^{ex}$), то считаем это признаком *хорошей интерполяции (экстраполяции)*; напротив, при выполнении $N_e^{in} > N_w^{in}$ ($N_e^{ex} > N_w^{ex}$) *интерполяция (экстраполяция) плохая*. Равенство соответствующих величин означает *посредственное* качество. Для получения количественных характеристик имеет значение соотношение величин в левой и правой частях приведенных неравенств.

Устойчивость метода к искажению определяется наличием и протяженностью интервала, на котором $N_e < N^{ex}$. Количественные

характеристики могут быть вычислены с использованием величин в левой и правой частях данного неравенства.

Рисунки с литерой «б» демонстрируют динамику оценок при росте (падении) значения одного из признаков Π_1, \dots, Π_8 .

Для описанных типов элементов установим соответствие между обозначениями их количества и оценок. Если элементы отнесены к рассматриваемому классу (правильная классификация), то вычисляется математическое ожидание их оценок, причем N_w соответствует E_w (Ряд2 на рисунках с литерой «б»), $N_w^{in} - E_w^{in}$ (Ряд5), $N_w^{ex} - E_w^{ex}$ (Ряд8). Если модифицированные объекты отошли к другим классам (неправильная классификация), то вычисляется математическое ожидание оценок альтернативы, соответствующей рассматриваемому классу, причем N_e соответствует E_e (Ряд3), $N_e^{in} - E_e^{in}$ (Ряд6), $N_e^{ex} - E_e^{ex}$ (Ряд9). Если рассматриваются элементы вне зависимости от правильности распознавания, то с учетом сказанного, всем $|K^c|$ элементам соответствует E (Ряд1), $N^{in} - E^{in}$ (Ряд4), $N^{ex} - E^{ex}$ (Ряд7).

Выполнение условий $E_e^{in}=255$ или $E_e^{ex}=255$ соответствует фатальному нарушению оценок. Если на всем интервале изменения t выполняется $\min_{0 \leq t \leq 9} E_w \leq \max_{0 \leq t \leq 9} E_e$, где в качестве E_w может фигурировать как E_w^{in} , так и E_w^{ex} , а E_e соответствует E_e^{in} или E_e^{ex} , то разделение оценок по диапазонам отсутствует.

Ниже ограничимся рассмотрением четвертого класса ($c_0=4$), соответствующего максимальным отклонениям здоровья от нормы. На рисунках с литерой «а» показано, что в исходном состоянии $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in} = 0$. Соответственно, на рисунках с литерой «б» на нулевом шаге $E^{in} = E_w^{in} = 224$.

Эритроциты $RBC[L^{-1}]$

При увеличении Π_1 интерполяция существует до конца интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) падает медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд6), изменяющееся с высоким темпом вначале и незначительно варьирующееся к концу, где $N_w^{in}=1$, $N^{in}=2$ (рис.1а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3), при выполнении $N_e^{in} < N^{in}$, растет до $N_e^{in}=15$ на втором шаге и далее опускается до $N_e^{in}=1$ в конце. Противоположно изменению отношения N_e^{in} / N_w^{in} , E^{in} (Ряд4) до второго шага уменьшается существенно, от 224 до 147 (рис.1б), а после совершает колебания большой амплитуды, оставаясь ниже исходной величины. E_e^{in} (Ряд6) также ведет себя немонотонно, но в целом падает от максимального значения 101 на

первом шаге, причем на последнем отрезке $E_e^{in} \equiv 0$. E_w^{in} (Ряд5) вначале понижается от 224 до 202, а на втором шаге поднимается выше исходной величины и далее колеблется, принимая максимальное (255) и близкие к нему значения. Диапазоны оценок E_w^{in} и E_e^{in} разделены. Соотношение между изменением E^{in} и N_e^{in}/N_w^{in} говорит об обоснованности оценивания. Интерполяция до первого шага хорошая, затем становится плохой, исключая два последних шага, где она соответственно хорошая и посредственная.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд1) и N_w^{ex} (Ряд7) увеличиваются до 31 и 20 к концу интервала искажения (рис.1а). На первом шаге ошибки отсутствуют: $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex} = 0$ (Ряд4), а затем N_e^{ex} нарастает в конце до 11. На первом шаге (рис.1б): $E^{ex} = E_w^{ex} = 255$ (Ряд7, Ряд8). Далее E_w^{ex} также равно или близко к 255. На втором шаге появляется ошибка с оценкой $E_e^{ex} = 4$ (Ряд9), затем E_e^{ex} поднимается к пятому шагу до 99 и затем опускается до 61 в конце. Диапазоны оценок E_w^{ex} и E_e^{ex} разделены. E^{ex} уменьшается до 173 и незначительно колеблется, противоположно изменению отношения N_e^{ex}/N_w^{ex} . Экстраполяция всюду хорошая, за исключением четвертого шага, где она является посредственной.

До четвертого шага $N_e > N^{ex}$ (Ряд2, Ряд1), а далее неравенство меняется на противоположное (рис.1а); следовательно, вначале устойчивость классификатора к такому искажению плохая, а затем хорошая.

При уменьшении Π_1 интерполяция также существует до конца интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) и количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд6) уменьшаются до 12 и 11 на седьмом шаге; на последнем отрезке $N_e^{in} \equiv 0$, и в конце $N^{in} = N_w^{in} = 2$ (рис.2а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) нарастает до 3 ко второму шагу, далее к восьмому – падает до нуля. В соответствии с уровнем N_e^{in} , поначалу низким, а затем нулевым, E^{in} (Ряд4) и увеличивается от исходного значения 224 (рис.2б). Аналогично изменяется E_w^{in} (Ряд5). E_w^{in} и E^{in} приближаются к максимуму 255 и устанавливаются на этом значении соответственно с седьмого и восьмого шага. С первого по третий шаг E_e^{in} (Ряд6) понижается от 108 до 34, а далее повышается к седьмому шагу до $E_e^{in} = 237$, вследствие чего диапазоны E_w^{in} и E_e^{in} оказываются неразделенными. Всюду наблюдается исключительно хорошая интерполяция при незначительном количестве ошибок.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд1) и N_w^{ex} (Ряд7) нарастают к концу интервала искажения до 31 и 30 соответственно (рис.2а) при минимальном различии: $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex} \equiv 1$ (Ряд4). $E_w^{ex} \equiv 255$ (Ряд8) с первого до последнего шага

(рис.2б). E^{ex} сначала незначительно уменьшается, затем увеличивается, приближаясь к 255; это поведение согласуется с низким уровнем N_e^{ex} . Для единственной ошибки, появляющейся на первом шаге с высоким значением $E_e^{ex}=194$, далее E_e^{ex} опускается до нуля, затем поднимается до 108 в конце. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены, поскольку уровень $E_w^{ex} \equiv 255$ высокий. Экстраполяция посредственная на первом и втором шагах, где $N_w^{ex} = N_e^{ex} \equiv 1$, а далее хорошая.

На первом шаге $N_e = N^{ex}$ (Ряд2, Ряд1), на втором шаге $N_e > N^{ex}$ – посредственная и плохая устойчивость классификатора, а далее она становится хорошей: $N_e < N^{ex}$ (рис. 2а).

Тромбоциты PLT[L⁻¹]

При увеличении P_2 интерполяция существует до предпоследнего шага интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) падает почти до конца медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них N_w^{in} (Рядб), причем $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) нарастает ко второму шагу до максимального значения 5, а далее колеблется и понижается до нуля на восьмом шаге, где $N^{in} = N_w^{in} = 1$ (рис.3а). Противоположно этим колебаниям происходит (рис.3б) изменение E^{in} (Ряд4); особенно заметно проявление указанной закономерности в виде минимума $E^{in} = 174$ на седьмом шаге, где N_e^{in} становится больше, чем N_w^{in} . Заметим, что в соответствии с низким уровнем N_e^{in} , E^{in} (Ряд4) принимает высокие значения, сопоставимые с исходным (224). E_e^{in} (Рядб) в целом нарастает от 71 на первом шаге, причем ведет себя немонотонно, что согласуется с вариациями небольших значений N_e^{in} . E_w^{in} (Ряд5) почти монотонно повышается от 224 и достигает 255 на восьмом шаге; исключением является минимум $E_w^{in} = 199$ на седьмом шаге. Вследствие подъема E_e^{in} до максимальной величины 227 диапазоны оценок E_w^{in} и E_e^{in} не разделены. Соотношение между изменением E^{in} и N_e^{in} говорит об обоснованности оценивания. Интерполяция хорошая везде, лишь на седьмом шаге плохая.

