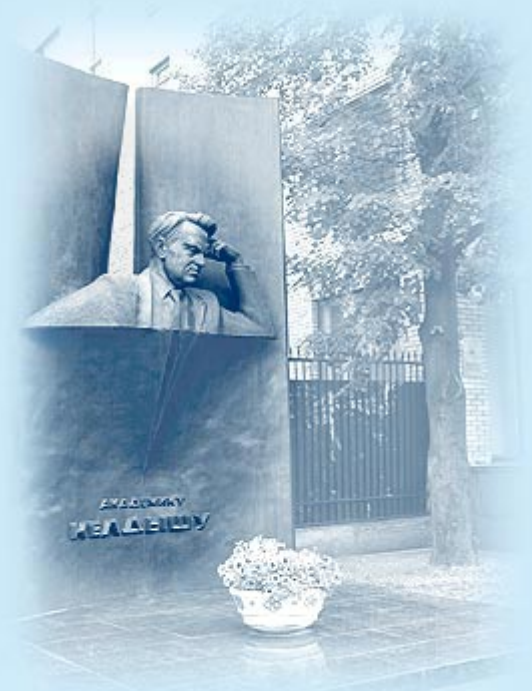




ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 71 за 2022 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.Е. Борисов,
Т.В. Константиновская,
А.Е. Луцкий, Я.В. Ханхасаева

Сравнение моделей
турбулентности для расчета
сверхзвукового концевое
вихря

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Сравнение моделей турбулентности для расчета сверхзвукового концевое вихря / В.Е. Борисов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 71. 24 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2022-71>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-71>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

**В.Е. Борисов, Т.В. Константиновская, А.Е. Луцкий,
Я.В. Ханхасаева**

**Сравнение моделей турбулентности
для расчета сверхзвукового
концевого вихря**

Москва — 2022

Борисов В.Е., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е., Ханхасаева Я.В.

Сравнение моделей турбулентности для расчета сверхзвукового концевой вихря

В работе проведено сравнение моделей турбулентности SA, SST и DES на основе SA для расчета сверхзвукового концевой вихря при числе Маха набегающего потока равном 3 и углах установки крыла-генератора 10 и 20 градусов. Расчеты проведены на гибридной суперкомпьютерной системе К-60 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Ключевые слова: сверхзвуковой концевой вихрь, модели турбулентности, методы визуализации вихревых течений

Vitaly Evgenievich Borisov, Tatiana Vitalievna Konstantinovskaya, Alexander Evgenievich Lutsky, Yana Vladislavovna Khankhasaeva

Comparison of turbulence models for a supersonic tip vortex simulation

In the paper the turbulence models SA, SST and DES based on SA are compared for simulation of supersonic tip vortex at incoming flow Mach number equal to 3 and wing generator attack angles of 10 and 20 degrees. The simulations were carried out on the hybrid supercomputer system K-60 at the Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS.

Key words: supersonic tip vortex, turbulence models, vortex flow visualization methods

Работа выполнена при поддержке РФФ, проект № 22-21-00470.

Оглавление

Введение	3
Постановка задачи.....	3
Математическая модель и численный алгоритм.....	4
Модели турбулентности	6
Модель турбулентности SA	6
Модель турбулентности SST	8
Модель турбулентности DES.....	9
Результаты численного расчета	9
Идентификация и визуализация вихревых структур.....	20
Заключение.....	22
Библиографический список.....	23

Введение

Концевые вихри встречаются повсеместно в аэродинамике – они сопровождают полет любого летательного аппарата (ЛА), как на дозвуковой, так и на сверхзвуковой скорости. Спутный вихревой след представляет потенциальную опасность для других воздушных судов, попавших в него. Но также возможно попадание вихрей в воздухозаборник двигателя, на элементы фюзеляжа, находящиеся ниже по потоку, в том числе на элементы управления, что также несет потенциальную опасность и особенно актуально для сверхзвуковых скоростей.

Изучение концевых вихрей на дозвуковых скоростях связано преимущественно с безопасностью аэропортов – именно там наблюдается большое скопление самолетов и их плотный трафик [1]. Однако инциденты случаются не только при взлете/посадке, но и на эшелоне [2].

Для сверхзвуковых скоростей особенную важность играет изучение попадания вихрей на другие элементы ЛА, что может влиять на целостность и управляемость аппарата. И если для дозвуковых вихрей проведено достаточно много исследований, как численных, так и экспериментальных, то сверхзвуковые вихри исследованы в значительно меньшей степени.

В настоящее время для расчета сложных сверхзвуковых 3-мерных течений чаще всего используются коды на основе нестационарных усредненных уравнений Рейнольдса (URANS) с различными моделями турбулентности. Несмотря на наличие многочисленных моделей турбулентности (SA и SST используются чаще всего), хорошо известны ограничения этого подхода. При расчете нестационарных течений с обширными областями отрыва могут наблюдаться значительные расхождения с экспериментальными данными. В мировой практике все шире используются вихререзающие методы типа LES, которые, однако, требуют значительно больших вычислительных ресурсов по сравнению с URANS. Для сокращения вычислительных затрат вблизи поверхностей обтекаемых тел часто используются модели типа URANS с переходом на методы LES по мере удаления от тела.

Целью данной работы является моделирование и исследование полученных численных результатов образования и распространения сверхзвукового концевого вихря с применением методов URANS и DES с моделями турбулентности SA и SST, сравнение полученных параметров концевого вихря. Расчеты крыла-генератора проводились при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 3$ и углах установки 10 и 20 градусов.

