



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 62 за 2022 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**А.А. Мазитов, Ю.О. Бобренёва,
И.М. Губайдуллин,
Ю.А. Повещенко**

Математическое
моделирование течения
многофазного потока в
однопоровом коллекторе

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Математическое моделирование течения многофазного потока в однопоровом коллекторе / А.А. Мазитов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 62. 14 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2022-62>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-62>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

**А.А. Мазитов, Ю.О. Бобренёва, И.М. Губайдуллин,
Ю.А. Повещенко**

**Математическое моделирование
течения многофазного потока
в однопоровом коллекторе**

Москва — 2022

Мазитов А.А., Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М., Повещенко Ю.А.

Математическое моделирование течения многофазного потока в однопоровом коллекторе

Рассматривается процесс течения многофазных потоков в однопоровых коллекторах. Многофазный поток в скважине формируется путем смешения нефти, пластовой воды и нефтяного газа. Представлена математическая модель, которая описывает процесс массопереноса двухфазной жидкости в однопоровом коллекторе при проведении гидродинамического исследования на скважине. На основе модели построена разностная схема. В качестве метода решения системы линейных алгебраических уравнений использован метод скалярной прогонки. Проведен анализ влияния различных характеристик продуктивных пластов, отражающих их влияние на динамику давления. Рассчитано оптимальное время проведения гидродинамического исследования на добывающей скважине. Моделирование производилось в разработанном компактном программном обеспечении.

Ключевые слова: многофазный поток, математическое моделирование, численное решение, система уравнений, метод скалярной прогонки, компактное программное обеспечение.

Mazitov A.A., Bobreneva Yu.O., Gubaydullin I.M., Poveshchenko Yu.A.

Mathematical modeling of a multiphase flow in a single-pore reservoir

The flowing process of the multiphase flows in single-pore reservoirs is considered. The multiphase flow in the well is formed by mixing oil, formation water and petroleum gas. A mathematical model is presented that describes the process of mass transfer of a two-phase fluid in a single-pore reservoir during a hydrodynamic study on a well. Based on the model, a difference scheme is constructed. The scalar sweep method is used as a method for solving a system of linear algebraic equations. The analysis of the influence of various characteristics of productive formations, reflecting their influence on the pressure dynamics, was carried out. The optimal time for conducting a hydrodynamic study on a production well was calculated. Modeling was carried out in the developed compact software.

Key words: multiphase flow, mathematical modeling, numerical solution, system of equations, scalar sweep method, compact software.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 20-37-90080.

1. Введение

С введением санкционных ограничений на информационные программные продукты для нефтегазовой промышленности остро встал вопрос создания отечественных программных симуляторов для математического моделирования. Существующие коммерческие импортные многофункциональные симуляторы, такие как OLGA (SPT Group, Schlumberger), LedaFlow (Kongsberg) и MAST (TEA Sistemi), очень громоздки, сложны в эксплуатации, требуют много вычислительного времени. Для принятия оперативных решений, возникающих при разработке нефтегазовых месторождений, важны компактные программные продукты. Такие компактные программные продукты должны иметь конкретные модели, настройки конфигурации и способность предоставить быстрый и наглядный результат, а также иметь удобный и интуитивно понятный даже неподготовленному пользователю интерфейс [1].

Перспективы развития нефтедобывающей отрасли нуждаются в решении различных вопросов, среди которых одними из основных являются освоение и эффективная разработка месторождений. Фундаментальные исследования в области разных дисциплин: физики, химии, математики, информационных технологий, геологии и других – составляют основу теории разработки месторождений. Современная научная технология разработки нефтяных и газовых месторождений основывается на комплексном изучении свойств продуктивных пластов и содержащихся в них жидкостей и газов, в том числе сложных процессов, происходящих в пластах от начала бурения скважины до эксплуатации.

Увеличение темпа отбора нефти из продуктивного пласта и поддержание пластового давления на эксплуатируемом объекте являются приоритетной целью для любых месторождений, в том числе тех, что находятся на поздних стадиях разработки. Для достижения этой цели, как правило, используется система поддержания пластового давления, в которой происходит нагнетание агента в продуктивный пласт, тем самым создается напорный режим. Как правило, агентами выступают вода или газ. Кроме того, процесс добычи нефти практически всегда сопровождается попутной водой или попутным газом. Попутный газ состоит из газа в свободном состоянии, который выделяется из нефти в поверхностных и в пластовых условиях, ниже давления насыщения [2, 3]. В результате в скважине происходит перемешивание нефти, пластовой воды и нефтяного газа [4-6]. Концентрация компонентов смеси изменяется во времени и зависит от различных факторов: величины влагосодержания, физических свойств фаз и т.д., что, в свою очередь, приводит к нестабильности структуры течения потока и изменению его свойств, в том числе физических. Отсюда следует вывод, что характеристики нефтегазоводяной смеси являются случайными временными функциями. Таким образом, возможность планирования работ по освоению и оптимальной эксплуатации нефтяных

скважин носит комплексный характер, связанный с гидродинамическими процессами, происходящими при течении многофазных потоков в системе пласт-скважина.

