

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 75 за 2021 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

<u>Г.К. Боровин, М.В. Захваткин,</u> <u>В.А. Степаньянц</u>, И.В. Усовик

Построение модели эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора, образующегося в результате разрушений

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Построение модели эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора, образующегося в результате разрушений / Г.К. Боровин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 75. 27 с. <u>https://doi.org/10.20948/prepr-2021-75</u> <u>https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-75</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

Г.К. Боровин, М.В. Захваткин, В.А. Степаньянц, И.В. Усовик

Построение модели эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора, образующегося в результате разрушений

Г.К. Боровин, М.В. Захваткин, В.А. Степаньянц, И.В. Усовик Построение модели эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора, образующегося в результате разрушений

В работе предложен подход к построению статистической модели распределения малоразмерной фракции космического мусора в околоземном космическом пространстве, основанный на частной модели эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора. Описан алгоритм прогнозирования эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора, образующихся в результате разрушения «родительского» космического объекта в течение длительного временного интервала, а также система уравнений в вариациях для массовых расчетов и статистических оценок параметров распределения космического мусора в околоземном космическом пространстве. На временном интервале в 10 лет были проведены расчеты для получения общего представления об эволюции и сроке жизни фрагментов космического мусора размером от 0,01 до 1 мм на орбитах реальных и отдельных космических Определено аппаратов. группировок время существования объектов малоразмерной фракции космического мусора указанных размеров в зависимости от параметров орбиты и величины их отношения площади к массе.

Ключевые слова: космический объект, малоразмерная фракция, модель распределения космического мусора

G.K. Borovin, M.V. Zakhvatkin, V.A. Stepanyants, I.V. Usovik

Construction of a model of evolution of objects of small-sized fraction of space debris formed as a result of destruction

The paper proposes a approach for constructing a statistical model for the distribution of a small-sized fraction of space debris in near-earth space, based on a particular model of the evolution of objects of a small-sized fraction of space debris. An algorithm for predicting the evolution of objects of small-sized fraction of space debris formed as a result of the destruction of the parent space object over a long time interval is described, as well as a system of equations in variations for mass calculations and statistical estimates of the parameters of the distribution of space debris in near-earth space. At a time interval of 10 years, calculations were carried out to obtain a common understanding of the evolution and lifetime of fragments of space debris ranging in size from 0.01 to 1 mm in the orbits of real groups and individual spacecraft. The time of existence of objects of small-sized fraction of space debris of the specified sizes depending on the parameters of the orbit and the value of their area-to-mass ratio is determined.

Key words: space object, orbital parameters, model of space debris distribution.

Введение

Разрушения космических объектов (КО) являются одним из основных источников образования космического мусора (КМ). Разрушения КО происходят в результате их столкновений, взрывов остатка топлива в баках или аккумуляторов. Значительная часть объектов КМ образовалась в результате испытаний китайского и американского оружия. На рис.1 схематически представлены этапы определения и прогнозирования параметров модели распределения объектов малоразмерной фракции (МРФ) КМ в околоземном космическом пространстве (ОКП).



Рис. 1. Схема построения модели МРФ КМ

Представленный на схеме процесс построения математической модели опирается на постоянно обновляемые орбитальные данные каталога КО. Источниками объектов МРФ КМ могут быть как обнаруженные, так и неизвестные, но предположительно существующие разрушения. Часть фрагментов КО (как правило, наиболее крупных), образовавшихся в результате разрушений, доступна для наблюдения с Земли. Обработка этих наблюдений позволяет определять орбитальные параметры фрагментов КМ с точностью, достаточной для включения их в каталог и дальнейшего сопровождения.

Анализ моментов времени потери сопровождения каталогизированных КО, времени обнаружения и параметров орбит новых объектов позволяет идентифицировать их в качестве фрагментов разрушения «родительского» КО, определять момент разрушения, характеристики разброса фрагментов и другие параметры разрушения. В ЭТОМ случае разрушение КО считается обнаруженным, его параметры записываются в каталог и в дальнейшем используются для построения модели распределения объектов МРФ КМ в ОКП. Для построения модели распределения и эволюции объектов МРФ КМ в ОКП необходимо учитывать предположительно существующие, но по каким-то причинам не обнаруженные разрушения КО, а также разрушения, ожидаемые на участке прогнозирования, по которым фактическая информация о времени возникновения, характеристиках разброса фрагментов и других параметрах отсутствует. Вместо них используются среднестатистические значения, исторических формирующиеся базе данных прошедших на 0 ранее разрушениях результатах анализа орбитальных параметров И на каталогизированных КО.

полученным По историческом интервале на И на интервале прогнозирования параметрам разрушений формируются исходные данные, необходимые для прогнозирования распределения объектов МРФ КМ в ОКП на время. Формирование исходных данных заданное осуществляется с использованием модели разрушения КО, например, одной из их моделей, описанных в [1-3].