Для внешних элементов (рис.3а) N^{ex} (Ряд1) и N_e^{ex} (Ряд4) нарастают до 33 и 31 в конце интервала искажения. Уровень правильного распознавания нулевой или низкий: $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \leq 4$ (Ряд7). В согласии с динамикой долевого соотношения $N_w^{ex} : N_e^{ex}$ в N^{ex} , для E^{ex} (Ряд7) наблюдается колебательное

движение на низком уровне: $E^{ex} < 60$, включая нулевое значение со второго по четвертый шаг (рис.3б). Аналогичным образом изменяется и $E_e^{ex} < 41$ (Ряд9). Единичные случаи правильного распознавания на первом и пятом шагах характеризуются низкими оценкам: $E_w^{ex} = 152$ и $E_w^{ex} = 173$ соответственно, однако затем E_w^{ex} повышается и принимает максимальное (255) и близкое к нему значение. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены. Экстраполяция всюду плохая.

Устойчивость классификатора до шестого шага плохая (рис.3а), поскольку $N_e > N^{ex}$ (Ряд2, Ряд1), на седьмом шаге посредственная ($N_e = N^{ex}$), а далее – хорошая ($N_e < N^{ex}$).

При уменьшении P_2 интерполяция также существует до предпоследнего шага интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) уменьшается почти до конца медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд6), причем $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) нарастает, принимает на втором и третьем шагах максимальное значение 7, а далее понижается до 1 на восьмом шаге, где $N^{in} = 2$, $N_w^{in} = 1$ (рис.4а). Противоположно изменению отношения N_e^{in} / N_w^{in} , E^{in} (Ряд4) сначала падает от 224 до 147 на третьем шаге, а затем поднимается до локального максимума $E^{in} = 197$ на шестом шаге (где выполняется неравенство $N_w^{in} > N_e^{in}$, в отличие от равенства этих величин слева и справа); далее E^{in} опять опускается (рис.4б). E_w^{in} (Ряд5) после небольшого уменьшения на первом шаге увеличивается и с шестого шага устанавливается на максимуме 255. E_e^{in} (Ряд6) вначале в целом нарастает от 62 до 111 с первого по шестой шаг, а далее падает до 2 в последней точке интерполяции. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_w^{in} и E_e^{in} разделены. Интерполяция хорошая до третьего шага, затем меняется на посредственную, исключая шестой шаг, где она хорошая.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд1), N_w^{ex} (Ряд7) и N_e^{ex} (Ряд4) при выполнении неравенства $N_e^{ex} < N_w^{ex} < N^{ex}$ нарастают соответственно до $N^{ex} = 33$, $N_w^{ex} = 19$, $N_e^{ex} = N^{ex} - N_w^{ex} = 14$ в конце интервала искажения (рис.4а). E_w^{ex} (Ряд8) повышается от 215 на первом шаге, и с седьмого шага $E_w^{ex} \equiv 255$ (рис.4б). E_e^{ex} почти монотонно нарастает от нулевого значения на первом шаге, оставаясь на низком уровне: $E_e^{ex} \leq 66$. E^{ex} (Ряд7) совершает небольшие колебания: сначала немного понижается от 179 на первом шаге до 139, а затем повышается до 175, оставаясь на том же среднем уровне. Изменение E^{ex} противоположно динамике

N_e^{ex}/N_w^{ex} – оценивание обоснованное. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены. Экстраполяция всюду хорошая.

Устойчивость классификатора хорошая ($N_e < N^{ex}$) везде, кроме второго шага, где она плохая ($N_e > N^{ex}$).

Лейкоциты WBC[L⁻¹]

При увеличении P_3 интерполяция существует до предпоследнего шага интервала искажения, причем число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) к шестому шагу медленно понижается до 30, а затем стремительно падает $N^{in}=6$ в конце. Количество правильных распознаваний N_w^{in} (Ряд6) уменьшается сначала резко: $N_w^{in}=9$ на втором шаге, а далее постепенно: $N_w^{in}=6$ с пятого до седьмого шага (рис.5а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) быстро растет: на втором шаге $N_e^{in}=23$, затем N_e^{in} немного повышается, а после шестого шага, где $N_e^{in}=24$, резко падает; $N_e^{in} = N_w^{in} = 3$ на восьмом шаге. Противоположно динамике отношения N_e^{in}/N_w^{in} , E^{in} (Ряд4) вначале существенно уменьшается (рис.5б) от исходного значения 224 до 106 на втором шаге, затем колеблется на участке небольших изменений N_w^{in} и N_e^{in} , а на последнем отрезке интерполяции увеличивается до 255. E_e^{in} (Ряд6) от значения 90 на первом шаге понижается, а затем повышается, оставаясь на невысоком уровне ($E_e^{in} < 122$), а в конце падает до нуля. E_w^{in} (Ряд5) от начальной величины 224 к первому шагу уменьшается до 188, затем увеличивается и с четвертого шага устанавливается на 255. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок E_w^{in} и E_e^{in} разделены. Хорошая интерполяция наблюдается до первого шага, далее плохая, а на последнем шаге посредственная.

Для внешних элементов (рис.5а) до четвертого шага $N_w^{ex} \equiv 0$ (Ряд7). N^{ex} (Ряд1) и N_e^{ex} (Ряд4) нарастают к шестому шагу до 3 и 2, соответственно $N_w^{ex} = 1$. Далее N^{ex} , N_e^{ex} и N_w^{ex} увеличиваются к концу интервала искажения до 33, 25 и 8. Сначала $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ (Ряд7, Ряд9), и эти величины падают между первым и четвертым шагом от 126 до 2 (рис.5б); затем E^{ex} и E_e^{ex} нарастают до 187 и 171, а на последнем отрезке немного понижаются. Первый случай правильного распознавания с $E_w^{ex} = 134$ появляется на пятом шаге, а со следующего – E_w^{ex} устанавливается на максимуме 255. Оценивание обоснованное, поскольку E^{ex} изменяется в соответствии с динамикой долевого соотношения $N_w^{ex} : N_e^{ex}$ в N^{ex} .

Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} не разделены, поскольку максимальное значение $E_e^{ex}=171$ превышает минимальное $E_w^{ex}=134$. Экстраполяция всюду плохая.

Устойчивость классификатора плохая до седьмого шага, далее хорошая.

При уменьшении Π_3 интерполяция также завершается на восьмом шаге. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) и количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6) уменьшаются синхронно: $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in} \equiv 0$ (Ряд 3); исключением является лишь $N_e^{in}=1$ на первом шаге (рис. 6а). В соответствии с минимальным и нулевым уровнем N_e^{in} значение E^{in} (Ряд 4) от изначально высокого (224) увеличивается и устанавливается на максимуме 255 со второго шага (рис. 6б). Аналогично изменяется E_w^{in} (Ряд 5). Для единственной ошибки, появляющейся лишь на первом шаге, выполняется $E_e^{in}=134$ (Ряд 6). Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок разделены. Интерполяция всюду исключительно хорошая.

Для экстраполяции N^{ex} (Ряд 1) и N_w^{ex} (Ряд 7) нарастают до третьего шага, причем сначала синхронно: на первом шаге $N^{ex}=N_w^{ex}$ (рис. 6а). На втором шаге появляется одна ошибка, а далее $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex}$ (Ряд 4) увеличивается до 13 в конце интервала искажения. На третьем шаге $N^{ex}=29$, и $N_w^{ex}=26$; затем N^{ex} продолжает подниматься, но существенно медленнее, а N_w^{ex} опускается, причем на последнем шаге $N^{ex}=33$, $N_w^{ex}=20$. Описанные изменения N^{ex} , N_w^{ex} , N_e^{ex} почти кусочно-линейные. E^{ex} (Ряд 7) от значения 230 на первом шаге повышается и приближается к максимуму 255 (рис. 6б), что соответствует низкому уровню N_e^{ex} по сравнению с N_w^{ex} . E_w^{ex} (Ряд 8) также от 230 нарастает, и с четвертого шага $E_w^{ex} \equiv 255$. От значения 161 на втором шаге E_e^{ex} повышается и в конце приближается к максимальному уровню. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} не разделены. Экстраполяция всюду хорошая.

$N_e < N^{ex}$ (Ряд 2, Ряд 1), устойчивость классификатора везде хорошая (рис. 6а).

