



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 35 за 2022 г.

ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

А.Е. Луцкий, А.В. Северин

Влияние пористых  
законцовок крыла на  
формирование концевых  
вихрей

Статья доступна по лицензии  
Creative Commons Attribution 4.0 International



**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Луцкий А.Е., Северин А.В. Влияние пористых законцовок крыла на формирование концевых вихрей // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 35. 16 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2022-35>  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-35>

Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М. В. Келдыша  
Российской академии наук

А.Е. Луцкий, А.В. Северин

**Влияние пористых законцовок крыла  
на формирование концевых вихрей**

Москва – 2022

*А.Е. Луцкий, А.В. Северин*

***Влияние пористых законцовок крыла на формирование концевых вихрей***

**Аннотация.** Исследовано влияние законцовки крыла, выполненной из пористого материала, на формирование концевого вихря и его свойства. Установлено, что пористая законцовка существенно влияет на структуру и параметры вихря, уменьшает его интенсивность.

**Ключевые слова:** концевой вихрь, вихревой след, сверхзвуковой поток, пористые материалы

*A.E. Lutsky, A.V. Severin*

***Influence of porous wingtips on the formation of tip vortices***

**Abstract.** The interaction of a wingtip made of a porous material with a tip vortex has been studied. It has been established that the porous tip significantly affects the structure and parameters of the vortex and reduces its intensity.

**Key words:** tip vortex, vortex wake, supersonic flow, porous materials

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда: проект № 22-21-00470

## **Оглавление**

|   |    |
|---|----|
| 1. Введение .....                                   | 3  |
| 2. Математическая модель и численный алгоритм ..... | 3  |
| 3. Численные расчеты.....                           | 5  |
| 4. Результаты .....                                 | 7  |
| 5. Заключение .....                                 | 14 |
| Список литературы .....                             | 15 |

## 1. Введение

Управление концевыми вихрями на крыльях летательных аппаратов является важным резервом улучшения их аэродинамических свойств и безопасности. При помощи винглетов, шарклетов и других типов законцовок [1] можно очень экономными средствами существенно повысить подъемную силу, уменьшить сопротивление, снизить опасность попадания других летательных аппаратов в вихревой след.

Одним из направлений совершенствования аэродинамики летательных аппаратов, интенсивно развивающихся в последнее время, является использование элементов конструкции из пористых материалов. Основой для создания пористых материалов, применяемых в летательных аппаратах, являются как различные металлы (никель, бронза и т.д.), так и материалы на основе термопрочных пористых углеродных материалов, которые обладают высокой термостойкостью (2500К) и малым удельным весом.

Существует много работ, посвященных использованию пористых материалов для стабилизации пограничного слоя [2-5], в каналах для забора перепускаемого воздуха [6], диффузорах [7], носовых обтекателях [8-10] и других элементах конструкции летательных аппаратов.

Поэтому представляет интерес взаимодействие пористых материалов с концевыми вихрями. Работ на эту тему пока еще мало – удалось найти только описание принадлежащего НАСА патента [11]. В этой области возможно открытие новых и полезных эффектов. Настоящая работа представляет собой только первую попытку изучить механизм взаимодействия концевых вихрей с пористым материалом на модельном примере крыльев простой геометрической формы.

## 2. Математическая модель и численный алгоритм

Для проведения расчетов в данной работе использован пакет программ S3D [12], разработанный и программно реализованный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Данный комплекс программ основан на методе решения системы линейных уравнений LU SGS и интерполяционной схеме С.К.Годунова.

Для описания течений совершенного вязкого сжимаемого газа используется система нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (URANS) с однопараметрической моделью турбулентности Спаларта–Аллмараса (SA) для сжимаемых течений. Для дискретизации уравнений используется метод конечных объемов, который, в

отличие от метода конечных разностей, применим к любой геометрии, оперирует различными сетками и позволяет избежать проблем с метрическими сингулярностями обобщенных координат.

Модель течения газа в пористом материале основана на сужении модели Баера-Нунзиато [13], которая первоначально была разработана для описания процесса горения и детонации гранулированных взрывчатых веществ. Среда в этой модели рассматривается как двухфазный континуум, состоящий из твердого скелетона непрореагировавшего ВВ и газовой фазы продуктов горения. Модель, которую мы используем, является редукцией модели Баера-Нунзиато, состоящей в предположении, что твердый скелетон неподвижен.

Мгновенное состояние газа определяется плотностью  $\rho$ , вектором скорости  $u$  и давлением  $p$ . Газ считается сжимаемой, вязкой и теплопроводной средой. Скелетон считается обладающим теплоемкостью и теплопроводностью, температура газа и скелетона считается одинаковой.

Предполагается, что микроструктура скелетона является изотропной и характеризуется распределением объемной доли скелетона  $\varphi = \varphi(\mathbf{x})$ . Величина  $\alpha = \alpha(\mathbf{x}) = 1 - \varphi(\mathbf{x})$  представляет собой локальное распределение пустот (пористость).

В результате мы приходим к следующей системе уравнений, которые в континуальном приближении описывают течение сжимаемой жидкости в стесненных условиях пористого проницаемого скелетона:

$$\frac{\partial \alpha \rho}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho u_k}{\partial x_k} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \alpha \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial \alpha (\rho u_i u_k + p \delta_{ik})}{\partial x_k} = \rho \frac{\partial \alpha}{\partial x_i} + \frac{\partial \alpha \tau_{ik}}{\partial x_k} - g_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial \alpha \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (1 - \alpha) E_s}{\partial t} + \frac{\partial \alpha \rho H u_k}{\partial x_k} = \frac{\partial \alpha \tau_{ik} u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial \theta_k}{\partial x_k} \quad (3)$$

Здесь используются общепринятые обозначения:  $\rho$  — плотность,  $u_k$  — компоненты вектора скорости,  $p$  — давление,  $\tau_{ik} = 2\mu e_{ik} - \frac{2}{3}\mu e_{jj}\delta_{ik}$  — тензор вязких напряжений,  $e_{ik} = 0.5(\nabla_i u_k + \nabla_k u_i)$  — тензор скоростей деформаций,  $\mu$  — динамическая вязкость,  $H = E + p / \rho$  — полная энтальпия,  $E = E_t + W$  — полная энергия газовой фазы,  $E_t = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}$  — внутренняя энергия единицы массы (определяется уравнением состояния идеального калорически совершенного газа),  $W = 0.5u_k^2$  — кинетическая

энергия единицы массы,  $E_s = C_s T$  — тепловая энергия скелетона,  $C_s$  — теплоемкость единицы объема твердой фазы,  $\theta_k = -\lambda \nabla_k T$  — молекулярный тепловой поток,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности двухфазной среды,  $T$  — температура;  $\delta_{ij}$  — тензор Кронекера.