Исходными данными (ИД) для прогнозирования распределения объектов МРФ КМ в ОКП служат:

- орбитальные параметры «родительского» КО,

- математическое ожидание и ковариационная матрица разброса вектора, определяющего среднюю величину и направление скорости фрагментов разрушения относительно «родительского» КО,

- оценка количества фрагментов разрушения, различающихся значением отношения площади Миделя к массе.

Прогнозирование ИД на заданное время осуществляется с использованием модели эволюции объектов МРФ КМ, образовавшихся в результате разрушения.

В [4,5] описана разработанная статистическая модель заполнения космического пространства объектами техногенного происхождения, которая использует каталог орбит космических объектов (КО), построенный на базе отечественных и иностранных источников. Для построения этой модели множество каталогизированных КО объединяются в группы по признаку близости в пространстве четырех орбитальных параметров, характеризующих большую полуось, эксцентриситет и положение плоскости орбит КО, составляющих группу. Распределение КО в каждой группе определяется математическим ожиданием и ковариационной матрицей разброса орбитальных параметров группы

Данная работа является продолжением исследований, приведенных в [4,5]. В ней предложен подход к построению статистической модели распределения МРФ КМ в ОКП, основанный на частной модели эволюции объектов МРФ КМ. Описан алгоритм прогнозирования эволюции объектов МРФ КМ, образующихся в результате разрушения «родительского» космического объекта в течение длительного временного интервала, а также приведена система уравнений в вариациях для массовых расчетов и статистических оценок параметров распределения космического мусора в околоземном космическом пространстве.

В работе представлены результаты расчётов на временном интервале в 10 лет. Полученные результаты дают общее представление об эволюции и сроке жизни фрагментов космического мусора размером от 0,01 до 1 мм на орбитах реальных группировок и орбитах отдельных космических аппаратов.

1. Базовая модель движения объекта малоразмерной фракции космического мусора

Для выполнения массовых расчетов, необходимых для прогнозирования параметров распределения объектов МРФ КМ в ОКП, используется базовая модель движения КО. Прогнозирование параметров распределения объектов МРФ КМ в ОКП осуществляется с использованием множества опорных траекторий. Расчет параметров опорной траектории проводится путем численного интегрирования уравнений движения и уравнений в вариациях [6]. Опорная траектория представляет собой таблицу параметров, строки которой времени $t_1, t_2, \dots, t_m,$ соответствуют узловым моментам на которые осуществляется прогнозирование. В строках Таблицы 1 содержится следующий набор параметров: узловое время, текущий вектор состояния, производные от текущего вектора состояния по элементам орбиты и значению отношения площади к массе.

Таблица 1

Номера столбцов	Обозначение параметров	Описание параметров
1	t	Время
2-7	$\mathbf{X}\left\{x, y, z, v_x, v_y, v_z\right\}$	Текущий вектор состояния КО
8-43	$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}_0}$	Производные от текущего вектора состояния по элементам орбиты КО
44-49	$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial a_{_{AMR}}}$	Производные от текущего вектора состояния по значению отношения площади к массе

Если элементы орбиты \mathbf{q}'_0 и отношение площади к массе a'_{AMR} одного из фрагментов разрушения в начальный момент времени t_0 близки к элементам орбиты \mathbf{q}_0 и отношению площади к массе a_{AMR} , по которым была рассчитана опорная орбита, то, используя линейное приближение, вектор состояния этого фрагмента на любой узловой момент времени t_k можно вычислить по формуле

$$\mathbf{X}'(t_k) \approx \mathbf{X}(t_k) + \frac{\partial \mathbf{X}(t_k)}{\partial \mathbf{q}_0} (\mathbf{q}'_0 - \mathbf{q}_0) + \frac{\partial \mathbf{X}(t_k)}{\partial a_{AMR}} (a'_{AMR} - a_{AMR})$$
(1.1)

Если прогнозирование выполняется на протяженном интервале времени, качестве прогнозируемых параметров целесообразно использовать то В поскольку случае линейная элементы орбиты, В ЭТОМ зависимость прогнозируемых параметров от начальных элементов орбиты сохраняется при больших значениях отклонений элементов орбит $\mathbf{q}_0' - \mathbf{q}_0$ и $a'_{AMR} - a_{AMR}$. В этом случае прогнозируемые элементы орбиты на момент времени t_k можно вычислить по формуле

$$\mathbf{q}'(t_{k}) \approx \mathbf{q}(\mathbf{X}_{k}) + \frac{\partial \mathbf{q}(\mathbf{X}_{k})}{\partial \mathbf{q}_{0}} (\mathbf{q}_{0}' - \mathbf{q}_{0}) + \frac{\partial \mathbf{q}(\mathbf{X}_{k})}{\partial a_{AMR}} (a_{AMR}' - a_{AMR}) =$$

$$= \mathbf{q}(\mathbf{X}_{k}) + \frac{\partial \mathbf{q}_{k}}{\partial \mathbf{X}_{k}} \frac{\partial \mathbf{X}_{k}}{\partial \mathbf{q}_{0}} (\mathbf{q}_{0}' - \mathbf{q}_{0}) + \frac{\partial \mathbf{q}_{k}}{\partial \mathbf{X}_{k}} \frac{\partial \mathbf{X}_{k}}{\partial a_{AMR}} (a_{AMR}' - a_{AMR}) =$$

$$= \mathbf{q}(\mathbf{X}_{k}) + \left(\frac{\partial \mathbf{X}_{k}}{\partial \mathbf{q}_{k}}\right)^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{X}_{k}}{\partial \mathbf{q}_{0}} (\mathbf{q}_{0}' - \mathbf{q}_{0}) + \frac{\partial \mathbf{X}_{k}}{\partial a_{AMR}} (a_{AMR}' - a_{AMR})\right]$$
(1.2)