Гемоглобин HGB[gL⁻¹]

При увеличении Π_4 для интерполяции, имеющейся до восьмого шага, число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) и количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6) уменьшаются к концу до $N^{in}=N_w^{in}=1$ (рис. 7а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) нарастает ко второму шагу до 4, затем падает: с четвертого по седьмой шаг $N_e^{in} \equiv 1$, а на восьмом – $N_e^{in} = 0$. Противоположно изменению отношения N_e^{in} / N_w^{in} , E^{in} (Ряд 4) колеблется, но в целом понижается

от исходного значения 224 до минимума $E_w^{in} \equiv 204$ на отрезке между шестым и седьмым шагами (где также неизменны N_w^{in} и N_e^{in}); на последнем шаге интерполяции E^{in} повышается до максимума 255 (что соответствует $N_e^{in} = 0$) (рис.7б). E_w^{in} (Ряд5) увеличивается от 224 и с третьего шага устанавливается на 255, с локальным незначительным отклонением. E_e^{in} (Ряд6) между первым и четвертым шагами падает от 150 до нуля и стабилизируется на этом уровне. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_w^{in} и E_e^{in} разделены. Интерполяция всюду хорошая.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд1) и N_w^{ex} (Ряд7) нарастают к концу интервала искажения до 33 и 32 (рис.7а), причем $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex} \leq 2$ (Ряд4). E^{ex} и E_w^{ex} (Ряд7, Ряд8) с первого до последнего шага принимают значение 255 и близкие к нему (рис.7б). На втором шаге появляется одна ошибка с $E_e^{ex} = 208$. На третьем и четвертом шагах $N_e^{ex} \equiv 2$, $E_e^{ex} \equiv 255$ (неадекватная оценка), далее ошибки исчезают, но на двух последних шагах $N_e^{ex} \equiv 1$, $E_e^{ex} \equiv 0$. Поведение E^{ex} согласуется с низким уровнем N_e^{ex} . Экстраполяция хорошая везде.

$N_e < N^{ex}$ (Ряд2, Ряд1), устойчивость классификатора везде хорошая (рис.7а).

При уменьшении Π_4 для интерполяции, имеющейся также до предпоследнего шага интервала искажения, число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) уменьшается до шестого шага медленнее, чем убывающее в целом количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд6), а на последнем отрезке эти величины падают синхронно от 5 до 1 (рис.8а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) к первому шагу повышается до 8, не меняется на двух отрезках, а затем понижается: с седьмого шага $N_e^{in} \equiv 0$. Противоположно изменению отношения N_e^{in} / N_w^{in} , E^{in} (Ряд4) на первом отрезке понижается от 224 до 181 (рис.8б), затем увеличивается и устанавливается на максимуме 255 с седьмого шага. Аналогично E_w^{in} (Ряд5) на первом отрезке уменьшается от исходного значения 224 до 210 (рис.8б), затем почти монотонно увеличиваются, и с шестого шага $E_w^{in} \equiv 255$. С первого по четвертый шаг E_e^{in} (Ряд6) в целом понижается от 96 до 61, а далее повышается к седьмому шагу до $E_e^{in} = 239$, вследствие чего диапазоны E_w^{in} и E_e^{in} оказываются неразделенными. Интерполяция всюду хорошая.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд1) и N_e^{ex} (Ряд4) нарастают до шестого шага почти синхронно (рис.8а): $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \leq 2$ (Ряд7). Далее N^{ex} , N_e^{ex} и N_w^{ex} увеличиваются к концу интервала искажения до 33, 24 и 9. На первом шаге

(рис.8б) $E^{ex} = E_w^{ex} = 137$ (Ряд7, Ряд8). На следующем шаге E^{ex} падает до нуля, а затем в целом нарастает, причем динамика изменения E^{ex} , включая немонотонность на третьем шаге, совпадает с имеющейся для N_w^{ex} . Первый случай правильного распознавания с $E_w^{ex} = 137$ появляется на первом шаге, на третьем – $E_w^{ex} = 183$, а с пятого – E_w^{ex} равно 255 или принимает близкие значения. E_e^{ex} (Ряд9) от нулевого значения на втором шаге повышается, а затем немного опускается, при этом не превышает 65. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены. Экстраполяция всюду плохая, лишь на первом шаге хорошая.

До пятого шага устойчивость классификатора к искажению плохая: $N_e > N^{ex}$ (Ряд2, Ряд1), а далее хорошая: $N_e < N^{ex}$ (рис.8а).

Лимфоциты LYMPH[L⁻¹]

При увеличении Π_5 интерполяция существует до предпоследнего шага интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд8) падает медленнее, чем количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд6), принимающее с пятого шага нулевое значение (рис.9а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) растет и на втором шаге достигает 23, а затем падает, при этом $N_e^{in} \equiv N^{in}$ от пятого шага. Аналогично динамике долевого соотношения $N_w^{in} : N_e^{in}$ в N^{in} , E^{in} (Ряд4) ко второму шагу уменьшается от исходной величины 224 до 157, к четвертому шагу увеличивается до 200, а затем колеблется, но в целом понижается до 155 к концу (рис.9б). E_e^{in} (Ряд6) нарастает от 84 до 194 с первого по четвертый шаг, а далее $E^{in} \equiv E_e^{in}$. E_w^{in} (Ряд5) сначала понижается от 224 до 211, а со второго шага устанавливается на 255. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок E_w^{in} и E_e^{in} разделены, но слабо (минимальное значение $E_w^{in} = 211$ против максимума $E_e^{in} = 194$). Интерполяция на интервале в один шаг хорошая, а далее становится плохой.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд1) и N_w^{ex} (Ряд7) увеличиваются до 33 и 18 к концу интервала искажения (рис.9а). На первом и втором шагах ошибки отсутствуют: $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex} \equiv 0$ (Ряд4), а затем N_e^{ex} нарастает до 15, причем $N_e^{ex} \leq N_w^{ex}$. $E_w^{ex} \equiv 255$ (Ряд8) с первого до последнего шага (рис.9б). На первом, втором и пятом шагах $E^{ex} = 255$ (Ряд7), а на остальных – колеблется около этого значения, не опускаясь ниже 190. На третьем шаге появляется ошибка с оценкой $E_e^{ex} = 92$ (Ряд9), затем E_e^{ex} повышается до 255 на пятом шаге (неадекватная оценка) и далее колеблется при $E_e^{ex} \equiv E^{ex}$. Наблюдаемые

существенные вариации E^{ex} противоположны изменению отношения N_e^{ex}/N_w^{ex} . Экстраполяция всюду хорошая, за исключением шестого шага, где она является посредственной.

Устойчивость классификатора плохая до пятого шага (рис.9а), далее хорошая.

При уменьшении Π_5 интерполяция имеется также до восьмого шага. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) уменьшается в целом медленнее (рис.10а), чем количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6), достигающее нулевого уровня с шестого шага (исключая $N_w^{in}=1$ при $N^{in}=2$ в конце интервала интерполяции). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд3) сначала повышается: на втором и третьем шагах $N_e^{in} \equiv 5$, затем понижается: с пятого до седьмого шага $N_e^{in} \equiv 2$, а в конце $N_e^{in} = 1$. Сходно с изменением долевого соотношения $N_w^{in} : N_e^{in}$ в N^{in} , E^{in} (Ряд 4) понижается от 224 до 169 к шестому шагу (рис. 10б), затем увеличивается и достигает 255 в конце. Аналогично E_e^{in} (Ряд 6) с первого по пятый шаг в целом понижается от 99 до 81, а далее повышается к седьмому шагу до $E_e^{in} = 248$ (вследствие чего диапазоны E_w^{in} и E_e^{in} оказываются неразделенными), а в конце $E_e^{in} = 255$ (неадекватная оценка). E_w^{in} (Ряд5) монотонно увеличивается, и с третьего шага $E_w^{in} \equiv 255$. Интерполяция до пятого шага хорошая, далее плохая, а на восьмом шаге посредственная.

Для экстраполяции N^{ex} (Ряд 1) нарастает до 31 к шестому шагу, стабилизируется на этом значении, и лишь в конце интервала искажения достигается $N^{ex} = 33$ (рис. 10а). N_w^{ex} (Ряд 7) повышается к пятому шагу до 17, а затем понижается до 11 к концу. $N^{ex} = N_w^{ex}$ на первом шаге, на втором – появляется одна ошибка, а далее $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex}$ (Ряд 4) увеличивается до 22 в конце. E^{ex} (Ряд 7) с первого к последнему шагу изменяется от 241 до 232, при этом совершает небольшие колебания, не опускаясь ниже 217 (рис. 10б). Динамика E^{ex} противоположна изменению отношения N_e^{ex}/N_w^{ex} . E_w^{ex} (Ряд 8) нарастает от 241 с небольшим нарушением монотонности, и с четвертого шага $E_w^{ex} \equiv 255$. E_e^{ex} от значения 100 на втором шаге повышается, совершая колебания, и в конце $E_e^{ex} = 220$. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены, но слабо (минимальное значение $E_w^{ex} = 241$ против максимума $E_e^{ex} = 220$). Экстраполяция до пятого шага хорошая, а далее плохая.

Классификатор устойчив к такому искажению, поскольку везде $N_e < N^{ex}$ (рис. 10а).