Явление течения потока, состоящего одновременно из двух и более фаз, в трубах характерно как для нефтяной промышленности на всех этапах добычи и переработки нефтепродуктов, так и для технологических процессов других отраслей производства. Например, многофазные течения возникают в таких устройствах, как парогенераторы, двигатели, коллекторы, ядерные реакторы и другие. Для прогнозирования характеристик многофазного потока в скважине существует множество различных подходов. Большинство из них универсальны, другие – применимы лишь в некоторых случаях. Одни подходы подразумевают использование данных, полученных опытным путем, с помощью других же можно моделировать явления, встречающиеся на практике. Во время проектирования скважины компетентный инженер должен учитывать любые ограничения, накладываемые каждым из существующих подходов.

Несмотря на востребованность тематики данной работы, многие вопросы, связанные с математическими и вычислительными сторонами моделирования многофазных течений, требуют большего развития. Приоритетной целью изучения многофазной фильтрации остается управление разработкой нефтяных месторождений. Основным критерий качества – максимальная добыча углеводорода за меньший срок эксплуатации и минимальное количество сопровождающей его попутной воды при условии соблюдения всех технологических ограничений. Для этого используется двумерная модель Баклея-Левретта, где фильтрация жидкости является двухфазной [7, 8]. Математическое описание в данной модели полагается на такие понятия как насыщенность, относительные фазовые проницаемости и закон Дарси. Подобный анализ одномерных течений позволяет инженеру определить основные эффекты и характерные особенности совместной фильтрации двух жидкостей [9, 10].

Таким образом, математическое моделирование многофазных течений, разработка эффективных численных методов и компактных программ, их решение являются актуальными на сегодняшний день задачами [11].

2. Математическая модель процесса многофазной фильтрации

Распределение массопереноса в пористой среде с многофазной фильтрацией описывается дифференциальными уравнениями второго порядка. Основой математического описания процесса многофазной фильтрации являются классические уравнения механики сплошной среды [12]. Задача является квазилинейной системой уравнений математической физики

смешанного типа. Уравнения фильтрации двухфазной жидкости, записанные в дивергентной форме, имеют вид:

$$\frac{\partial(\varphi\rho_o S_o)}{\partial t} + \nabla(\rho_o U_o) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\varphi\rho_w S_w)}{\partial t} + \nabla(\rho_w U_w) = 0, \quad (2)$$

где $i=o,w$ (o – нефть, w – вода), φ – пористость, ρ_i – плотность (кг/м^3), S_i – насыщенность, U_i – скорость фильтрации (м/с), t – время (с).

Для определения скоростей фильтрации применяется обобщенный закон Дарси. Скорости фильтрации для нефти и воды соответственно равны:

$$U_o = - \frac{kk_{ro}(S_o)}{\mu_o} \text{grad } P_o, \quad (3)$$

$$U_w = - \frac{kk_{rw}(S_w)}{\mu_w} \text{grad } P_w, \quad (4)$$

где k – абсолютная проницаемость (м^2), k_r – относительная проницаемость, μ – вязкость ($\text{Па}\cdot\text{с}$), P – давление (Па), S_o – нефтенасыщенность, S_w – водонасыщенность.

В данной работе пренебрегается влиянием капиллярных и гравитационных сил, поэтому давления для фаз нефти и воды считаются одинаковыми:

$$P_o = P_w = P. \quad (5)$$

Сумма насыщенностей равна единице:

$$S_o + S_w = 1. \quad (6)$$

Для задачи ставятся начальные и граничные условия. Это начальное и конечное давление и условие непротекания на границе.

$$P|_{t=0} = P_0, \quad P|_{r=r_w} = P_K, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=r_e} = 0, \quad (7)$$

где r – радиус (м), r_w – радиус скважины (м), r_e – радиус исследования (м), P_0 – начальное давление (МПа), P_K – конечное давление (МПа), t – время (с).