Коэффициент вязкости предполагается функцией локальной температуры воздуха  $T$  и задается полуэмпирической формулой Сазерленда. Коэффициент теплопроводности газа  $\lambda_g$  связан с коэффициентом динамической вязкости  $\mu$  числом Прандтля, которое предполагается постоянным и равным  $Pr = 0.733$ . Коэффициент теплопроводности твердой фазы  $\lambda_s$  считается постоянным и определяется свойствами материала. Коэффициент теплопроводности двухфазной среды  $\lambda = \alpha \lambda_g + (1 - \alpha) \lambda_s$ .

Объемная сила  $g_i$  в уравнении 2 представляет собой вязкую силу трения, действующую со стороны скелетона на газ. Она зависит от локальной скорости и плотности газа и микроструктуры скелетона (или микроструктуры пор). В общем случае вязкая сила трения может быть записана через коэффициент вязкого сопротивления в форме Эргана [14]:

$$g_j = \frac{(1 - \alpha) s_p C_d \rho |\mathbf{u}|}{8}$$

где  $s_p = S_{\text{эле}} / V_{\text{эле}}$  — дисперсность скелетона, равная отношению площади межфазной поверхности к объему скелетона в единице физического объема,  $C_d$  — коэффициент сопротивления, определяемый по эмпирическим формулам Эргана в зависимости от числа Рейнольдса и пористости.

Более полное описание используемых численных алгоритмов и математической модели можно найти в [15].

Параллельные алгоритмы численного решения были реализованы на многопроцессорной системе К-100 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

### 3. Численные расчеты

Для исследования вихревого следа в сверхзвуковом течении использовалось прямое крыло с передней и задней кромками толщиной 0.2 мм. Хорда крыла 30 мм, полуразмах 47.5 мм. Профили крыла у основания и на внешней кромке показаны на рис. 1. Форма крыла между заданными профилями такая, что все поверхности плоские – плоский четырехугольник в средней части, треугольники у передней и задней кромки. На рис. 2 показана схема крыла в плане. (Рис. 1 и рис. 2 выполнены в разных масштабах.)

Конец крыла (на рис. 2 заштрихован клетчатой штриховкой) выполнен из пористого материала с разными значениями пористости, то есть объемной доли газовой фазы.

Пористый материал в применяемой модели считается непрерывной двухфазной средой, определяемой двумя параметрами: пористостью  $\alpha$ , то есть отношением объема газовой фазы к общему объему, и характерным размером пор, интерпретируемым как средний диаметр каналов в пористом материале.

Выполнен контрольный расчет для сплошного материала и расчеты для трех значений пористости  $\alpha = 0.4, 0.6, 0.8$ .

Характерный размер пор считался равным 0.1 мм.

Все расчеты производились для одинакового набегающего потока с числом Маха  $M=3$ , число Рейнольдса относительно 1 м  $Re=8803209$ , угол атаки  $\alpha=10^\circ$ .

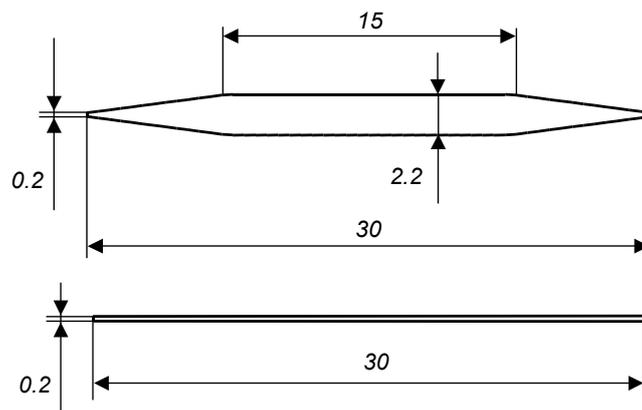


Рис. 1. Профили крыла у основания и у внешней кромки.

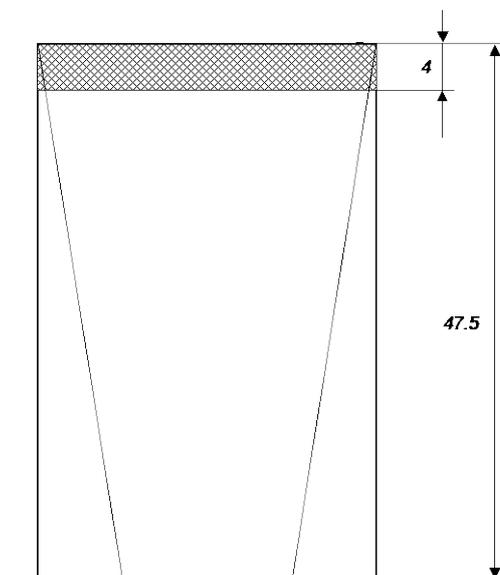


Рис. 2. Схема крыла в плане.

В расчете использовалась блочно-регулярная сетка, состоящая из 5951600 ячеек, со сгущением к поверхности крыла, передней и задней кромке, а также к внешнему краю. Толщина ячеек у поверхности крыла 0.04 мм.

Размер области за крылом – 9 хорд, с внешней стороны крыла – равно полуразмаху. На плоскости  $z=0$ , на которой расположено основание крыла, установлено условие зеркальной симметрии, на передней границе области – условие вдува, на остальных границах – условие экстраполяции.