Постановка задачи

Рассмотрено сверхзвуковое обтекание крыла генератора. Крыло использовалось прямоугольное в плане с острыми передней, задней и боковой кромками. Полуразмах крыла рассматривался 0.0475 м, хорда $b = 0.03$ м (далее в работе длины даны в метрах). Основание имело форму шестигранника

толщиной $\sim 6.5\%$ от хорды b . Рассматривалось два значения угла атаки крыла: 10 и 20 градусов. Число Маха набегающего потока было $M_\infty = 3$.

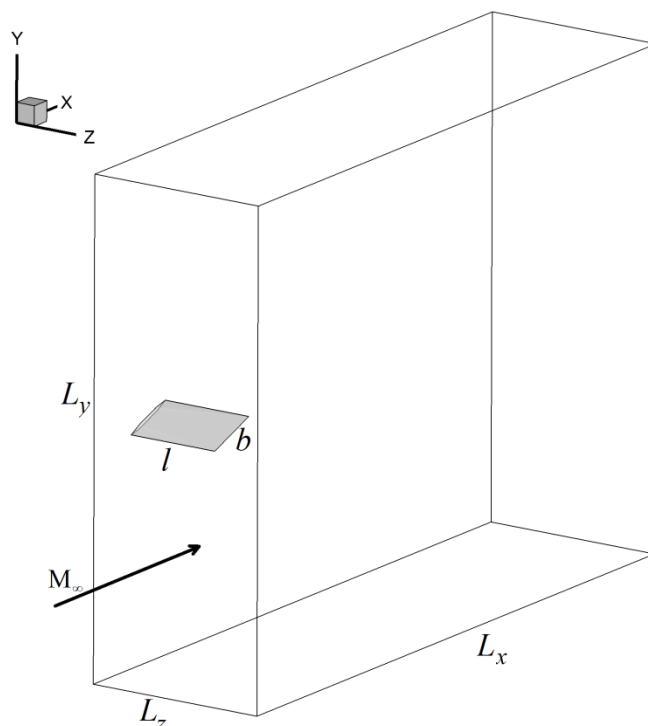


Рис. 1. Расчетная область

Расчетная область имела форму параллелепипеда со следующими размерами: $L_x = 0.33$, $L_y = 0.25$, $L_z = 0.093$ (рис. 1). Координаты построены таким образом, что направление оси Ox совпадает с направлением набегающего потока, ось Oy перпендикулярна ему, а ось Oz сонаправлена с осью крыла-генератора; при этом ось крыла имеет координату $x = -0.12$ для обоих рассмотренных углов атаки. Течение рассматривалось на расстоянии вплоть до 9.5 хорд крыла вниз по потоку от оси крыла. Число Рейнольдса в расчетах задавалось равным $Re_L = 1 \times 10^7$. На стенке крепления крыла ставилось условие симметрии. В качестве начального условия принимался свободный поток. Начальные и граничные условия ставятся стандартным образом [3].

Математическая модель и численный алгоритм

Для описания трехмерного течения совершенного вязкого сжимаемого газа использовалась система осредненных по Фавру нестационарных уравнений Навье-Стокса (URANS). В декартовой системе координат они имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial \mathbf{f}_j}{\partial x_j} = \sum_j \frac{\partial \mathbf{g}_j}{\partial x_j},$$

где

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_j u_1 + \delta_{1,j} p \\ \rho u_j u_2 + \delta_{2,j} p \\ \rho u_j u_3 + \delta_{3,j} p \\ u_j (\rho E + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{3j} \\ \tau_{ij} u_i + h_j \end{pmatrix}.$$

Здесь \mathbf{q} – вектор консервативных переменных, \mathbf{f}_j и \mathbf{g}_j – векторы конвективных и диссипативных потоков соответственно, ρ – плотность, u_j – компоненты вектора скорости \mathbf{u} , τ_{ij} – компоненты тензора вязких напряжений, $\delta_{i,j}$ – тензор Кронекера, E – полная энергия течения. Термодинамическое давление p вычисляется по уравнению состояния совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1) \rho \left(E - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 u_j^2 \right).$$

Показатель адиабаты $\gamma = 1.4$ (для воздуха), компоненты тензора вязких напряжений и вектора теплового потока имеют вид

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{i,j}, \quad h_j = \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_j}.$$

T – температура газа, определяемая по формуле

$$T = p / (\rho R),$$

где R – индивидуальная газовая постоянная, для воздуха $R = 287$ Дж/(кг · К).

«Эффективное» значение коэффициентов вязкости и теплопроводности определяется следующим образом:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad \lambda_{eff} = C_p \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right).$$

Здесь C_p – коэффициент удельной теплоемкости газа при постоянном давлении, Pr и Pr_t – ламинарное и турбулентное числа Прандтля, для воздуха принимается $Pr = 0.72$, $Pr_t = 0.9$. Молекулярная вязкость определяется следующей степенной зависимостью:

$$\mu = \mu_0 (T/T_0)^{0.76},$$

где μ_0 – молекулярная вязкость при опорной температуре T_0 . Величина μ_t обозначает добавочную турбулентную вязкость, определяемую используемой моделью турбулентности.

Расчеты проводились с использованием трех моделей турбулентности. А именно, применялись однопараметрическая модель турбулентности Спаларта-Аллмараса (SA), двухпараметрическая Ментера (SST). И также применялся гибридный метод DES, основанный на модели турбулентности SA и RANS уравнениях. Он строится путем модификации линейного масштаба турбулентности таким образом, что в областях потока, в которых используемая сетка является относительно грубой и непригодна для разрешения турбулентных структур, DES функционирует как RANS, а в областях с достаточно мелкой сеткой DES функционирует как подсеточная модель для LES. Подробно подход описан в [4].

Для дискретизации уравнений использовался метод конечных объемов с методом реконструкции 2-го порядка (TVD).