Получена математическая модель (1)–(7), которая описывает процесс массопереноса двухфазной жидкости в однопоровом коллекторе при проведении гидродинамического исследования на добывающей скважине. Рассматривается ситуация, когда скважина запускается в работу после долгого времени простоя.

3. Численный алгоритм

Рассматривается одномерная постановка задачи. В качестве метода получения разностной схемы используется метод конечных разностей [13, 14]. Для этого строится разностная сетка по времени и пространству:

$$\begin{aligned}\overline{W}_h &= \{x_i = hi, i = 0, 1 \dots N, x_0 = 0, x_N = L\}, \\ \overline{W}_\tau &= \{t_j = \tau j, j = 0, 1 \dots M\},\end{aligned}\quad (8)$$

где x_i – координаты узлов, h – шаг сетки по пространству, τ – шаг сетки по времени, N и M – число узлов по пространству и времени. В x_i определяется сеточная величина (давление). Под $i+1/2$ -й ячейкой одномерной сетки Ω_i понимается отрезок (x_i, x_{i+1}) :

$$h_{i+\frac{1}{2}} = x_{i+1} - x_i, \quad \bar{h} = \frac{1}{2} \left(h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}} \right). \quad (9)$$

Для решения задачи используется алгоритм расщепления по физическим процессам. Исходная модель (1)-(2) делится на два этапа: распределение давления и перенос насыщенных.

Рассматривается первый этап, для этого из системы (1)-(2) из-под знака производной выносятся значения насыщенности. Затем, проведя алгебраические преобразования, получаем уравнение:

$$\left[\frac{S_o}{\rho_o} \frac{\partial(\varphi \rho_o)}{\partial t} + \frac{S_w}{\rho_w} \frac{\partial(\varphi \rho_w)}{\partial t} \right] - \frac{\text{div}(\rho_o U_o)}{\rho_o} - \frac{\text{div}(\rho_w U_w)}{\rho_w} = 0. \quad (10)$$

В уравнении (10) дифференциальные выражения аппроксимируются их сеточными аналогами, а затем по методу хорд линеаризуется полученная система уравнений [15]. В итоге уравнение примет вид:

$$\begin{aligned}\frac{(S_o)^{(\sigma)^\wedge}}{(\rho_o)^{(\sigma)^\wedge}} (\bar{\varphi} \rho_o)_P^s \delta P + \frac{(1 - S_o)^{(\sigma)^\wedge}}{(\rho_w)^{(\sigma)^\wedge}} (\bar{\varphi} \rho_w)_P^s \delta P \\ + \frac{-\tau}{(\rho_o)^{(\sigma)^\wedge}} \text{div} \left[\left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)^s k_{r_o}^s \text{grad} P \right] \\ + \frac{-\tau}{(\rho_w)^{(\sigma)^\wedge}} \text{div} \left[\left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)^s k_{r_w}^s \text{grad} \delta P \right] = 0 - F^s,\end{aligned}\quad (11)$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{(\bar{\varphi})^\wedge}}{\left(\sqrt{(\bar{\varphi})^\wedge} + \sqrt{(\bar{\varphi})} \right)}, \quad (12)$$

где $\bar{\varphi} = \hbar\varphi$, F^s – разностная аппроксимация второй части уравнения (10) (умноженная на шаг τ), в сеточных аппроксимациях \hat{a} значения на неявном слое \hat{t} берутся на $s+1$ уже рассчитанной итерации, σ – вес по времени, a' – производная по давлению, δP – невязка по давлению, разностная операция $div: (\omega) \rightarrow (\Omega)$ обозначает аппроксимацию дивергенции $dv \cdot div$, действующую на функции в ячейках (Ω) , $grad: (\omega) \rightarrow (\Omega)$ обозначает аппроксимацию градиента $grad$ в ячейках (Ω) , действующую на сеточные функции в узлах (ω) , k_{rw}^s – относительная фазовая проницаемость воды в ячейке Ω , взятая из узла $\omega(\Omega)$ этой ячейки, расположенного вверх по потоку с неявного слоя по времени ($\hat{\cdot}$).