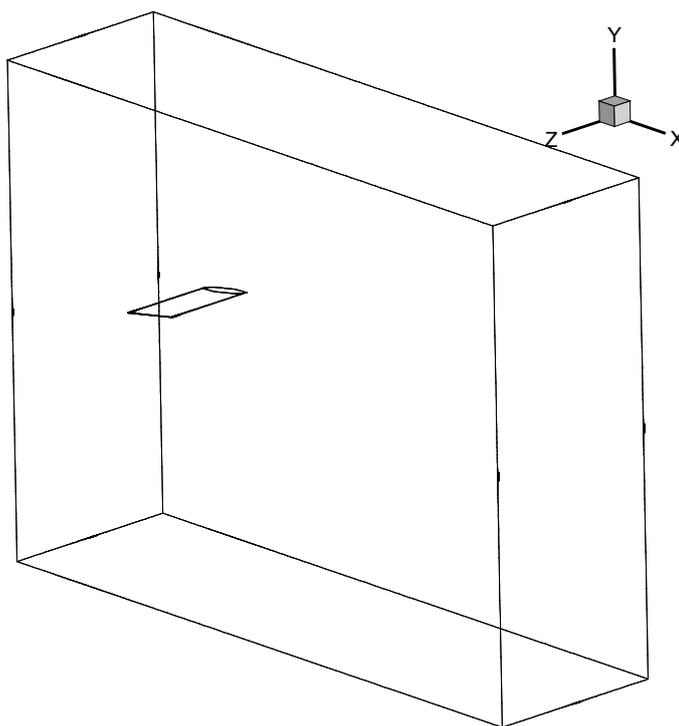
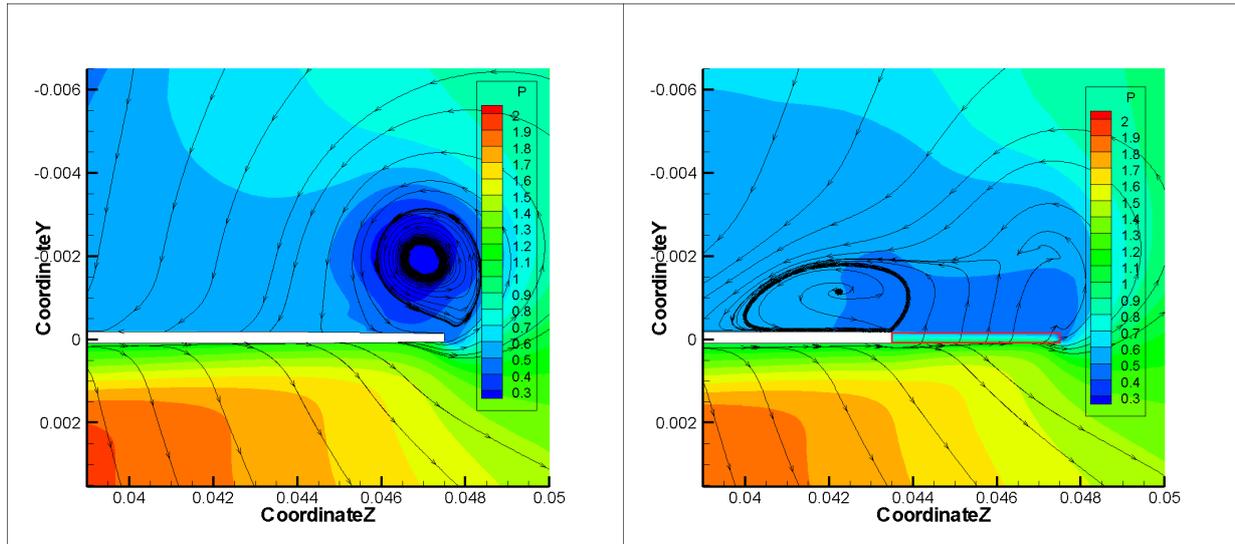


Рис. 3. Схема счетной области.

## 4. Результаты

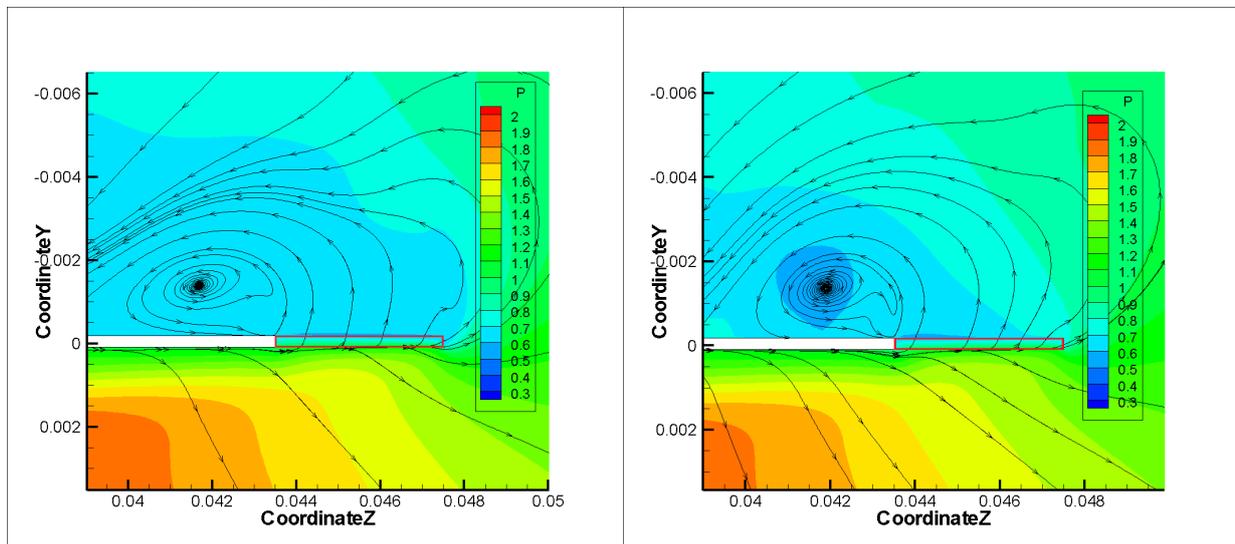
Анализ результатов численного моделирования показал, что при всех рассмотренных значениях пористости формируется концевой вихрь, аналогичный вихрю на гладком крыле, но не вблизи края пористой законцовки крыла, а вблизи окончания гладкого участка. Вихрь только расширяется до того места, где заканчивается пористое окончание крыла, но его центр во всех случаях оказывается над гладкой частью. Только при  $\alpha=0.4$  наблюдаются нечетко выраженные признаки формирования второго вихря.

На рис. 4 изображены линии тока тангенциального движения, то есть без учета компоненты скорости  $u_x$ , в плоскости, проходящей через заднюю кромку крыла. Также изображено давление, отнесенное к давлению набегающего потока. Пористая часть крыла обведена красной линией.



