



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 10 за 2022 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А.С. Грушин, И.Ю. Вичев, Д.А. Ким,
А.Д. Соломянная

Методы приближённого учёта
неравновесности поля
излучения при
моделировании свойств
плазмы

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Методы приближённого учёта неравновесности поля излучения при моделировании свойств плазмы / А.С. Грушин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 10. 22 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2022-10>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-10>

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук

А.С. Грушин, И.Ю. Вичев, Д.А. Ким, А.Д. Соломянная

**Методы приближённого учёта
неравновесности поля излучения
при моделировании свойств плазмы**

Москва — 2022

А.С. Грушин, И.Ю. Вичев, Д.А. Ким, А.Д. Соломянная

Методы приближённого учёта неравновесности поля излучения при моделировании свойств плазмы

При решении некоторых задач физики плазмы на первый план выходит учёт неравновесности поля излучения. Это особенно важно при моделировании лазерной и пинчевой плазмы, характеризуемой большими градиентами плотности и температуры. В данной работе представлен метод приближённого учёта неравновесности поля излучения в плазме, в основе которого лежит аппроксимация реального поля излучения двухпараметрической функцией Планка с последующей интерполяцией свойств плазмы на некотором табулированном базисе. Проведено сравнение с другими известными методами учёта неравновесности плазмы, применяемыми в расчётах по программам радиационной гидродинамики.

Ключевые слова: неравновесная плазма, перенос излучения, непрозрачность, столкновительно-излучательное равновесие, локальное термодинамическое равновесие

Alexander Sergeevich Grushin, Ilia Yurievich Vichev, Dmitrii Andreevich Kim, Anna Dmitrievna Solomyannaya

Approximate methods of taking into account nonequilibrium radiation field in plasmas

In certain plasma physics problems it is very important to take into account nonequilibrium of the radiation field. Primarily it concerns laser and pinch plasmas characterized by stiff density and temperature gradients. In this paper, a method is presented for approximate accounting for the nonequilibrium of the radiation field in plasmas, which is based on the approximation of the real radiation field by a parameterized Planckian function with subsequent interpolation of plasma properties on a certain tabulated basis. A comparison with several other approximate methods for taking into account the plasma nonequilibrium showed that the proposed method has promising potential.

Key words: non-LTE plasma, radiation transport, opacity, collisional-radiative equilibrium, local thermodynamic equilibrium

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00485. Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера К-60, установленного в Центре коллективного пользования ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, и МВС-10П (МСЦ РАН).

Введение

В последнее время неравновесной плазме уделяется много внимания как со стороны экспериментаторов, так и в области моделирования. Характерные размеры неоднородностей в лабораторной плазме часто оказываются меньше или сравнимы со средним пробегом фотонов [1, 2, 3], вследствие чего локальное поле излучения может существенно отличаться от планковского. Дополнительным фактором неравновесности может быть наличие внешнего поля излучения [4]. В работе [5] описано влияние поля излучения на характеристики плазмы с позиции столкновительно-излучательной модели, дополненное репрезентативной подборкой экспериментов.

При моделировании неравновесной плазмы самым точным подходом представляется согласованный расчёт – населённости состояний в плазме, её ионный состав, термодинамические и радиационные характеристики рассчитываются согласованно с полем излучения, полученным в результате решения уравнения переноса излучения. Полноценная реализация данного подхода очень дорога с точки зрения вычислительных ресурсов, что сильно ограничивает его применение в практических расчётах, особенно в двух- и трёхмерных кодах радиационной гидродинамики (РГД). Вследствие этого на практике применяются различные приближённые методы, среди которых можно выделить два основных направления:

- использование редуцированной постановки задачи, в которой система кинетических уравнений решается на специфичном для решаемой проблемы наборе ионов и конфигураций (см., например, работы [6, 7]);
- использование предварительно рассчитанных таблиц термодинамических и радиационных свойств плазмы ([8, 9]).

В данной работе рассмотрены некоторые известные приближённые методы из второй группы и предложен новый подход – приближение двухпараметрической функции Планка, позволяющий более точно описать некоторые специфические случаи.

Постановка задачи

Рассмотрим некоторый объём плазмы ΔV . Предполагается, что характеристики заключённого в нём вещества – температура и плотность – однородны по пространству. Электронная и ионная подсистемы находятся в равновесии, т.е. $T \equiv T_i = T_e$ – температуры ионов и электронов равны. Кроме того, поле излучения, характеризуемое спектральной плотностью энергии излучения $U(\omega)$ (ω – энергия фотона), в рассматриваемом объёме ΔV будет некоторой комбинацией собственного и пришедшего извне излучения. Здесь стоит выделить два особенных случая:

- в случае локального термодинамического равновесия (ЛТР) спектральная

плотность энергии излучения описывается формулой Планка:

$$U(\omega, T) = \frac{4\pi}{c} \frac{15}{\pi^5} \sigma \omega^3 \frac{1}{\exp(\omega/T) - 1}; \quad (1)$$

- в приближении прозрачной плазмы – $U(\omega) = 0$.

Необходимо определить радиационные и термодинамические характеристики плазмы при заданных температуре, плотности вещества и произвольной спектральной плотности энергии излучения $U(\omega)$.

Методы решения

При моделировании физических процессов методами радиационной гидродинамики можно отождествить элементарную пространственную ячейку с упомянутым выше объёмом ΔV . Рассмотрим в данном разделе некоторые подходы к решению задачи описания термодинамических и радиационных свойств плазмы.

Согласованное решение

Непосредственное решение системы уравнений столкновительно-излучательной модели в каждой гидродинамической ячейке совместно с решением уравнения переноса излучения является самым очевидным подходом и позволяет напрямую учитывать неравновесность поля излучения. Главный недостаток данного метода – высокая вычислительная стоимость. Учитывая также необходимость итерирования по полю излучения для согласования процессов радиационного переноса с процессами атомной кинетики во всём моделируемом объёме, данный подход представляется чрезвычайно трудно реализуемым на практике для двух- и трёхмерных геометрий.

Для одномерных задач согласованный подход вполне реализуем, например, в статье [7] описана реализация согласованного метода для одномерной геометрии в коде магнитной радиационной гидродинамики HELIOS-CR. В данной работе для оценки точности приближённых методов используется модель из публикации [10].

Приближение предельного поля излучения

Данный метод предполагает некоторое фиксированное поле излучения в ходе решения всей задачи, в частности, широко распространено использование предельных случаев – ЛТР [11, 12] и приближения прозрачной плазмы. Для конкретных задач может выбираться наиболее подходящее поле излучения, например, неплохо показало себя приближение частичного ЛТР, в котором функция спектральной плотности энергии излучения задаётся в виде

$$U(\omega, T) = \begin{cases} \frac{4\pi}{c} \frac{15}{\pi^5} \sigma \omega^3 (\exp(\omega/T) - 1)^{-1}, & \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \\ 0, & \omega < \omega_1, \omega > \omega_2 \end{cases},$$

где ω_1 и ω_2 подбираются исходя из специфики решаемой задачи. Так, в работе [13] использовались $\omega_1 \approx 86$ эВ и $\omega_2 \approx 96$ эВ, что соответствует границам спектрального интервала, заключающего в себе основной массив переходов в ионах Sn^{8+} – Sn^{13+} [14, 15].

На практике в рамках выбранного приближения рассчитывается таблица термодинамических и оптических свойств плазмы в широких диапазонах по температуре вещества T и плотности ρ , по которой в ходе РГД расчёта производится интерполяция необходимых величин.

Метод интерполяции по escape-фактору

В работе [9] предложен метод, предполагающий, что локальное поле излучения в рассматриваемом объёме ΔV изменяется в некоторых заданных пределах, т.е. можно зафиксировать предельные варианты поля излучения – назовём их приближениями оптически тонкой и оптически толстой плазмы. Например, приближение прозрачной плазмы и приближение ЛТР соответственно. В общем случае предельные приближения определяются решаемой задачей. Так, в работе [16] при моделировании оловянного источника коротковолнового излучения в качестве оптически толстого случая использовалось описанное в предыдущем пункте приближение частичного ЛТР.

Таким образом, в РГД расчёте используется уже пара таблиц, рассчитанных для заданных предельных случаев – оптически тонкой плазмы, с индексом “(0)”, и оптически толстой, с индексом “(1)”. Вычисление характеристик плазмы проводится по формуле

$$f = f^{(0)} \times (1 - \xi) + f^{(1)} \times \xi, \quad (2)$$

где f – средний заряд, давление, коэффициент поглощения и т.д., $f^{(0)}$ и $f^{(1)}$ – соответствующие характеристики, рассчитанные в заданных предельных приближениях. Если предельный случай, соответствующий индексу “(0)” в формуле (2), является приближением прозрачной плазмы, параметр интерполяции ξ (escape-фактор) вычисляется следующим образом

$$\xi = \frac{\int_0^{\infty} U(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} U^{(1)}(\omega) d\omega}, \quad (3)$$

где U – локальная спектральная плотность энергии излучения, полученная в результате решения уравнения переноса излучения, $U^{(1)}$ – соответствующая локальным параметрам плазмы спектральная плотность энергии излучения оптически плотной плазмы. Если в качестве последнего выбрано приближение ЛТР, то спектральная плотность энергии излучения описывается формулой Планка (1).