Уравнение (11) является СЛАУ, которая сводится к трехточечному уравнению:

$$-A_i \delta P_{i-1} + C_i \delta P_i - B_i \delta P_{i+1} = F_i. \quad (13)$$

Коэффициенты СЛАУ выглядят следующим образом:

$$F_i = -F^s, \quad (14)$$

$$A_i = \frac{\tau}{[(\rho_w)^{(\sigma)}]_i^{\hat{\cdot}}} \left\{ \frac{k_{rw}^{s(i-\frac{1}{2})}}{h_{i-\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s \right\} + \frac{\tau}{[(\rho_o)^{(\sigma)}]_i^{\hat{\cdot}}} \left\{ \frac{k_{ro}^{s(i-\frac{1}{2})}}{h_{i-\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s \right\}, \quad (15)$$

$$B_i = \frac{\tau}{[(\rho_w)^{(\sigma)}]_i^{\hat{\cdot}}} \left\{ \frac{k_{rw}^{s(i+\frac{1}{2})}}{h_{i+\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s \right\} + \frac{\tau}{[(\rho_o)^{(\sigma)}]_i^{\hat{\cdot}}} \left\{ \frac{k_{ro}^{s(i+\frac{1}{2})}}{\square_{i+\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s \right\}, \quad (16)$$

$$C_i = \frac{(S_o)^{(\sigma)^{\hat{\cdot}}}}{(\rho_o)^{(\sigma)^{\hat{\cdot}}}} (\bar{\varphi} \rho_o)'_p^s + \frac{(1 - S_o)^{(\sigma)^{\hat{\cdot}}}}{(\rho_w)^{(\sigma)^{\hat{\cdot}}}} (\bar{\varphi} \rho_w)'_p^s + \frac{\tau}{[(\rho_w)^{(\sigma)}]_i^{\hat{\cdot}}} \left\{ \frac{k_{rw}^{s(i+\frac{1}{2})}}{h_{i+\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s + \frac{k_{rw}^{s(i-\frac{1}{2})}}{h_{i-\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s \right\} + \frac{\tau}{[(\rho_o)^{(\sigma)}]_i^{\hat{\cdot}}} \left\{ \frac{k_{ro}^{s(i+\frac{1}{2})}}{h_{i+\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s + \frac{k_{ro}^{s(i-\frac{1}{2})}}{h_{i-\frac{1}{2}}} \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s \right\}. \quad (17)$$

Полученная СЛАУ решается методом скалярной прогонки [16-18] на каждом временном слое. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность:

$$|\delta P| < \varepsilon_1 |P| + \varepsilon_2, \quad (18)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – заданные малые величины.

4. Результаты моделирования

В работе методом скалярной прогонки решалась система (13) с прогоночными коэффициентами (14)-(17). Для проведения расчетов ставится следующая задача: добывающая вертикальная скважина простаивала некоторое время. Скважина эксплуатирует один пласт. В коллекторе наблюдается стационарный режим, а давление около стенок скважины совпадает с пластовым давлением всего объекта разработки. В начальный момент времени скважина запускается в работу, при этом поддерживается постоянное забойное давление, создающее депрессию для притока жидкости к скважине. На границе пласта поддерживается постоянное давление. Соседние скважины, эксплуатирующие тот же пласт, не оказывают влияния. Моделирование производилось на разработанном компактном программном обеспечении. Заданы начальные и граничные параметры, представленные в таблице 1.

Таблица 1

	Значение	Единица измерения
Радиус скважины, r_w	0,1	м
Радиус исследования, R	50	м
Время исследования, T	5	ч
Точность, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$	1e-7	
Начальное давление, P_0	200e5	МПа
Конечное давление, P_k	150e5	МПа
Шаг по времени, τ	0,1	с
Абсолютная проницаемость, k	1e-13	м ²
Пористость	0,1	
Вязкость воды, μ_w	0,3e-3	Па·с
Вязкость нефти, μ_o	1e-3	Па·с
Насыщенность нефти, S_o	0,6	
Количество точек в пространстве, N	10000	
Плотность воды, ρ_w	1000	кг/м ³
Плотность нефти, ρ_o	890	кг/м ³

По исходным данным из таблицы 1 построены графики, представленные ниже. Как следует из рис. 1, после запуска скважины в работу в течение

короткого периода времени наблюдается резкое снижение давления, после чего прослеживается стабилизация давления.