Лимфоциты ЛМРН [%]

При увеличении Π_6 интерполяция имеется до третьего шага, к которому число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) и количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6) уменьшаются соответственно до 4 и 3 (рис.11а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) увеличивается до 7 ко второму шагу, а на следующем – $N_e^{in} = 1$. E_w^{in} (Ряд 5) и E^{in} (Ряд 4) и повышаются от исходного значения 224 и устанавливаются на максимуме 255 соответственно с первого и второго шага (рис.11б). E_e^{in} (Ряд 6) также увеличивается от 232 на первом шаге, и далее $E_e^{in} \equiv 255$ – оценка неадекватная. Интерполяция на первом и третьем шаге хорошая, а на втором – плохая.

Для экстраполяции N^{ex} (Ряд 1) нарастает и с четвертого шага стабилизируется на 33 (рис. 11а). N_w^{ex} (Ряд 7) также сначала повышается: на четвертом и пятом шагах $N_w^{ex} \equiv 24$, а затем понижается до 15 к концу. $N^{ex} = N_w^{ex}$ на первом шаге, на втором – появляются ошибки, а далее $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex}$ (Ряд 4) увеличивается до 18 в конце. E^{ex} (Ряд 7) с первого по шестой шаг почти монотонно повышается от 249 до 255, а затем понижается к концу до 230 (рис.11б), противоположно изменению отношения N_e^{ex}/N_w^{ex} . Со второго шага $E_w^{ex} \equiv 255$ (Ряд 8). E_e^{ex} (Ряд 9) со второго по шестой шаг в целом повышается от значения 222 до 255 (неадекватная оценка), далее E_e^{ex} понижается до 210. Экстраполяция до восьмого шага хорошая, а далее плохая.

Устойчивость классификатора хорошая, поскольку везде $N_e < N^{ex}$ (рис. 11а).

При уменьшении Π_6 интерполяция также завершается на третьем шаге, но число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) уменьшается заметно медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6), равное 3 на первом шаге, а далее принимающее нулевое значение (рис. 12а). Соответственно, $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) растет до 26 на первом шаге, а затем падает при выполнении $N_e^{in} \equiv N^{in}$. Аналогично динамике долевого соотношения $N_w^{in} : N_e^{in}$ в N^{in} , E^{in} (Ряд 4) понижается от 224 до 14 (рис.12б). На начальном отрезке E_w^{in} (Ряд 5) изменяется от 224 до 136. E_e^{in} (Ряд 6), понижается от 46 на первом шаге, а со второго – $E^{in} \equiv E_e^{in}$. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок E_w^{in} и E_e^{in} разделены. Интерполяция с первого шага плохая.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) и N_e^{ex} (Ряд 4) нарастают при полном их совпадении; с четвертого шага $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 33$ (рис. 12а). $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$, эти величины

понижаются от 19 на первом шаге; на трех последних шагах они принимают нулевые значения (рис. 12б). Оценивание обоснованное, поскольку E^{ex} падает в согласии с подъемом N_e^{ex} при нулевом уровне N_w^{ex} . Экстраполяция всюду исключительно плохая.

Поскольку $N_e > N^{ex}$ (Ряд 2, Ряд 1) до стабилизации этих величин на максимуме 33 с четвертого шага, устойчивость классификатора плохая (рис.12а).

Гранулоциты GRAN [L⁻¹]

При увеличении Π_7 интерполяция существует на всем интервале искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) и количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6) к шестому шагу уменьшаются немного (N^{in} монотонно до 30, а N_w^{in} с небольшим колебанием до 27), а далее эти величины резко падают до 1 в конце (рис. 13а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) увеличивается до 7 ко второму шагу, а затем уменьшается: на последнем отрезке интерполяции $N_e^{in} \equiv 0$. E_w^{in} (Ряд 5) и E^{in} (Ряд 4) и повышаются от исходного значения 224 и устанавливаются на максимуме 255 соответственно со второго и седьмого шага (рис. 13б). E_e^{in} (Ряд 6) от значения 214 на первом шаге в целом понижается, затем повышается, и на седьмом шаге $E_e^{in} \equiv 255$ – оценка неадекватная. Интерполяция везде хорошая.

Для экстраполяции характерен низкий уровень ошибок: с первого по седьмой шаг N_e^{ex} (Ряд 4) $\equiv 1$ (рис.13а), а на последнем отрезке $N_e^{ex} \equiv 2$. При этом количество внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) до третьего шага минимальное: $N^{ex} = N_e^{ex} \equiv 1$, на следующем отрезке N_w^{ex} (Ряд 7) $\equiv 1$, $N^{ex} \equiv 2$, а далее N^{ex} и N_w^{ex} нарастают к концу интервала искажения до 32 и 30. С первого по третий шаг $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ (Ряд 7, Ряд 9), эти величины понижаются от 184 до 70 (рис. 13б). Затем E^{ex} повышается к концу до 247; E_e^{ex} падает до нуля, а на последнем отрезке $E_e^{ex} \equiv 128$. $E_w^{ex} \equiv 255$ (Ряд 8). Оценивание обоснованное: E^{ex} изменяется в согласии с динамикой соотношения N_w^{ex}/N_e^{ex} . Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены. Экстраполяция до третьего шага плохая, на четвертом и пятом шагах посредственная, а затем хорошая.

Устойчивость классификатора до шестого шага плохая, а затем хорошая (рис. 13а).

При уменьшении Π_7 интерполяция также имеется на всем интервале искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) и количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6) уменьшаются сначала быстро: на третьем

шаге $N^{in}=3$, $N_w^{in}=1$, а затем замедленно до $N^{in}=N_w^{in}=1$ в конце (рис. 14а). $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) повышается до 16 на первом шаге, а к шестому – падает до нуля. Противоположно изменению отношения N_e^{in}/N_w^{in} , E^{in} (Ряд 4) сначала понижается от исходного значения 224 до 110 на первом шаге; на следующем, где N_e^{in} еще существенно превышает N_w^{in} , достигается минимум $E^{in}=98$; далее следует участок существенно немонотонного изменения E^{in} , где также перестраивается соотношение между N_w^{in} и N_e^{in} , находящихся на низком уровне; в итоге с шестого шага $E^{in} \equiv 255$, что соответствует $N_e^{in} \equiv 0$ (рис. 14б). E_w^{in} (Ряд 5) сначала немного уменьшается от 224, затем увеличивается и с третьего шага устанавливается на $E_w^{in} \equiv 255$. E_e^{in} (Ряд 6) ведет себя немонотонно: между первым и третьим шагами в целом повышается от 70 до 104, к четвертому – падает до нуля и стабилизируется на этом уровне. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_w^{in} и E_e^{in} разделены. Интерполяция с первого до третьего шага плохая, на следующем отрезке посредственная, а затем хорошая.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) и N_e^{ex} (Ряд 4) нарастают сначала стремительно (рис. 14а): на третьем шаге $N^{ex}=30$, $N_e^{ex}=27$; далее эти величины повышаются медленно: с шестого шага $N^{ex} \equiv 32$, а N_e^{ex} достигает этого значения лишь в конце интервала искажения. $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$ (Ряд 7) немонотонно повышается до $N_w^{ex} \equiv 3$ с третьего по шестой шаг, а затем падает до нуля к концу. E^{ex} (Ряд 7) совершает небольшие колебания в диапазоне от 83 до 35, но в целом падает с первого шага к девятому до 58 (рис. 14б), что согласуется с динамикой N_w^{ex}/N_e^{ex} . E_e^{ex} (Ряд 9) также колеблется в диапазоне от 62 до 28, при этом в целом немного понижается к концу до 58. $E_w^{ex}=178$ (Ряд 8) на первом шаге, со второго – $E_w^{ex} \equiv 255$. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены. Экстраполяция плохая везде.

До второго шага устойчивость классификатора плохая, а затем хорошая, а в последней точке посредственная.