Приближение двухпараметрической функции Планка

Данный метод является в некотором роде обобщением вышеописанных приближённых методов. Предположим, что реальную спектральную плотность энергии излучения в рассматриваемом объёме ΔV можно аппроксимировать двухпараметрической функцией вида

$$U^P(\omega, \alpha, T_r) = \frac{4\pi}{c} \frac{15}{\pi^5} \sigma \omega^3 \frac{\alpha}{\exp(\omega/T_r) - 1}, \quad (4)$$

где T_r – температура излучения, α – фактор ослабления. Такая форма записи позволяет в первом приближении описать ослабление и снижение эффективной температуры излучения в плазме за счёт перепоглощения или выхода за пределы расчётной области. Также данный подход применим в ситуациях, когда в плазме присутствует мощный источник теплового излучения (например, горячие плотные области, абляционный фронт и т.п.). Очевидно, что в ситуациях, когда можно говорить о наличии

- двух и более разнесённых максимумов в спектральном распределении энергии излучения, сопоставимых по интегральной мощности;
- интенсивного, близкого к монохроматическому источника излучения (например, импульс X-FEL)

аппроксимация (4) даёт менее точный результат, чем согласованный подход.

Локальный фактор ослабления $\tilde{\alpha}$ определяется следующим образом

$$\tilde{\alpha} = \frac{\int_0^{\infty} U(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} U^P(\omega, \alpha', \tilde{T}_r) \Big|_{\alpha'=1} d\omega}, \quad (5)$$

где U – локальная спектральная плотность энергии излучения, полученная в результате решения уравнения переноса излучения. Отметим, что в общем случае $\tilde{\alpha}$ может превышать значение 1, например, на рис. 1 приведены спектральные плотности энергии излучения на одном из внутренних слоёв однородного шара из плазмы алюминия. Красная кривая соответствует локальной функции U , полученной в результате решения уравнения переноса, фиолетовая кривая – соответствующая аппроксимация функцией (4) с $\alpha = 1,38$ и $T_r = 40,5$ эВ.

Эффективную температуру излучения \tilde{T}_r в объёме ΔV можно оценить разными способами, например, сравнить в норме ℓ_1 или ℓ_2 функции $U(\omega)$ и $U^P(\omega, \tilde{\alpha}, \tilde{T}_r)$, приведённые предварительно к единичному интегралу.

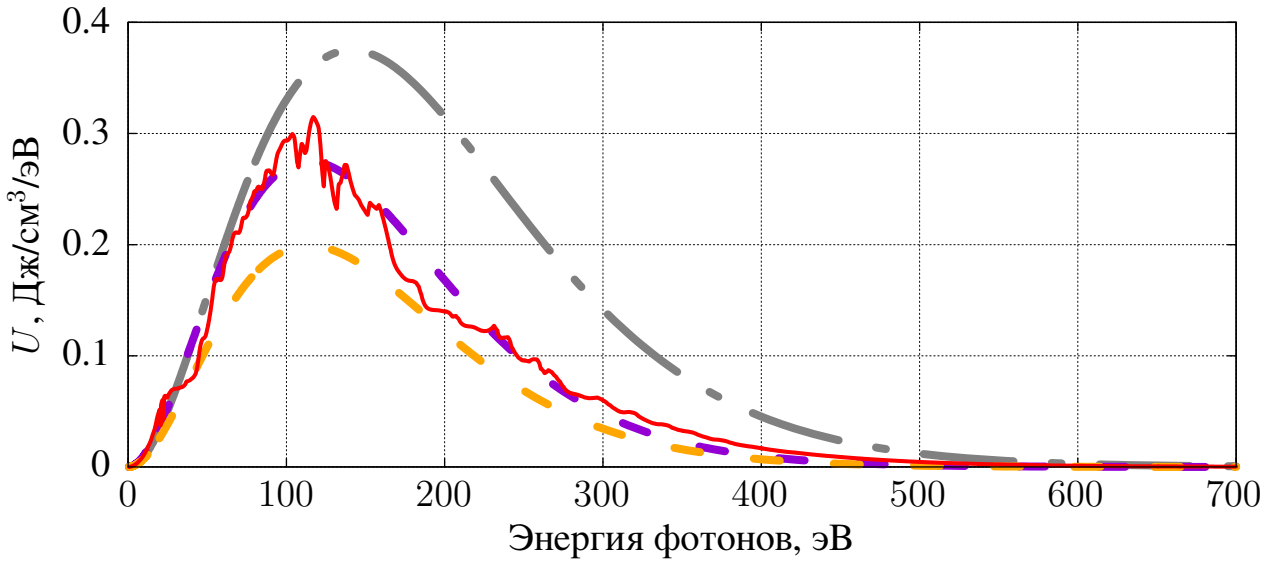


Рис. 1. Спектральная плотность энергии излучения на одном из внутренних слоёв однородного шара из плазмы алюминия: $T = 50$ эВ, $\rho = 10^{-3}$ г/см³, $R = 15$ см. Серая кривая соответствует $U^P(\omega, \alpha, T_r)$ с $\alpha = 1$ и $T_r = 50$ эВ, оранжевая кривая – $\alpha = 1$ и $T_r = 40,5$ эВ. Красная кривая – результат решения уравнения переноса излучения, фиолетовая кривая – соответствующая аппроксимация двухпараметрической функцией Планка ($\alpha = 1,38$, $T_r = 40,5$ эВ)

Таким образом, для применения данного метода, например, в РГД расчёте необходимо предварительно подготовить четырёхмерную $[T, \rho, \alpha, T_r]$ таблицу термодинамических и радиационных свойств. При заданных температуре, плотности вещества и спектральной плотности энергии излучения (4) вычисляются характеристики плазмы по столкновительно-излучательной модели. По полученной таблице в дальнейшем осуществляется интерполяция свойств плазмы.

В ходе РГД моделирования вычисление характеристик плазмы для заданных T , ρ и U производится в три шага:

1. подбор параметров $\tilde{\alpha}$ и \tilde{T}_r , дающих наилучшую в выбранной норме аппроксимацию локальной плотности энергии излучения U ;
2. интерполяция по T и ρ на подмножестве таблицы в окрестности определённых $\tilde{\alpha}$ и \tilde{T}_r ;
3. интерполяция по T_r и α на полученном в предыдущем шаге множестве точек.

При этом если для интерполяции по температуре излучения T_r можно ограничиться обычной линейной или квадратичной схемой, то интерполяция по фактору ослабления α имеет особенность в виде сильной нелинейной зависимости некоторых характеристик при $\alpha \rightarrow 0$. На рис. 2 сплошной кривой приведена зависимость от α среднего заряда Z_0 в плазме алюминия при температуре вещества $T = 28$ эВ, плотности $\rho = 4,7 \times 10^{-6}$ г/см³ и температуре излучения $T_r = 75$ эВ. На том

же рисунке штрих-пунктирной линией приведена зависимость $Z_0 \times \alpha$. Видно, что во втором случае нелинейность от α в окрестности 0 значительно уменьшается. Таким образом, интерполяцию некоторых величин, в частности среднего заряда и спектральных свойств, по фактору ослабления α целесообразно производить через преобразование $\tilde{f}(\alpha) = f(\alpha) \times \alpha$.