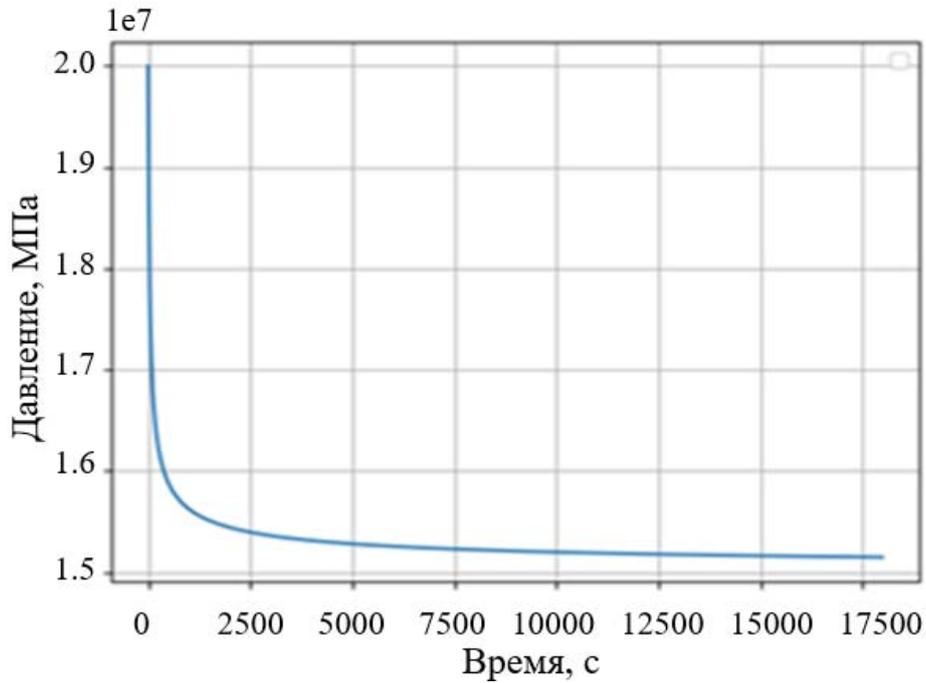


Рис. 1. Динамика давления

Для системы уравнений проводился анализ чувствительности различных параметров. Варьировались следующие параметры: вязкость, проницаемость, пористость. Результаты приведены на рис. 2-4.

