



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков,**  
**Н.В. Пестрякова**

О свойствах классификатора  
при незначительных  
отклонениях параметров  
крови от нормы

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при незначительных отклонениях параметров крови от нормы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 70. 26 с.  
<https://doi.org/10.20948/prepr-2021-70>  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-70>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков, Н.В. Пестрякова**

**О свойствах классификатора  
при незначительных отклонениях  
параметров крови от нормы**

**Москва — 2021**

**Б.М. Гавриков, М.Б. Гавриков, Н.В. Пестрякова**

**О свойствах классификатора при незначительных отклонениях параметров крови от нормы**

Описана и реализована математическая модель, предназначенная для численного исследования способности статистического метода классификации к интерполяции и экстраполяции. Разработанный авторами классификатор основан на полиномиально-регрессионном подходе и имеет вероятностные оценки. Он используется для оценивания состояния здоровья человека по параметрам лабораторного анализа периферической крови. Рассматривается база крови при незначительном отклонении от нормы.

**Ключевые слова:** состояние здоровья человека, система организма, периферическая кровь, классификация, полиномиальная регрессия

*Boris Mikhailovich Gavrikov, Mikhail Borisovich Gavrikov, Nadejda Vladimirovna Pestryakova*

**On the properties of the classifier in case of small deviations of blood parameters from the norm**

A mathematical model is described and implemented, intended for the numerical study of the ability of the statistical classification method to interpolate and extrapolate. The classifier developed by the authors is based on the polynomial-regression approach and has probabilistic estimates. It is used to assess the state of human health based on the parameters of laboratory analysis of peripheral blood. The blood base is considered with a small deviation from the norm.

**Key words:** human health, body system, peripheral blood, classification, polynomial regression

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 18-29-26008, 18-29-26009.

## **Оглавление**

Введение .....	3
Метод классификации.....	3
Численное моделирование искажений.....	5
Эритроциты RBC[L <sup>-1</sup> ].....	7
Тромбоциты PLT[L <sup>-1</sup> ].....	9
Лейкоциты WBC[L <sup>-1</sup> ].....	10
Гемоглобин HGB[gL <sup>-1</sup> ].....	11
Лимфоциты LYMPH[L <sup>-1</sup> ].....	13
Лимфоциты LIMPН [%].....	14
Гранулоциты GRAN [L <sup>-1</sup> ].....	16
Гранулоциты GRAN [%].....	17
Заключение.....	19
Библиографический список.....	20

## Введение

Настоящая работа является завершающей в цикле, посвященном исследованию способности распознавателей к обобщениям. Использовался разработанный авторами статистический классификатор, основанный на полиномиально-регрессионном подходе и имеющий вероятностные оценки [1]. Он предназначен для оценивания состояния здоровья человека (СЗЧ) по результатам лабораторного анализа периферической крови. Предложенный подход может применяться для анализа разработок, использующих иные методы и ориентированных на распознавание объектов произвольной природы.

Введены новые понятия: интерполяционные и экстраполяционные свойства метода, в рамках которых разработана и реализована [2,3,4] математическая модель для численного исследования поведения классификатора при распознавании обучающего множества в процессе его усиливающегося искаженного Модифицированные объекты получены заданным преобразованием из тех, на которых осуществлялось обучение.

Каждый из имеющихся четырех классов рассматривался по отдельности. С одной стороны, это несколько «утяжелило» данное исследование. В свое оправдание заметим, что используемая в работе база показателей крови является уникальной по принципу построения. Ее фрагмент, относящийся к классу здоровых людей, представляет собой многомерный куб по числу показателей крови, для каждого из которых есть некоторый приемлемый диапазон (с поправкой на вырожденность по нескольким параметрам). Остальные три части, соответствующие больным людям с разной степенью поражения организма, набирались экспертами-медиками, исходя из их собственных представлений, а не по принципу «больше-меньше».

В итоге мы ограничились минимально необходимым количеством классов: два крайних и два промежуточных. В то же время большой объем фактического материала позволил получить интересные закономерности и сделать важные обобщения.

В [2,3,4] изучались базы крови соответственно по практически здоровым людям, а также при значительном и максимальном отклонении от нормы. В данной работе описываются результаты, полученные для класса с минимальным поражением состояния здоровья.

## Метод классификации

Общепринятые обозначения и размерность используемых восьми показателей крови: RBC [ $L^{-1}$ ] – эритроциты, HGB [ $gL^{-1}$ ] – гемоглобин, PLT [ $L^{-1}$ ] – тромбоциты, WBC [ $L^{-1}$ ] – лейкоциты, LIMPН [ $L^{-1}$ ], [%] – лимфоциты, GRAN

$[L^{-1}]$ ,  $[\%]$  – гранулоциты (GRAN=NEUT+EOS+BASO, где NEUT $[L^{-1}]$ , $[\%]$  – нейтрофилы, EOS $[L^{-1}]$ , $[\%]$  – эозинофилы, BASO $[L^{-1}]$ , $[\%]$  – базофилы).

Рассматриваем определенную систему организма (СО) человека. Вводим вектор  $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^N$ ,  $i$ -я компонента которого – отнормированная на отрезок  $[0,1]$  величина  $i$ -го показателя крови, причем  $N=8$ . отождествляем  $k$ -й элемент множества классов СЗЧ с базисным вектором  $\mathbf{e}_k=(0\dots 1\dots 0)$  (здесь 1 находится на  $k$ -м месте,  $1 \leq k \leq K$ , причем  $K=4$ ) из  $\mathbf{R}^K$ . Обозначаем  $Y=\{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K\}$ .

Пусть  $p_k(\mathbf{v})$  – вероятность того, что набор отнормированных показателей крови соответствует  $k$ -му элементу СЗЧ, где  $1 \leq k \leq K$ . Искомый класс СЗЧ будет иметь порядковый номер  $r$ , получивший максимальное значение вероятности:

$$p_r(\mathbf{v}) = \max_k \{p_k(\mathbf{v})\}, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (1)$$

Приближенные значения  $p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v})$  представляются в виде конечных многочленов от координат  $\mathbf{v}=(v_1, \dots, v_N)$  и определяются выбором базисных мономов:

$$p_k(\mathbf{v}) \cong c_0^{(k)} + \sum_{i=1}^N c_i^{(k)} v_i + \sum_{i,j=1}^N c_{i,j}^{(k)} v_i v_j + \dots, \quad 1 \leq k \leq K. \quad (2)$$

Представим упорядоченные базисные мономы из (2) в виде вектора размерности  $L$ :

$$\mathbf{x}(\mathbf{v}) = (1, v_1, \dots, v_N, \dots)^T.$$

Тогда (2) можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{p}(\mathbf{v}) = (p_1(\mathbf{v}), \dots, p_K(\mathbf{v}))^T \cong A^T \mathbf{x}(\mathbf{v}), \quad (3)$$

где  $A$  – матрица размера  $L \times K$ , столбцами которой являются векторы  $\mathbf{a}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}^{(K)}$ . Каждый такой вектор составлен из коэффициентов при мономах соответствующей строки (2) (с совпадающим верхним индексом), упорядоченных так же, как в векторе  $\mathbf{x}(\mathbf{v})$ .

Значение  $A$  вычисляется приближенно в процессе обучения с использованием базы данных:  $[\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{y}^{(1)}], \dots, [\mathbf{v}^{(J)}, \mathbf{y}^{(J)}]$ . Здесь  $\mathbf{v}^{(j)}$  – набор параметров крови, соответствующий элементу СЗЧ с номером  $k$  ( $1 \leq k \leq K$ ),  $\mathbf{y}^{(j)} = (0\dots 1\dots 0)$  – его базисный вектор, где 1 стоит на  $k$ -м месте,  $1 \leq j \leq J$ :

$$A \cong \left( \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{x}^{(j)})^T \right)^{-1} \left( \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{x}^{(j)} (\mathbf{y}^{(j)})^T \right). \quad (4)$$

Поскольку проблема обращения заполненной матрицы большой размерности до сих пор не решена [5], правую часть (4) получаем посредством рекуррентной процедуры [6].

В данной работе рассмотрена пищеварительная система для мужчин. В этом случае использовались модификации вектора  $\mathbf{x}(\mathbf{v})$  следующего вида:

$$\mathbf{x}=(1,\{v_i\},\{v_i v_j\},\{v_i v_j v_k\},\{v_i v_j v_k v_l\}),$$

$$1 \leq i \leq 8, i \leq j \leq 8, j \leq k \leq 8, k \leq l \leq 8. \quad (5)$$

В (5) выражения в фигурных скобках соответствуют цепочкам элементов вектора, вычисляемым по всем показателям крови из имеющегося набора. Длина полинома 495. Имеются мономы первого, второго, третьего и четвертого порядка. Перекрестные произведения используются для мономов второго, третьего и четвертого порядка.

Обучающее множество рассматриваемой СО имеет 109 элементов: классы здоровья  $K^1$  и  $K^4$  содержат по 33 набора крови, а классы  $K^2$  и  $K^3$  включают соответственно 17 и 26 элементов.

Обученный классификатор обеспечил 99,2% правильной классификации на обучающем множестве; имеется по одной ошибке на элементах  $K^2$  и  $K^3$ .

### Численное моделирование искажений

Ниже при нумерации классов  $K^1, K^2, K^3, K^4$  используется символ  $c, 1 \leq c \leq 4$ , а число элементов в них обозначено  $|K^1|, |K^2|, |K^3|, |K^4|$ . Признаки  $\Pi_1, \dots, \Pi_8$  перенумерованы посредством символа  $b, 1 \leq b \leq 8$ .

В таблице 1 для  $K^1, K^2, K^3, K^4$  приведены диапазоны, которым принадлежат используемые первичные признаки  $\Pi_1, \dots, \Pi_8$  ( $D_b^c \equiv [l_b^c, r_b^c], 1 \leq c \leq 4, 1 \leq b \leq 8$ ). Также для каждого признака указан соответствующий отрезок по совокупности четырех классов ( $D_b \equiv \bigcup_{1 \leq c \leq 4} D_b^c \equiv [l_b, r_b]$ ). Особенность  $K^1$  заключается в том, что пятый, седьмой и восьмой признаки являются константами (вырожденные случаи).