Для аппроксимации уравнений по времени применяется неявная схема на основе метода LU-SGS, а также явная схема. Используемый численный метод описан в работе [5].

Для расчетов использовалась неструктурированная гексагональная сетка, состоящая из 6 735 960 ячеек для обоих вариантов угла атаки. В зоне формирования и распространения вихря по всей расчетной области было произведено сгущение сетки, что позволило выполнить более аккуратные вычисления.

Для проведения расчетов для данной работы использовался программный комплекс ARES [6], разработанный для расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа и программно реализованный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Численные расчеты были проведены на гибридной многопроцессорной системе К-60 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [7] с использованием 196 процессоров.

Модели турбулентности

В работе рассматриваются три модели турбулентности: Спаларта-Аллмараса (SA), SST Ментера (Shear Stress Transport) и гибридный метод DES (метод моделирования отсоединенных вихрей) на базе модели турбулентности SA и RANS уравнений. Проведено сравнение численных результатов, полученных с использованием этих трех моделей турбулентности при расчетах распространения сверхзвукового вихря.

Модель турбулентности SA

В качестве одной из моделей применялась модель турбулентности Спаларта-Аллмараса для сжимаемых течений [8] с модификацией Эдвардса [9]. Модель турбулентности SA является однопараметрической и одной из наиболее часто используемых моделей, особенно в аэродинамике. Впервые она была опубликована в 1992 г [10], и после этого было сделано множество ее модификаций и проведено множество верификаций [11].

Турбулентная вязкость задается соотношением

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \chi \equiv \rho \frac{\tilde{\nu}}{\mu},$$

где $\tilde{\nu}$ – модельная величина, которая определяется из основного уравнения модели

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{\nu} \mathbf{u}) = \rho (P_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}} + T_{\tilde{\nu}}) + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \nabla \cdot [(\mu + \mu_t) \nabla \tilde{\nu}] + \\ + \frac{C_{b2}}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \rho (\nabla \tilde{\nu})^2 - \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}} \rho} (\mu + \rho \tilde{\nu}) \nabla \rho \cdot \nabla \tilde{\nu}. \end{aligned}$$

Величины $P_{\tilde{\nu}}$ и $D_{\tilde{\nu}}$, отвечающие соответственно за производство и диссипацию турбулентности, и $T_{\tilde{\nu}}$ – за определение ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое, записываются в виде

$$\begin{aligned} P_{\tilde{\nu}} = C_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S}_{\tilde{\nu}}, \quad D_{\tilde{\nu}} = \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{k_r^2} f_{t2} \right) \left[\frac{\tilde{\nu}}{s} \right]^2, \quad T_{\tilde{\nu}} = f_{t1} (\Delta U)^2, \\ f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + C_{w2} (r^6 - r). \end{aligned}$$

Здесь ΔU – модуль разности между скоростями в потоке и ближайшей точке ламинарно-турбулентного перехода, d – расстояние от твердой стенки.

В модификации Эдвардса модели Спаларта–Аллмараса [9] величины \tilde{S} и r имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{S} = \sqrt{S} \left[\frac{1}{\chi} + f_{v1} \right], \quad S = \sum_{i,j=1}^3 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2, \\ r = \tanh \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} k_r^2 d^2} \right) / \tanh(1.0). \end{aligned}$$

Остальные величины являются константами модели и представлены в таб. 1.

Таблица 1

Константы модели SA

$\sigma_{\tilde{\nu}}$	k_r	C_{b1}	C_{b2}	C_{v1}	C_{w1}	C_{w2}	C_{w3}
$\frac{2}{3}$	0.41	0.1335	0.622	7.1	$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma}$	0.3	2.0

При моделировании полностью турбулентного пограничного слоя учет f_{t1} и f_{t2} не вносит существенных изменений в решение, поэтому обычно ими пренебрегают [8].

Модель турбулентности SST

В работе также использовался модифицированный вариант двухпараметрической модели SST Ментера, т.н. SST-2003 [12].

Здесь турбулентная вязкость задается соотношением

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\max(\omega, SF_2/\alpha)},$$

где k и ω – кинетическая энергия и удельная диссипация турбулентных пульсаций соответственно. Данные величины определяются из уравнений модели:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{u}) &= \nabla \cdot ((\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla k) + P_k - \beta^* \rho \omega k, \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{u}) &= \nabla \cdot ((\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla \omega) + \gamma_s \frac{\rho}{\mu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{w_2}}{\omega} \nabla k \nabla \omega. \end{aligned} \quad (4)$$

Член P_k вычисляется в виде

$$P_k = \min(P, 10\beta^* \rho \omega k),$$

где

$$P = \mu_t S^2, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right).$$

Стыковочные функции SST модели определяются согласно формулам:

$$\begin{aligned} F_1 &= \tanh(\arg_1^4), \quad \arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\mu}{\rho \omega d^2} \right), \frac{4\rho \sigma_{w_2} k}{CD_{kw} d^2} \right], \\ CD_{kw} &= \max \left(\frac{2\rho \sigma_{w_2}}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 1.0 \times 10^{-10} \right), \\ F_2 &= \tanh(\arg_2^2), \quad \arg_2 = \max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\mu}{\rho \omega d^2} \right), \end{aligned}$$

где d – расстояние от твердой стенки.

Коэффициенты SST модели определяются в виде: $\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2$, $\phi = \sigma_k, \sigma_w, \gamma_s, \beta$. Остальные величины являются константами модели и представлены в табл. 2.