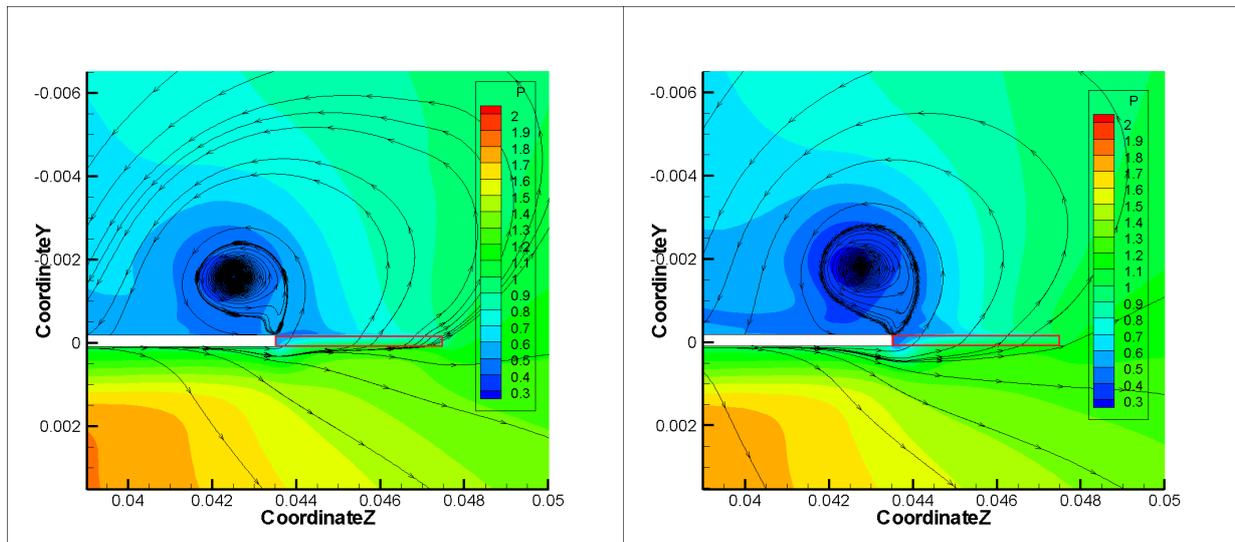
$\alpha=0$ . (гладкое)

$\alpha=0.4$



$\alpha=0.5$

$\alpha=0.6$



$\alpha=0.7$

$\alpha=0.8$

Рис. 4. Линии тока и относительное давление в плоскости сечения  $x=-0.1055$

На рис. 5 и 6 изображено распределение давления на верхней и нижней поверхностях крыла для случаев гладкого крыла и  $\alpha=0.6$ . Видно, что наличие пористой законцовки приводит к заметному перераспределению давления, особенно на верхней поверхности, в результате чего изменяются лобовое сопротивление и подъемная сила.

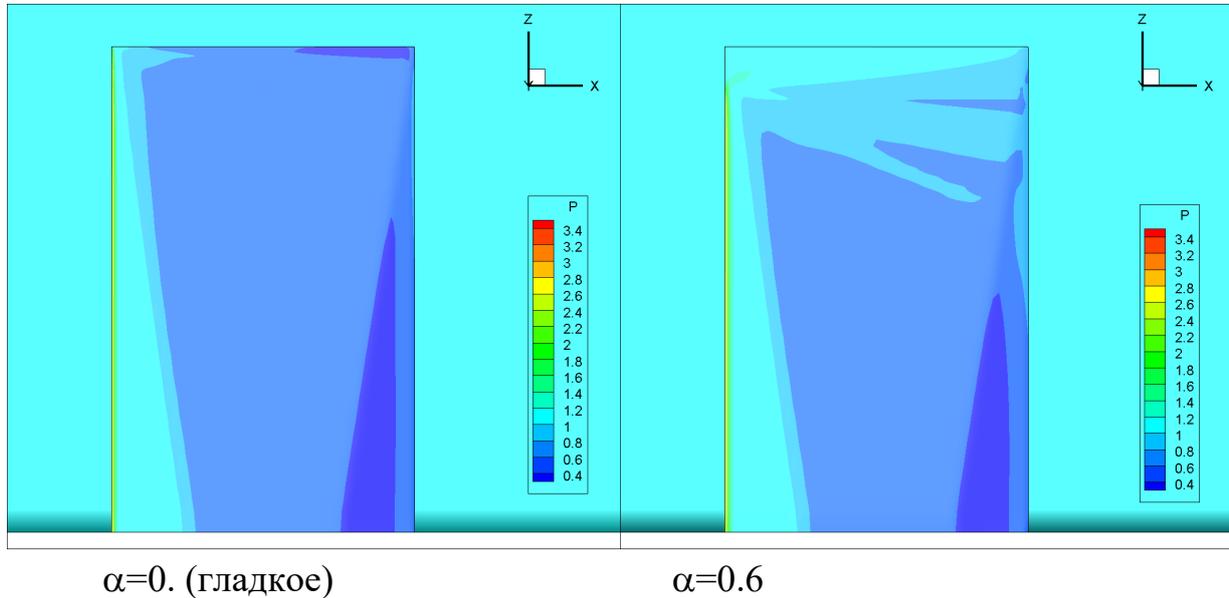


Рис. 5. Давление на верхней поверхности крыла.