Такой способ расчета вектора состояния КО при прогнозировании параметров распределения объектов МРФ КМ в ОКП на узловые моменты времени не требует больших вычислительных затрат, поэтому для определения параметров распределения МРФ КМ в ОКП можно воспользоваться методом Монте-Карло. Основные вычислительные затраты при этом приходятся на расчет параметров опорных траекторий.

Ниже описываются уравнения движения и уравнения в вариациях, использующиеся для расчета опорных траекторий.

1.1. Уравнения движения космических объектов

Модель движения КО, использующаяся для прогнозирования параметров опорной траектории, учитывает влияние наиболее существенных возмущающих сил, действующих на него:

- гравитационное влияние Земли (центральная и нецентральная части потенциала),

- гравитационное влияние Луны, Солнца,

- влияние давления солнечной радиации,

- влияние верхней атмосферы.

Предложенная модель движения КО может использоваться для прогнозирования его движения на высотах от 120 до 300000 км над поверхностью Земли.

В инерциальной системе координат ЕМЕ2000, связанной с экватором и равноденствием Земли эпохи 1 января 2000 г., уравнения движения КО в соответствии с вышеперечисленным набором возмущающих факторов записываются в форме

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^{3}} + \mathbf{A}_{GCS}^{EME\,2000} \left[\mathbf{f}_{gf} \left(\mathbf{r}_{GCS} \right) + s \mathbf{f}_{atm} \left(\mathbf{r}_{GCS} , \mathbf{v}_{GCS} \right) \right] + \mathbf{f}_{pm} \left(\mathbf{r} \right) + \kappa \mathbf{f}_{sp} \left(\mathbf{r} \right) \right\}, (1.3)$$

где

$$\mathbf{r} - \text{координаты KA в CK EME2000,}$$

$$\mathbf{r}_{GCS} = \{x_{GCS}, y_{GCS}, z_{GCS}\}^T = \mathbf{A}_{EME2000}^{GCS} \mathbf{r} - \text{координаты KA в CK GCS,}$$

$$\mathbf{V} - \text{вектор скорости KA в CK EME2000,}$$

$$\mathbf{v}_{GCS} = \{v_{GCS,x}, v_{GCS,y}, v_{GCS,z}\} = \mathbf{A}_{EME2000}^{GCS} \mathbf{v} + \mathbf{v}_{\omega} - \text{вектор скорости}$$

КА в гринвичской вращающейся системе координат,

 $\mathbf{v}_{\omega} = \begin{cases} \omega y_{GCS} \\ -\omega x_{GCS} \\ 0 \end{cases}$ вектор, характеризующий изменение скорости при переходе из гринвичской фиксированной системы координат в ГВСК,

 μ – гравитационная постоянная Земли,

 $\mathbf{A}_{\textit{EME\,2000}}^{GCS}$ – матрица перехода из СК ЕМЕ2000 в GCS,

 $\mathbf{A}_{GCS}^{EJ\,2000} = \left[\mathbf{A}_{EME\,2000}^{GCS}\right]^T$ – матрица перехода из GCS в CK EJ2000,

транспонированная к матрице $A_{EME\,2000}^{GCS}$,

 \mathbf{f}_{gf} – (gravity field) функция для расчета возмущающего ускорения КА, вызванного нецентральностью гравитационного поля,

 $S\mathbf{f}_{atm}(\mathbf{r}_{GCS}, \mathbf{v}_{GCS})$ – (atmosphere) функция для расчета возмущающего ускорения КА, вызванного влиянием атмосферы,

S – баллистический коэффициент,

f_{pm} – (point mass) функция для расчета возмущающего ускорения КА, вызванного влиянием гравитационного поля Солнца, Луны и планет,

 $\kappa \mathbf{f}_{sp}(\mathbf{r})$ – (Solar pressure) функция для расчета возмущающего ускорения КА, вызванного давлением солнечной радиации,

К – коэффициент светового давления.

Особенностью объектов МРФ являются большие значения отношения площади к массе, неопределенность формы и ориентации объектов МРФ и, как следствие, невозможность точного учета влияния на движение КО атмосферы и светового давления. Модель движения КО, используемая для формирования опорной траектории, исходит из предположения сферической формы объектов МРФ. В этом случае площадь Миделя относительно направления на Солнце и набегающего потока атмосферы будет одинаковой и вместо двух параметров – баллистического коэффициента и коэффициента светового давления - можно ограничиться одним параметром - отношением площади к массе.