Константы модели SST

σ_{k_1}	σ_{k_2}	σ_{w_1}	σ_{w_2}	β_1	β_2	γ_{s_1}	γ_{s_2}	β^*	α	α_1	α_2	α_3
0.85	1.0	0.5	0.856	0.075	0.0828	5/9	0.44	0.09	0.31	1.0	0.4	0.2

Модель турбулентности DES

Также были проведены расчеты с использованием гибридной модели турбулентности DES, построенной на базе модели SA и RANS уравнений [4]. Далее в тексте обозначим эту модель DES_SA.

Линейным масштабом в SA RANS модели служит расстояние от рассматриваемой точки потока до обтекаемой поверхности d_w , которое входит в диссипативный член модели и некоторые другие ее члены. Таким образом, для реализации DES на основе RANS+SA величина d_w в этих членах была заменена на величину $C_{DES}\Delta$, где $\Delta = \max\{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\}$, $C_{DES} = 0.65$. Общее определение гибридного линейного масштаба для DES принимает вид $l_{DES} = \min\{l_{RANS}, l_{SGS}\} = \min\{d_w, C_{DES}\Delta\}$. Получаем гибридную модель DES, которая, в зависимости от соотношения линейных масштабов RANS и LES, l_{RANS} и l_{SGS} , функционирует либо как базовая RANS модель, либо как ее подсеточная версия.

В результате в областях потока, в которых используемая сетка является слишком грубой и непригодна для разрешения турбулентных структур, то есть при $l_{SGS} > l_{RANS}$, DES функционирует как RANS, а в областях с достаточно мелкой сеткой, то есть при $l_{SGS} < l_{RANS}$ – как подсеточная модель для LES.

Во всем пограничном слое, или по крайней мере в его основной части, населенной мелкими и относительно “универсальными” турбулентными вихрями, выполняется неравенство $C_{DES}\Delta > l_{RANS}$. В результате в качестве линейного масштаба DES в этой области используется величина l_{RANS} , то есть DES функционирует как базовая RANS модель. В противоположность этому, вне пограничного слоя, в том числе в отрывной области потока, населенной зависящими от конкретной геометрии течения сравнительно крупными “отсоединенными” вихрями, выполняется обратное неравенство: $C_{DES}\Delta < l_{RANS}$. В результате в качестве масштаба турбулентности в этой области используется величина $C_{DES}\Delta$, то есть DES функционирует как подсеточная модель для LES.

Результаты численного расчета

В работе были получены основные качественные и количественные характеристики исследуемого сверхзвукового концевой вихря с использованием трех различных моделей турбулентности. В общем случае сверхзвуковой вихрь имеет минимум на своей оси таких величин, как

плотность, давление, массовый расход, при этом максимум на оси вихря достигает величина завихренности. В теле вихря достигается максимум тангенциального числа Маха. Эти основные гидродинамические характеристики вихря отображены на рис. 2, где показано распределение давления P , плотности R , завихренности $Vort$ и тангенциального числа Маха M_{yz} вдоль оси z по линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ (что составляет 7.33 хорд крыла от оси крыла). Здесь использованы данные с применением модели турбулентности SA при угле атаки крыла-генератора 20° .

Можно говорить об интенсивности вихря и проводить ее сравнение следующим образом. Чем больше параметры в теле и на оси вихря отличаются от параметров свободного потока, тем вихрь считается интенсивнее.

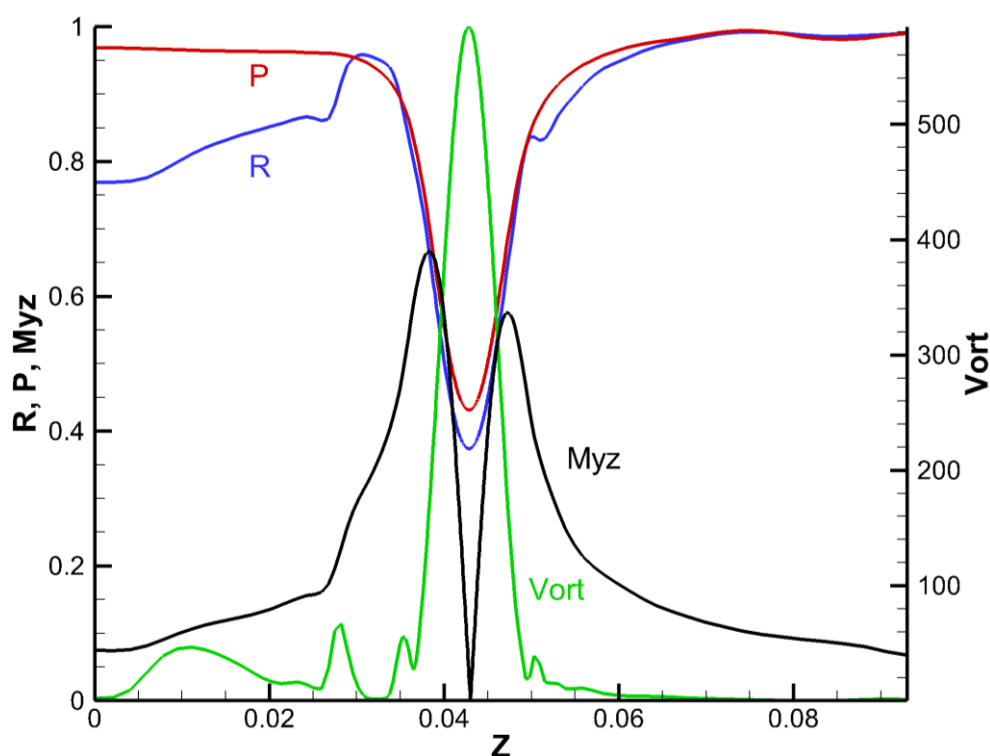


Рис. 2. Основные свойства сверхзвукового концевое вихря на примере данных, полученных SA моделью турбулентности при угле атаки крыла 20° . Распределение гидродинамических величин по оси z вдоль линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$

На рис. 3 и рис. 4 приведены графики сравнения значений плотности R и давления P в вихре для случая угла атаки 10° и 20° соответственно вдоль оси z по линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ для результатов, полученных с применением различных моделей турбулентности: SA (линия точка-тире), SST (пунктирная линия), DES_SA (сплошная линия).