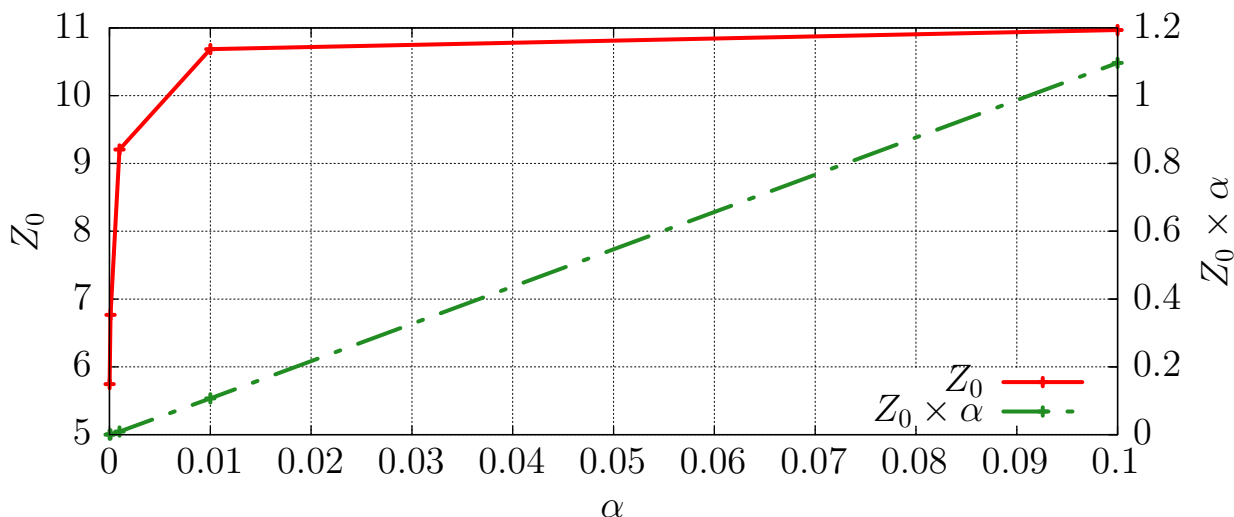


Рис. 2. Зависимость среднего заряда Z_0 в плазме алюминия от фактора ослабления α при температуре вещества $T = 28$ эВ, плотности $\rho = 4,7 \times 10^{-6}$ г/см³ и температуре излучения $T_r = 75$ эВ

Отметим, что данный подход в предельных случаях вырождается в описанные в предыдущих пунктах приближённые методы:

- при задании $\alpha = 1$, $T_r = T$ получается приближение ЛТР;
- при задании $\alpha = 0$ или $T_r = 0$ получается приближение прозрачной плазмы;
- при задании $\alpha = [0; 1]$, $T_r = T$ получается метод интерполяции по ескаре-фактору между приближениями прозрачной плазмы и ЛТР.

При этом последний пункт не означает эквивалентности метода аппроксимации двухпараметрической функцией Планка и метода интерполяции по ескаре-фактору. Метод интерполяции по ескаре-фактору допускает использование в качестве пары таблиц произвольные приближения для поля излучения. В методе аппроксимации двухпараметрической функцией Планка используется поле излучения только со спектральной плотностью энергии излучения вида (4).

Примеры расчётов

Сравнение описанных выше методов учёта неравновесности поля излучения было проведено с помощью модели согласованного решения уравнения переноса излучения и системы уравнений поуровневой кинетики, описанной в работе [10],

в одномерной сферической постановке. Для приближённых методов, описанных в предыдущем разделе, стадия решения системы кинетических уравнений заменялась на соответствующую процедуру интерполяции по заготовленным таблицам. Для демонстрационных расчётов было подобрано несколько задач по моделированию стационарной плазмы алюминия с различными распределениями температуры и плотности вещества по радиусу.

Однородный плазменный шар

Зададим равномерное распределение температуры и плотности вещества по радиусу в шаре заданного размера. Зафиксируем значения температуры $T = 50$ эВ и плотности $\rho = 10^{-3}$ г/см³ и рассмотрим три радиуса R : 0,01 см, 1 см и 15 см. Заранее отметим, что размеры плазменных образований подобраны таким образом, чтобы при заданных температуре и плотности вещества в центре шара реализовывались три существенно отличных друг от друга варианта поля излучения.

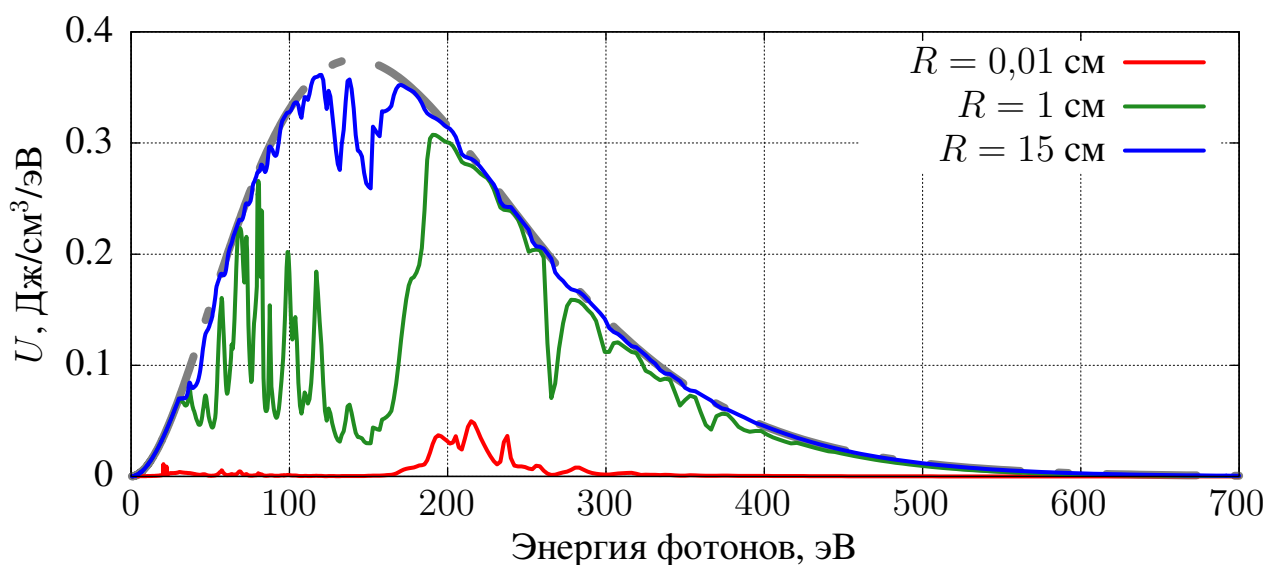


Рис. 3. Спектральная плотность энергии излучения в центре шара из плазмы алюминия с температурой 50 эВ и плотностью вещества 10^{-3} г/см³ для трёх радиусов: 0,01 см (красная кривая), 1 см (зелёная кривая), 15 см (синяя кривая). Результаты получены методом согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений. Серая кривая соответствует равновесной спектральной плотности излучения с температурой $T = 50$ эВ

На рис. 3 представлена спектральная плотность энергии излучения в центре шара, полученная методом согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений. Дополнительно серой кривой нанесена равновесная спектральная плотность излучения с температурой $T = 50$ эВ. На приведённых примерах реализуются три варианта поля излучения: вариант, близкий к приближению прозрачной плазмы (шар радиуса $R = 0,01$ см), вариант, близкий к ЛТР ($R = 15$ см) и промежуточный вариант ($R = 1$ см). Отметим, что при

данной плотности $\rho = 10^{-3}$ г/см³ для реализации в центре шара поля излучения, близкого к ЛТР, потребовалось задание размеров плазмы $D = 2 \times R = 30$ см, существенно превышающее типичные значения для лабораторной плазмы. Более того, даже в случае $R = 15$ см по мере приближения к внешней границе шара плазма просветляется, особенно в области фотонов с большой энергией. Это отражается на спектральной плотности энергии излучения, которая становится существенно отличной от равновесной (см. рис. 4, оранжевая кривая). Её можно аппроксимировать двухпараметрической функцией Планка с фактором ослабления $\alpha = 0,63$ и температурой $T_r = 42$ эВ. Это наглядно иллюстрирует, что с ростом прозрачности плазмы эффективная температура излучения в ней понижается (в пределе для приближения прозрачной плазмы $T_r = 0$).