Давление солнечной радиации F на расстоянии $1\text{AU}\approx 150\cdot 10^9$ м (радиус орбиты Земли) на идеально отражающую поверхность площадью 1 м^2 , расположенную ортогонально направлению на Солнце, составляет $9.1\cdot 10^{-6}$ Н. Для полностью поглощающей поверхности эта сила приблизительно равна $4.5\cdot 10^{-6}$ Н. В общем случае давление солнечной радиации F можно выразить формулой

 $F \approx c_r 4.5 \cdot 10^{-6} \, \text{H/m}^2$,

где C_r – коэффициент отражения, зависящий от свойств поверхности: $c_r = 1$ соответствует полному поглощению излучения, $c_r = 2$ его полному отражению [7].

Ускорение тела площадью Миделя A (сечения, ортогонального направлению солнечных лучей) и массой m, вызванное силой F, определяется формулой

$$\kappa \mathbf{f}_{sp} = F \frac{A}{m} r^2 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}\right|^3}.$$

В отечественной практике принято коэффициент давления от солнечной радиации σ выражать в долях массы Солнца. Представленное в уравнениях (1.3) ускорение, вызванное давлением солнечной радиации, выражается формулой

$$\kappa \mathbf{f}_{sp} = \kappa \mu_{sun} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}\right|^3} ,$$

где

К – коэффициент давления солнечной радиации,

г – геоцентрическое положение КА,

 \mathbf{r}_{sun} – геоцентрическое положение Солнца,

 $\mu_{sun} \approx 132 \cdot 10^{18} \, \text{м}^3/\text{c}^2$ – гравитационная постоянная Солнца.

Тогда имеем:

$$F \frac{A}{m} r^{2} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}|^{3}} = \kappa \mu_{sun} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sun}|^{3}},$$

$$F \frac{A}{m} r^{2} = \kappa \mu_{sun},$$

$$\kappa = F \frac{A}{\mu_{sun}m} r^{2} = c_{r} \frac{4.5 \cdot 10^{-6}}{\mu_{sun}} \frac{A}{m} r^{2} \approx c_{r} 4.5 \cdot 10^{-6} \frac{(150 \cdot 10^{9})^{2}}{132 \cdot 10^{18}} \frac{A}{m} \approx c_{r} 767 \cdot 10^{-6} \frac{A}{m}$$

Задав среднее значение коэффициента $c_r = 1.35$, получим соотношение между отношением площади к массе и коэффициентом светового давления

$$\kappa = 0.001035 \frac{A}{m}.\tag{1.4}$$

В соответствии с рекомендацией [7] сила лобового аэродинамического сопротивления КО выражается формулой

$$F = C_x \frac{\rho v^2}{2} A ,$$

где

А – площадь Миделя относительно направления атмосферного потока,

 ρ – плотность атмосферы,

V – скорость атмосферного потока относительно КО,

С_x – безразмерный коэффициент аэродинамической силы,

В уравнениях (1.3) ускорение КО, вызванное влиянием атмосферы определяется формулой

$$s\mathbf{f}_{atm} = s\rho v^2 \frac{\mathbf{v}}{v}$$
,

где $\frac{V}{V}$ - единичный вектор направления потока, откуда следуют

$$\frac{F}{m} = C_x \frac{\rho v^2}{2} \frac{A}{m} = s \rho v^2,$$
$$C_x \frac{A}{2m} = s.$$

Принимая значение C_x для тела сферической формы равным 1, получим следующую формулу для вычисления баллистического коэффициента S -

$$s = 0.5 \frac{A}{m}.$$
(1.5)

1.2. Уравнения движения и уравнения в вариациях космического объекта в общей форме

Для вычисления производных $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{q}_0}$ и $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial a_{ARM}}$ от текущего вектора состояния КА \mathbf{X} по параметрам движения КА $\mathbf{Q}_0\{\mathbf{q}_0, a_{ARM}\}$ в начальный момент времени t_0 , использующихся в уравнениях (1.1) и (1.2), требуется уравнений решение системы дифференциальных В вариациях. Дифференциальные уравнения в вариациях интегрируются совместно с уравнениями движения КА, поскольку для расчета правых частей системы уравнений в вариациях на текущий момент используется вектор состояния КА.

Учитывая сделанные в разделе (1.1) предположения, баллистический коэффициент S и коэффициент светового давления К можно заменить одним параметром – отношением площади к массе – a_{AMR} . Соответственно, уравнения движения КО (1.3) и уравнения в вариациях КО можно представить в Таблице 2.