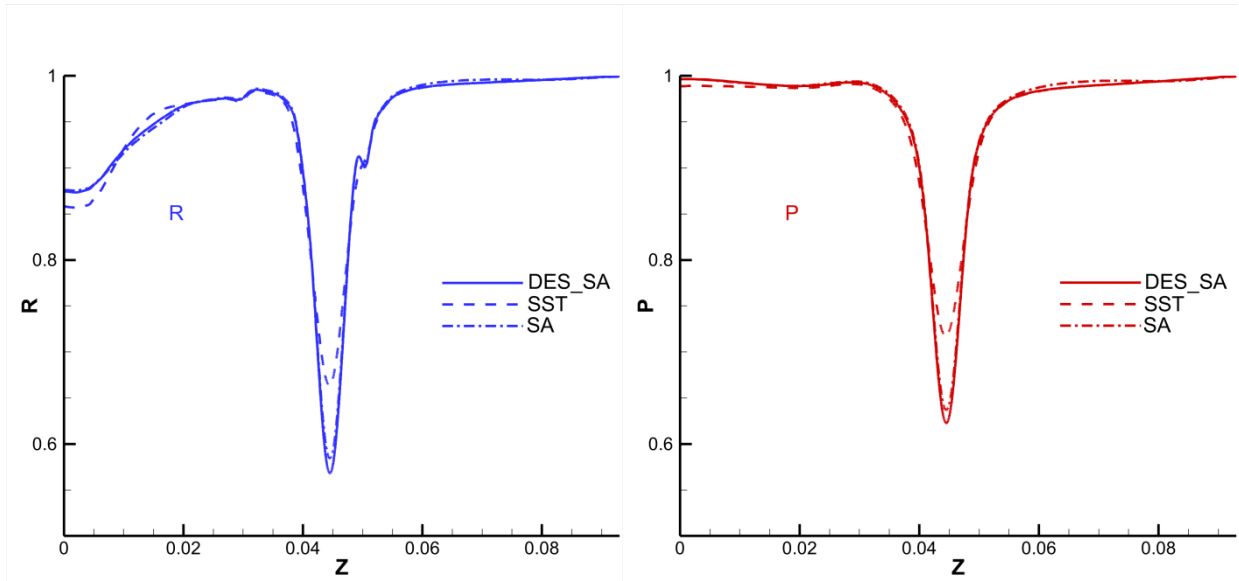


Рис. 3. Случай угла атаки крыла 10° , распределение плотности R (синий, слева) и давления P (красный, справа) по оси z вдоль линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ для трех моделей турбулентности: SA (точка-таре), SST (пунктирная), DES_SA (сплошная линия)

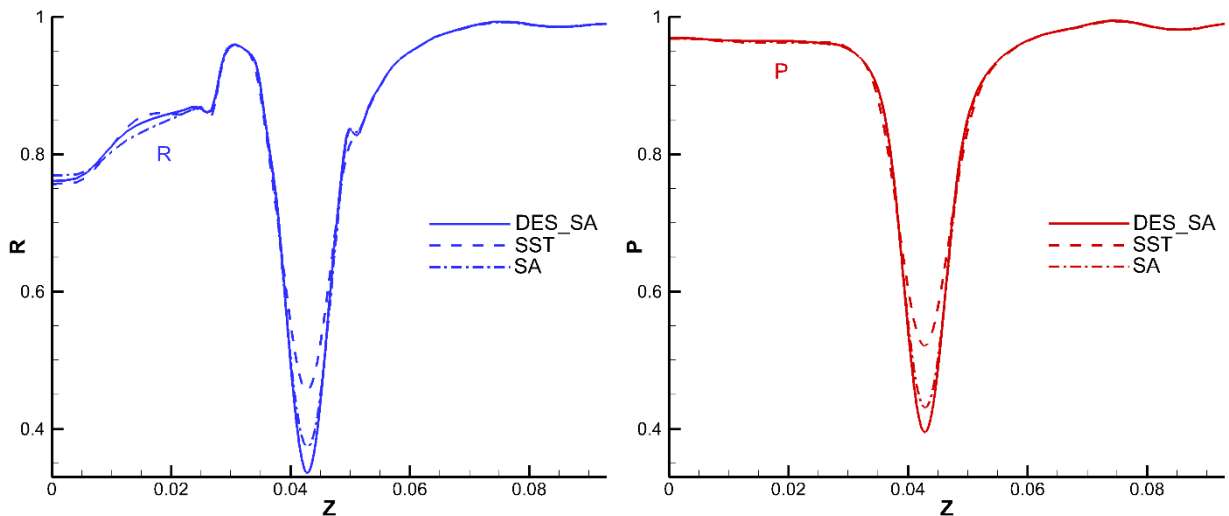


Рис. 4. Случай угла атаки крыла 20° , распределение плотности R (синий, слева) и давления P (красный, справа) по оси z вдоль линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ для трех моделей турбулентности: SA (точка-таре), SST (пунктирная), DES_SA (сплошная линия)