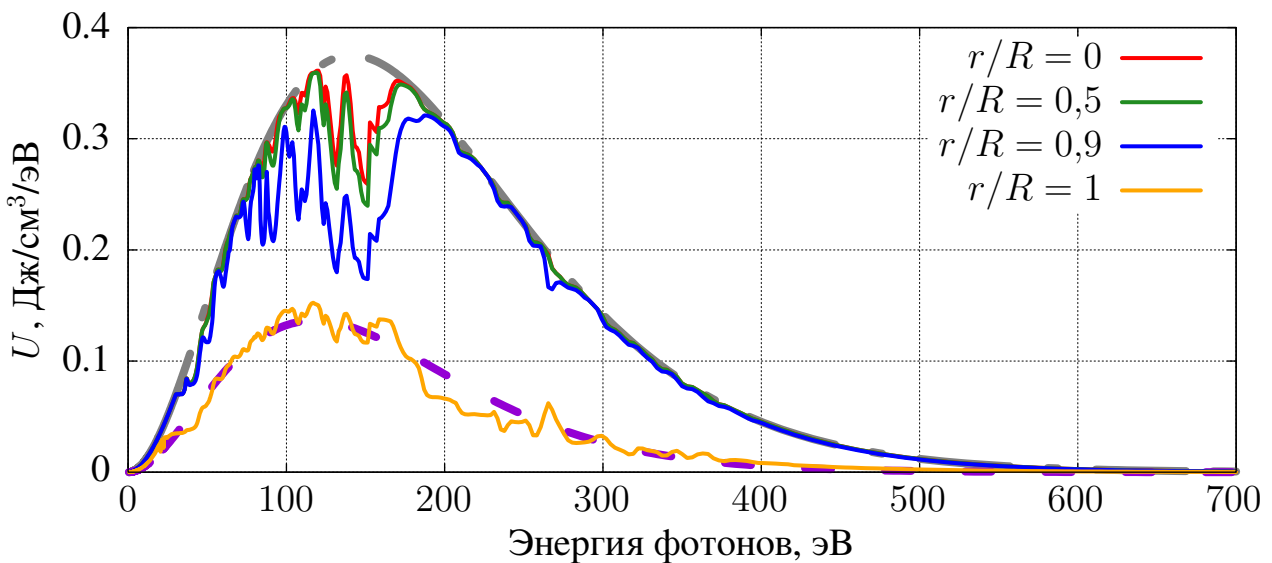


Рис. 4. Спектральная плотность энергии излучения на различной глубине шара из плазмы алюминия с температурой 50 эВ и плотностью вещества 10^{-3} г/см³, $R = 15$ см. Результаты получены методом согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений. Серая кривая соответствует равновесной спектральной плотности излучения (1) с $T = 50$ эВ, фиолетовая кривая – двухпараметрическая аппроксимация (4) с $T_r = 42$ эВ и $\alpha = 0,63$

Из рис. 4 также видно, насколько отличаются поля излучения, используемые для расчёта свойств плазмы в различных приближениях. Рассмотрим внешний слой плазмы ($r = R = 15$ см), т.к. в нём разница в подходах наиболее заметна:

- в согласованном расчёте используется поле излучения, обозначенное оранжевой кривой;
- в расчёте с аппроксимацией поля излучения двухпараметрической функцией Планка используется поле излучения со спектральной плотностью энергии фотонов (4), $\alpha = 0,63$ и $T_r = 42$ эВ (фиолетовая кривая);

- в приближении ЛТР используется равновесное поле излучения (1) с $T = 50$ эВ (серая кривая);
- в приближении прозрачной плазмы $U(\omega) = 0$.

Ближе всего к согласованному расчёту в данном случае оказывается приближение с аппроксимацией поля излучения двухпараметрической функцией Планка. В случае с приближением ЛТР происходит существенная переоценка поля излучения, а в приближении прозрачной плазмы вклад поля излучения в скорости атомных процессов вообще отсутствует. На рис. 5 представлены распределения вероятности по кратности ионизации в плазме внешнего слоя, демонстрирующие возникающую при этом разницу в ионном составе, который, в свою очередь, определяет свойства плазмы – средний заряд, коэффициент поглощения, излучательную способность, уравнение состояния и т.д.

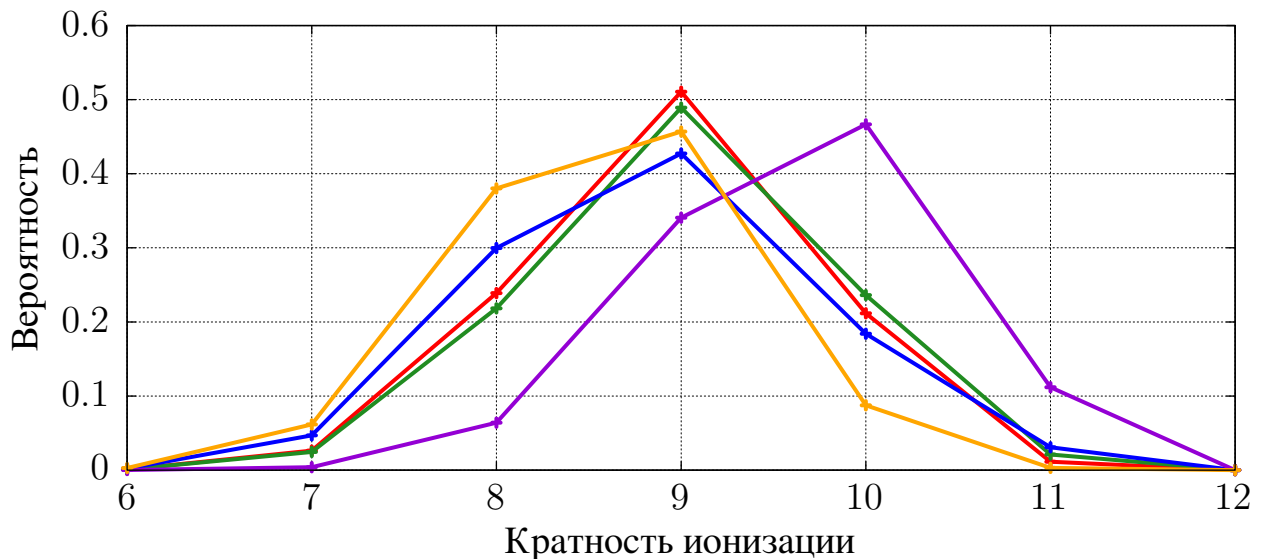


Рис. 5. Распределение вероятности по кратности ионизации во внешнем слое шара из плазмы алюминия с температурой 50 эВ и плотностью вещества 10^{-3} г/см³, $R = 15$ см. Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по эскапе-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно

На рис. 6 представлены радиальные распределения среднего заряда, полученные в различных приближениях, в шаре радиуса 0,01 см (а), 1 см (б) и 15 см (в).

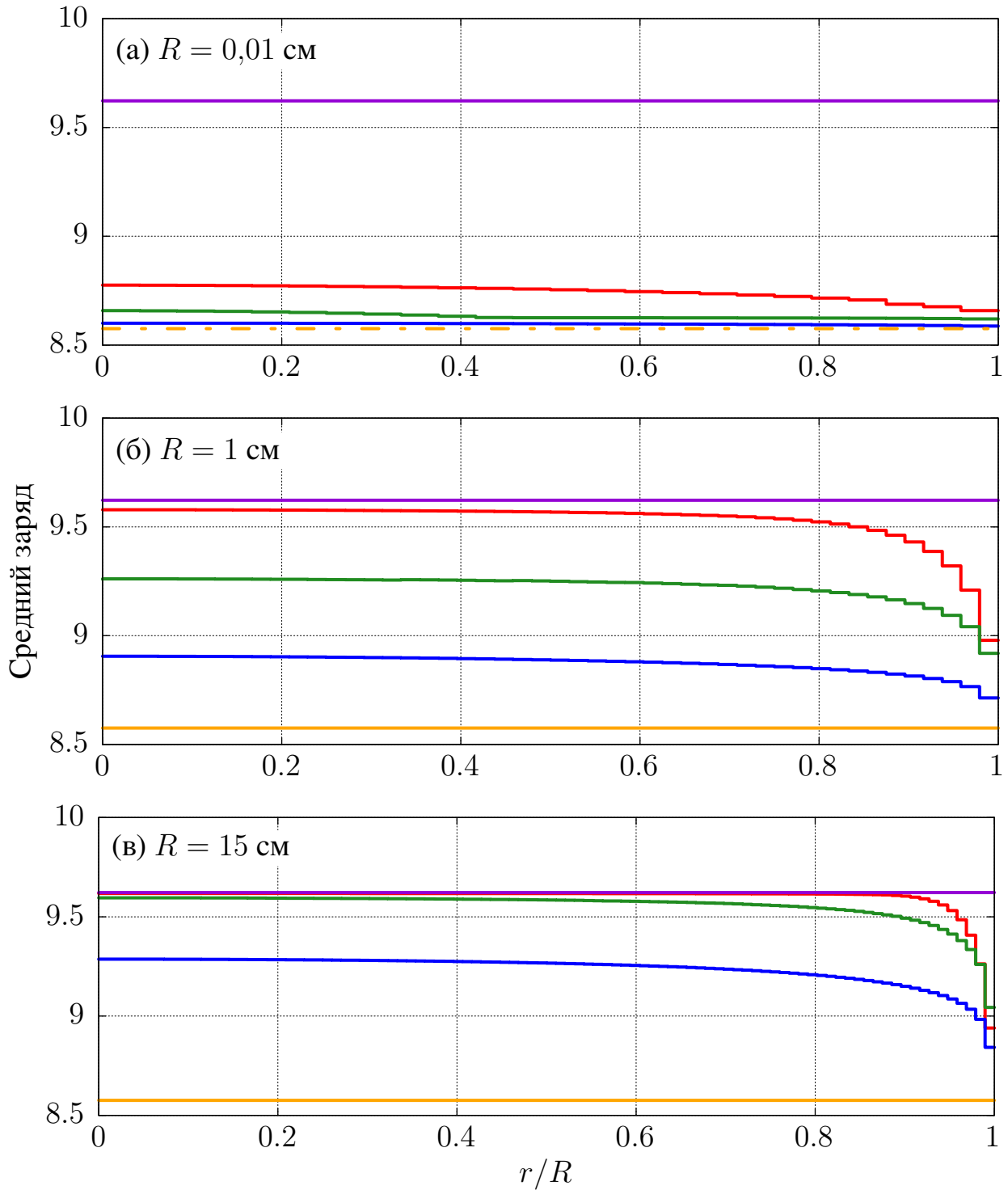


Рис. 6. Радиальное распределение среднего заряда в шаре из плазмы алюминия с температурой 50 эВ и плотностью вещества 10^{-3} г/см³ для трёх радиусов R : 0,01 см (а), 1 см (б), 15 см (в). Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по escape-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно

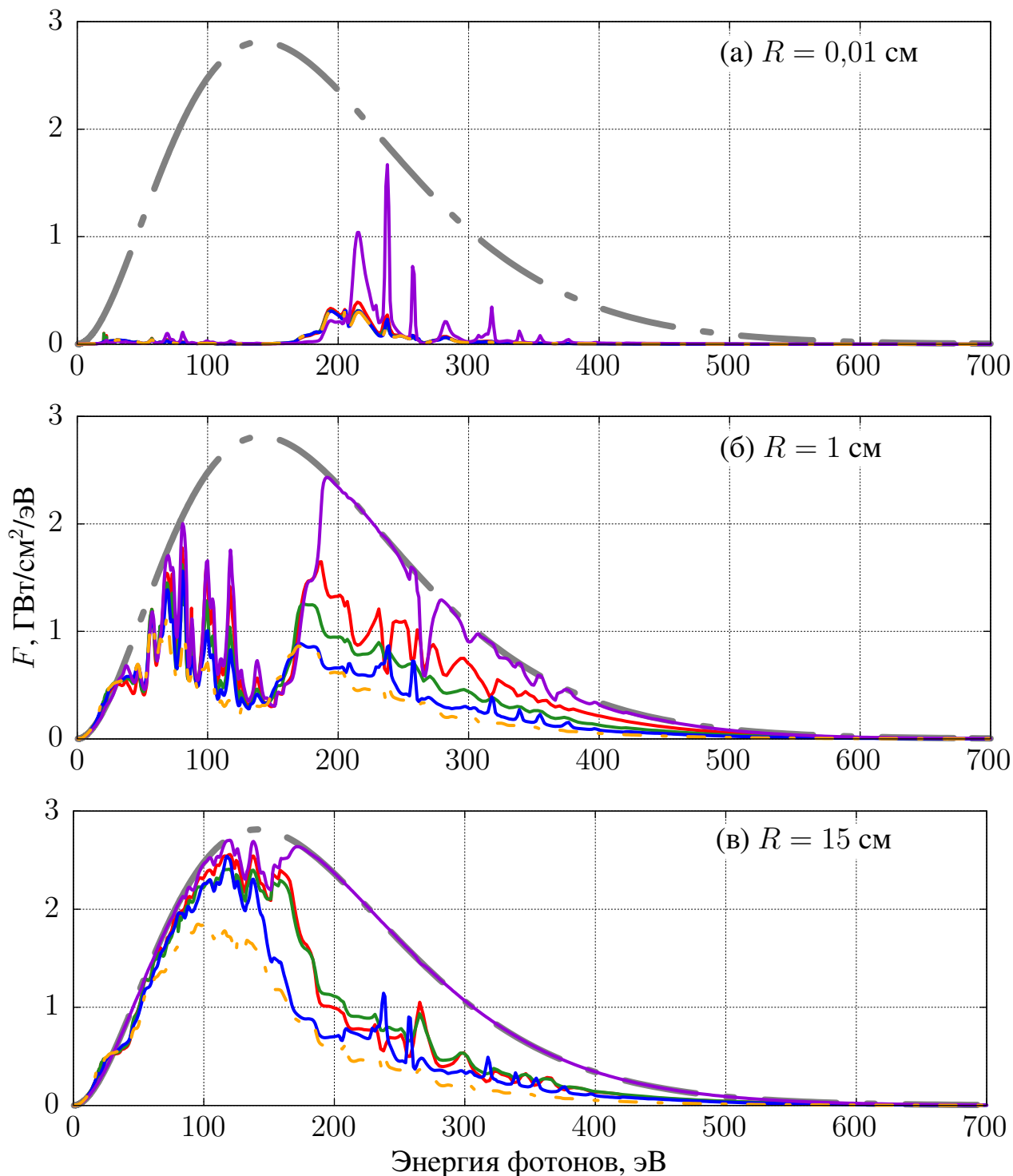


Рис. 7. Спектральный поток энергии излучения F с поверхности шара из плазмы алюминия с температурой 50 эВ и плотностью вещества 10^{-3} г/см^3 для трёх радиусов: 0,01 см (а), 1 см (б), 15 см (в). Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по ескаре-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно. Серая кривая соответствует потоку излучения с поверхности чёрного тела с температурой $T = 50 \text{ эВ}$

Первое, что здесь нужно отметить, – приближение прозрачной плазмы и приближение ЛТР дают результаты, не зависящие от радиуса. Это вполне очевидно – в данных приближениях свойства плазмы зависят только от температуры и плотности вещества, которые в данной задаче постоянны во всём объёме. Эффекты неравновесности, например обусловленные выходом излучения за пределы расчётной области, в рамках этих приближений не описываются.

На рис. 7 представлены спектральные потоки излучения F , полученные в различных приближениях, с поверхности шара радиуса 0,01 см (а), 1 см (б) и 15 см (в).

Как отмечалось выше, параметры в данной задаче подобраны так, чтобы в каждом из трёх рассматриваемых случаев реализовывался показательный вариант поля излучения. Так, в шаре радиуса 0,01 см при заданных температуре и плотности в центре реализуются условия, близкие к приближению прозрачной плазмы – из-за того, что почти всё излучение беспрепятственно покидает расчётный объём, радиационные процессы практически не играют роли в кинетике населённостей. В результате этого методы согласованного расчёта, интерполяции по escape-фактору и приближение двухпараметрической функцией Планка дают результаты, не сильно отличающиеся от приближения прозрачной плазмы, хотя небольшой эффект неравновесности, обусловленный присутствием слабого поля излучения (см. рис. 3), всё же наблюдается в виде некоторой зависимости среднего заряда от радиуса. Сравнение спектральных потоков излучения с поверхности шара радиуса 0,01 см также показывает, что все приближения, за исключением ЛТР, дают очень близкие результаты.

В другом предельном варианте – шаре радиуса 15 см – плазма находится в условиях, близких к ЛТР, что хорошо видно по радиальному распределению среднего заряда. Но в данном случае из-за конечности размеров плазмы в согласованном расчёте при $r/R > 0,9$ наблюдается эффект неравновесности в виде падения средней ионизации – часть излучения внешних слоёв плазмы покидает расчётный объём. Метод аппроксимации двухпараметрической функцией Планка в данном случае показывает результат, довольно близкий к согласованному расчёту. Метод интерполяции по escape-фактору качественно описывает изменение среднего заряда по радиусу, но с чуть большим отклонением от согласованного расчёта. Сравнение спектральных потоков излучения с поверхности шара радиуса 15 см показывает заметную разницу в результатах при $\omega > 150$ эВ между приближением ЛТР и методами, учитывающими неравновесность поля излучения. Причиной столь заметной разницы является просветление плазмы в приповерхностной области шара – часть излучения внутренних слоёв выходит за пределы расчётной области, что приводит к уменьшению числа возбуждённых состояний в плазме. В результате этого излучательная способность снижается, в то время как коэффициент поглощения в среднем изменяется не сильно. В итоге за счёт внутреннего репоглощения поток излучения с поверхности шара уменьшается. Данный эффект успешно моделируется методами, учитывающими неравновесность поля излучения, что хорошо видно из рисунка 7 (в). В приближении

ЛТР поле излучения, с которым производился расчёт свойств плазмы при подготовке таблицы, неизменно и соответствует равновесному полю излучения с температурой 50 эВ, в результате чего населённости возбуждённых состояний, а следовательно и излучательная способность, остаются постоянными во всём объёме шара.

В шаре радиуса 1 см описанный выше эффект просветления относится почти ко всему объёму, что приводит к более заметной разнице в результатах (см. рис. 6 (б) и 7 (б)).

Также отметим общую особенность всех трёх расчётов – методы, учитывающие неравновесность поля излучения, дают результаты, находящиеся между двумя предельными для данной задачи приближениями, прозрачной плазмы и ЛТР.