Таблица 2

 $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v},$ 6 уравнений движения (1.6) $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, a_{ARM}),$ $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}_0}\right) = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{q}_0}$ 36 уравнений для производных вектора состояния ОТ КО $X{r,v}$ по элементам орбиты $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{q}_0}\right) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{r}}\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}_0} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{q}_0}$ **q**₀ начальный момент времени t_0 (1.7)6 уравнений для производных $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a_{ARM}} \right) = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial a_{ARM}}$ от вектора состояния КО $\mathbf{X}\{\mathbf{r},\mathbf{v}\}$ по величине $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial a_{ARM}}\right) = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{r}}\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a_{ARM}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{v}}\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial a_{ARM}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial a_{ARM}}$ отношения площади к массе a_{ARM}

Здесь правые части уравнений выражаются формулой

$$\mathbf{F}(t,\mathbf{r},\mathbf{v},a_{ARM}) = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^{3}} + \mathbf{A}_{GCS}^{EME\,2000} \left[\mathbf{f}_{gf} \left(\mathbf{A}_{EME\,2000}^{GCS} \mathbf{r} \right) + 0.5 a_{AMR} \mathbf{f}_{atm} \left(\mathbf{A}_{EME\,2000}^{GCS} \mathbf{r}, \mathbf{A}_{EME\,2000}^{GCS} \mathbf{v} + \mathbf{v}_{\omega} \right) \right] + .$$
$$+ \mathbf{f}_{pm} \left(\mathbf{r} \right) + 0.001035 a_{AMR} \mathbf{f}_{sp} \left(\mathbf{r} \right)$$

Неизвестными переменными в уравнениях (1.6) являются элементы матриц $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}_0}$, $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{q}_0}$, $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial a_{ARM}}$, $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial a_{ARM}}$. Производные от текущего вектора

состояния в начальный момент времени t_0 по вектору \overline{X}_0 представляют собой единичную матрицу, а производные по баллистическому коэффициенту *S* и коэффициенту давления солнечного излучения \mathcal{K} – нулевые векторы.

В качестве начальных условий для интегрирования системы уравнений движения (1.5) и уравнений в вариациях (1.6) используются

- вектор состояния КО в момент времени t_0 - \mathbf{X}_0 ,

- матрица частных производных размерностью 6х6 от начального вектора состояния по элементам орбиты на момент времени $t_0 - \frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial \mathbf{q}_0}$, - 6-мерный вектор производных от вектора состояния КА по значению отношения площади в момент времени t_0 к массе $\frac{\partial \mathbf{X}_0}{\partial a_{AMR}} = 0$ (в начальный

момент времени все компоненты этого вектора обращаются в нуль).

В качестве элементов орбиты $\mathbf{q}\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$ используется следующий набор параметров:

 $q_1 = a$ большая полуось $q_2 = \varphi_1 = e \sin \omega$ компоненты вектора Лапласа $q_3 = \varphi_1 = e \cos \omega$ компоненты вектора Лапласа $q_4 = i$ наклонение $q_5 = \Omega$ долгота восходящего узла $q_6 = t_{\Omega}$ время прохождения восходящего узла,

е – эксцентриситет,

О – аргумент перигея

2. Исходные данные для построения статистической модели эволюции космического мусора

Для прогнозирования параметров распределения объектов МРФ КМ в ОКП, образовавшихся в результате разрушений, необходимо учитывать ранее происшедшие (исторические) разрушения и разрушения, ожидаемые на участке прогнозирования от текущего момента времени до момента прогнозирования. Параметры распределения объектов МРФ КМ в ОКП формируются путем объединения результатов прогнозирования отдельных разрушений на интересующий момент времени. В соответствии с этим в качестве исходных данных (ИД) для расчета эволюции объектов МРФ КМ используются исходные данные отдельных разрушений.

При формировании ИД, необходимых для прогнозирования отдельного разрушения, предполагается, что

- известны орбитальные параметры «родительского» КО,

- разрушение «родительского» КО происходит на протяжении достаточно короткого промежутка времени, в течение которого при исследовании долгосрочной эволюции объекта МРФ мы можем пренебречь изменением положения «родительского» КО,

- приращения скорости объектов МРФ относительно «родительского» КО представляют собой набор случайных векторов $\Delta \mathbf{v}_i, i = 1, 2, ... N$ распределённых по нормальному закону относительно математического ожидания $\Delta \mathbf{v}$ с ковариационной матрицей $\mathbf{C}_{\Delta \nu}$ независимо от массы, размера, геометрии и ориентации фрагментов разрушения.

В качестве исходных данных для расчета эволюции объектов МРФ используются следующие параметры:

1. вектор состояния родительского КО $\mathbf{X} \{ x, y, z, v_x, v_y, v_z \}$,

2. математическое ожидание вектора Δv , определяющего среднюю величину и направление разброса малоразмерных фрагментов разрушения «родительского» КО,

3. ковариационная матрица разброса фрагментов С_{лу},

4. количество (*M*) групп (*G*₁, ..., *G*_m) фрагментов КМ, возникающих в результате разрушения и различающихся отношением площади к массе A/M,

5. Список групп КМ G_1 , ..., G_m с указанием значения отношения площади к массе и количества фрагментов в каждой группе (см. Таблицу 3).

Номер группы	A/M	Число фрагментов в группе
1	(A/M) ₁	n_1
М	$(A/M)_m$	n_m

Таблица 3

3. Общее представление об эволюции и времени существования фрагмента космического мусора на различных орбитах космических аппаратов

Для того чтобы получить общее представление о характере эволюции КМ на различных орбитах, выполнен ряд предварительных расчетов. Эти расчеты позволяют оценить зависимость времени существования фрагмента КМ от их размера и массы на орбитах, использующихся для основных группировок КА.