Таблица 1

#### Интервалы признаков по классам здоровья системы организма

$N$ признака	Класс «1»	Класс «2»	Класс «3»	Класс «4»	Классы «1-2-3-4»
1	[437,548]	[369,574]	[330,573]	[304,586]	[304,586]
2	[170,336]	[102,217]	[61,517]	[134,504]	[61,517]
3	[439,900]	[390,1750]	[220,1380]	[467,2167]	[220,2167]
4	[1310,1630]	[1080,1770]	[860,1680]	[910,1690]	[860,1770]
5	186	[110,450]	[80,310]	[50,380]	[50,450]
6	[208,393]	[171,887]	[184,963]	[51,403]	[51,963]
7	2900	[2300,11700]	[1300,10500]	[2840,19640]	[1300,19640]
8	658	[492,763]	[437,766]	[480,906]	[437,906]

Рассмотрим один из четырех классов ( $c_0$ ). Будем исследовать объекты, полученные из элементов этого класса, входящих в обучающее множество, при модификации признака с номером  $b_0$ . На  $t$ -м шаге

$$v_{b_0} \rightarrow v_{b_0} \pm h_{b_0} \cdot t, h_{b_0} = (r_{b_0} - l_{b_0})/10, t=1, \dots, 9. \quad (6)$$

Опишем, что происходит с элементами обучающего множества в процессе усиления искажения. Изначально имеется только по одной ошибке во втором классе и третьем классах. С нарастанием  $t$  часть элементов выходят за правую или левую границы отрезка  $D_{b_0}^{c_0}$ , в зависимости от увеличения признака (знак «+» в (6)) или его уменьшения (знак «-» в (6)).

Элементы называем внутренними (*in*), если при модификации рассматриваемый признак не покинул рамки соответствующего ему диапазона (табл.1); в противном случае объекты считаются внешними (*ex*).

Кроме того, при модификации может становиться противоположным статус элементов в отношении правильности классификации.

На рисунках с литерой «а» показано, как изменяется ряд параметров при увеличении (уменьшении) фиксированного признака  $\Pi_1, \dots, \Pi_8$ . Здесь  $N^{in}$  (Ряд8) – число внутренних элементов, среди которых распознано правильно –  $N_w^{in}$  (Ряд6), неправильно –  $N_e^{in}$  (Ряд3), причем  $N^{in} = N_w^{in} + N_e^{in}$ ; эти величины характеризуют интерполяцию. Количество внешних элементов –  $N^{ex}$  (Ряд1), из них распознано правильно –  $N_w^{ex}$  (Ряд7), неправильно –  $N_e^{ex}$  (Ряд4), причем  $N^{ex} = N_w^{ex} + N_e^{ex}$ ; это характеристики экстраполяции. Кроме того, изображена динамика определяемого совместно экстраполяцией и интерполяцией количества распознаваний: ошибочных –  $N_e = N_e^{in} + N_e^{ex}$  (Ряд2), правильных –  $N_w = N_w^{in} + N_w^{ex}$  (Ряд5), причем  $N_e + N_w = |K^c|$ ,  $N^{in} + N^{ex} = |K^c|$ .

*Интервал интерполяции (экстраполяции)* определяется выполнением условия  $N^{in} > 0$  ( $N^{ex} > 0$ ).

Будем оценивать *интерполяционные (экстраполяционные) свойства* метода следующим образом. Если на каком-то интервале изменения  $t$  имеем:  $N_e^{in} < N_w^{in}$  ( $N_e^{ex} < N_w^{ex}$ ), то считаем это признаком *хорошей интерполяции (экстраполяции)*; напротив, при выполнении  $N_e^{in} > N_w^{in}$  ( $N_e^{ex} > N_w^{ex}$ ) *интерполяция (экстраполяция) плохая*. Равенство соответствующих величин означает *посредственное* качество. Для получения количественных характеристик имеет значение соотношение величин в левой и правой частях приведенных неравенств.

*Устойчивость метода к искажению* определяется наличием и протяженностью интервала, на котором  $N_e < N_w$ . Количественные

характеристики могут быть вычислены с использованием величин в левой и правой частях данного неравенства.

Рисунки с литерой «б» демонстрируют динамику оценок при росте (падении) значения одного из признаков  $\Pi_1, \dots, \Pi_8$ .

Для описанных типов элементов установим соответствие между обозначениями их количества и оценок. Если элементы отнесены к рассматриваемому классу (правильная классификация), то вычисляется математическое ожидание их оценок, причем  $N_w$  соответствует  $E_w$  (Ряд2 на рисунках с литерой «б»),  $N_w^{in} - E_w^{in}$  (Ряд5),  $N_w^{ex} - E_w^{ex}$  (Ряд8). Если модифицированные объекты отошли к другим классам (неправильная классификация), то вычисляется математическое ожидание оценок альтернативы, соответствующей рассматриваемому классу, причем  $N_e$  соответствует  $E_e$  (Ряд3),  $N_e^{in} - E_e^{in}$  (Ряд6),  $N_e^{ex} - E_e^{ex}$  (Ряд9). Если рассматриваются элементы вне зависимости от правильности распознавания, то, с учетом сказанного, всем  $|K^c|$  элементам соответствует  $E$  (Ряд1),  $N^{in} - E^{in}$  (Ряд4),  $N^{ex} - E^{ex}$  (Ряд7).

Выполнение условий  $E_e^{in}=255$  или  $E_e^{ex}=255$  соответствует фатальному нарушению оценок. Если на всем интервале изменения  $t$  выполняется  $\min_{0 \leq t \leq 9} E_w \leq \max_{0 \leq t \leq 9} E_e$ , где в качестве  $E_w$  может фигурировать как  $E_w^{in}$ , так и  $E_w^{ex}$ , а  $E_e$  соответствует  $E_e^{in}$  или  $E_e^{ex}$ , то разделение оценок по диапазонам отсутствует.

Ниже ограничимся рассмотрением первого класса ( $c_0=1$ ), соответствующего минимальным отклонениям здоровья от нормы. На рисунках с литерой «а» показано, что в исходном состоянии  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in} = 1$ . Соответственно на рисунках с литерой «б» на нулевом шаге  $E^{in} = 163$ ,  $E_w^{in} = 169$ ,  $E_e^{in} = 72$ .

## Эритроциты RBC[L<sup>-1</sup>]

При увеличении  $\Pi_1$  интерполяция существует до седьмого шага интервала искажения. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), принимающее с пятого шага нулевое значение (рис.1а). Соответственно  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) растет до 12 на третьем шаге, а затем падает, при выполнении  $N_e^{in} \equiv N^{in}$  с пятого шага. Аналогично динамике отношения  $N_w^{in}/N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) убывает (рис.1б). Сходным образом изменяется  $E_e^{in}$  (Ряд6), причем от пятого шага  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ , и эти две величины равны нулю на последнем отрезке интерполяции.  $E_w^{in}$  (Ряд5) после незначительного понижения на первом шаге

повышается: с третьего по четвертый шаг  $E_w^{in} \equiv 255$ . Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция хорошая до первого шага, а далее плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и принимающее до второго шага нулевое значение  $N_e^{ex}$  (Ряд4) нарастают и устанавливаются на максимуме 17 на последнем отрезке интервала искажения (рис.1а). С первого по третий шаг  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \equiv 2$  (Ряд7), а затем к пятому  $-N_w^{ex}$  падает до нуля.  $E^{ex}$  (Ряд7) понижается (рис.1б), что согласуется с динамикой долевого соотношения  $N_w^{ex} : N_e^{ex}$  в  $N^{ex}$ . На третьем шаге появляются ошибки:  $E_e^{ex} = 85$  (Ряд9); далее  $E_e^{ex}$  также в целом убывает. С пятого шага  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ , и на последнем отрезке интервала искажения эти две величины равны нулю. На первом шаге  $E_w^{ex} = 225$ , затем  $E_w^{ex}$  падает, но не ниже 153. Приведенные закономерности свидетельствуют, что оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{ex}$  и  $E_e^{ex}$  разделены. Экстраполяция на первом и втором шагах хорошая, на третьем – посредственная, а затем переходит в плохую.

$N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до седьмого шага, а далее  $N_e \equiv N^{ex} \equiv 17$  (рис.1а); следовательно, устойчивость классификатора к такому искажению плохая.

**При уменьшении  $\Pi_1$**  интерполяция также существует до седьмого шага интервала искажения. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), принимающее с четвертого шага нулевое значение (рис.2а). Соответственно,  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) растет до 8 на третьем шаге, а затем падает, при выполнении  $N_e^{in} \equiv N^{in}$  с четвертого шага. Аналогично динамике отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) понижается (рис.2б). Сходным образом изменяется  $E_e^{in}$  (Ряд6), причем от четвертого шага  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ , и эти две величины равны нулю на двух последних отрезках интерполяции.  $E_w^{in}$  (Ряд5) после незначительного понижения на первом шаге повышается: на третьем шаге  $E_w^{in} = 255$ . Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция хорошая до первого шага, а далее плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд4) нарастают:  $N^{ex}$  устанавливается на максимуме 17 на последнем отрезке интервала искажения, а  $N_e^{ex}$  достигает 15 в конце (рис.2а).  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) колеблется между 3 и 4 с первого по восьмой шаг, а затем уменьшается до 2.  $E^{ex}$  (Ряд7) понижается (рис.2б), что согласуется с динамикой отношения  $N_w^{ex} / N_e^{ex}$ . На первом шаге появляется ошибка:  $E_e^{ex} = 96$  (Ряд9); далее  $E_e^{ex}$  в целом также убывает. На первом

шаге  $E_w^{ex}=186$ , затем после небольшого понижения  $E_w^{ex}$  нарастает, и с пятого шага  $E_w^{ex}\equiv 255$ . Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{ex}$  и  $E_e^{ex}$  разделены. Экстраполяция на первом и втором шагах хорошая, а затем плохая.

$N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до третьего шага, на четвертом –  $N_e = N^{ex}$ , а далее  $N_e < N^{ex}$  (рис.2а); следовательно, устойчивость классификатора к такому искажению плохая, затем посредственная, и после этого хорошая.