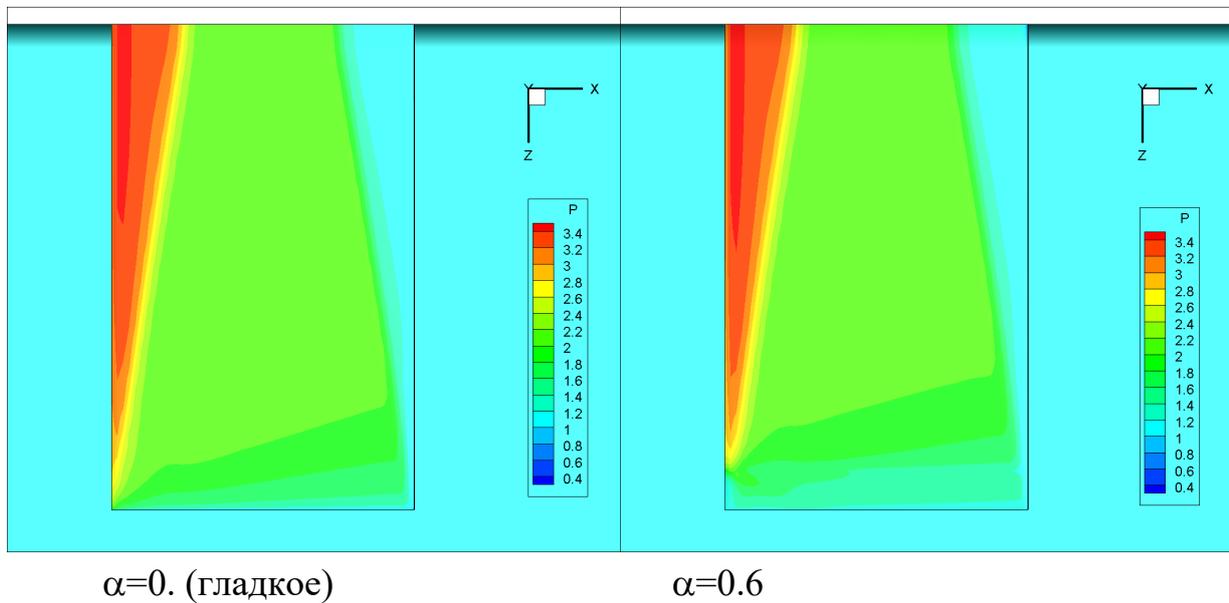


Рис. 6. Давление на нижней поверхности крыла.

Лобовое сопротивление крыла с пористой законцовкой существенно уменьшается в сравнении с гладким. Подъемная сила тоже уменьшается, но

меньше. За счет этого аэродинамическое качество увеличивается. Особенно сильно этот эффект проявляется при  $\alpha=0.6$ .

Таблица 1.

| пористость | 0    | 0.4  | 0.5  | 0.6  | 0.7  | 0.8  |
|------------|------|------|------|------|------|------|
| $C_x$      | 0.31 | 0.24 | 0.22 | 0.22 | 0.24 | 0.27 |
| $C_y$      | 1.35 | 1.15 | 1.16 | 1.19 | 1.21 | 1.22 |
| K          | 4.36 | 4.77 | 5.27 | 5.4  | 5.04 | 4.6  |

На рис. 7 показана сравнительная эволюция вихря на гладком крыле (слева) и на крыле с пористой законцовкой  $\alpha=0.6$  (справа). Изображено тангенциальное число Маха  $M_{yz} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$  в сечениях  $x = -0.09, -0.06, -0.03, 0, 0.03$ . Первое сечение находится на расстоянии  $\approx 0.5$  хорды крыла за задней кромкой, последнее –  $\approx 4.5$  хорд. Видно, что формирование вихря идет иначе, и он значительно медленнее приобретает осесимметричную структуру.

Положение вихря в пространстве при наличии пористой законцовки изменяется иначе, чем в случае гладкого крыла. На рис. 8 показано изменение координат центра вихря в зависимости от координаты  $x$  для гладкого крыла и пористости  $\alpha=0.6$ . Видно, что при наличии пористой законцовки сначала вихрь сильнее смещается как в вертикальном направлении, так и к середине крыла. Далее, за задней кромкой, на протяжении 1 - 2 хорд крыла вихрь остается несимметричным, как это показано на рис. 7, в связи с чем оказывается трудно точно определить положение центра. На рис. 8 это видно как колебания центра вихря. В дальнейшем вихрь стабилизируется и смещается меньше, чем за гладким крылом.