В качестве исходных данных для оценки времени существования КМ на различных орбитах выбраны 9 орбит КА, представленных в Таблице 4, параметры которых соответствуют орбитам реально существующих группировок и отдельных космических аппаратов. В Таблице 5 представлены соответствующие векторы состояния КО.

Таблица 4

N⁰	Высота перигея	Высота апогея	Наклонение	Ofpapau
орбиты	(км)	(км)	(градусы)	Образец
1	415.	415.	51.63	MKC
2	475.	475.	97.276	Ресурс
3	516.	516.	94.74	Канопус
4	781.	781.	86.4	Iridium
5	950.	950.	85.	OneWeb
6	19130.	19130.	64.8	Глонасс
7	35786.	35786.	10.	ГСО
8	500.	40000.	62.8	Молния
9	1000.	60000.	30	Геопереходная

Мы здесь рассматриваем фрагменты, образовавшиеся в результате разрушения, как однородные тела сферической формы, состоящие из материалов одного из трех видов - сталь, алюминий или углепластик. В Таблице 6 представлены размеры, материалы, удельные веса и отношение площади к массе, использующиеся в расчетах эволюции.

На рис.3.1-3.11 в графическом виде представлены результаты расчета эволюции высоты КО для всех 9 рассматриваемых в работе орбит КО и всех значений отношения площади к массе. Отметим, что начальные высоты орбит 1-5 расположены в пределах действия атмосферы, представленной моделью [8], орбиты 6 и 7 начинаются выше действия атмосферы, а эксцентрические орбиты 8, 9 с самого начала проходят атмосферный и внеатмосферный участки траектории.

Расчеты проводились в рамках описанной в 1.2 модели движения КО на временном интервале 10 лет. На всех рисунках по оси абсцисс отсчитывается время, выраженное в сутках от начала траектории, по оси ординат – текущая высота в километрах.

Таблица 5

	Орбита 1	Орбита 2	Орбита 3
Дата	20190101	20190101	20190101
Время	120000.0000	120000.0000	120000.0000
<i>х</i> (км)	0.3070366497E+04	3314295380E+04	4424838990E+04
у (км)	-0.289199546E+04	-0.23151264653+04	4022555557E+04
<i>z</i> (км)	-0.532502700E+04	5533634675E+04	3430592079E+04
v_x (KM/c)	0.5353140018E+01	0.3993060451E+01	0.2299722738E+01
v_y (KM/c)	0.5477992049E+01	0.4786476137E+01	0.3069618764E+01
v_z (KM/c)	0.1115062193E+00	4394124443E+01	6565518236E+01
	Орбита 4	Орбита 5	Орбита 6
Дата	20190101	20190101	20190101
Время	120000.0000	120000.0000	120000.0000
<i>х</i> (км)	0.2272511529E+04	0.4753410386E+04	0.1345853240E+05
у (км)	0.2821896192E+04	0.4316398095E+04	0.1960306114E+05
<i>z</i> (км)	0.6174611387E+04	3532050227E+04	0.9233250613E+04
v_x (KM/c)	-0.472633842E+01	0.2125388557E+01	2208973570E+01
v_y (км/c)	-0.439293833E+01	0.2920948128E+01	-0.2745400803E-01
v_z (KM/c)	0.3747130479E+01	0.6429925260E+01	0.3278122325E+01
	Орбита 7	Орбита 8	Орбита 9
Дата	20190101	20190101	20190101
Время	120000.0000	120000.000	120000.0000
<i>х</i> (км)	-0.295607855E+05	0.1250170322E+04	0.4430884629E+05
у (км)	-0.300661001E+05	0.7090068219E+04	3489642028E+05
<i>z</i> (км)	-0.630036248E+02	0.	3233541467E+05
v_x (KM/c)	0.215971322E+01	0.1121042542E+01	0.4112392121E+00
<i>v_y</i> (км/с)	-0.212229661E+01	1976700468E+00	0.1098154952E+01
v_z (KM/c)	-0.533889566E+00	0.7353205996E+01	0.2804321766E+00

На рис.3.1, 3.2, 3.4, 3.6а, 3.7а, 3.8а, 3.9а для каждой из околокруговых орбит с номерами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 соответственно различными цветами представлена общая картина эволюции высоты объекта КМ для всех 9 значений отношения площади к массе. На этих рисунках видно, что в результате воздействия атмосферы и влияния давления солнечной радиации время существования объектов МРФ уменьшается с увеличением отношения площади к массе.