## Тромбоциты $PLT[L^{-1}]$

При увеличении  $\Pi_2$  интерполяция существует до второго шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается до первого шага медленнее, чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), а на втором шаге  $N^{in} = N_w^{in}$  (рис.3а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) к первому шагу повышается до 4, а со следующего –  $N_e^{in} \equiv 0$ . Противоположно изменению отношения  $N_e^{in} / N_w^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) на первом отрезке падает от 163 до 129 (рис.3б), а на следующем – нарастает до 176. На всем этом интервале  $E_w^{in}$  (Ряд5) монотонно увеличиваются от 169 до 176. С первого по второй шаг  $E_e^{in}$  (Ряд6) незначительно повышается от 72 до 74. Диапазоны  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Оценивание обоснованное. Интерполяция всюду хорошая.

Число внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) нарастает и с третьего шага устанавливается на максимуме 17 (рис.3а).  $N_e^{ex}$  (Ряд4) сначала также увеличивается: с третьего по шестой шаг  $N_e^{ex} \equiv 15$ , а затем уменьшается к концу интервала искажения до 11.  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) повышается до 3 к первому шагу, со второго по шестой –  $N_w^{ex} \equiv 2$ , а к последнему – увеличивается до 6. Этой динамике  $N_w^{ex} / N_e^{ex}$  соответствует падение  $E^{ex}$  (Ряд7) с первого по шестой шаг от 141 до 51, а также дальнейший рост к концу до 116 (рис.3б).  $E_w^{ex}$  (Ряд8) повышается с первого по второй шаг от 211 до 255, а затем устанавливается на этом значении (с небольшими отклонениями).  $E_e^{ex}$  (Ряд9) от значения 99 на первом шаге в целом понижается, совершая при этом колебания на низком уровне. Оценивание обоснованное. Диапазоны  $E_e^{ex}$  и  $E_w^{ex}$  разделены. Экстраполяция везде плохая.

Устойчивость классификатора до первого шага плохая (рис.3а), поскольку  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1), а далее – хорошая ( $N_e < N^{ex}$ ).

При уменьшении  $\Pi_2$  интерполяция также существует до второго шага, до которого число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее, чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6) (рис.4а).  $N^{in} -$

$N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) к первому шагу повышается до 5, а к следующему понижается до 3. В соответствии с изменением отношения  $N_w^{in}/N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) на двух отрезках падает от 163 до 120 (рис.4б). На этом интервале  $E_w^{in}$  (Ряд5) монотонно увеличивается от 169 до 255, а  $E_e^{in}$  (Ряд6) незначительно колеблется, в целом несущественно повышается от 72 до 75. Диапазоны  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Оценивание обоснованное. Интерполяция с первого по второй шаг меняется от хорошей к плохой.

Число внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) нарастает и устанавливается с третьего шага на максимуме 17 (рис.4а).  $N_e^{ex}$  (Ряд4) также увеличивается: с предпоследнего шага  $N_e^{ex} \equiv 17$ .  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) ко второму шагу повышается до 4, а затем понижается: с восьмого шага  $N_w^{ex} \equiv 0$ . Этой динамике  $N_w^{ex}/N_e^{ex}$  соответствует падение  $E^{ex}$  (Ряд7) от 110 на первом шаге до нуля – на последнем отрезке (рис.4б). Аналогично изменяется  $E_e^{ex}$  (Ряд9), принимающее значение 60 на первом шаге, причем с восьмого –  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ .  $E_w^{ex}$  (Ряд8) повышается с первого по третий шаг от 185 до 255, затем устанавливается (с небольшими отклонениями) на этом значении, а на седьмом шаге падает до 147. Оценивание обоснованное. Диапазоны  $E_e^{ex}$  и  $E_w^{ex}$  разделены. Эстраполяция везде плохая.

Устойчивость классификатора до первого шага плохая (рис.4а), поскольку  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1), а далее – хорошая ( $N_e < N^{ex}$ ); с восьмого шага  $N_e \equiv N^{ex}$ .

## Лейкоциты WBC[L<sup>-1</sup>]

При увеличении  $\Pi_3$  интерполяция существует до шестого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) падает заметно медленнее, чем  $N_w^{in}$  (Ряд6) – количество безошибочных распознаваний среди них, причем  $N_w^{in} \equiv 0$  с четвертого шага (рис.5а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) нарастает до 16 на четвертом шаге, с которого начинает падать, при выполнении  $N^{in} \equiv N_e^{in}$ . Аналогично динамике отношения  $N_w^{in}/N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) уменьшается от исходного значения 163, и с четвертого шага  $E^{in} \equiv 11$  (рис.5б).  $E_e^{in}$  (Ряд6) от начальной величины 72 сначала повышается до 90, а затем понижается; с четвертого шага  $E^{in} \equiv E_e^{in} \equiv 11$ .  $E_w^{in}$  (Ряд5) увеличивается от 169, и со второго шага  $E_w^{in} \equiv 255$ . Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция уже с первого шага плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд 1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд 4) нарастают при полном их совпадении: с первого до четвертого шага  $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 1$ , а с седьмого –

$N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 17$  (рис. 5а).  $E^{ex} \equiv E_e^{ex} \equiv 0$  с первого по третий шаг, а далее  $E^{ex} \equiv E_e^{ex} \equiv 11$  (рис. 5б). Оценивание обоснованное:  $E^{ex}$  находится на низком уровне при  $N_w^{ex} \equiv 0$ . Экстраполяция всюду исключительно плохая.

Поскольку  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до стабилизации этих величин на максимуме 17 с седьмого шага, устойчивость классификатора плохая (рис.5а).

**При уменьшении  $\Pi_3$**  интерполяция имеется также до шестого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее (рис.6а), чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), достигающее нулевого уровня с третьего шага.  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) сначала повышается: на первом и втором шагах  $N_e^{in} \equiv 3$ , затем понижается: с третьего шага до конца интервала интерполяции  $N^{in} \equiv N_e^{in} \equiv 1$ . Вначале  $E^{in} = 163$  (Ряд4),  $E_e^{in} = 72$  (Ряд6); затем эти величины колеблются, но в целом повышаются: с третьего шага  $E^{in} \equiv E_e^{in} \equiv 255$  – оценивание неадекватное (рис.6б).  $E_w^{in}$  (Ряд5) увеличивается от 169 до 238 ко второму шагу. Интерполяция до первого шага хорошая, далее плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд4) нарастают почти синхронно (рис.6а); с третьего шага  $N^{ex} \equiv N_e^{ex}$ , а с седьмого – эти величины устанавливаются на максимуме 17. На первом шаге  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} = 3$  (Ряд7), а затем  $N_w^{ex}$  понижается, и с третьего шага  $N_w^{ex} \equiv 0$ .  $E^{ex}$  (Ряд7) от значения 88 на первом шаге падает (рис.6б), что согласуется динамикой долевого соотношения  $N_w^{ex} : N_e^{ex}$  в  $N^{ex}$ .  $E_e^{ex}$  (Ряд9) также в целом понижается от значения 62 на первом шаге; с третьего шага  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ , а с седьмого – эти величины равны 31.  $E_w^{ex}$  с первого ко второму шагу уменьшается от 141 до 135. Оценивание обоснованное. Диапазоны  $E_e^{ex}$  и  $E_w^{ex}$  разделены. Экстраполяция плохая везде.

$N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) со второго шага до установления этих величин на максимуме с седьмого шага (рис.6а) – устойчивость классификатора низкая; на первом шаге она посредственная:  $N_e = N^{ex}$ .

## **Гемоглобин HGB[gL<sup>-1</sup>]**

**При увеличении  $\Pi_4$**  интерполяция существует до седьмого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) падает существенно медленнее, чем  $N_w^{in}$  (Ряд6) – количество безошибочных распознаваний среди них, причем  $N_w^{in} \equiv 0$  с пятого шага (рис.7а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) нарастает ко второму шагу до 13, а

затем падает, при выполнении  $N^{in} \equiv N_e^{in}$  с пятого шага. Аналогично динамике отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) уменьшается от исходного значения 163 до 73 к третьему шагу, затем к пятому – увеличивается до 103; далее  $E^{in}$  опять убывает до 18 в последней точке интерполяции (рис.7б).  $E_e^{in}$  (Рядб) от исходной величины 72 повышается к первому шагу до 86, а затем повторяет всю динамику  $E^{in}$  вначале на более низком уровне, а с пятого шага  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ .  $E_w^{in}$  (Ряд5) от неискаженного значения 169 увеличивается к четвертому шагу до 255. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция на первом шаге хорошая, а далее плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд 1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд 4) нарастают при полном их совпадении: с первого до второго шага  $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 1$ , а с восьмого –  $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 17$  (рис. 7а).  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ : эти величины изменяются аналогично  $E^{in}$ : падают от 67 на первом шаге, принимают нулевые значения со второго по третий шаг, на седьмом – достигают максимума 70, а далее понижаются, и на двух последних отрезках  $E^{ex} \equiv E_e^{ex} \equiv 18$  (рис. 7б). Оценивание обоснованное:  $E^{ex}$  находится на низком уровне при  $N_w^{ex} \equiv 0$ . Экстраполяция всюду исключительно плохая.

Поскольку  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до стабилизации этих величин на максимуме 17 с восьмого шага, устойчивость классификатора плохая (рис.7а).