Гранулоциты GRAN [%]

При увеличении Π_8 интерполяция существует до конца интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) уменьшается медленнее (рис. 15а), чем количество правильных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6), достигающее нулевого уровня с седьмого шага. $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) сначала повышается до 10 на пятом шаге, затем понижается: в конце $N_e^{in} = N_w^{in} = 1$. Сходно с динамикой долевого соотношения $N_w^{in} : N_e^{in}$ в N^{in} , E^{in} (Ряд 4) понижается от

224 и принимает на пятом и шестом шагах значения, близкие к 218, но с седьмого шага $E_e^{in} \equiv 255$ при $N_w^{in} \equiv 0$ (рис. 15б). E_e^{in} (Ряд 6) повышается от 94 на первом шаге, и с седьмого шага $E_e^{in} \equiv 255$ (неадекватная оценка). E_w^{in} (Ряд 5) почти монотонно увеличивается, и с третьего шага $E_w^{in} \equiv 255$. Интерполяция до четвертого шага хорошая, далее плохая.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1), N_e^{ex} (Ряд 4) и N_w^{ex} (Ряд 7) увеличиваются до 32, 19 и 13 к концу интервала искажения (рис. 15а). $E_w^{ex} \equiv 255$ (Ряд 8) с первого до последнего шага (рис. 15б). E^{ex} (Ряд 7) от значения 227 на первом шаге до 239 в конце совершает небольшие колебания, в согласии с динамикой соотношения N_w^{ex}/N_e^{ex} . $E_e^{ex} = 199$ (Ряд 9) на первом шаге, затем E_e^{ex} понижается до 170 на третьем и четвертом шагах, далее повышается до 228 в конце. Диапазоны E_w^{ex} и E_e^{ex} разделены, но не сильно ($E_w^{ex} \equiv 255$ против максимума $E_e^{ex} = 228$). Экстраполяция на первом и втором шагах посредственная, затем хорошая, далее на седьмом шаге посредственная, после него плохая.

Устойчивость классификатора посредственная до третьего шага (рис. 15а), далее хорошая.

При уменьшении P_8 интерполяция также существует до конца интервала искажения. Число внутренних элементов N^{in} (Ряд 8) уменьшается медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них N_w^{in} (Ряд 6), с шестого шага принимающее нулевое значение (рис. 16а). Соответственно, $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$ (Ряд 3) растет до 24 на втором шаге, а затем падает, причем с шестого шага $N_e^{in} \equiv N^{in}$. Аналогично динамике долевого соотношения $N_w^{in}:N_e^{in}$ в N^{in} , E^{in} (Ряд 4) с небольшими колебаниями понижается от исходного значения 224 до 30 в конце (рис. 16б). На начальном отрезке E_w^{in} (Ряд 5) изменяется от 224 до 187, на двух следующих почти не отклоняется от 198, а затем резко падает до 100 к пятому шагу. E_e^{in} (Ряд 6) понижается от 81 на первом шаге, причем с шестого шага $E^{in} \equiv E_e^{in}$. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок E_w^{in} и E_e^{in} разделены, но не сильно (минимальное значение $E_w^{in} = 100$ против максимума $E_e^{in} = 81$). Интерполяция плохая уже с первого шага.

Для внешних элементов N^{ex} (Ряд 1) и N_e^{ex} (Ряд 4) нарастают соответственно до 32 и 31 в конце интервала искажения (рис. 16а). С первого по третий шаг $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \equiv 1$ (Ряд 7), затем до седьмого шага $N_w^{ex} \equiv 2$, далее опять $N_w^{ex} \equiv 1$. E^{ex} (Ряд 7) совершает небольшие колебания, но в целом падает с первого по девятый шаг от 114 до 61 (рис. 16б), что согласуется с динамикой N_w^{ex}/N_e^{ex} . E_e^{ex} (Ряд 9) повышается от 21 до 55, при этом немного колеблется. E_w^{ex} (Ряд 8) с первого до второго шага понижается от 207 до 145, а далее

повышается: с четвертого шага $E_w^{ex} \equiv 255$. Оценивание обоснованное. Диапазоны E_e^{ex} и E_w^{ex} разделены. Экстраполяция на первом шаге посредственная, а далее плохая.

Наблюдается плохая устойчивость классификатора к искажению везде, кроме последнего шага, где она является посредственной.

Заключение

Проведено исследование способности классификатора к обобщениям на основе разработанной математической модели искажения исходного обучающего множества. В качестве такового использовалась база параметров крови, относящейся к четвертому классу, соответствующему максимальным отклонениям от нормы состояния пищеварительной системы для мужчин.

В рамках численного моделирования интерполяционные и экстраполяционные свойства описаны по отдельности.

Было показано, как изменение каждого из признаков влияет на функцию оценки (E^{in} для интерполяции и E^{ex} для экстраполяции), которая, в свою очередь, определяет динамику долевого соотношения числа правильных распознаваний и ошибок (соответственно $N_w^{in} : N_e^{in}$ в N^{in} и $N_w^{ex} : N_e^{ex}$ в N^{ex}).

Аналогичные результаты были уже продемонстрированы на примере обучающего множества третьего класса (значительные отклонения состояния здоровья от нормы) [2]. В настоящем исследовании получены дополнительные результаты, подтверждающие полученные ранее закономерности. В то же время выявлены некоторые особенности, присущие именно четвертому классу и отличающие его от третьего.

Так, характерной чертой данного обучающего множества по каждому из параметров крови стало совпадение интервалов интерполяции как при увеличении, так и при уменьшении соответствующего признака.

В ряде вариантов третьего класса наблюдалось ярко выраженное немонотонное изменение N_e^{ex} (повышение с последующим понижением). В четвертом классе N_e^{ex} либо монотонно нарастает, либо сохраняется на приблизительно одном низком уровне.

Полученные в данной работе результаты позволяют проанализировать достоверность ответа и оценок классификатора.

Библиографический список

1. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. Статистический метод распознавания на основе нелинейной регрессии // Математическое моделирование, 2020. Т. 32. № 4. С. 116-130. DOI: 10.20948/mm-2020-04-09.

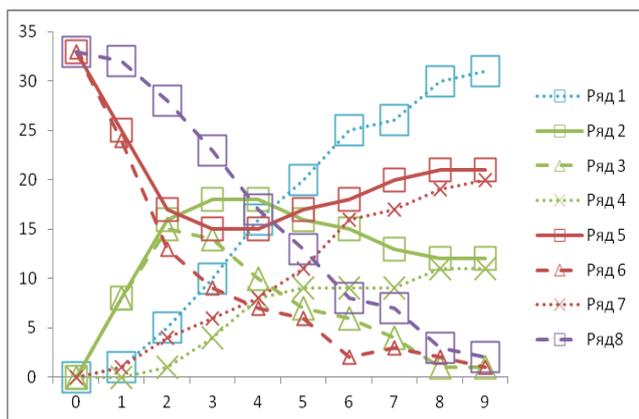
2. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при значительных отклонениях параметров крови от нормы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 31. 27 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-31.

3. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при нормальных параметрах крови // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 36. 23 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-36.

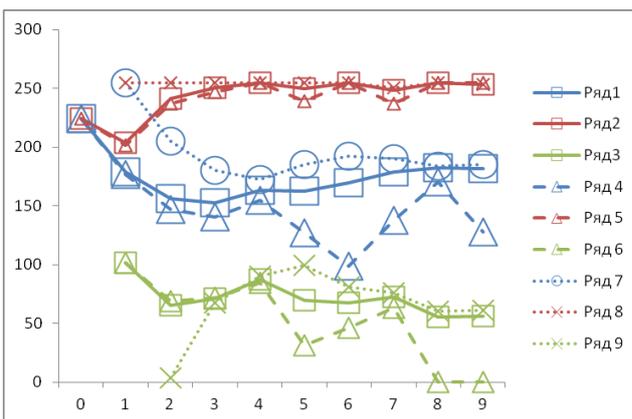
4. Гавриков Б.М., Пестрякова Н.В. Об экстраполяционных свойствах статистического классификатора // Информационные технологии и вычислительные системы, 2020. № 4. С. 79-90. DOI:10.14357/20718632200407.

5. Гавриков М.Б., Локуцкий О.В. Начала численного анализа. — М.: Янус, 1995.