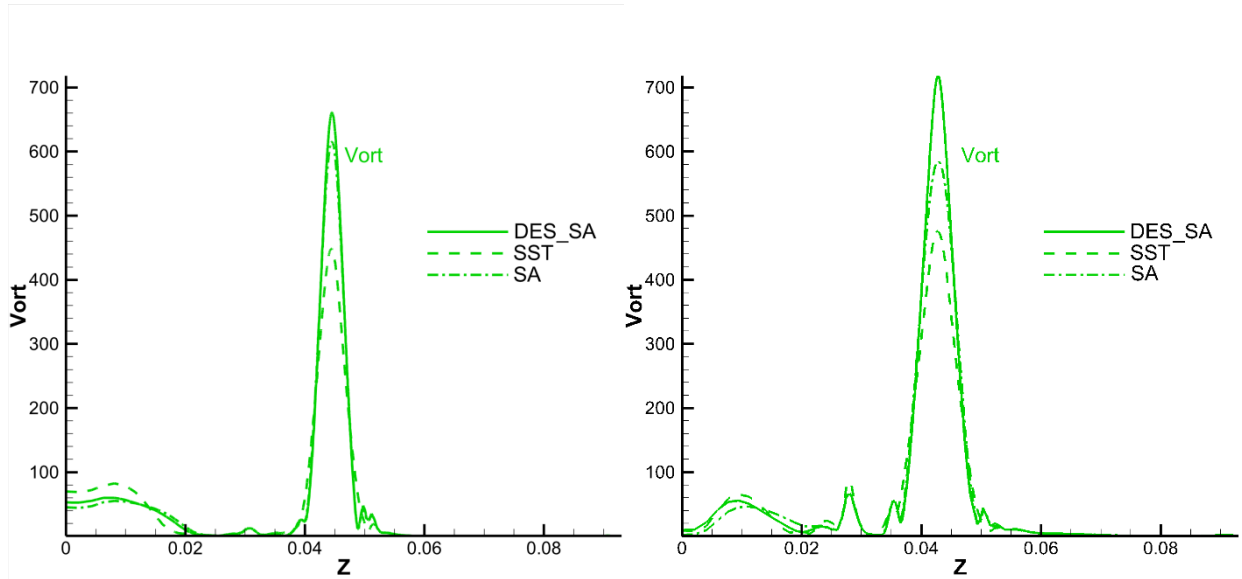


Рис. 5. Случай угла атаки крыла 10° (слева) и 20° (справа), распределение завихренности $Vort$ по оси z вдоль линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ для трех моделей турбулентности: SA (точка-таре), SST (пунктирная), DES_SA (сплошная линия)

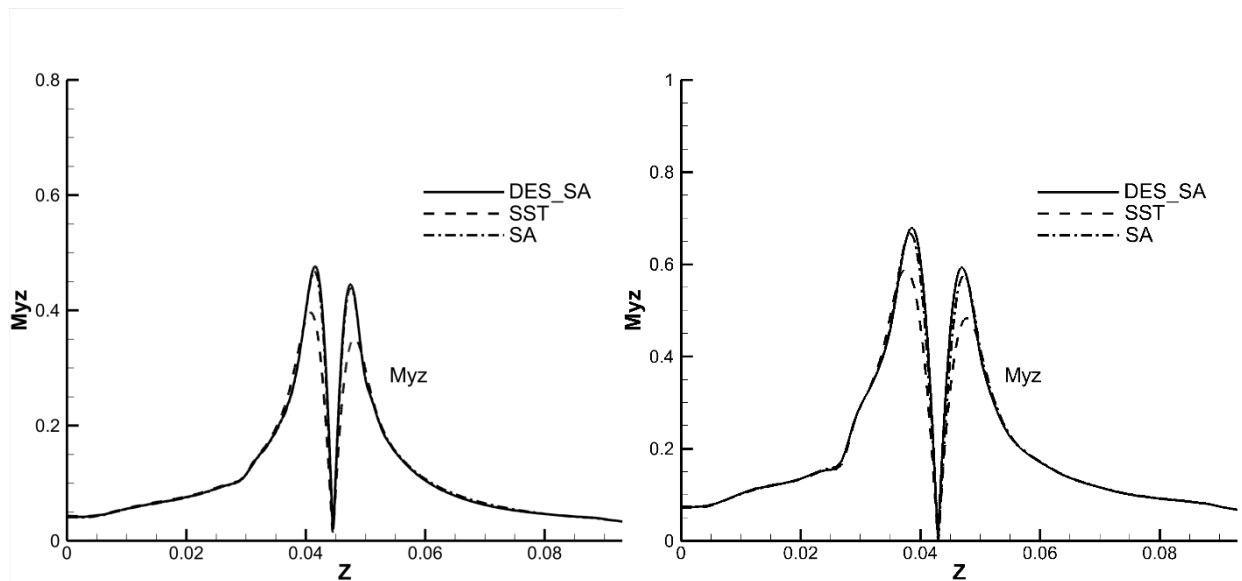


Рис. 6. Случай угла атаки крыла 10° (слева) и 20° (справа), распределение тангенциального числа Маха My_z по оси z вдоль линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ для трех моделей турбулентности: SA (точка-таре), SST (пунктирная), DES_SA (сплошная линия)