**При уменьшении  $\Pi_4$**  интерполяция имеется также до седьмого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) падает заметно медленнее, чем  $N_w^{in}$  (Рядб) – количество безошибочных распознаваний среди них:  $N_w^{in} \equiv 0$  с четвертого шага (рис.8а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) нарастает: со второго по третий шаг  $N_e^{in} = 8$ , а затем падает, причем  $N^{in} \equiv N_e^{in}$  с четвертого шага, а с пятого по седьмой – эти величины равны 1. Аналогично динамике отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) уменьшается от исходного значения 163 до 52 к четвертому шагу; затем (на участке стабилизации  $N_w^{in} \equiv 0$ ,  $N_e^{in} \equiv 1$ )  $E^{in}$  к пятому шагу увеличивается до 96 и опять убывает: принимает нулевое значение на последнем отрезке интерполяции (рис.8б).  $E_e^{in}$  (Рядб) от исходной величины 72 повышается к первому шагу до 82, а затем повторяет всю динамику  $E^{in}$ : вначале на более низком уровне, а с четвертого шага  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ .  $E_w^{in}$  (Ряд5) от неискаженного значения 169 в целом увеличивается к третьему шагу до 255. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция плохая уже с первого шага.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд4) нарастают:  $N^{ex}$  устанавливается на максимуме 17 на последнем отрезке интервала искажения, а

$N_e^{ex}$ , имеющее нулевое значение на первом шаге, достигает 16 в конце (рис.8а). С первого по третий шаг  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \equiv 4$  (Ряд7), далее  $N_w^{ex}$  уменьшается: с пятого по восьмой шаг  $N_w^{ex} \equiv 2$ , и в конце  $N_w^{ex} = 1$ .  $E^{ex}$  (Ряд7) в целом понижается от 172 на первом шаге до 60 в конце (рис.8б), что противоположно динамике отношения  $N_e^{ex} / N_w^{ex}$ . На втором шаге появляются ошибки с нулевой оценкой; после повышения на четвертом шаге  $E_e^{ex} = 98$  (Ряд9); далее  $E_e^{ex}$  в целом убывает. На первом шаге  $E_w^{ex} = E^{ex} = 172$ , затем  $E_w^{ex}$  нарастает, и на последнем отрезке интервала искажения  $E_w^{ex} \equiv 255$ . Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{ex}$  и  $E_e^{ex}$  разделены. Экстраполяция на первом и втором шагах хорошая, на третьем – посредственная, а затем плохая.

$N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до четвертого шага, а далее  $N_e < N^{ex}$  (рис.8а); следовательно, устойчивость классификатора к такому искажению плохая, а затем хорошая.

## Лимфоциты LYMPH[L<sup>-1</sup>]

При увеличении  $P_5$  интерполяция существует до восьмого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) понижается намного медленнее, чем  $N_w^{in}$  (Ряд6) – количество безошибочных распознаваний среди них:  $N_w^{in} \equiv 0$  с третьего шага (рис.9а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) нарастает к третьему шагу до 16, а затем падает, при выполнении  $N^{in} \equiv N_e^{in}$ . Аналогично динамике отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) уменьшается от исходного значения 163 до 30 к третьему шагу; затем с учетом падения  $N_e^{in}$  при  $N_w^{in} \equiv 0$ ,  $E^{in}$  колеблется: в целом увеличивается до 107 к седьмому шагу, а к следующему – понижается до 60 (рис.9б).  $E_e^{in}$  (Ряд6) от исходной величины 72 повторяет всю динамику  $E^{in}$  вначале на более низком уровне, а с третьего шага  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ .  $E_w^{in}$  (Ряд5) от неискаженного значения 169 увеличивается ко второму шагу до 230. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция становится плохой уже с первого шага.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд 1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд 4) нарастают при полном их совпадении: с первого до третьего шага  $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 1$ , на четвертом и пятом –  $N^{ex} \equiv N_e^{ex} \equiv 2$ , а затем эти величины увеличиваются линейно до предпоследнего шага; в конце  $N^{ex} = N_e^{ex} = 17$  (рис. 9а). Всюду  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ : эти величины принимают максимальное значение 255 с первого по пятый шаг (неадекватная оценка), падают до 50 к седьмому шагу, а на последнем –  $E^{ex} = E_e^{ex} = 149$  (рис. 9б). Экстраполяция всюду исключительно плохая.

Устойчивость классификатора плохая, поскольку  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) везде, кроме последнего шага, где эти величины равны (рис.9а).

При уменьшении  $P_5$  интерполяция имеется также до восьмого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее (рис.10а), чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), достигающее нулевого уровня с третьего шага.  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) повышается ко второму шагу до 6, затем понижается: с третьего до четвертого шага  $N^{in} \equiv N_e^{in} \equiv 2$ , а далее до конца интервала интерполяции  $N^{in} \equiv N_e^{in} \equiv 1$ . Вначале  $E^{in} = 163$  (Ряд4),  $E_e^{in} = 72$  (Ряд6); эти величины колеблются, но в целом повышаются: с пятого шага  $E^{in} \equiv E_e^{in} \equiv 255$  – оценивание неадекватное (рис.10б).  $E_w^{in}$  (Ряд5) увеличивается от 169 до 219 ко второму шагу. Интерполяция до первого шага хорошая, далее плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд4) нарастают почти синхронно (рис.10а); с пятого шага  $N^{ex} \equiv N_e^{ex}$ , и в конце интервала искажения эти величины достигают максимума 17.  $N^{ex} - N_w^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) с колебанием нарастает до 3 к третьему шагу, а затем падает: с пятого –  $N_w^{ex} \equiv 0$ .  $E^{ex}$  (Ряд7) от значения 150 на первом шаге совершает колебания, но в целом понижается (рис.10б), что согласуется с немонотонным изменением долевого соотношения  $N_w^{ex} : N_e^{ex}$  в  $N^{ex}$  до пятого шага.  $E_e^{ex}$  (Ряд9) изменяется сходным с  $E^{ex}$  образом от значения 119 на первом шаге, причем вначале на более низком уровне, а с пятого шага  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$ .  $E_w^{ex}$  с первого ко второму шагу увеличивается от 197 до 255, а далее уменьшается к четвертому шагу до 222. Оценивание обоснованное. Диапазоны  $E_e^{ex}$  и  $E_w^{ex}$  разделены. Экстраполяция плохая везде.

Выполнение условия  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до предпоследнего шага интервала искажения (рис.10а) свидетельствует о плохой устойчивости классификатора, исключая третий шаг, где она хорошая:  $N_e < N^{ex}$ .

## Лимфоциты ЛМРН [%]

При увеличении  $P_6$  интерполяция существует до седьмого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее, чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6) (рис.11а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) к первому шагу повышается до 10, а затем понижается: в последней точке интерполяции  $N_e^{in} = 2$ . В соответствии с изменением отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) на первом отрезке падает от 163 до 138, затем повышается к шестому шагу до 206, а к следующему – падает до 170 (рис.11б).  $E_e^{in}$  (Ряд6) колеблется,

но в целом повторяет динамику  $E^{in}$ : от исходного значения 72 поднимается до 165 и опускается до 128. На этом интервале  $E_w^{in}$  (Ряд5) монотонно увеличивается от 169 и с третьего шага устанавливается на 255. Диапазоны  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены слабо: минимальное значение  $E_w^{ex}=169$  незначительно превышает максимальное –  $E_e^{ex}=165$ . Оценивание обоснованное. Интерполяция уже с первого шага становится плохой; исключением являются четвертый и пятый шаги, где она хорошая.

Для экстраполяции  $N^{ex}$  (Ряд 1) и  $N_w^{ex}$  (Ряд 7) нарастают и с восьмого шага стабилизируются на 17 и 12 соответственно, причем  $N^{ex} \equiv N_w^{ex}$  до пятого шага, а с первого до четвертого –  $N^{ex} \equiv N_w^{ex} \equiv 1$  (рис. 11а). На шестом шаге появляется ошибка, а со следующего –  $N^{ex} - N_w^{ex} = N_e^{ex} \equiv 5$  (Ряд 4). С первого по шестой шаг  $E^{ex} \equiv 255$  (Ряд7); на следующих двух шагах  $E^{ex}$  имеет более низкие значения: 219 и 218, а затем повышается к концу до 240 (рис.11б). Динамика  $E^{ex}$  противоположна изменению отношения  $N_e^{ex}/N_w^{ex}$ . С первого шага  $E_w^{ex} \equiv 255$  (Ряд 8).  $E_e^{ex}$  (Ряд 9) появляется на шестом шаге с неадекватной оценкой 255; далее  $E_e^{ex}$  понижается до 129, а на последнем отрезке повышается до 204. Экстраполяция везде хорошая.

Устойчивость классификатора до шестого шага плохая, а далее хорошая (рис.11а).

**При уменьшении  $P_6$**  интерполяция имеется также до седьмого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается в целом медленнее (рис.12а), чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), достигающее нулевого уровня с третьего шага (исключая  $N_w^{in}=1$  при  $N^{in}=1$  в конце интервала интерполяции).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) сначала повышается: на первом шаге  $N_e^{in}=5$ , затем понижается: с третьего по шестой шаг  $N_e^{in} \equiv 1$ , а со следующего –  $N_e^{in} \equiv 0$ . Сходно с изменением долевого соотношения  $N_w^{in} : N_e^{in}$  в  $N^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) уменьшается от 163 до 10 к третьему шагу (рис.12б), затем увеличивается и достигает 125 в конце интервала интерполяции, где  $N^{in} = N_w^{in} = 1$ . Аналогично,  $E_e^{in}$  (Ряд6) к третьему шагу понижается от исходного значения 72 до 10, а далее, при выполнении  $E_e^{in} \equiv E_w^{in}$ , повышается к шестому шагу до  $E_e^{in}=78$ .  $E_w^{in}$  (Ряд5) увеличивается на первых двух отрезках от начального значения 169 до 224, а на седьмом шаге  $E_w^{in}=125$ . Диапазоны  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция хорошая как до первого шага, так и на седьмом, а между ними – плохая.

Для внешних элементов  $N_e^{ex}$  (Ряд4) увеличивается до 14 к концу интервала искажения, а  $N_w^{ex} \equiv 17$  (Ряд1) на последнем отрезке (рис.12а).  $N_w^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) повышается: на втором и третьем шагах  $N_w^{ex} \equiv 5$ , а затем понижается и колеблется в диапазоне 2-4 до конца.  $E_w^{ex}$  (Ряд7) в целом уменьшается от значения 187 на первом шаге до 69 (рис.12б), при этом незначительно колеблется, сходно с изменением отношения  $N_w^{ex}/N_e^{ex}$ . На первом шаге  $E_w^{ex} = 252$  (Ряд8), на трех следующих –  $E_w^{ex} \equiv 255$ , а затем  $E_w^{ex}$  совершает колебания, не опускаясь ниже 181.  $E_e^{ex}$  (Ряд9) от 56 на первом шаге повышается до 152, а к концу опускается до 33. Диапазоны оценок  $E_w^{ex}$  и  $E_e^{ex}$  разделены. Экстраполяция на первом шаге хорошая, далее плохая.

До первого шага  $N_e > N_w^{ex}$  (Ряд2, Ряд1), а далее неравенство меняется на противоположное (рис.12а); следовательно, вначале устойчивость классификатора к такому искажению плохая, а затем хорошая.