Плазменный шар с горячим плотным ядром

Данная задача моделирует ситуацию, возникающую при облучении твёрдого материала интенсивными потоками энергии (например, короткоимпульсным лазером высокой интенсивности). В результате воздействия происходит быстрая абляция внешнего слоя вещества с возникновением больших градиентов плотности и температуры. При этом внешний слой малоплотной охладившейся плазмы оказывается под воздействием мощного теплового излучения от внутренних плотных горячих слоёв плазмы. На рис. 8 приведено радиальное распределение температуры и плотности вещества для рассматриваемого случая: внутреннее горячее ядро ($0 \leq r \leq 2$ см) представлено плазмой с температурой $T = 75$ эВ и плотностью $\rho = 4,5 \times 10^{-3}$ г/см³, внешний слой плазмы ($2 < r \leq 10$ см) имеет температуру $T = 10$ эВ и плотность $\rho = 4,5 \times 10^{-5}$ г/см³.

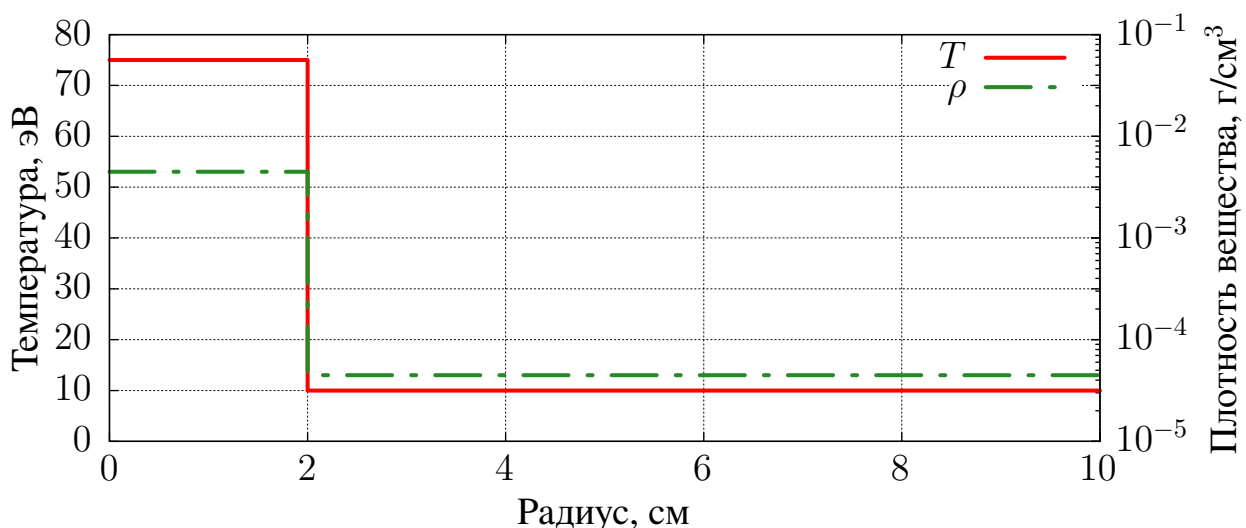


Рис. 8. Радиальное распределение температуры и плотности вещества

На рис. 9 представлено радиальное распределение среднего заряда, полученное в различных приближениях. Как видно из рисунка, эффект фотоионизации внешнего слоя плазмы тепловым излучением горячего ядра описывается методом аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка (зелёная

кривая), при этом зависимость среднего заряда от радиуса качественно соответствует согласованному расчёту (красная кривая).

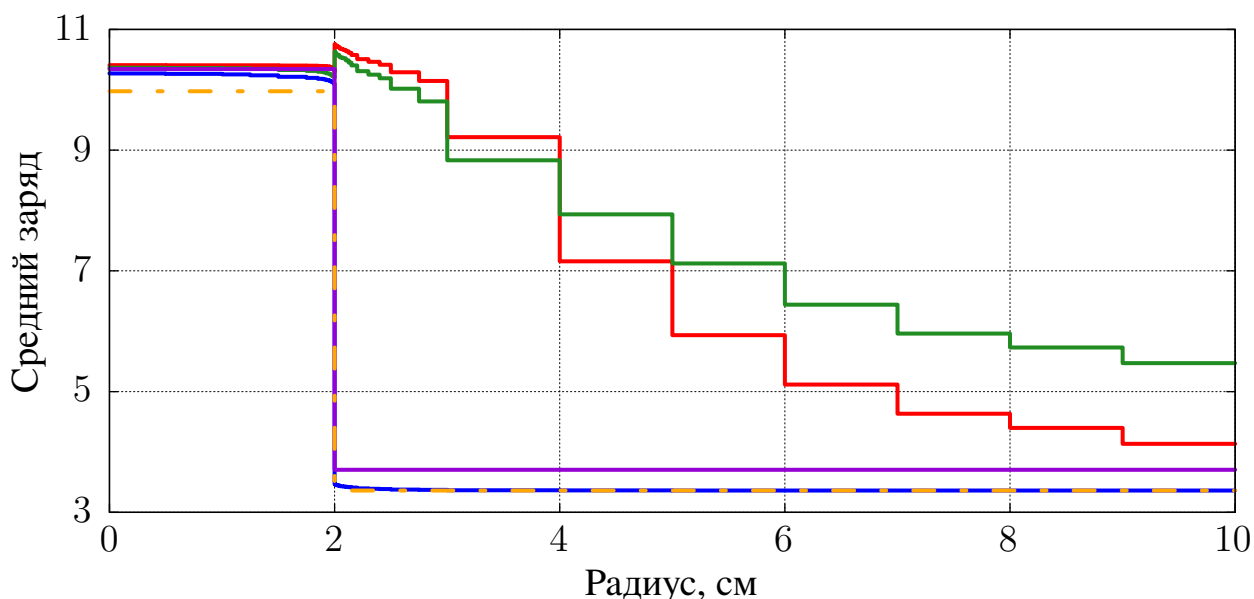


Рис. 9. Радиальное распределение среднего заряда в шаре из плазмы алюминия с неравномерным распределением температуры и плотности вещества. Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по escarpе-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно

На рис. 10 приведены спектральные плотности энергии излучения на границе горячего ядра и внешнего слоя плазмы. Красной кривой нанесён результат согласованного расчёта. Зелёной кривой нанесена аппроксимация поля излучения двухпараметрической функцией Планка с $\alpha = 0,41$ и $T_r = 73$ эВ, используемая в соответствующем приближении. Фиолетовой кривой нанесена функция равновесного распределения фотонов (1) с $T = 10$ эВ, которая соответствует температуре вещества во внешнем разреженном слое плазмы. Серая кривая соответствует равновесному распределению фотонов (1) с $T = 75$ эВ, т.е. равной температуре вещества горячего ядра. При уменьшении плотности вклад столкновительных процессов уменьшается и основную роль в определении ионного состава плазмы начинают играть радиационные процессы. На границе раздела тепловое излучение горячего ядра доминирует в процессах атомной кинетики, что приводит к заметной ионизации прилегающей разреженной плазмы (см. рис. 9). По мере отдаления от горячей области интенсивность теплового излучения падает за счёт перепоглощения и углового расхождения, что приводит к ослаблению процессов фотоионизации и соответствующему уменьшению среднего заряда плазмы во внешних слоях.

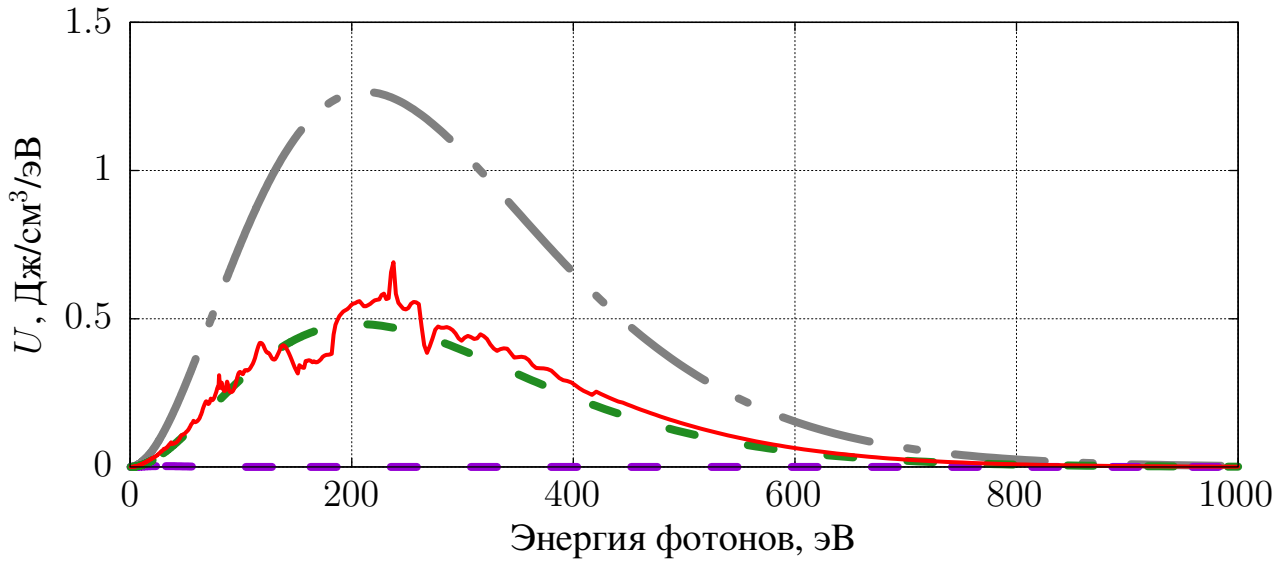


Рис. 10. Спектральная плотность энергии излучения на границе горячего ядра и внешнего слоя плазмы ($r = 2$ см). Красная кривая – согласованное решение уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, серая и фиолетовые кривые – равновесные спектральные плотности излучения с температурами $T = 75$ эВ и $T = 10$ эВ соответственно, зелёная кривая – аппроксимация двухпараметрической функцией Планка с температурой $T_r = 73$ эВ и фактором ослабления $\alpha = 0,41$