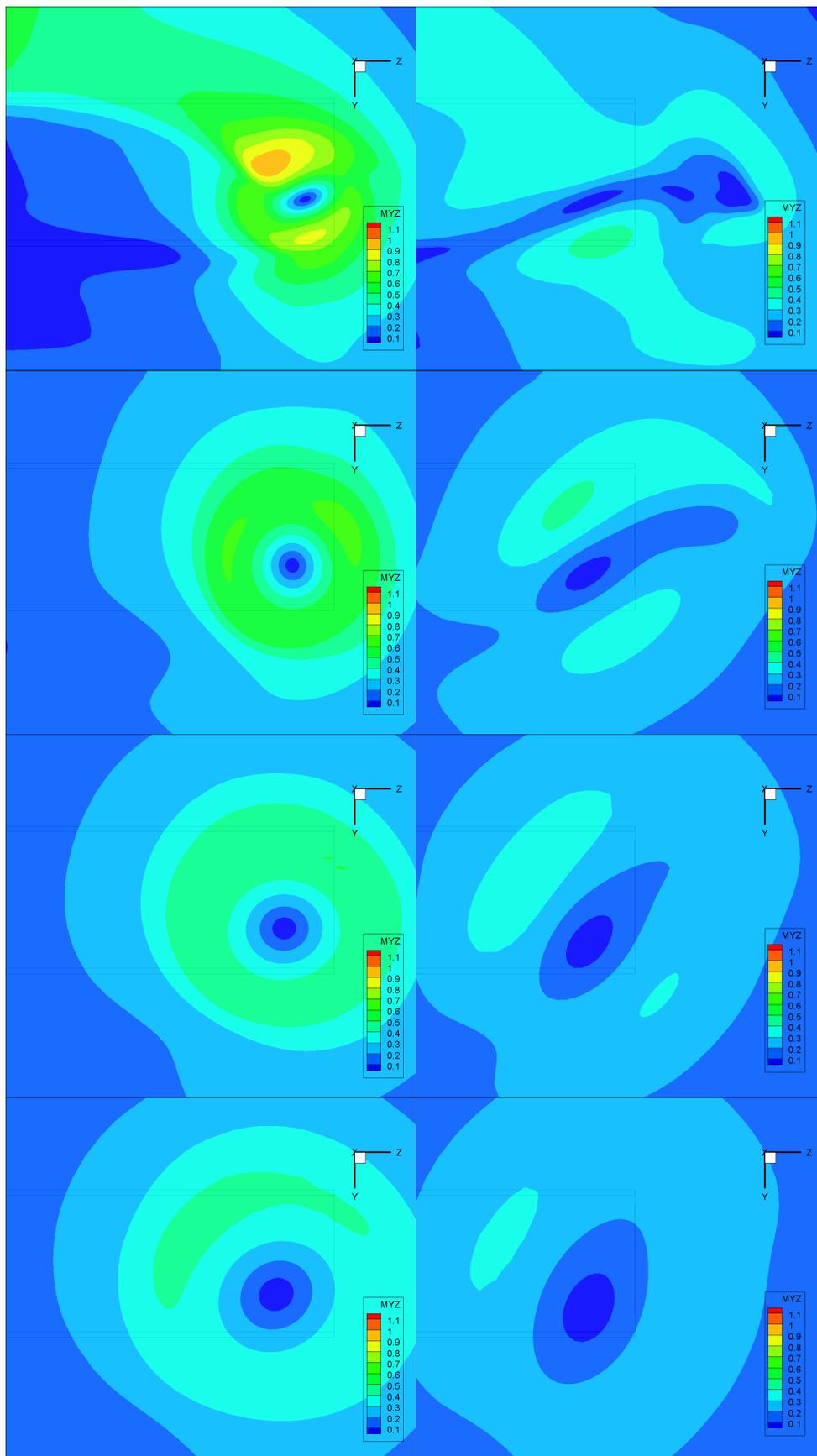


Рис. 7. Формирование вихря за кромкой гладкого крыла (слева) и крыла с пористой законцовкой (справа). Показано тангенциальное число Маха.

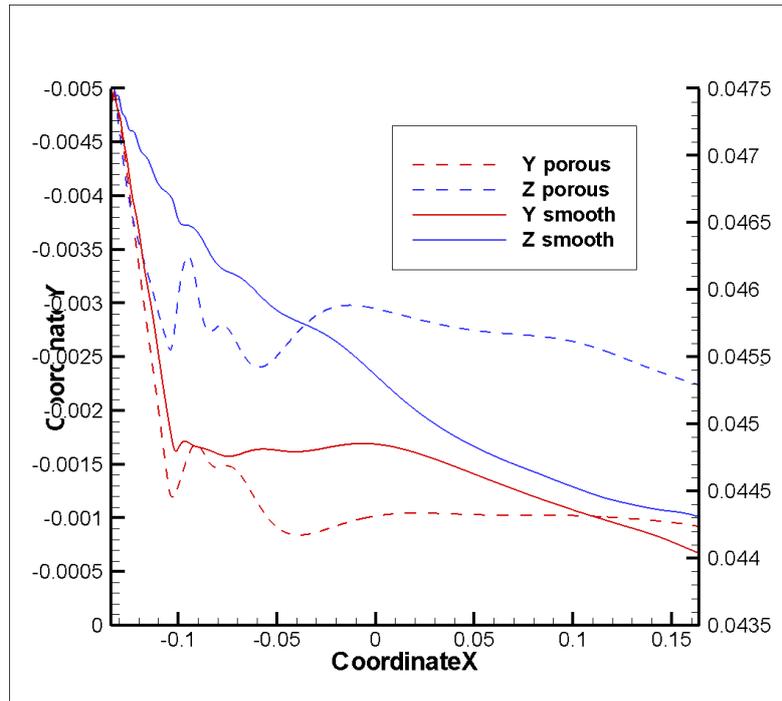


Рис. 8. Смещение центра вихря в зависимости от координаты  $x$ .

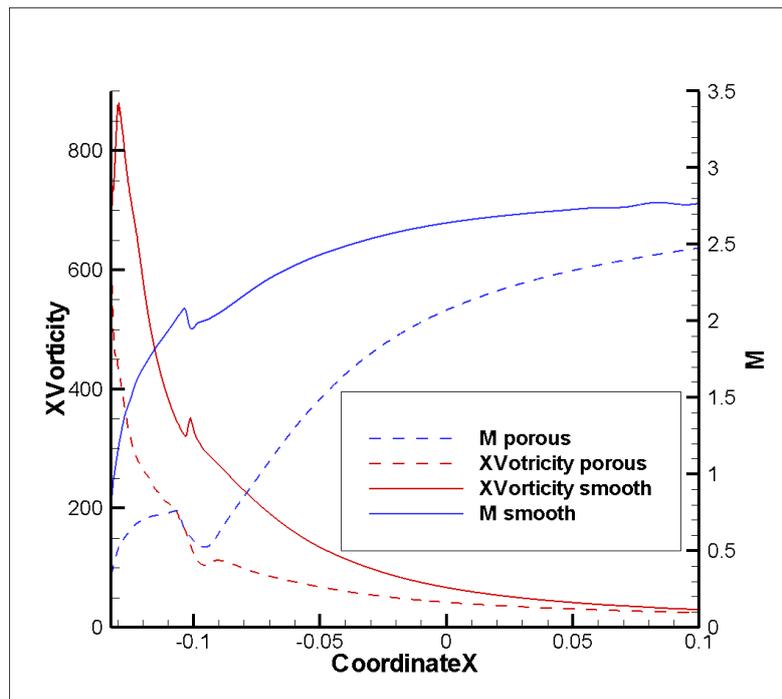


Рис. 9. Продольная завихренность и число Маха в центре вихря.

Число Маха на оси вихря в случае пористой законцовки существенно меньше из-за большего давления и более высокой скорости звука (рис. 9).

Пористая законцовка делает вихрь менее интенсивным. Уменьшаются завихренность и тангенциальное число Маха, увеличивается давление в центре вихря. Плотность меняется незначительно. На рис. 10 и 11 показаны параметры течения вдоль линии, проходящей через центр вихря

перпендикулярно его оси. Представлены сечения  $x=0$  (на расстоянии 3.5 хорд за кромкой) и  $x=0.1$  (примерно 7 хорд). Показаны графики для гладкого крыла ( $\alpha = 0$ ) и трех значений пористости  $\alpha = 0.4, 0.6, 0.8$ .

Видно, что положение центра вихря по координате  $y$  во всех случаях близко, хотя центр вихря на гладком крыле ( $\alpha = 0$ ) находится в совершенно другом месте по  $z$ . Интересно, что структуры вихря на гладком крыле и на крыле с  $\alpha = 0.8$  очень похожи, отличаются значительно меньше, чем на крыльях с другими значениями пористости. Это говорит о том, что законцовка с высокой пористостью оказывает небольшое влияние на вихрь, такое крыло почти эквивалентно гладкому крылу меньшего размаха. Но некоторое различие есть, поскольку даже при  $\alpha = 0.8$  аэродинамическое качество остается выше, чем у гладкого крыла.