## Гранулоциты GRAN [L<sup>-1</sup>]

При увеличении  $\Pi_7$  интерполяция имеется до пятого шага. Число внутренних элементов  $N_w^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее (рис.13а), чем количество правильных распознаваний среди них  $N_e^{in}$  (Ряд6): на последнем шаге интерполяции  $N_w^{in} = 2$ ,  $N_e^{in} = 1$ .  $N_w^{in} - N_e^{in} = N_w^{in}$  (Ряд3) повышается до 8 к четвертому шагу, а к следующему понижается до 1 (рис.13б).  $E_w^{in}$  (Ряд5) и  $E_e^{in}$  (Ряд6) от неискаженных значений 163, 169 и 72 нарастают:  $E_w^{in} \equiv 255$  со второго шага, а  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  достигают этой величины в последней точке интерполяции. Равенство  $E_e^{in} = 255$  говорит о неадекватности оценивания. Интерполяция до третьего шага хорошая, на следующих двух шагах соответственно плохая и посредственная.

Для внешних элементов  $N_w^{ex}$  (Ряд1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд4), с учетом появления ошибок на четвертом шаге, увеличиваются:  $N_w^{ex} \equiv 17$ ,  $N_e^{ex} \equiv 16$  соответственно с шестого и седьмого шага (рис.13а).  $N_w^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) повышается: на четвертом и пятом шагах  $N_w^{ex} \equiv 3$ , а затем понижается: с седьмого шага  $N_w^{ex} \equiv 1$ .  $E_w^{ex} \equiv 255$  (Ряд7) с первого до четвертого шага, а затем  $E_w^{ex}$  в целом уменьшается до 210 (рис.13б), при этом незначительно колеблется. С первого шага  $E_w^{ex} \equiv 255$ . На четвертом шаге появляются ошибки с неадекватной оценкой:  $E_e^{ex} = 255$  (Ряд9); далее  $E_e^{ex}$  опускается до 207. Экстраполяция хорошая с первого шага, на четвертом – посредственная, далее плохая.

До четвертого шага  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1), а далее неравенство меняется на противоположное (рис.13а); следовательно, вначале устойчивость классификатора к такому искажению плохая, а затем хорошая.

**При уменьшении  $\Pi_7$**  интерполяция также существует до пятого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается медленнее, чем количество безошибочных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), принимающее со второго шага нулевое значение (рис.14а). Соответственно,  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) нарастает до 8 на первом шаге, а затем падает, при выполнении  $N_e^{in} \equiv N^{in}$  со второго шага. Аналогично динамике отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) понижается от исходного значения 163 (рис.14б). Сходным образом изменяется  $E_e^{in}$  (Ряд6) от начальной величины 72, причем от второго шага  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ , и эти две величины равны 16 на двух последних отрезках интерполяции.  $E_w^{in}$  (Ряд5) понижается к первому шагу от 169 до 152. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция с первого шага плохая.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и  $N_e^{ex}$  (Ряд4), при выполнении  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \equiv 0$  (Ряд7), синхронно нарастают до максимума 17 на шестом шаге (рис.14а). Далее  $N^{ex} \equiv 17$ ;  $N_e^{ex}$  уменьшается до 14, а  $N_w^{ex}$  увеличивается до 3 к концу интервала искажения. С первого по шестой шаг (рис.14б)  $E^{ex} \equiv E_e^{ex}$  (Ряд7, Ряд9); эти величины колеблются, но в целом нарастают от 52 до 154. Далее при увеличении  $N_w^{ex}$  и уменьшении  $N_e^{ex}$  с седьмого по девятый шаг  $E^{ex}$  повышается от 139 до 195, в соответствии с динамикой  $N_w^{ex} / N_e^{ex}$ ;  $E_e^{ex}$  также увеличивается от 132 до 176. С седьмого шага  $E_w^{ex} \equiv 255$  (Ряд8). Оценивание обоснованное. Диапазоны  $E_e^{ex}$  и  $E_w^{ex}$  разделены. Экстраполяция всюду плохая.

Устойчивость классификатора к искажению до пятого шага плохая, на шестом – посредственная, а далее хорошая (рис.14а).

## Гранулоциты GRAN [%]

**При увеличении  $\Pi_8$**  интерполяция существует до пятого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) падает существенно медленнее, чем  $N_w^{in}$  (Ряд6) – количество безошибочных распознаваний среди них, причем  $N_w^{in} \equiv 0$  со второго шага (рис.15а).  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) нарастает ко второму шагу до 11, а затем падает при выполнении  $N^{in} \equiv N_e^{in}$ . Аналогично динамике отношения  $N_w^{in} / N_e^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) уменьшается от исходного значения 163 до 51 ко второму шагу; затем к концу интервала интерполяции  $E^{in}$  увеличивается до 113

(рис.15б).  $E_e^{in}$  (Ряд6) от исходной величины 72 понижается к первому шагу до 40, со следующего –  $E^{in} \equiv E_e^{in}$ .  $E_w^{in}$  (Ряд5) от начального значения 169 за один шаг уменьшается до 150. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Интерполяция плохая уже с первого шага.

Для внешних элементов  $N^{ex}$  (Ряд1) и принимающее на первом шаге нулевое значение  $N_e^{ex}$  (Ряд4) нарастают и устанавливаются на максимуме 17 с шестого шага (рис.15а). С первого по второй шаг  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex} \equiv 2$  (Ряд7), а к следующему –  $N_w^{ex}$  падает до нуля.  $E^{ex}$  (Ряд7) от 201 на первом шаге заметно понижается до 60 к третьему шагу (рис.15б), что согласуется с динамикой долевого соотношения  $N_w^{ex} : N_e^{ex}$  в  $N^{ex}$ ; далее наблюдаются колебания, но уровень  $E^{ex}$  в целом несколько уменьшается. На втором шаге появляются ошибки:  $E_e^{ex} = 63$  (Ряд9); далее  $E_e^{ex} \equiv E_e^{ex}$ , уровень незначительно понижается. На первом шаге  $E_w^{ex} = 201$ , к следующему –  $E_w^{ex}$  падает до 163. Оценивание обоснованное. Диапазоны оценок  $E_w^{ex}$  и  $E_e^{ex}$  разделены. Экстраполяция на первом шаге хорошая, а затем плохая.

$N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1) до пятого шага, а далее  $N_e = N^{ex} \equiv 17$  (рис.15а); следовательно, устойчивость классификатора к такому искажению плохая.

**При уменьшении  $\Pi_8$**  интерполяция имеется также до пятого шага. Число внутренних элементов  $N^{in}$  (Ряд8) уменьшается почти везде медленнее (рис.16а), чем количество правильных распознаваний среди них  $N_w^{in}$  (Ряд6), но в конце интервала интерполяции  $N_w^{in} = N^{in} = 1$ .  $N^{in} - N_w^{in} = N_e^{in}$  (Ряд3) повышается к первому шагу до 6, а затем понижается: на пятом шаге  $N_e^{in} = 0$ . Противоположно изменению долевого соотношения  $N_e^{in} : N_w^{in}$  в  $N^{in}$ ,  $E^{in}$  (Ряд4) увеличивается от 163 до 193, затем уменьшается до 142 к четвертому шагу, а на следующем достигает 255 (рис.16б).  $E_e^{in}$  (Ряд6) до четвертого шага в целом повторяет динамику  $E^{in}$ , но на более низком уровне и с колебаниями.  $E_w^{in}$  (Ряд5) увеличивается от начального значения 169, и с третьего шага  $E_w^{in} \equiv 255$ . Диапазоны  $E_w^{in}$  и  $E_e^{in}$  разделены. Оценивание обоснованное. Интерполяция до второго и на пятом шаге хорошая, а между ними плохая.

Для внешних элементов  $N_e^{ex}$  (Ряд4) и  $N^{ex}$  (Ряд1) увеличиваются:  $N_e^{ex} = 15$  в конце интервала искажения, а  $N^{ex} \equiv 17$  с шестого шага (рис.16а).  $N^{ex} - N_e^{ex} = N_w^{ex}$  (Ряд7) колеблется, но повышается до 6 на четвертом шаге, а затем понижается до 2 в конце.  $E^{ex}$  (Ряд7) в целом уменьшается от значения 181 на первом шаге до 52 (рис.16б), сходно с изменением отношения  $N_w^{ex} / N_e^{ex}$ .  $E_w^{ex}$  (Ряд8) увеличивается от значений 181 и 180 на первом и втором шаге, и с третьего –

$E_w^{ex} \equiv 255$ , исключая небольшое отклонение.  $E_e^{ex}$  (Ряд9) от 172 на втором шаге к концу опускается до 25, при этом совершая небольшие колебания. Диапазоны оценок  $E_w^{ex}$  и  $E_e^{ex}$  разделены, но незначительно ( $E_e^{ex}$  приближается к 172, а  $E_w^{ex}$  понижается до 180). Экстраполяция на первом шаге хорошая, далее плохая.

До третьего шага  $N_e > N^{ex}$  (Ряд2, Ряд1), а далее неравенство меняется на противоположное (рис.16а); следовательно, вначале устойчивость классификатора к такому искажению плохая, а затем хорошая.

## Заключение

Проведено исследование способности классификатора к обобщениям на основе разработанной математической модели искажения исходного обучающего множества. В качестве такового использовалась база параметров крови, относящейся ко второму классу, соответствующему небольшим отклонениям от нормы состояния пищеварительной системы для мужчин.

В рамках численного моделирования интерполяционные и экстраполяционные свойства описаны по отдельности.

Было показано, как изменение каждого из признаков влияет на функцию оценки ( $E^{in}$  для интерполяции и  $E^{ex}$  для экстраполяции), которая, в свою очередь, определяет динамику долевого соотношения числа правильных распознаваний и ошибок (соответственно  $N_w^{in} : N_e^{in}$  в  $N^{in}$  и  $N_w^{ex} : N_e^{ex}$  в  $N^{ex}$ ).

Аналогичные результаты были уже продемонстрированы на примере обучающего множества третьего и четвертого классов (значительные и максимальные отклонения состояния здоровья от нормы) [2,3]. В настоящем исследовании получены дополнительные результаты, подтверждающие полученные ранее закономерности. В то же время выявлены некоторые особенности, присущие именно второму классу и отличающие его прочих или сходные с ними.