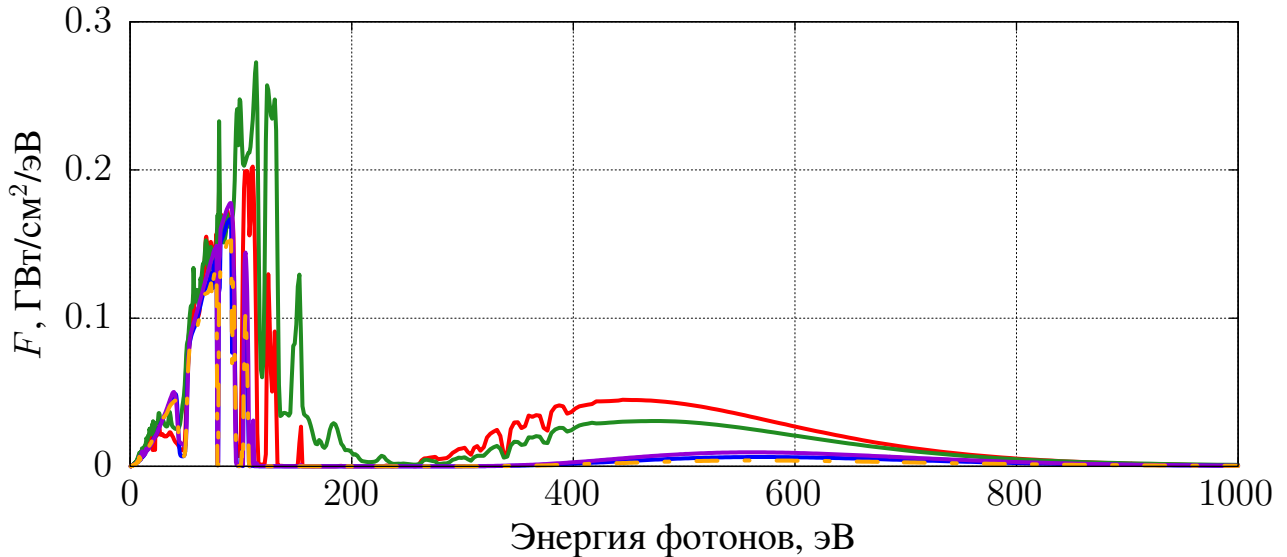


Рис. 11. Спектральный поток энергии излучения F с поверхности шара из плазмы алюминия с неравномерным распределением температуры и плотности вещества. Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по эскаре-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно

На рис. 11 представлены спектральные потоки излучения с поверхности шара радиуса 10 см, полученные в различных приближениях. Как можно видеть, предложенный в данной работе метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, несмотря на хорошее согласие в распределении среднего заряда по радиусу, при расчёте потоков излучения заметно переоценивает выход излучения из плазменного шара рассматриваемой конфигурации в интервале энергий фотонов $100 < \omega < 250$ эВ, хотя качественно полученный новым методом результат всё же ближе к согласованному решению, чем другие представленные подходы.

Плазменный шар с реалистичным распределением температуры и плотности

Из результатов двухмерного (r - Z геометрия) РГД моделирования эксперимента по измерению электропроводности лазерной плазмы алюминия, описанного в работе [17], было извлечено аксиальное ($r = 0$) распределение температуры и плотности вещества на момент времени $t = 5$ нс (см. рис. 12). Полученное распределение было использовано при моделировании свойств плазмы в шаре соответствующего радиуса.

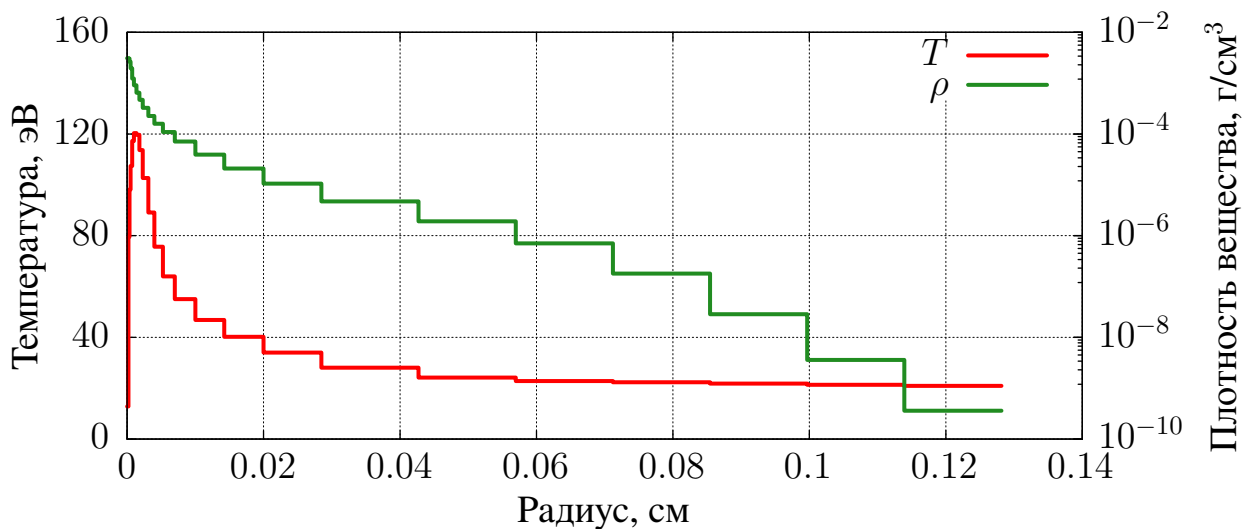


Рис. 12. Радиальное распределение температуры и плотности вещества

На рис. 13 представлено радиальное распределение среднего заряда в различных приближениях. Приближение ЛТР заметно завышает средний заряд плазмы практически во всём объёме шара, за исключением плотного ядра, т.е. происходит явная переоценка радиационных процессов. Интересной особенностью является то, что на интервале $0 \leq r \leq 0,05$ см все другие методы дают практически идентичные результаты, но далее согласованный расчёт и метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка дают более высокий средний заряд, чем приближение прозрачной плазмы и метод

интерполяции по ескаре-фактору. Это можно объяснить тем, что во внутренних слоях шара доминируют столкновительные процессы. При удалении от центра шара плотность вещества уменьшается, и в районе $r = 0,05$ см скорости столкновительных процессов начинают уступать радиационным, что по мере приближения к внешней границе шара приводит к нарастающим отличиям в среднем заряде, получаемом в различных приближениях. Учитывая изначальную цель описываемого эксперимента – измерение электропроводности плазмы, корректное описание пространственного распределения среднего заряда в данной задаче является особенно важным.