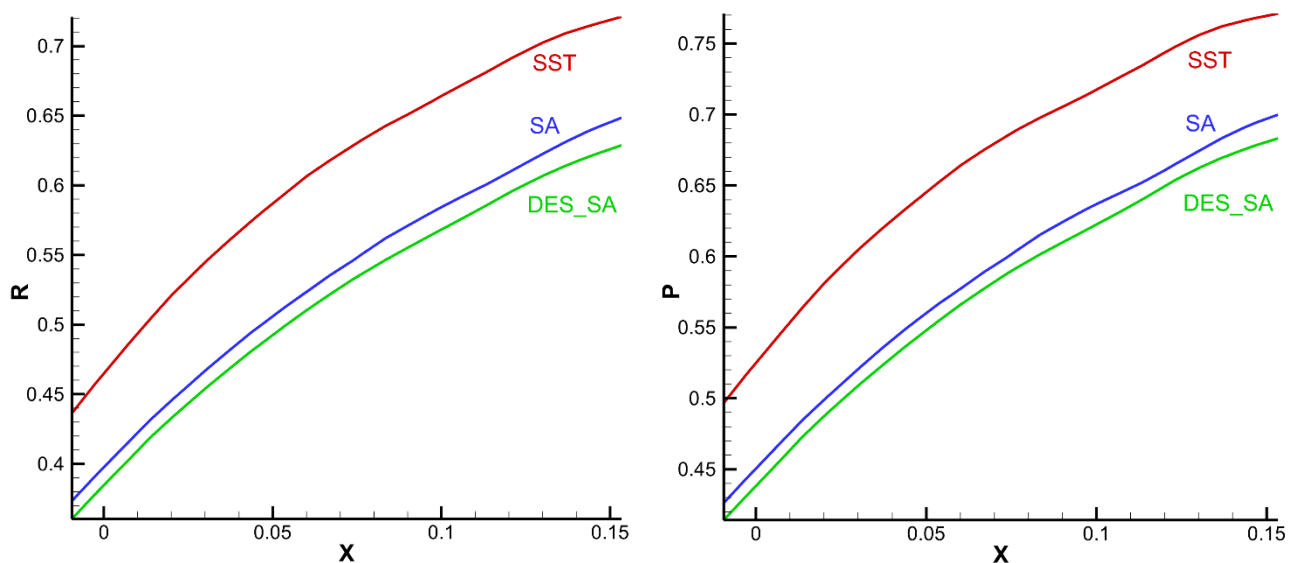


Рис. 7. Случай угла атаки крыла 10° . Плотность R (слева) и давление P (справа) на оси вихря при расчетах, выполненных моделями SST (красный), SA (синий), DES_SA (зеленый) соответственно

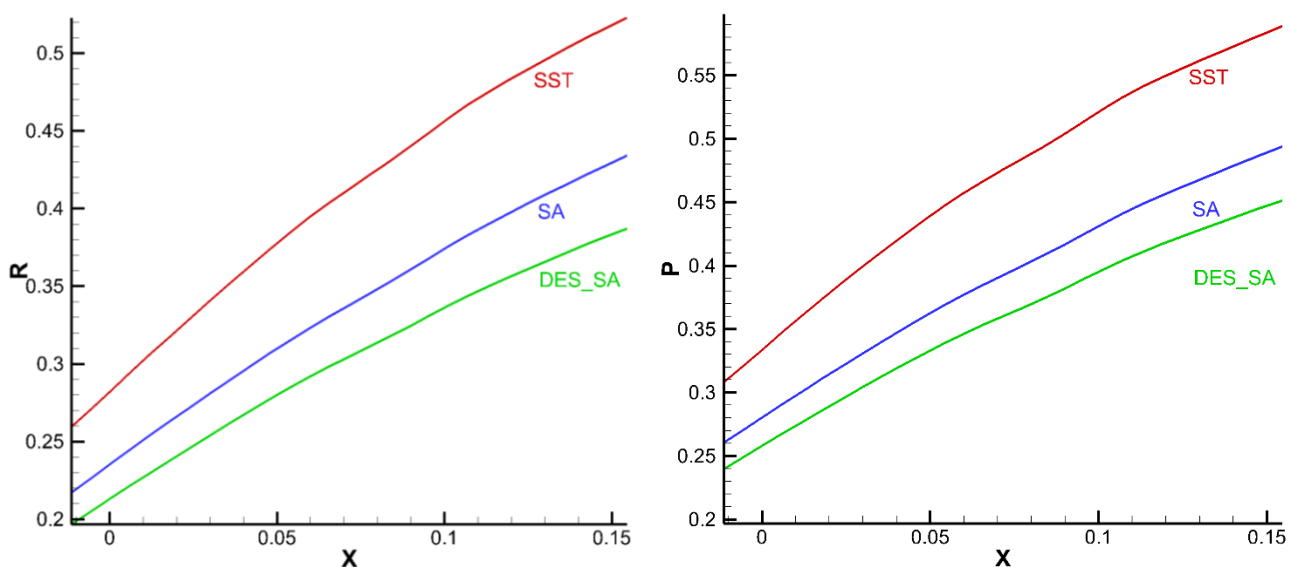


Рис. 8. Случай угла атаки крыла 20° . Плотность R (слева) и давление P (справа) на оси вихря при расчетах, выполненных моделями SST (красный), SA (синий), DES_SA (зеленый) соответственно

На рис. 5 и рис. 6 показаны графики сравнения значений завихренности $Vort$ и тангенциального числа Маха M_{yz} в вихре вдоль оси z по линии, проходящей через центр вихря в поперечном сечении $x = 0.1$ для результатов, полученных с применением различных моделей турбулентности: SA (линия точка-тире), SST (пунктирная линия), DES_SA (сплошная линия) для случая угла атаки крыла 10° и 20° соответственно.

Получено, что локальные минимумы плотности и давления в теле вихря (рис. 3 и рис. 4) принимают наименьшие значения при применении модели DES_SA, а наибольшие – при применении SST модели. Соответственно,

получено, что локальные максимумы завихренности и тангенциального числа Маха принимают наибольшие значения при применении модели DES_SA, а наименьшие – при применении SST модели (рис. 5, рис. 6).

На рис. 7 приведены графики значений плотности R и давления P для случая угла атаки крыла-генератора 10° вдоль оси сверхзвукового концевых вихря для рассмотренных моделей турбулентности: SST – красный, SA – синий, DES_SA – зеленый. Аналогичные данные концевых вихря для случая угла атаки 20° представлены на рис. 8.