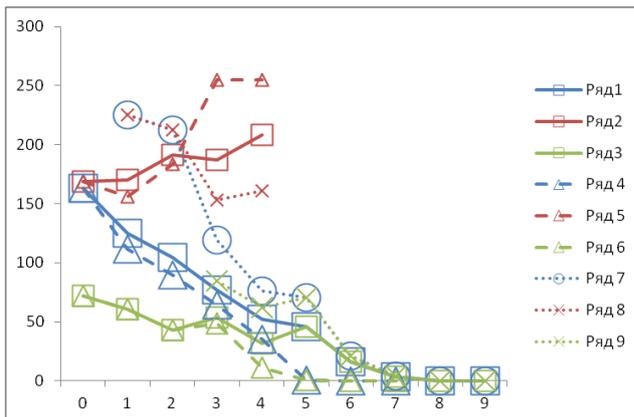
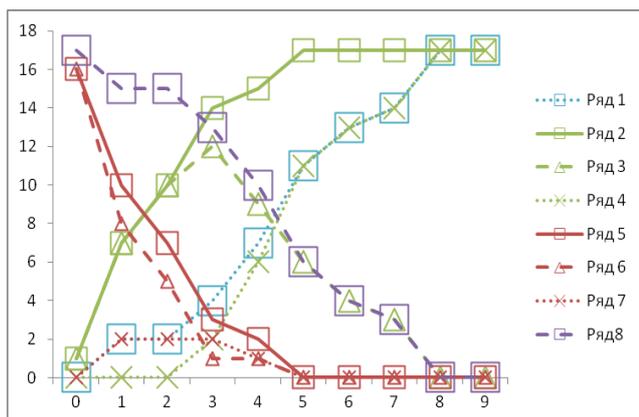
В обучающем множестве второго класса по каждому из параметров крови интервалы интерполяции меньше интервала искажения. Также наблюдается совпадение интервалов интерполяции как при увеличении, так и при уменьшении соответствующего признака; подобное совпадение имело место также для первого и четвертого классов.

В дальнейшем с целью соблюдения чистоты численного эксперимента следует исключить из рассмотрения элемент, который в неискаженном состоянии классифицируется ошибочно:  $N_e = N_e^{in} = 1$  на нулевом шаге.

Полученные в данной серии работ результаты позволяют контролировать адекватность ответа и оценок классификатора.

## Библиографический список

1. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. Статистический метод распознавания на основе нелинейной регрессии // Математическое моделирование, 2020. Т. 32. № 4. С. 116-130. DOI: 10.20948/mm-2020-04-09.
2. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при значительных отклонениях параметров крови от нормы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 31. 27 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-31.
3. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при нормальных параметрах крови // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 36. 23 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-36.
4. Гавриков Б.М., Гавриков М.Б., Пестрякова Н.В. О свойствах классификатора при максимальных отклонениях параметров крови от нормы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2021. № 64. 27 с. DOI: 10.20948/prepr-2021-64.
5. Гавриков М.Б., Локуциевский О.В. Начала численного анализа. — М.: Янус, 1995.
6. Schürmann J. Pattern Classification. — New York: John Wiley&Sons, Inc., 1996.

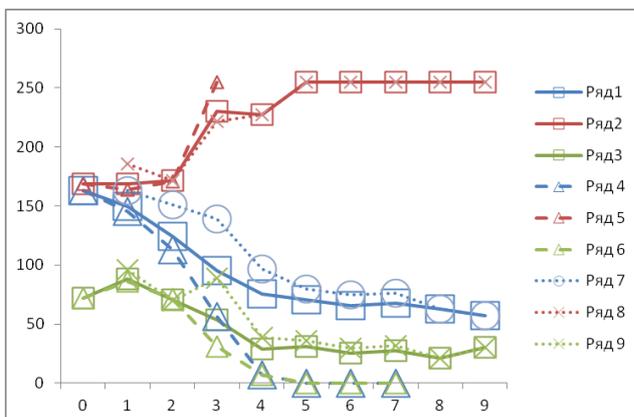
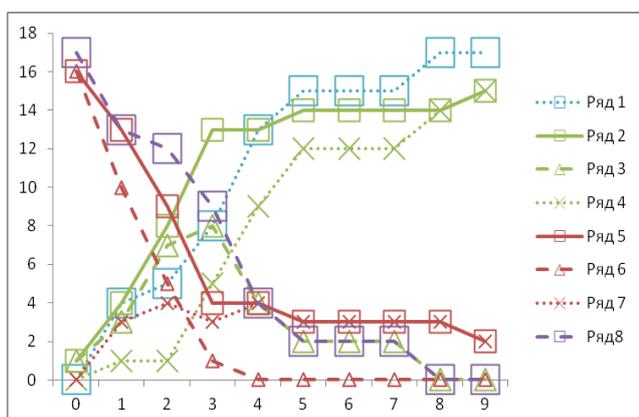


а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_w^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,

«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 1. Признак 1 (увеличение)

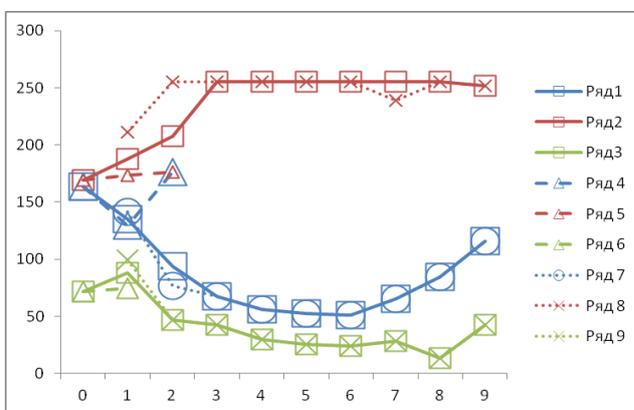
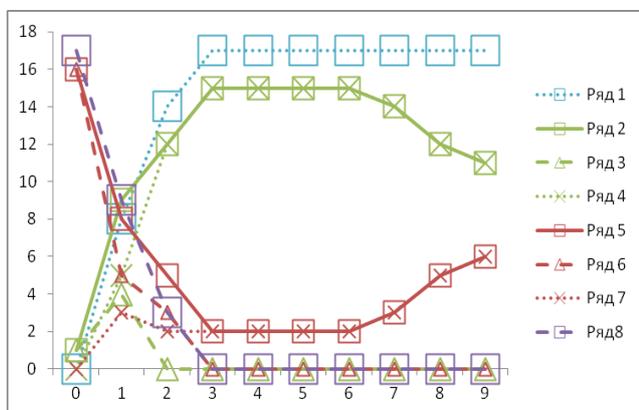


а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_w^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,

«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 2. Признак 1 (уменьшение)

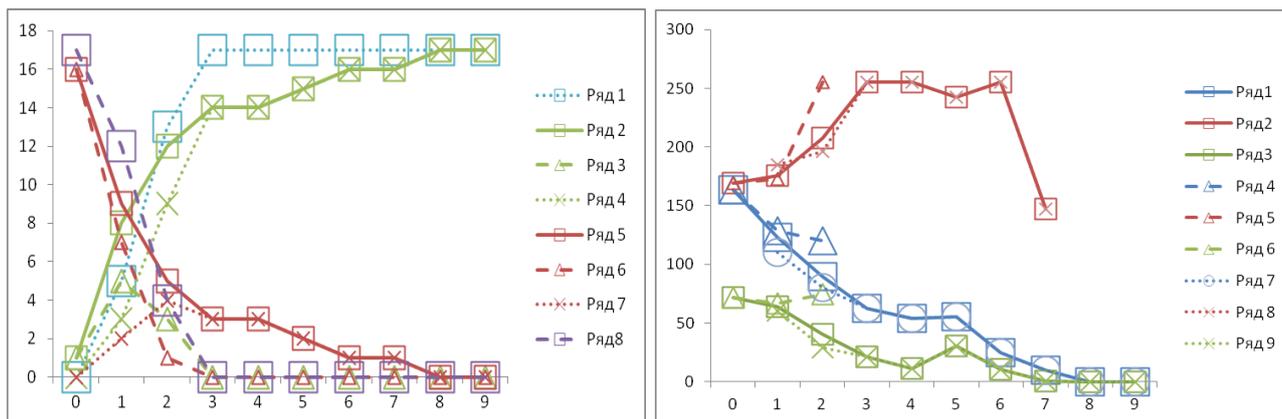


а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_w^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,

«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 3. Признак 2 (увеличение)

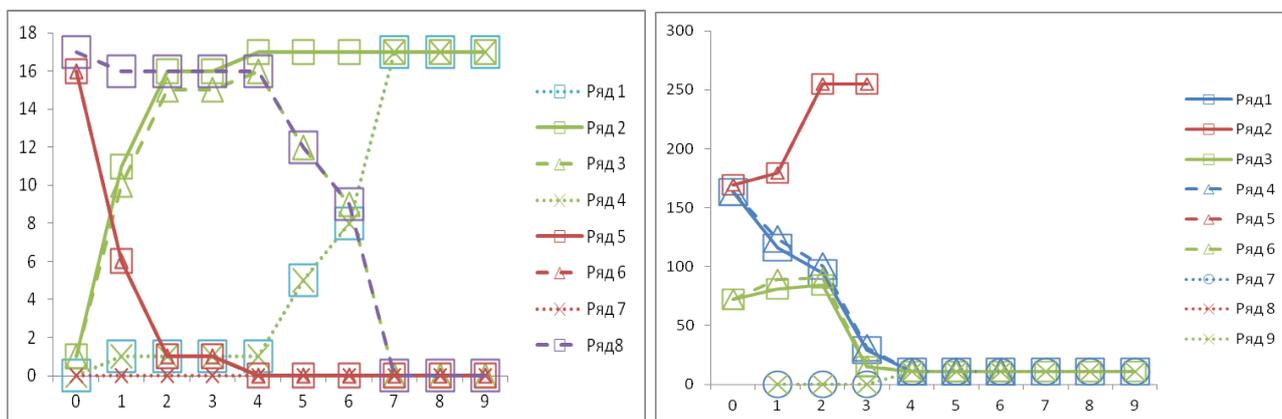


а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,

«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 4. Признак 2 (уменьшение)