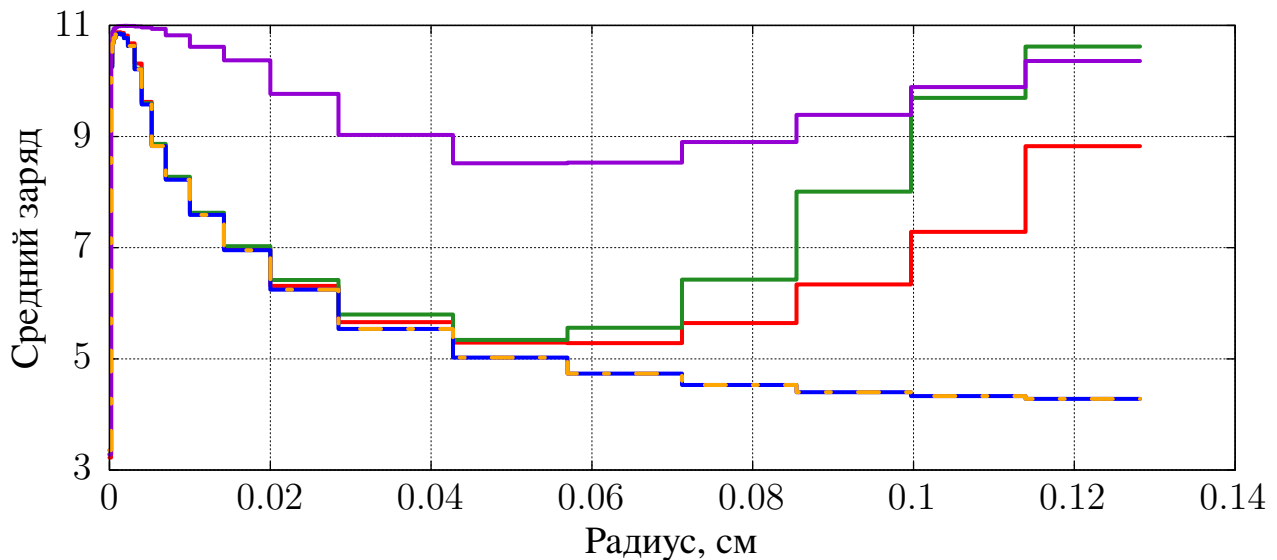


Рис. 13. Радиальное распределение среднего заряда в шаре из плазмы алюминия с реалистичным распределением температуры и плотности вещества. Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по ескаре-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно

На рис. 14 представлены спектральные потоки излучения с поверхности шара, полученные в различных приближениях. Для данной задачи приближённые методы, за исключением приближения ЛТР, дают спектральный состав выходящего излучения практически идентичный согласованному методу решения. Такое совпадение можно объяснить тем, что основная доля выходящего из объёма плазмы излучения генерируется во внутренних плотных слоях шара, для которых все методы, кроме приближения ЛТР, дают очень близкий ионный состав, который, в свою очередь, определяет спектральные свойства плазмы.

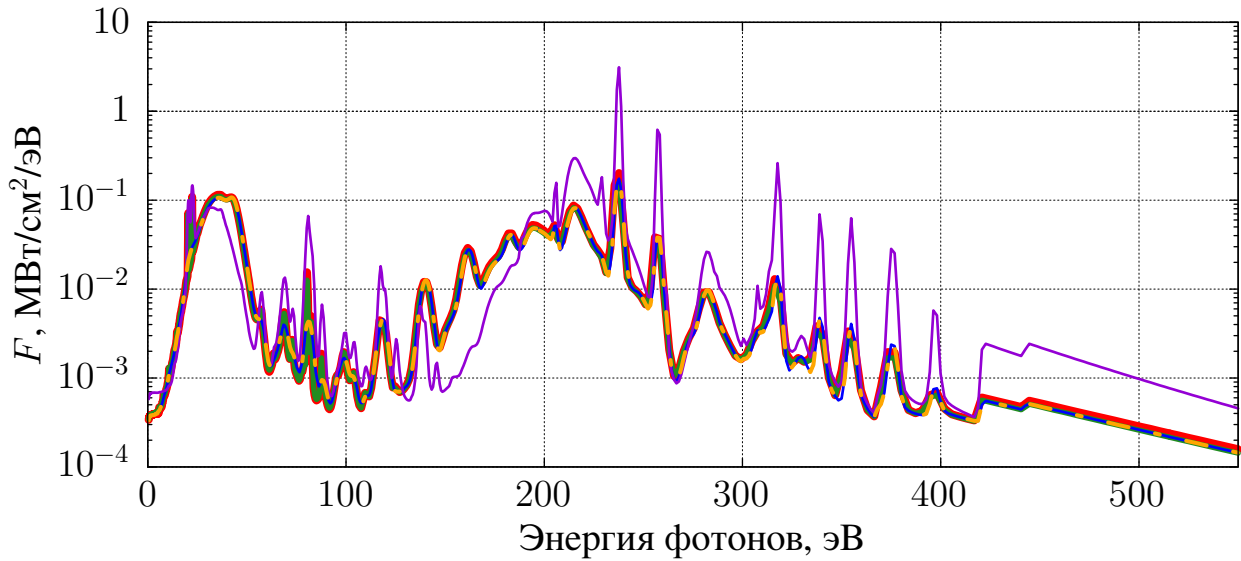


Рис. 14. Спектральный поток энергии излучения F с поверхности шара из плазмы алюминия с реалистичным распределением температуры и плотности вещества. Красная кривая – метод согласованного решения уравнения переноса излучения и системы кинетических уравнений, зелёная кривая – метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка, синяя кривая – метод интерполяции по ескаре-фактору, фиолетовая и оранжевая кривые – приближения ЛТР и прозрачной плазмы соответственно

Заключение

Предложенный в данной работе метод аппроксимации поля излучения двухпараметрической функцией Планка в целом показал хорошие результаты в сравнении с согласованным методом решения, позволив корректно описать как предельные случаи ЛТР и прозрачной плазмы, так и задачи с заметными эффектами неравновесности поля излучения. Анализ численных экспериментов также показал, что приближение ЛТР в рассмотренных условиях следует применять с особой осторожностью, по возможности отдавая предпочтение более точным методам или приближению прозрачной плазмы.

Библиографический список

1. Михалас Д. Звездные атмосферы. Мир, 1982. Т. Часть I. С. 352.
2. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. ФМЛ, 1988.
3. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б., Новиков В.Г. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы и методы расчёта росселандовых пробегов и уравнений состояния. М.: Физматлит, 2000. ISBN: 978-5-9221-0052-6.
4. Вичев И.Ю., Ким Д.А., Соломянная А.Д., Грушин А.С. THERMOS: моделирование нестационарной плазмы неона // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2020. № 58. С. 16.
5. Rose S.J. The effect of a radiation field on excitation and ionisation in non-LTE high energy density plasmas // *High Energy Density Physics*. 2009. Vol. 5, no. 1-2. P. 23–26.
6. Allred J.C., Hawley S.L., Abbett W.P., Carlsson M. Radiative Hydrodynamic Models of the Optical and Ultraviolet Emission from Solar Flares // *The Astrophysical Journal*. 2005. Vol. 630, no. 1. P. 573–586.
7. MacFarlane J.J., Golovkin I.E., Woodruff P.R. HELIOS-CR – A 1-D radiation-magnetohydrodynamics code with inline atomic kinetics modeling // *Radiative Properties of Hot Dense Matter*. 2006. Vol. 99, no. 1–3. P. 381–397.
8. Thornhill J.W., Apruzese J.P., Davis J. et al. An efficient tabulated collisional radiative equilibrium radiation transport model suitable for multidimensional hydrodynamics calculations // *Physics of Plasmas*. 2001. Vol. 8, no. 7. P. 3480–3489.
9. Новиков В.Г., Соломянная А.Д. Спектральные характеристики плазмы, согласованные с излучением // *Теплофизика Высоких Температур*. 1998. Т. 36, № 6. С. 858–864.
10. Вичев И.Ю., Ким Д.А., Соломянная А.Д., Грушин А.С. THERMOS: Согласованное решение уравнения переноса излучения с поуровневой кинетикой в простейших геометриях // *Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша*. 2020. № 56. С. 30.
11. Ольховская О.Г., Гасилов В.А., Баско М.М. и др. О расчётах выходной мощности и спектра рентгеновского излучения Z-пинчей на основе многопроволочных сборок // *Матем. моделирование*. 2016. Т. 28, № 1. С. 3–22.

12. Rozanov V.B., Vergunova G.A. Investigation of compression of indirect-drive targets under conditions of the NIF facility using one-dimensional modelling // *Quantum Electronics*. 2020. Vol. 50, no. 2. P. 162–168.
13. Basko M.M. On the maximum conversion efficiency into the 13.5-nm extreme ultraviolet emission under a steady-state laser ablation of tin microspheres // *Physics of Plasmas*. 2016. Vol. 23, no. 8. P. 083114.
14. Churilov S.S., Ryabtsev A.N. Analyses of the Sn IX–Sn XII spectra in the EUV region // *Physica Scripta*. 2006. Vol. 73, no. 6. P. 614–619.
15. Churilov S.S., Ryabtsev A.N. Analysis of the spectra of In XII–XIV and Sn XIII–XV in the far-VUV region // *Optics and Spectroscopy*. 2006. Vol. 101, no. 2. P. 169–178.
16. Koshelev K.N., Ivanov V.V., Novikov V.G. et al. RZLINE code modeling of distributed tin targets for laser-produced plasma sources of extreme ultraviolet radiation // *Journal of Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS*. 2012. Vol. 11, no. 2. P. 021112–1.
17. Гасилов В.А., Круковский А.Ю., Новиков В.Г. и др. Численное моделирование токопрохождения в вакуумном диоде с лазерным поджигом // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2013. № 78. С. 20.

Оглавление

Введение	3
Постановка задачи	3
Методы решения	4
Примеры расчётов	8
Заключение	20
Библиографический список	21