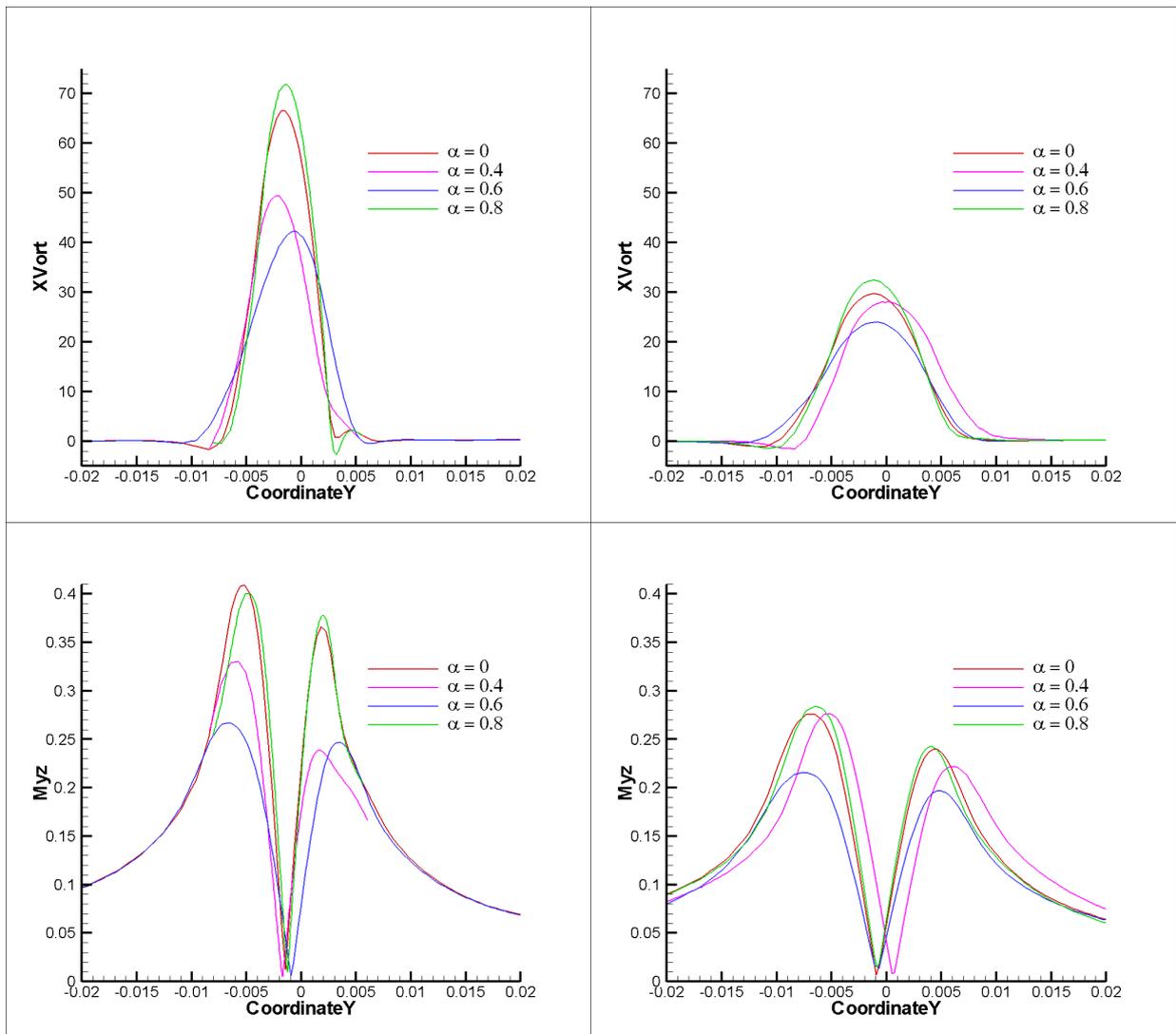


Рис. 10. Продольная завихренность и тангенциальное число Маха в сечениях  $x=0$  и  $x=0.1$