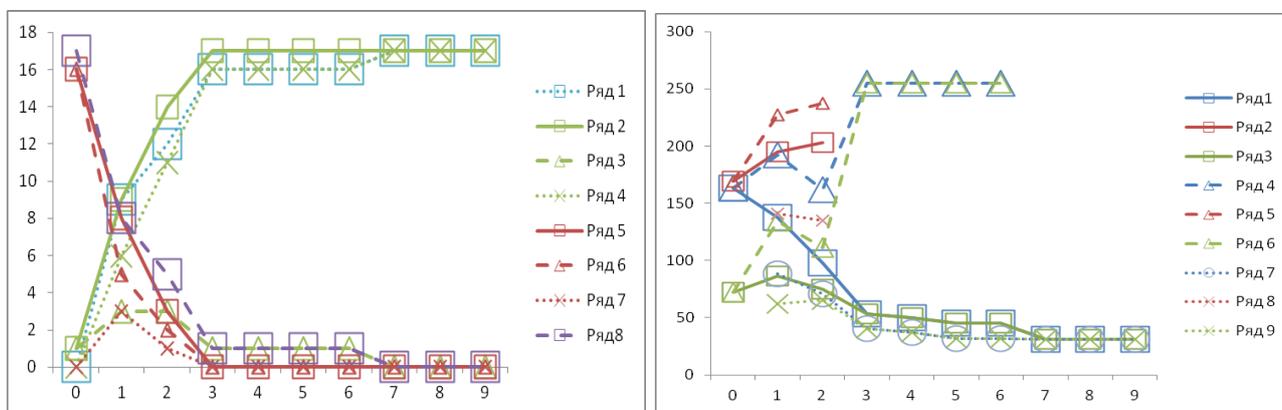


а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,

«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 5. Признак 3 (увеличение)

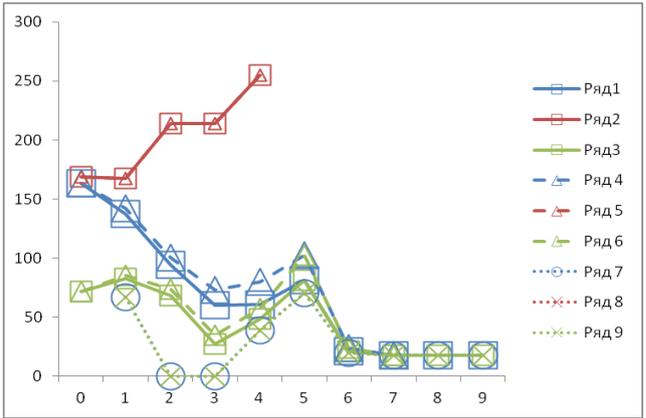
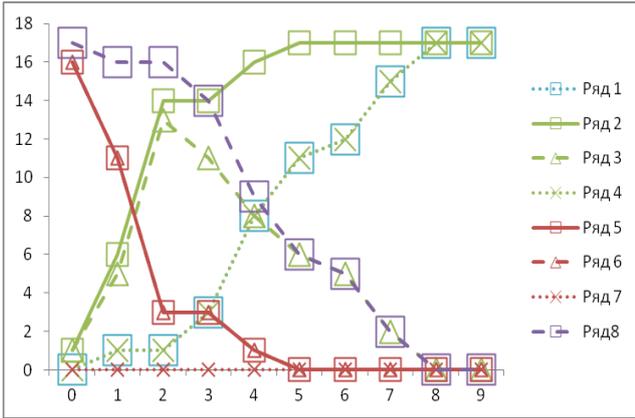


а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,

«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

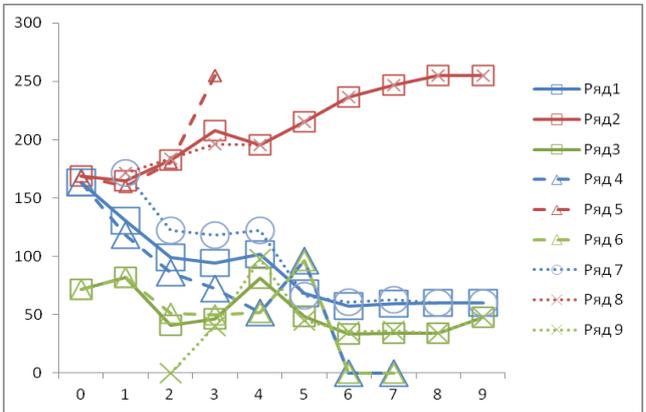
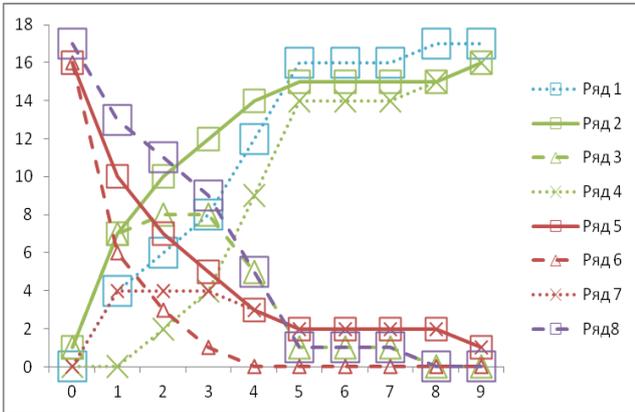
Рис. 6. Признак 3 (уменьшение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

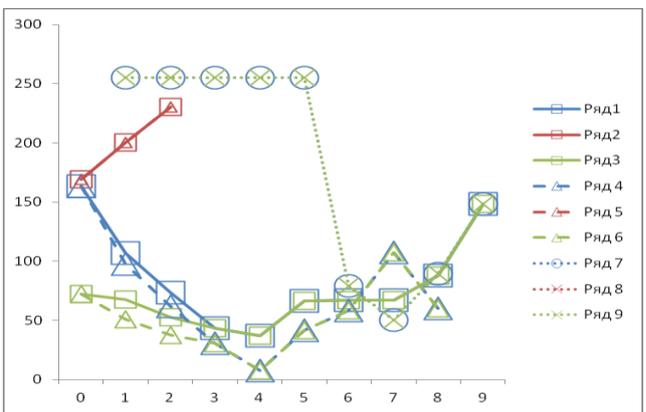
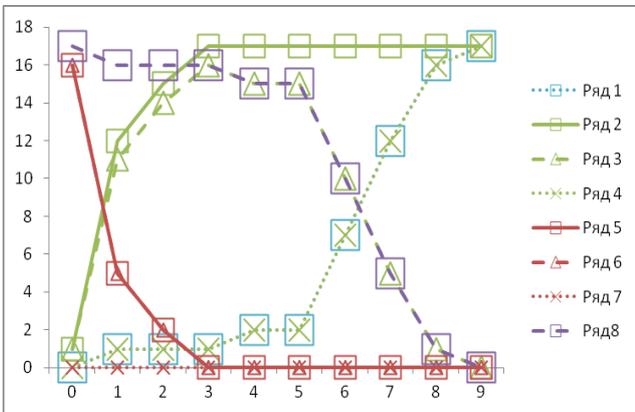
Рис. 7. Признак 4 (увеличение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

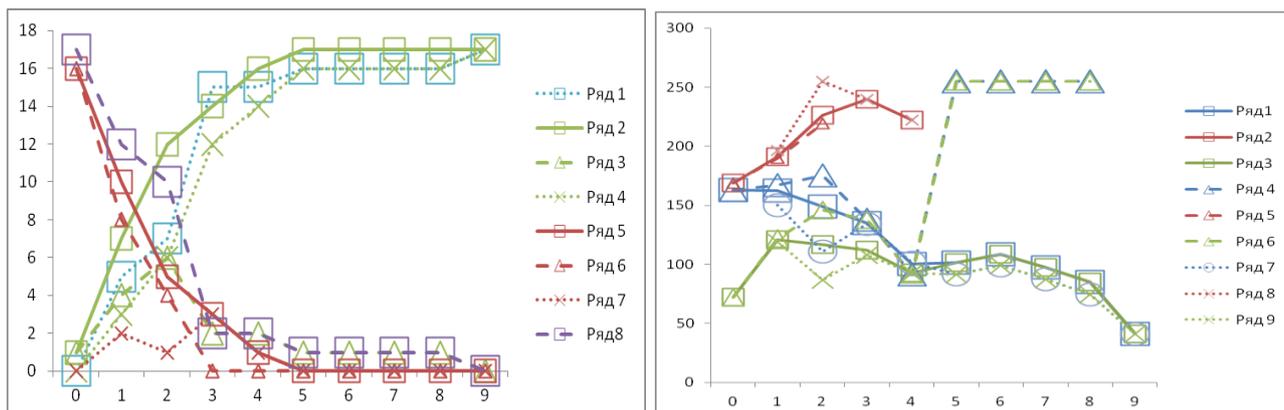
Рис. 8. Признак 4 (уменьшение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

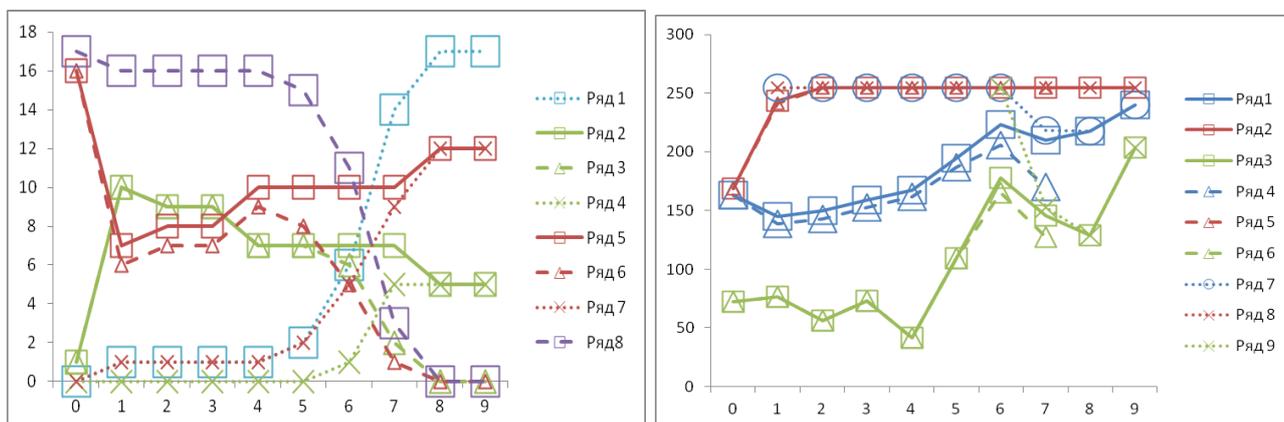
Рис. 9. Признак 5 (увеличение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