6. Schürmann J. Pattern Classification. — New York: John Wiley&Sons, Inc., 1996.

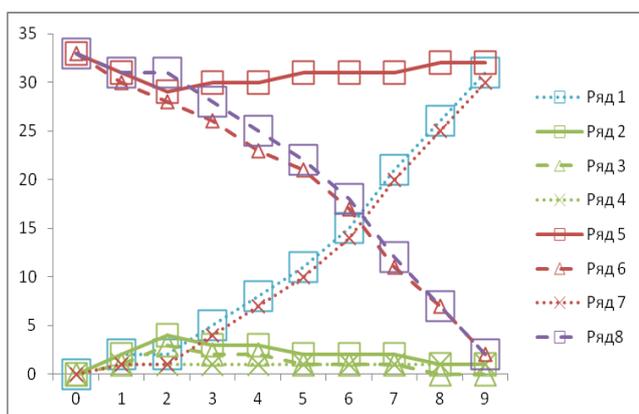


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

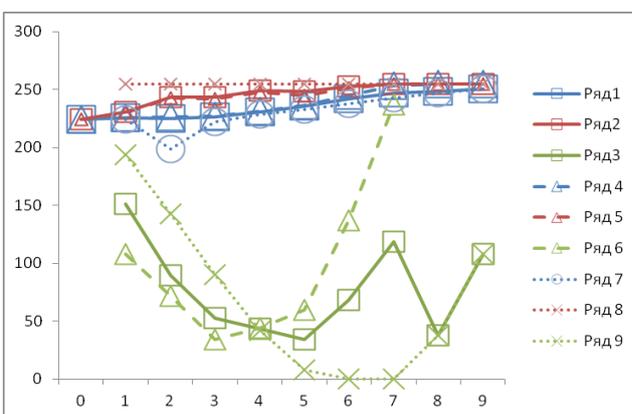


б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 1. Признак 1 (увеличение)

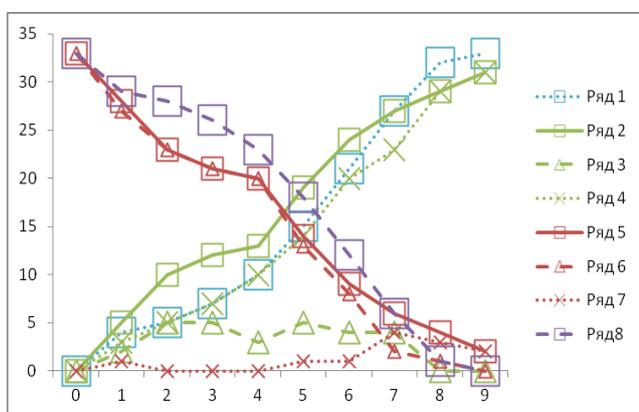


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

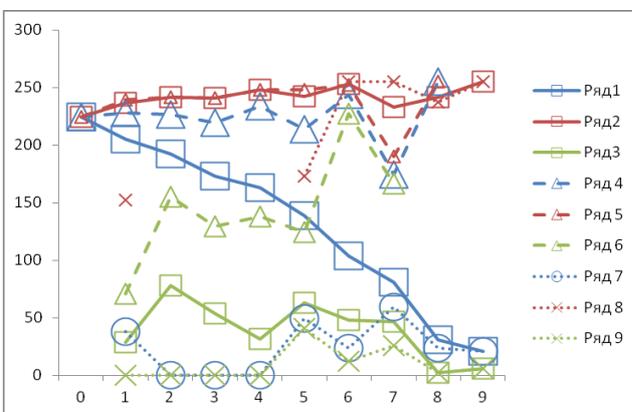


б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 2. Признак 1 (уменьшение)

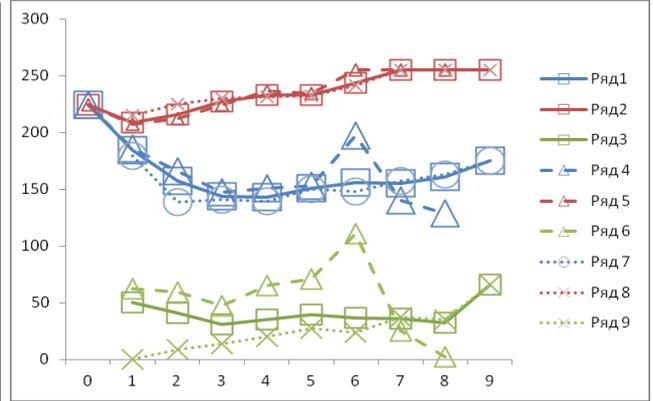
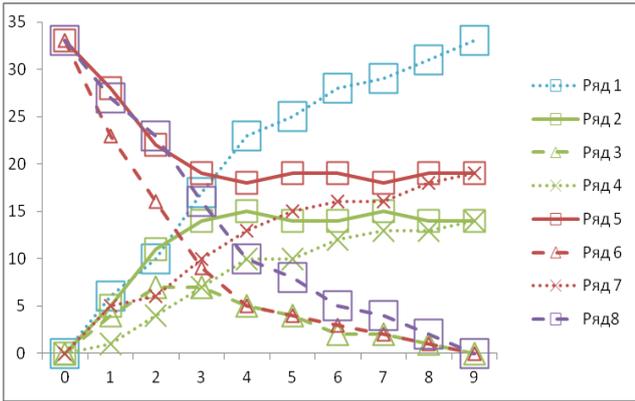


а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}



б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

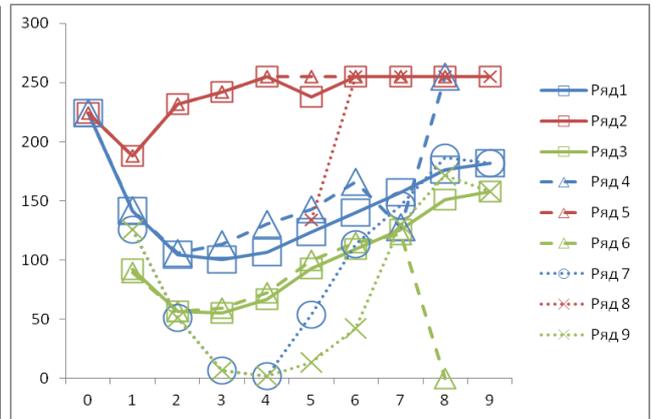
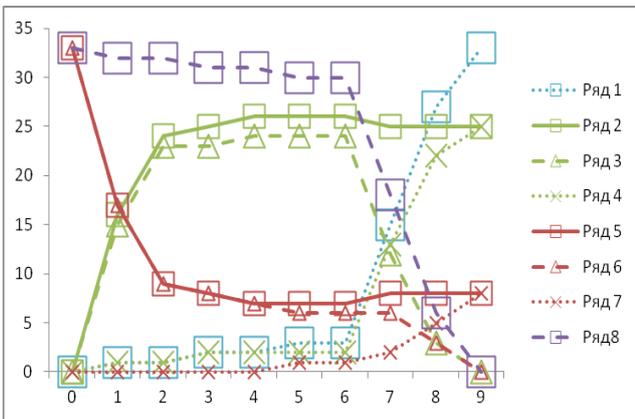
Рис. 3. Признак 2 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

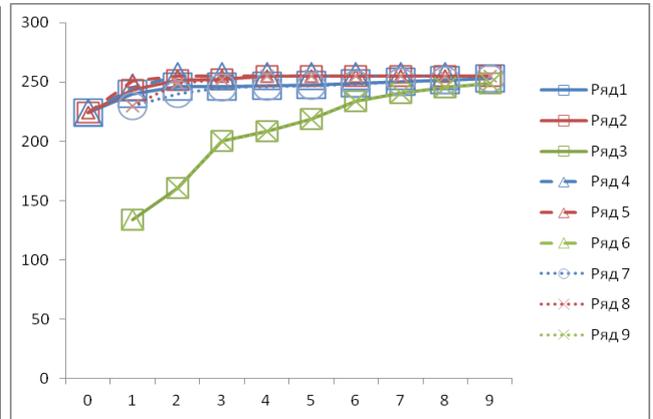
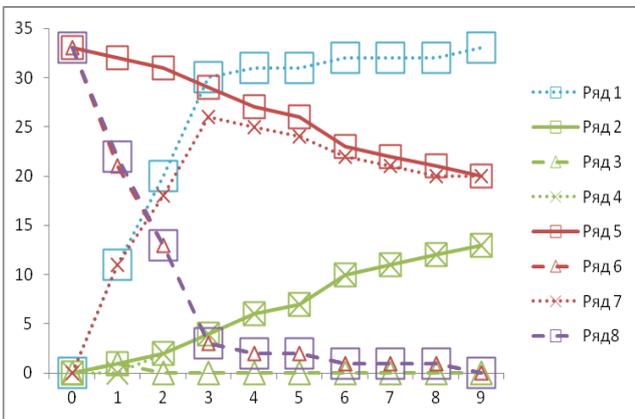
Рис. 4. Признак 2 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

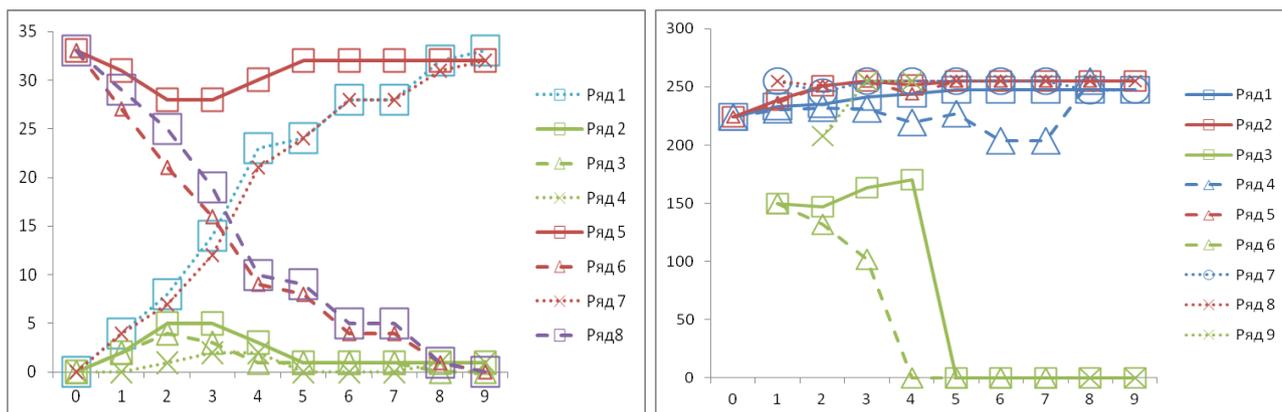
Рис. 5. Признак 3 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