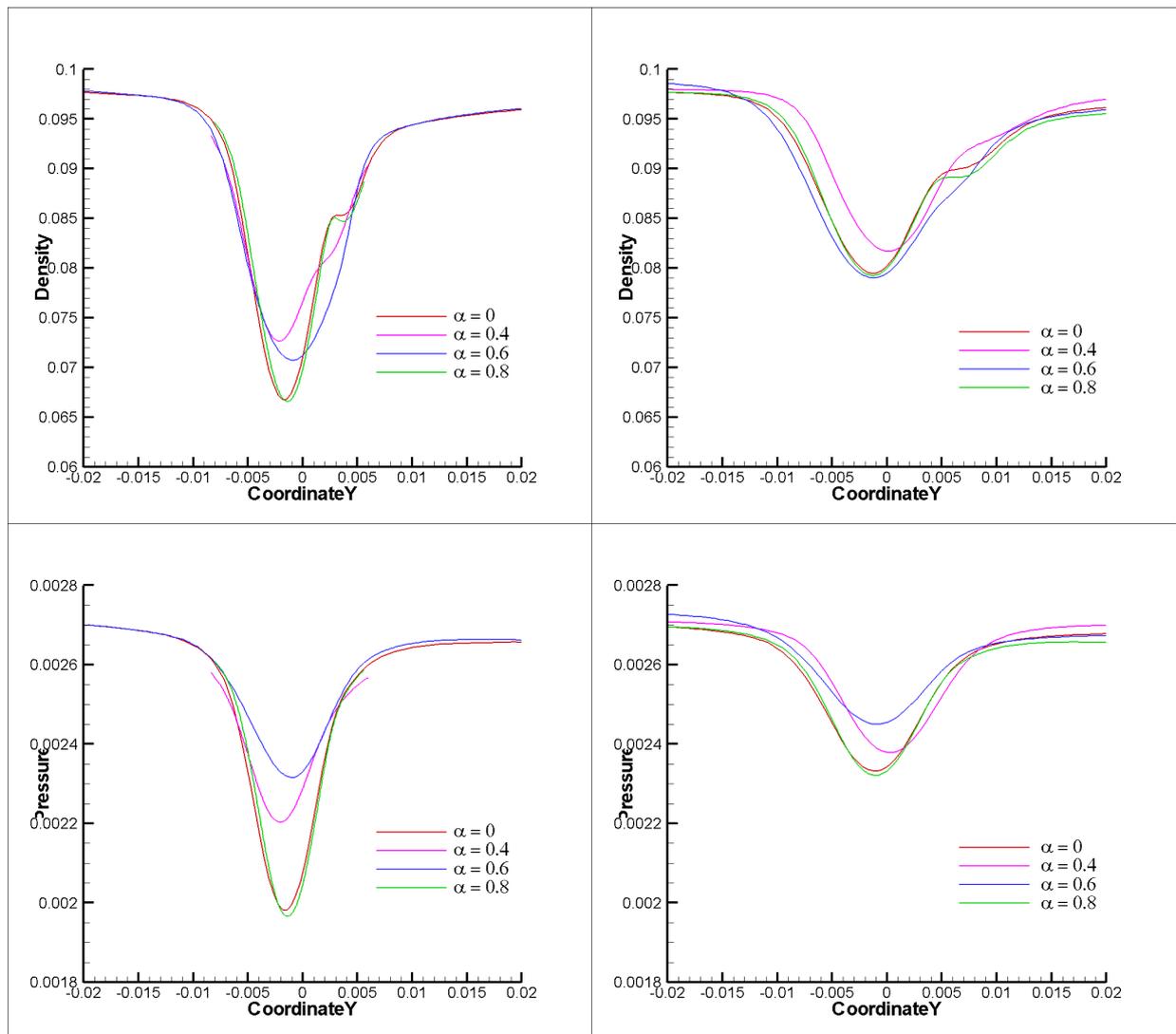


Рис. 11. Плотность и давление в сечениях  $x=0$  и  $x=0.1$

## 5. Заключение

В работе представлены результаты численного исследования концевой вихря в сверхзвуковом потоке при числе Маха  $M=3$  для крыла, имеющего законцовку из пористого материала с различными значениями пористости. Для расчетов использовались алгоритмы моделирования турбулентных течений и их параллельная реализация для многопроцессорных вычислительных систем.

Из полученных численных результатов видно, что у крыла с пористой законцовкой образуется концевой вихрь, аналогичный тому, что образуется на гладком крыле. Но параметры, структура и положение вихря существенно отличаются. Во всех рассмотренных случаях вихрь образуется у края гладкой части крыла, а не у края пористого материала.

Вихрь становится менее интенсивным. Лобовое сопротивление и подъемная сила уменьшаются. Таким образом, появляется возможность управлять параметрами вихря с целью увеличения аэродинамического качества крыла и сокращения вихревого следа.

Расчеты выполнены для модельного крыла простой геометрии. Это показывает принципиальную возможность управления параметрами концевого вихря при помощи пористых законцовок. Насколько сильным будет полезный эффект на крыльях, более близких к крыльям реальных летательных аппаратов – должно быть предметом дальнейших исследований.

## Список литературы

1. R. T. Whitcomb. A Design Approach and Selected Wind-Tunnel Results at High Subsonic Speeds for Wing-Tip Mounted Winglets // NASA-TN-D-8260, 1976
2. В.И. Корнилов, А.В. Бойко. Экспериментальное моделирование вдува воздуха в турбулентный пограничный слой при помощи внешнего напорного потока // Журнал технической физики. 2016, т. 86, вып. 10, с. 8-46
3. В.И. Лысенко, Б.В. Смородский, Ю.Г. Ермолаев, С.А. Гапонов, А.Д. Косинов, Н.В. Семенов, А.А. Яцких. Влияние инъекции тяжелого газа в пристеночный слой сверхзвукового пограничного слоя на его переход // Сибирский физический журнал. 2017, т. 12, № 1. с. 50-56.
4. К.Б. Циберкин. О структуре поля скорости стационарного течения вблизи границы раздела однородной жидкости и пористой среды Бринкмана // Журнал технической физики. 2016, т. 86, вып. 8.
5. А.Н. Шиплюк, Е.В. Буров, А.А. Маслов, В.М. Фомин. Влияние пористых покрытий на устойчивость гиперзвуковых пограничных слоев // Прикладная Механика и Техническая Физика (ПМТФ). 2004, т. 45, №2, с. 169-176.
6. В.М. Фомин, В.И. Запрягаев, А.В. Локотко, В.Ф. Волков, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, Ю.М. Максимов, А.И. Кирдяшкин. Аэродинамические характеристики тела вращения с газопроницаемыми участками поверхности // Прикладная Механика и Техническая Физика (ПМТФ). 2010, т. 51, № 1, с. 79 – 88.

7. B.P. Willis, D.O. Davis, W.R. Hingst. Flowfield Measurements in a Normal-Hole-Bled Oblique Shock-Wave and Turbulent Boundary-Layer Interaction // AIAA Paper 1995-2885 (July 1995).
8. T.V. Poplavskaya, S.V. Kirilovskiy, S.G. Mironov. Supersonic flow around a cylinder with front gas-permeable insert which modeled by skeleton of porous material // AIP Conference Proceedings 1770, 030067 (2016).
9. Erich Schuelein. Shock-wave control by permeable wake generators // 5th Flow Control Conference, Fluid Dynamics and Co-located Conferences, Chicago, Illinois, 28 June – 1 July 2010.
10. В.М. Фомин, С.Г. Миронов, К.М. Сердюк. Снижение волнового сопротивления тел в сверхзвуковом потоке с помощью пористых материалов // Письма в ЖТФ. 2009, т. 35, вып. 3.
11. Winglet with injected flow. <https://technology.nasa.gov/contact-us/TOP2-289>
12. И.С. Меньшов, А.В. Северин. Программный комплекс S3D. [https://cfd.imamod.ru/FILES/2015/2015\\_CFDWeekend\\_Abstracts.pdf](https://cfd.imamod.ru/FILES/2015/2015_CFDWeekend_Abstracts.pdf)
13. M.R. Baer, J.W. Nunziato. A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials // Int. J. Multiphase Flow. 1986. 12, pp 861-889.
14. S. Ergun. Fluid flow through packed columns // Chem. Eng. Prog. 48 1952.
15. А.В. Северин, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов. Управление высокоскоростным течением в канале при помощи пористых вставок // Матем. моделирование. 2022, 34:4, 100–112