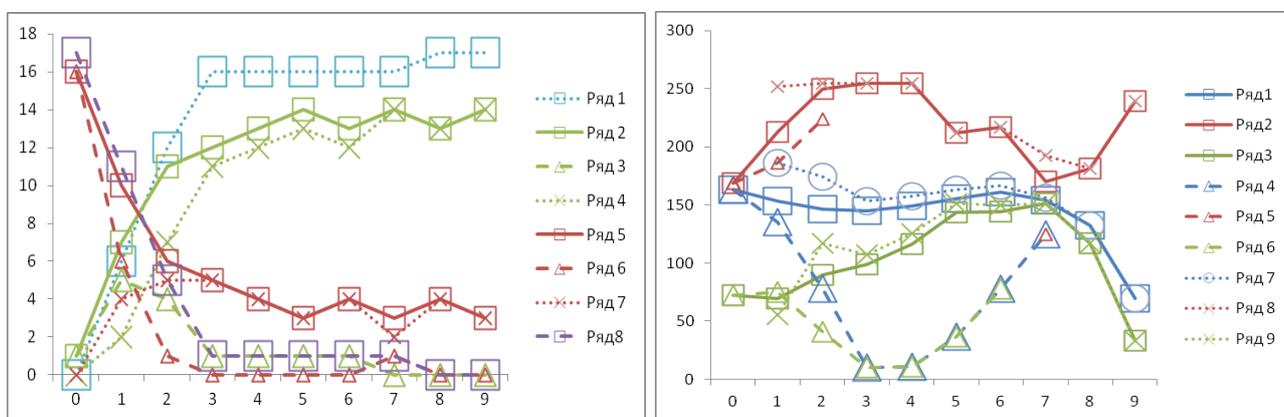
Рис. 10. Признак 5 (уменьшение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

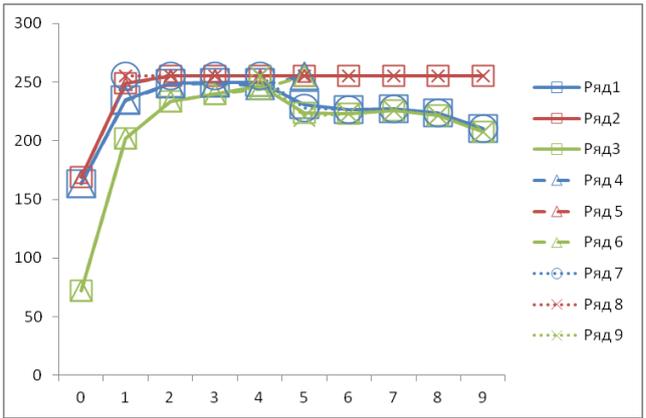
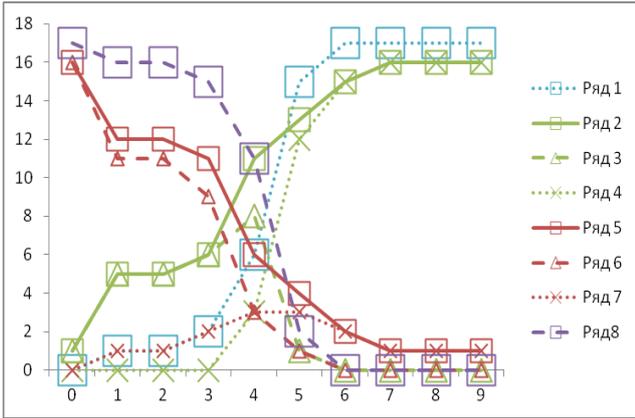
Рис. 11. Признак 6 (увеличение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

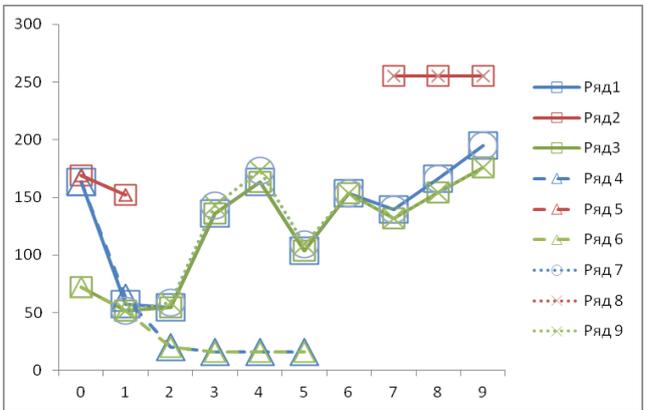
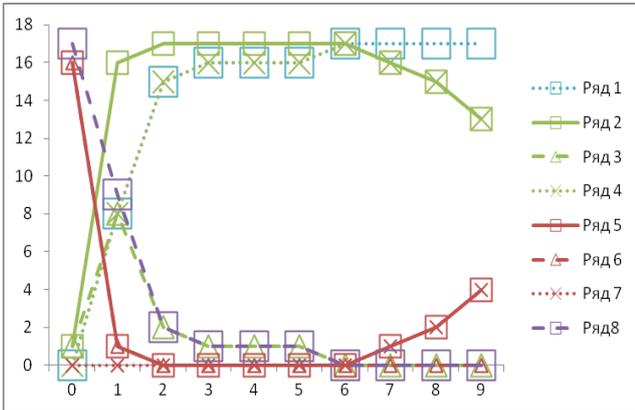
Рис. 12. Признак 6 (уменьшение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

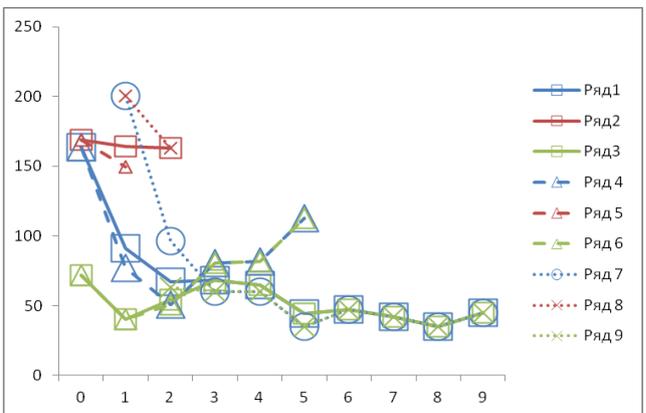
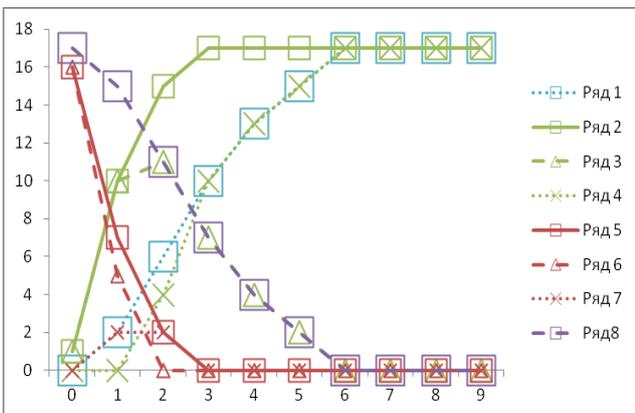
Рис. 13. Признак 7 (увеличение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

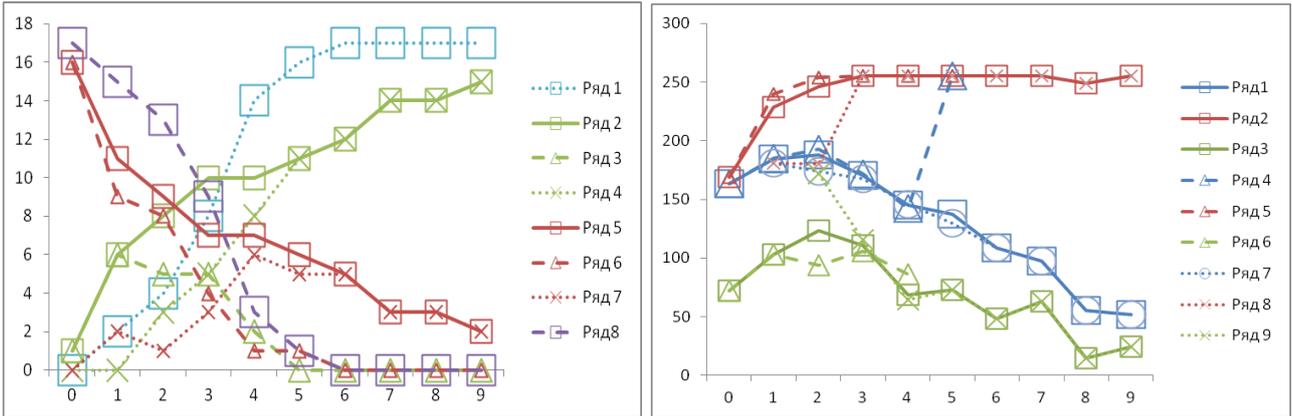
Рис. 14. Признак 7 (уменьшение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
«5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
«5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 15. Признак 8 (увеличение)



а) «1»-  $N^{ex}$ , «2»-  $N_e$ , «3»-  $N_e^{in}$ , «4»-  $N_e^{ex}$ ,  
 «5»-  $N_w$ , «6»-  $N_w^{in}$ , «7»-  $N_w^{ex}$ , «8»-  $N^{in}$

б) «1»-  $E$ , «2»-  $E_w$ , «3»-  $E_e$ , «4»-  $E^{in}$ ,  
 «5»-  $E_w^{in}$ , «6»-  $E_e^{in}$ , «7»-  $E^{ex}$ , «8»-  $E_w^{ex}$ , «9»-  $E_e^{ex}$

Рис. 16. Признак 8 (уменьшение)