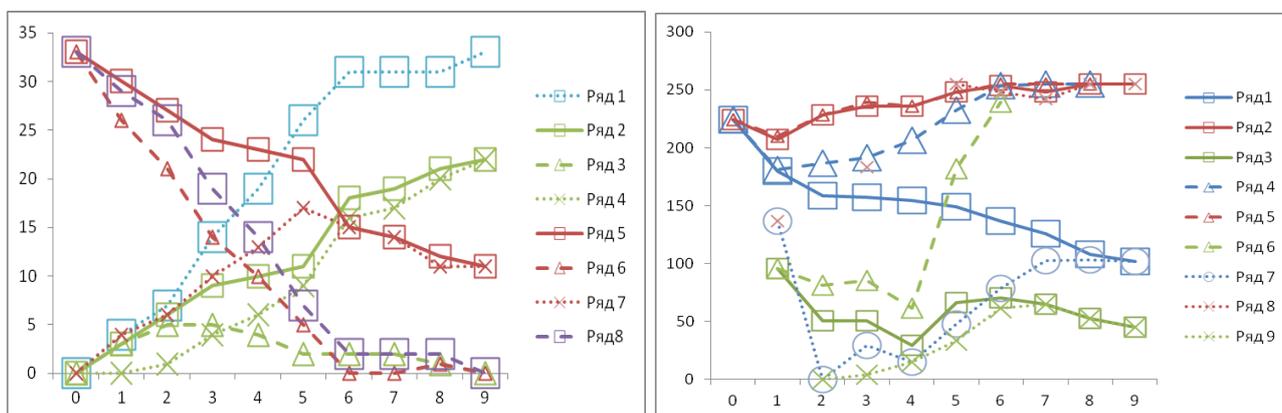
Рис. 6. Признак 3 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

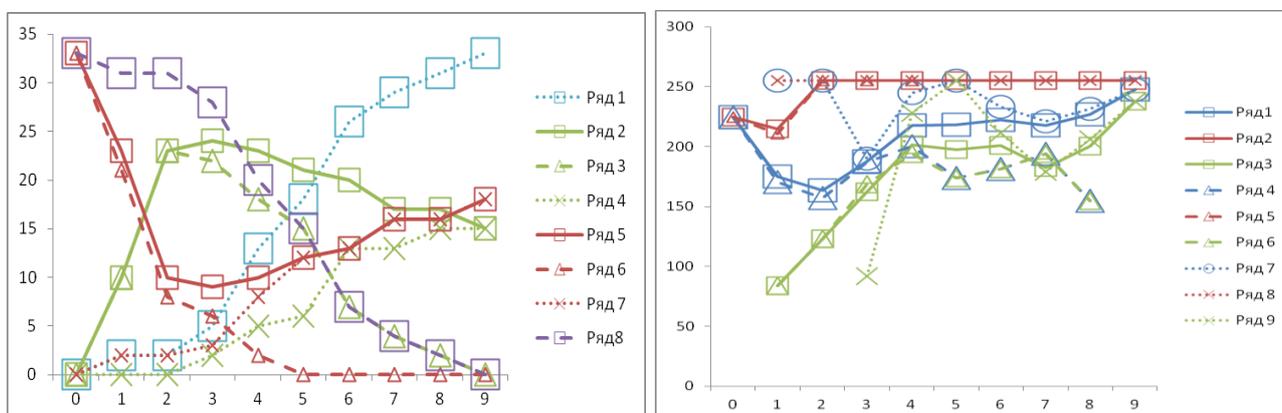
Рис. 7. Признак 4 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

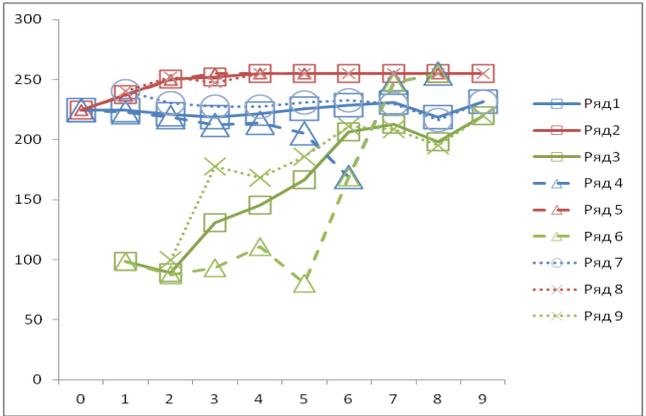
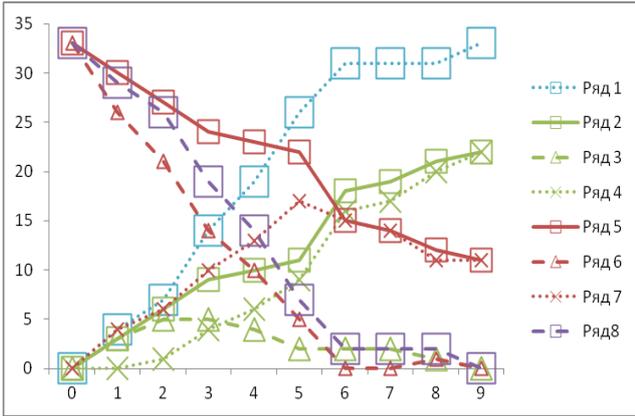
Рис. 8. Признак 4 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

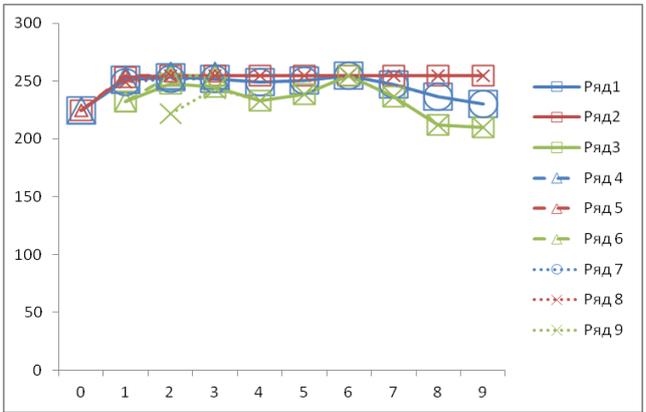
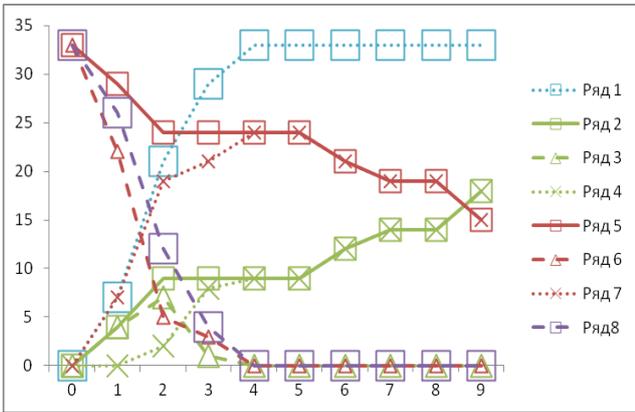
Рис. 9. Признак 5 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