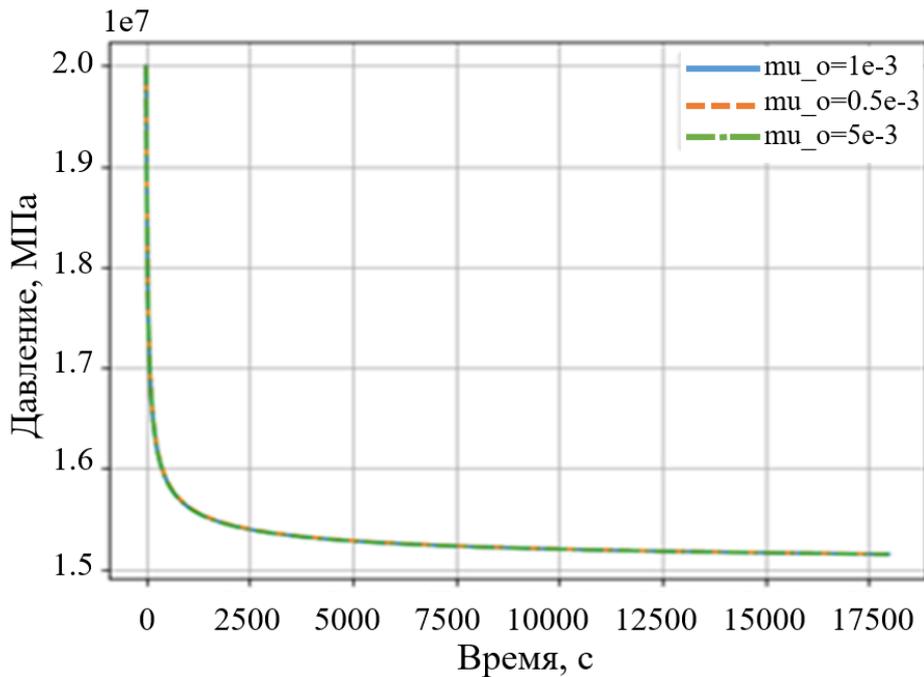


Рис. 2. Динамика давления при различных вязкостях нефти

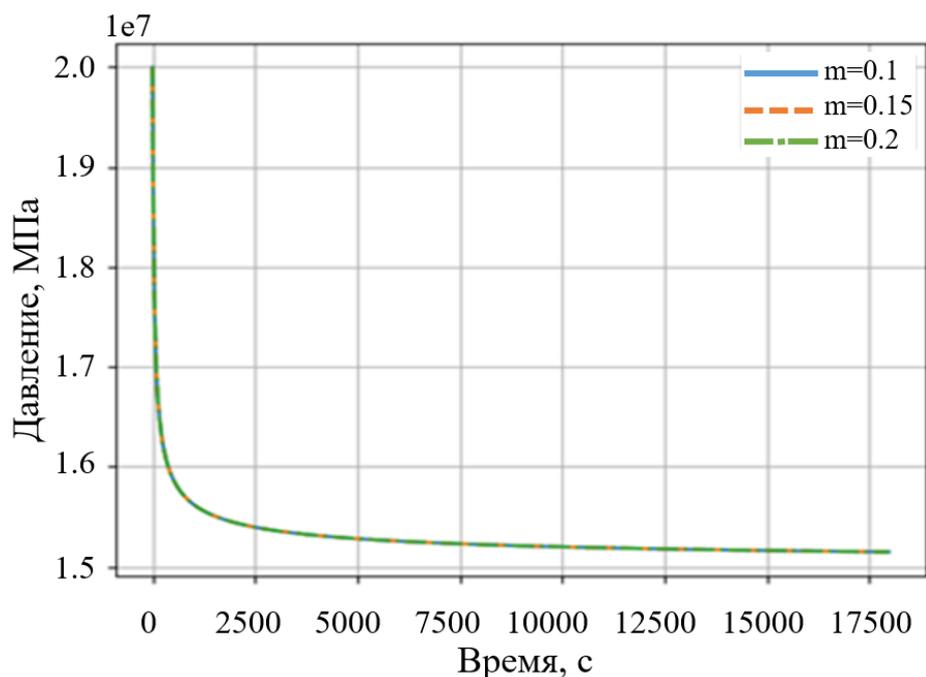


Рис. 3. Динамика давления при различных пористостях пласта

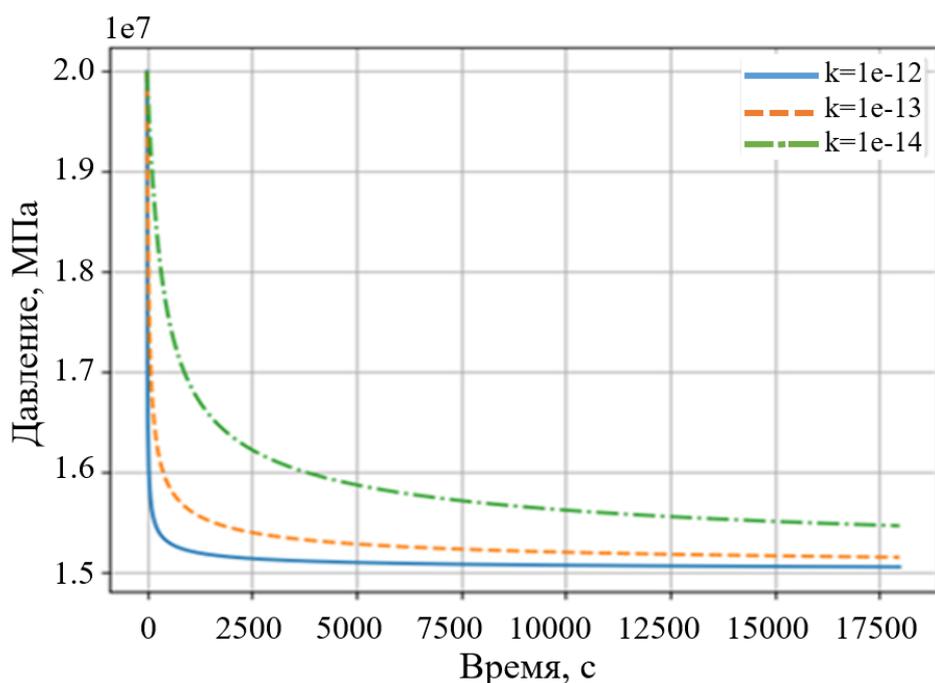


Рис. 4. Динамика давления при различных проницаемостях пласта

Изменения динамики давления при варьировании пористости или вязкости нефти на графиках, изображенных на рис. 2 и 3, практически не видно. Поэтому по результатам моделирования можно сделать вывод, что наибольший вклад вносит значение проницаемости пласта. Чем выше проницаемость, тем скорость падения давления во время работы скважины увеличивается. Это хорошо видно на рис. 4, показывающем динамику изменения давления. На графиках видно, что с повышением проницаемости коллектора увеличивается

скорость падения давления во время работы скважины. Например, при значении проницаемости равном 10^{-14} м^2 в момент времени 2500 с стабилизация давления не наблюдается, а при проницаемости увеличенном на два порядка (10^{-12} м^2) давление уже практически вышло на стационарный режим.

На рис. 5 изображен график распределения давления по пространству в различные моменты времени: 3000 с, 6000 с, 9000 с. На графике видно, что с увеличением времени работы скважины увеличивается воронка депрессии. Данное явление можно объяснить тем, что происходит постоянный отбор жидкости из пласта.