Обозначения для	Размер ММ	Материал	Удельный вес	Отношение площади к	Цвет
параметра ARM			кг/м ³	массе м ² /кг	линии на рисунках
ARM-1	1	Сталь	7800	0.192307	
ARM-2	1	Алюминий	2689	0.557828	
ARM-3	1	Углепластик	1450	1.034483	
ARM-4	0.1	Сталь	7800	1.923077	
ARM-5	0.1	Алюминий	2689	5.578282	
ARM-6	0.1	Углепластик	1450	10.344828	
ARM-7	0.01	Сталь	7800	19.230769	
ARM-8	0.01	Алюминий	2689	55.782819	
ARM-9	0.01	Углепластик	1450	103.448276	

На рис.3.3а и 3.3b для более детального просмотра отдельно представлена эволюция высоты объекта на орбите №2 для трех больших значений отношения площади к массе AMR7=19.2307, AMR8=55.7828, AMR9=103.4482. При этом на рисунке 3.3b показаны результаты расчета эволюции КО, выполненного без учета влияния давления солнечной радиации. Сравнение рис.3.3a, отражающего результаты расчета, выполненного по полной модели, с рис.3.3b, построенного на основе расчета, в котором негравитационные возмущения представлены только влиянием атмосферы, позволяет оценить влияние давления солнечной радиации на эволюцию движения объекта МРФ КМ. Это сравнение показывает, что влияние светового давления приводит к росту эксцентриситета КО (увеличивается разница между высотами апоцентра и перицентра). В результате время баллистического существования КО значительно сокращается (с 18 до 14 суток). Для орбиты №3 аналогичное явление демонстрируется на рисунках 3.5a, 3.5b.

На рис.3.6b, 3.6c, 3.6d, 3.7b, 3.8b, 3.9b, 3.10(a-i), 3.11(a-i) эволюция высоты орбит с номерами 4-9 для большей наглядности представлена отдельно для различных значений отношения площади к массе.



Орбиты КО ниже границы атмосферы

Рис. 3.1. Орбита 1 (МКС), *h_{min}*=415 км, *h_{max}*=415 км, *i*=51°.6, № АМR=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9



Рис. 3.2. Орбита 2 (Ресурс), *h_{min}*=475 км, *h_{max}*=475 км, *i*=97°.3, № AMR=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9



a) С учетом светового давления
 b) Без учета светового давления
 Puc.3.3. Орбита 2 (Ресурс), *h_{min}=475* км, *h_{max}=475* км, *i=97°.3*



Рис. 3.4. Орбита 3. (Канопус) *h_{min}*=516 км, *h_{max}*=516 км, *i*=94°.74 № АМR=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9



а) С учетом светового давления
 Рис. 3.5. Орбита 3. (Канопус) *h_{min}*=516 км, *h_{max}*=516 км, *i*=94°.74, № АМR=6, 7, 8, 9



с) № АМR=6,7,8,9 *Рис.3.6.* Орбита 4. (Иридиум) *h_{min}*=781 км, *h_{max}*=781 км, *i*=86.4







Орбиты КО выше границы атмосферы

Рис. 3.8. Орбита 6. (Глонасс, GPS) h_{min} =19130 км, h_{max} =19130 км, i=64.8













Рис. 3.10. Орбита 8 (Молния)









Рис. 3.11. Орбита 9 (Переходная)

По результатам выполненных расчетов сформирована Таблица 7, содержащая время баллистического существования объектов МРФ КМ на

24

различных орбитах при различных значениях отношения площади к массе (A/M). Верхняя строка таблицы содержит номера, соответствующие возрастающим значениям A/M. Во второй строке содержатся сами значения A/M – размерность м²/кг. В первом столбце содержится номер орбиты, параметры которой указаны в Таблице 4 и Таблице 5. В остальных ячейках указано время существования КО в сутках.

Таблииа 🕻	7
-----------	---

A/M	1	2	3	4	5	6	7	8	9
№ ор- биты	0.192	0.558	1.034	1.923	5.578	10.345	19.231	55.78 3	103.5
1	489.402	164.6	87.1	47.3	15.9	8.7	4.7	1.6	1.0
2	1731.8	604.1	320.7	166.2	55.4	28.7	14.9	5.0	2.7
3	2999.6	1027.	539.5	290.1	100.4	48.8	23.1	7.4	3.9
4	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	1026.6	120.9	34.8	11.5
5	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	386.1	72.3	16.1
6	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	149.0	104.9
7	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	>10лет	73.5	38.5
8	>10лет	>10лет	150.7	117.4	81.7	70.4	66.1	63.9	150.7
9	>10лет	>10лет	1393.8	169.1	107.9	87.5	72.0	47.4	32.9

Из Таблицы 7 видно, что в результате воздействия атмосферы на орбитах с высотой ниже границы атмосферы время существования объектов МРФ уменьшается с увеличением отношения площади к массе. С увеличением высоты до орбиты №6 (Глонасс, GPS) время существования объектов МРФ увеличивается. На орбитах ГСО и ВЭО эта закономерность прекращается вследствие увеличения влияния Лунно-Солнечных возмущений, что в совокупности с влиянием давления светового давления приводит увеличению эксцентриситета, снижению высоты перигея и достижению границы атмосферы.