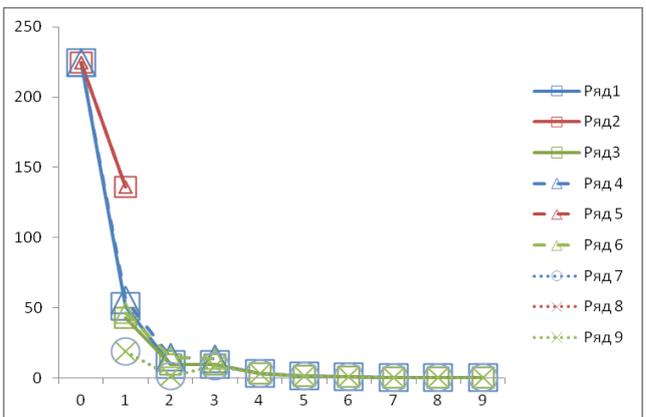
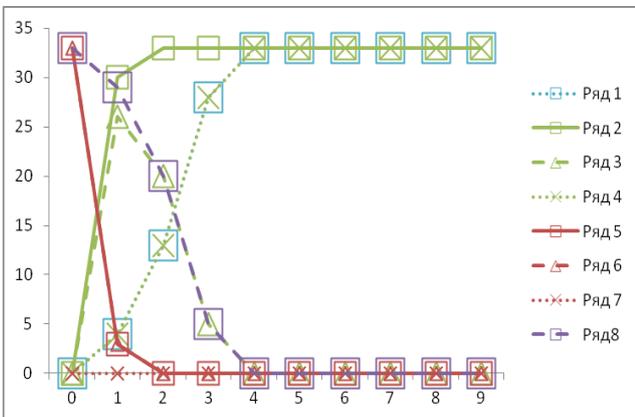
Рис. 10. Признак 5 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

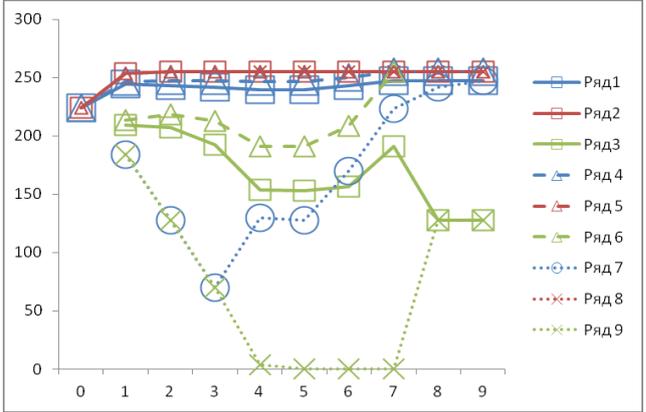
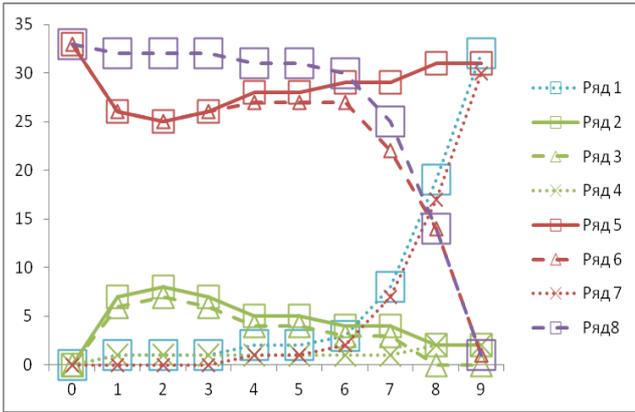
Рис. 11. Признак 6 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

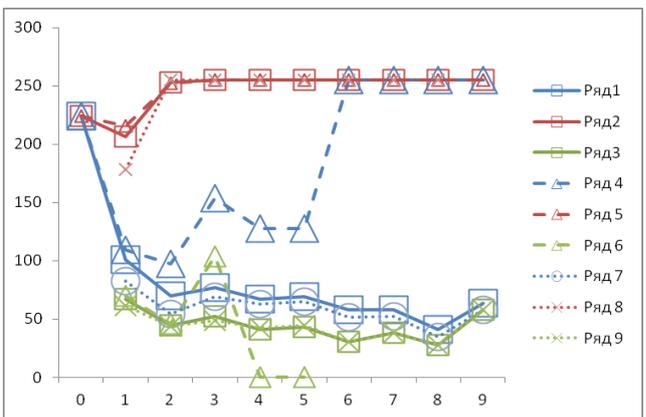
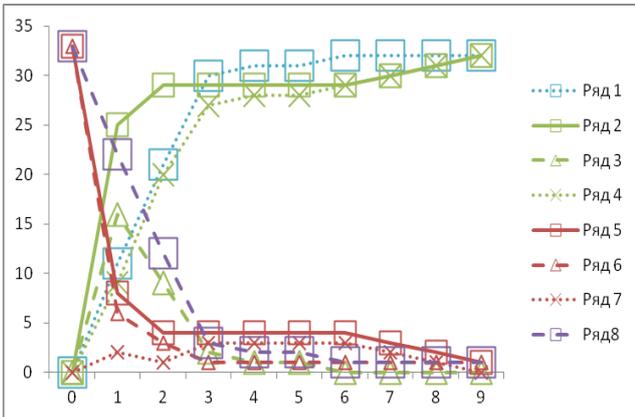
Рис. 12. Признак 6 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

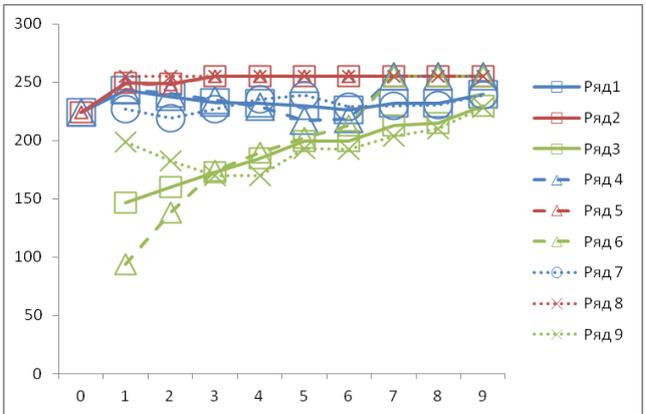
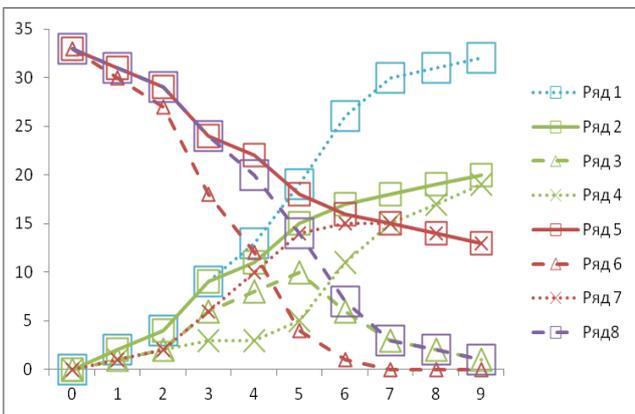
Рис. 13. Признак 7 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

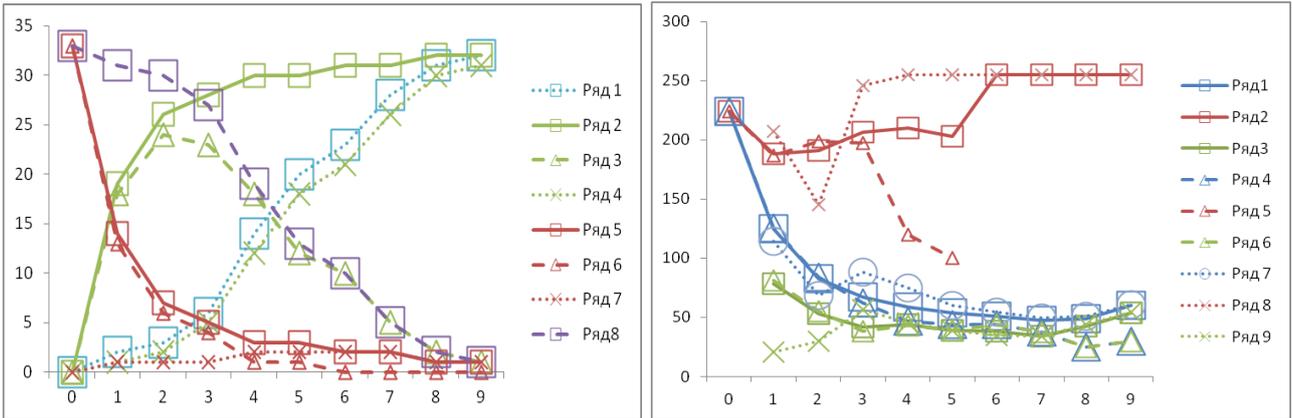
Рис. 14. Признак 7 (уменьшение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
«5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
«5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 15. Признак 8 (увеличение)



а) «1»- N^{ex} , «2»- N_e , «3»- N_e^{in} , «4»- N_e^{ex} ,
 «5»- N_w , «6»- N_w^{in} , «7»- N_w^{ex} , «8»- N^{in}

б) «1»- E , «2»- E_w , «3»- E_e , «4»- E^{in} ,
 «5»- E_w^{in} , «6»- E_e^{in} , «7»- E^{ex} , «8»- E_w^{ex} , «9»- E_e^{ex}

Рис. 16. Признак 8 (уменьшение)