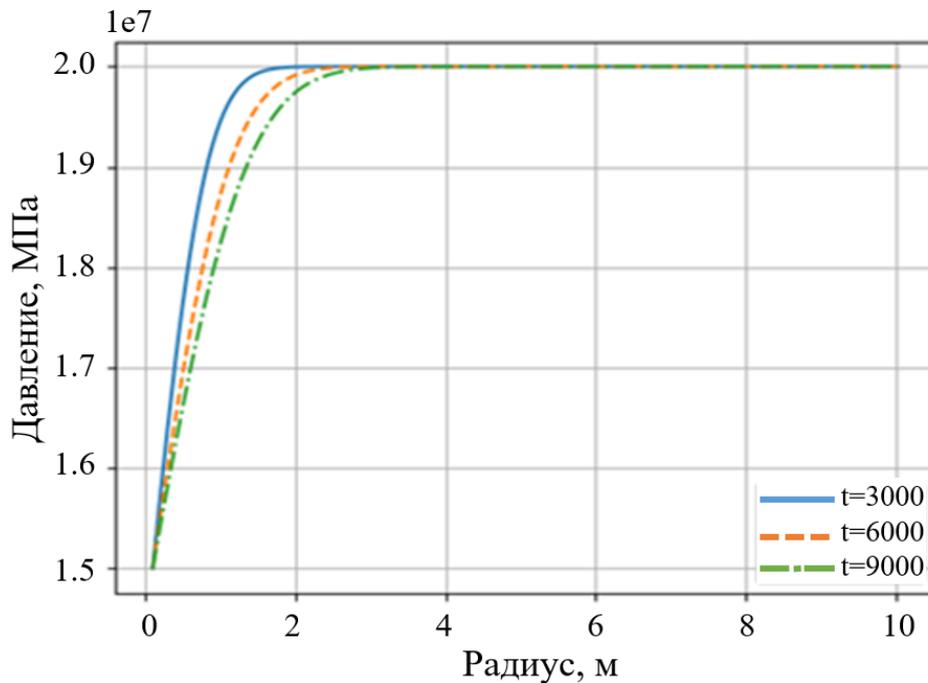


Рис. 5. Динамика давления по пространству в различные моменты времени

Далее рассматривается расчет длительности исследования методом кривой восстановления давления. В начальный момент времени добывающая скважина запущена с некоторым дебитом. После отработки она закрывается на забое для исследования. Замер давления производится датчиком, установленным на глубине спуска насоса. В момент остановки скважины давление начинает восстанавливаться. Результаты моделирования при различных значениях проницаемости (10^{-12} м^2 , 10^{-13} м^2 , 10^{-14} м^2) приведены на рис. 6.