Заключение

Представленный в статье процесс построения математической модели эволюции космического мусора опирается на постоянно обновляемые орбитальные данные каталога КО. Источниками объектов малоразмерной фракции космического мусора являются как обнаруженные, так и неизвестные, но предположительно существующие разрушения космических объектов. Обработка наблюдений части фрагментов КО, образовавшихся в результате разрушений, позволяет определять орбитальные параметры фрагментов КМ с точностью, достаточной для их включения в каталог и дальнейшего сопровождения. Анализ сопровождения моментов времени потери

каталогизированных КО, времени обнаружения и параметров орбит новых объектов позволяет идентифицировать их в качестве фрагментов разрушения «родительского» КО, определить момент разрушения, характеристики разброса фрагментов и другие параметры разрушения. В этом случае разрушение считается обнаруженным, его параметры записываются в каталог и в дальнейшем используются для построения модели распределения объектов МРФ КМ в ОКП. Для построения модели распределения и эволюции объектов МРФ КМ в ОКП учитываются предположительно существующие, но по какимто причинам не обнаруженные разрушения, а также разрушения, ожидаемые на участке прогнозирования, по которым фактическая информация о времени возникновения, характеристиках разброса фрагментов и других параметрах отсутствует. Поэтому вместо таких объектов космического мусора используются их среднестатистические значения, формирующиеся на базе исторических данных о ранее прошедших разрушениях и на результатах анализа орбитальных параметров каталогизированных КО [9].

полученным историческом интервале По на И интервале на прогнозирования параметрам разрушений формируются исходные данные, необходимые для прогнозирования распределения объектов МРФ КМ в ОКП на заданное время. Формирование исходных данных для эволюционной модели происходит с использованием модели разрушения КО, приведенной в работах [1-3]. Исходными данными для прогнозирования распределения объектов МРФ КМ в ОКП служат: орбитальные параметры родительского КО, математическое ожидание и ковариационная матрица разброса вектора, определяющего направление скорости среднюю величину и фрагментов разрушения относительно родительского КО, оценка количества фрагментов разрушения, различающихся значением отношения площади Миделя к массе.

Прогнозирование исходных данных на заданное время осуществляется с использованием модели эволюции объектов МРФ КМ, образовавшихся в результате разрушения.

По результатам исследования:

1. Предложен подход к построению статистической модели распределения малоразмерной фракции космического мусора в околоземном космическом пространстве, основанный на частной модели эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора.

2. Описан алгоритм прогнозирования эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора, образующихся в результате разрушения родительского космического объекта в течение длительного временного интервала.

3. Предложена система уравнений в вариациях для массовых расчетов и статистических оценок параметров распределения космического мусора в околоземном пространстве.

4. Предложен и описан необходимый набор исходных данных для построения статистической модели эволюции космического мусора.

5. Алгоритм прогнозирования эволюции объектов малоразмерной фракции космического мусора использует стандартную модель численного интегрирования уравнений движения космических объектов.

На временном интервале в 10 лет были проведены расчеты для получения общего представления об эволюции и сроке жизни фрагментов космического мусора размером от 0,01 до 1 мм на орбитах реальных группировок и отдельных космических аппаратов. Определено время существования объектов малоразмерной фракции космического мусора указанных размеров в зависимости от параметров орбиты и величины отношения их площади к массе. По результатам расчётов установлено, что для 60% рассмотренных случаев время существования объектов малоразмерной фракции космического мусора не превышает 4 лет.

Библиографический список

[1] J.-C. Liou, N. L. Johnson, P. H. Krisko and P. D. Anz-Meador, NASA's new breakup model of EVOLVE 4.0. Advances in Space Research, 28, 9, c. 1377–1384.

[2] J.-C. Liou, A statistic analysis of the future debris environment, Acta Astronautica 62, 2008, p. 264-271.

[3] Weijie Wang, Huairong Shen, Yiyong Li, Study on the impact breakup model of the space target based on the thin plate. I.J. Information Technology and Computer Science, 2011, 2, c. 46-52.

[4] Боровин Г.К., Захваткин М.В., Степаньянц В.А., Усовик И.В. Статистическая модель распределения космических объектов в пространстве орбитальных параметров // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 85. 16 с. doi:10.20948/prepr-2018-85

URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-85

[5] Боровин Г.К., Захваткин М.В., Степаньянц В.А., Усовик И.В. Статистическая модель распределения космических объектов в пространстве орбитальных параметров. Математическое моделирование и численные методы, 2019, № 4, с. 69–90.

[6] Степаньянц В.А., Львов Д.В. Эффективный алгоритм решения системы дифференциальных уравнений движения. Математическое моделирование, 2008, т. 20, № 6, с. 79–85.

[7] Wertz, J.R. and W. J. Larson, 1999, Introduction to Astrodynamics, p.145.

[8] Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов. ГОСТ Р 25645, с. 166-2004. Москва, 2004, с.166-2004.

[9] Назаренко А.И. Моделирование космического мусора. М.: ИКИ РАН, 2013. 216 с. (Серия «Механика, управление и информатика»). ISBN 978-5-9903101-6-2

Оглавление

. 3
. 5
. 6
10
12
13
22
26