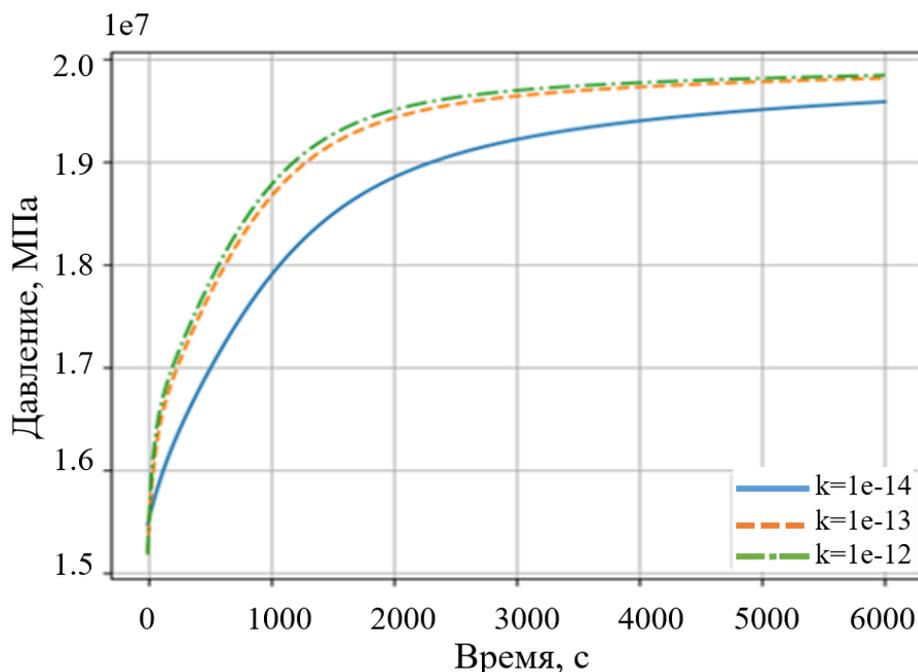


Рис. 6. Динамика восстановления давления при разных значениях проницаемости

На рис. 6 построена динамика забойного давления. Как видно из рисунка, давление в пласте практически полностью восстановилось за 6000 с, причем для больших значений проницаемости (10^{-12} м^2 , 10^{-13} м^2) пласта давление восстанавливается быстрее. Отсюда можно сделать вывод, что больше держать скважину на исследовании нет смысла, поскольку новой информации после возврата давления к первоначальному уровню уже получено не будет, а простой скважины несет финансовые убытки.

5. Заключение

В работе представлен метод решения задачи массопереноса водонефтяной смеси в однопоровом коллекторе. Представлена модель, обозначены начальные и граничные условия. Для решения исходной системы уравнений, представляющей собой систему дифференциальных уравнений второго порядка, применялся метод расщепления по физическим процессам. Полученная система уравнений решалась методом конечных разностей. В качестве метода решения СЛАУ использовался метод скалярной прогонки. Для построенной разностной схемы разработано компактное программное обеспечение для моделирования процесса массопереноса двухфазной жидкости в однопоровом коллекторе при проведении гидродинамического исследования на добывающей скважине. На основе численного решения производился анализ чувствительности для различных параметров модели, в результате сделан вывод, что наибольшее влияние на поведение давления оказывает проницаемость пласта. Методом кривой восстановления давления рассчитано

оптимальное время проведения исследования. Дальнейшим развитием данной работы является рассмотрение процесса теплопереноса жидкости.

Библиографический список

1. Мазитов А.А., Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Математическое моделирование многофазных потоков с использованием современных технологий // Суперкомпьютерные технологии математического моделирования: тезисы докладов V международной конференции. Под редакцией В.И. Васильева. Якутск: Издательский дом СВФУ, 2022. С. 26.
2. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика: Учебник для вузов. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 480 с.
3. Алишаев М.Г., Розенберг М.Д., Теслюк Е.В. Неизотермическая фильтрация при разработке нефтяных месторождений. Москва: Недра, 1985. 270 с.
4. Гужов А.И. Совместный сбор и транспорт нефти и газа. Москва: Недра, 1973. 280 с.
5. Брусиловский А.И. Фазовые превращения при разработке месторождений нефти и газа. Москва: Грааль, 2002. 579 с.
6. Борисов А.А., Гельфанд Б.Е., Натанзон М.С., Коссов О.М. О режимах дробления капель и критериях их существования // ИФЖ, 1981, № 1, С. 64–70.
7. Рахматулин Х.А. Основы газовой динамики взаимодействующих движений сплошных сред // ПММ, 1956, Т. 20, № 2, С. 184–195.
8. Нигматуллин Р.И. Методы механики сложной среды для описания многофазных смесей // ПММ, 1970, Т. 34, № 6, С. 1097–1112.
9. Седов Л.И. Механика сплошных сред. Москва: Наука, 1970. 492 с.
10. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. Механика двухфазных систем. Учеб. пособие для вузов. Москва: Изд. МЭИ, 2000. 374 с.
11. Смирнов Д.Д., Бобренёва Ю.О., Мазитов А.А., Марченко М.А., Губайдуллин И.М., Черных И.Г. Параллельный алгоритм численного метода моделирования массопереноса в трещиновато-поровом коллекторе на суперкомпьютере // Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2020). Короткие статьи и описания плакатов, 2020, С. 255–264.
12. Желтов Ю.П. Механика нефтегазоносного пласта. Москва: Недра, 1975. 216 с.
13. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Москва: Наука, 1967. 368 с.
14. Коновалов А.Н. Введение в вычислительные методы линейной алгебры. Новосибирск: Наука, 1993. 158 с.
15. Bobreneva Yu.O., Rahimly P.I., Poveshchenko Yu.A., Podryga V.O., Enikeeva L.V. On one method of numerical modeling of piezoconductive processes of a

two-phase fluid system in a fractured-porous reservoir // Journal of Physics: Conference Series, 2021, Vol. 2131, P. 022001.

16. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. Москва: Наука, 1978. 592 с.
17. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. Москва: Наука, 1971. 552 с.
18. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. Москва: Наука, 1989. 432 с.

Оглавление

1. Введение	3
2. Математическая модель процесса многофазной фильтрации	4
3. Численный алгоритм	6
4. Результаты моделирования	8
5. Заключение	12
Библиографический список	13