Чем ближе значение параметра в вихре к значению в набегающем потоке, тем слабее вихрь. В работе [13] было показано, что при применении модели турбулентности Спаларта-Аллмараса данные на оси вихря испытывают некоторый дефицит уменьшения (отклонения от значений в свободном потоке) по сравнению с экспериментальными данными, полученными в ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН. На основании этого факта можно полагать, что моделью, дающей значения, наиболее близко отвечающие действительным характеристикам сверхзвукового концевых вихря, из рассмотренных является модель турбулентности DES_SA, а наименее подходящей – модель SST.

На рис. 9 и рис. 10 приведены значения турбулентной вязкости для рассмотренных моделей в продольном сечении $z = 0.046$, близком к оси концевых вихря для углов атаки крыла-генератора 10° и 20° соответственно. Как видно из этих рисунков, модель турбулентности SST дает наибольшие значения турбулентной вязкости (MT) в вихре. А чем выше турбулентная вязкость в вихре, т.е. чем сильнее эффекты диссипации, тем менее интенсивным он получается, т.е. значения параметров в теле и на оси вихря ближе к значениям в свободном потоке. Эти результаты находятся в соответствии с результатами значений плотности и давления на оси вихря (рис. 7, рис. 8), где наименьшие значения давления и плотности на оси вихря для обоих рассмотренных углов атаки крыла-генератора дает именно модель SST, при применении которой турбулентная вязкость принимает наибольшие значения.

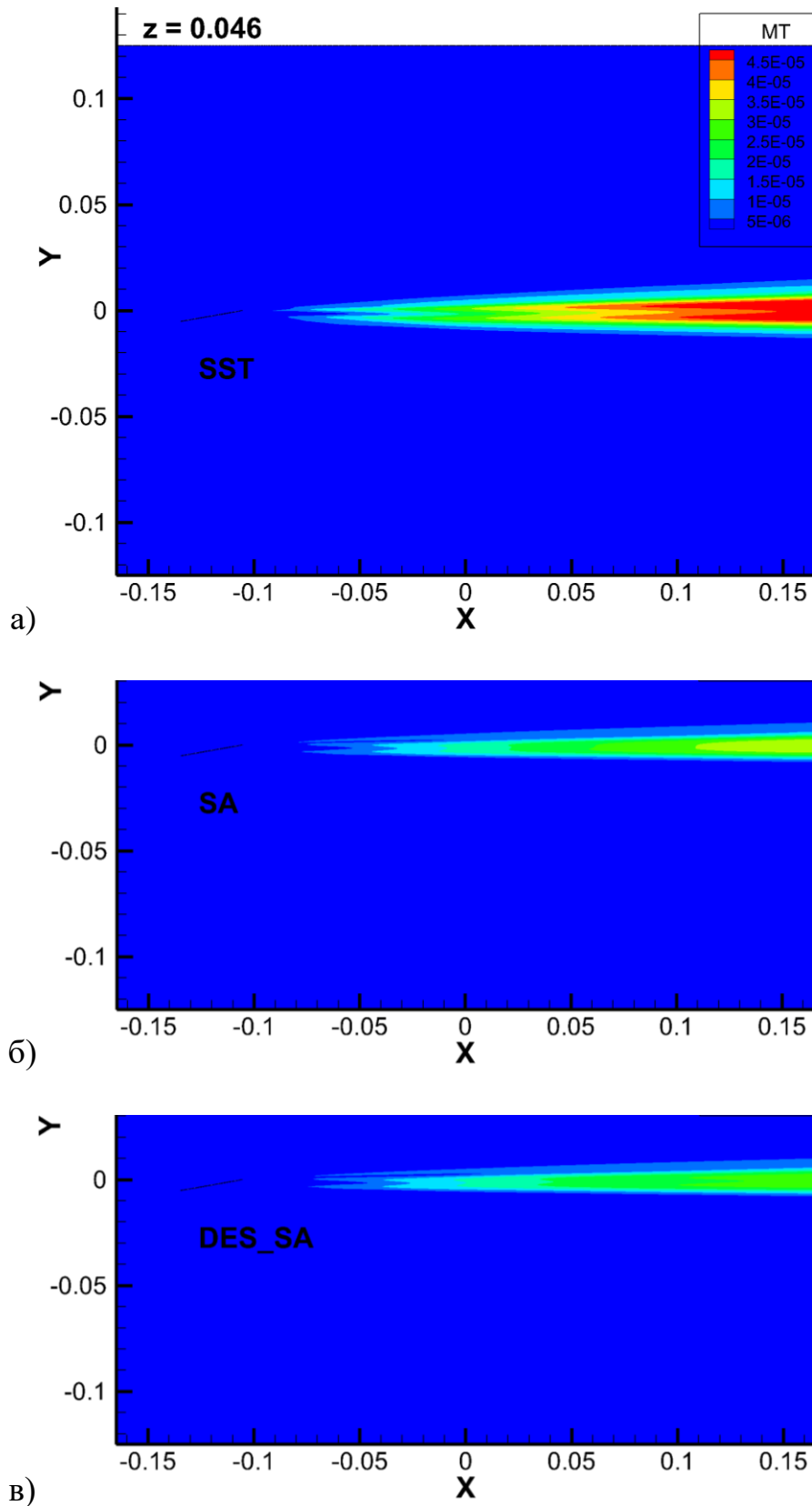


Рис. 9. Случай угла атаки крыла 10° . Распределение турбулентной вязкости (MT) в продольном сечении $z = 0.046$, полученной моделями SST (а), SA (б), DES_SA (в) соответственно.

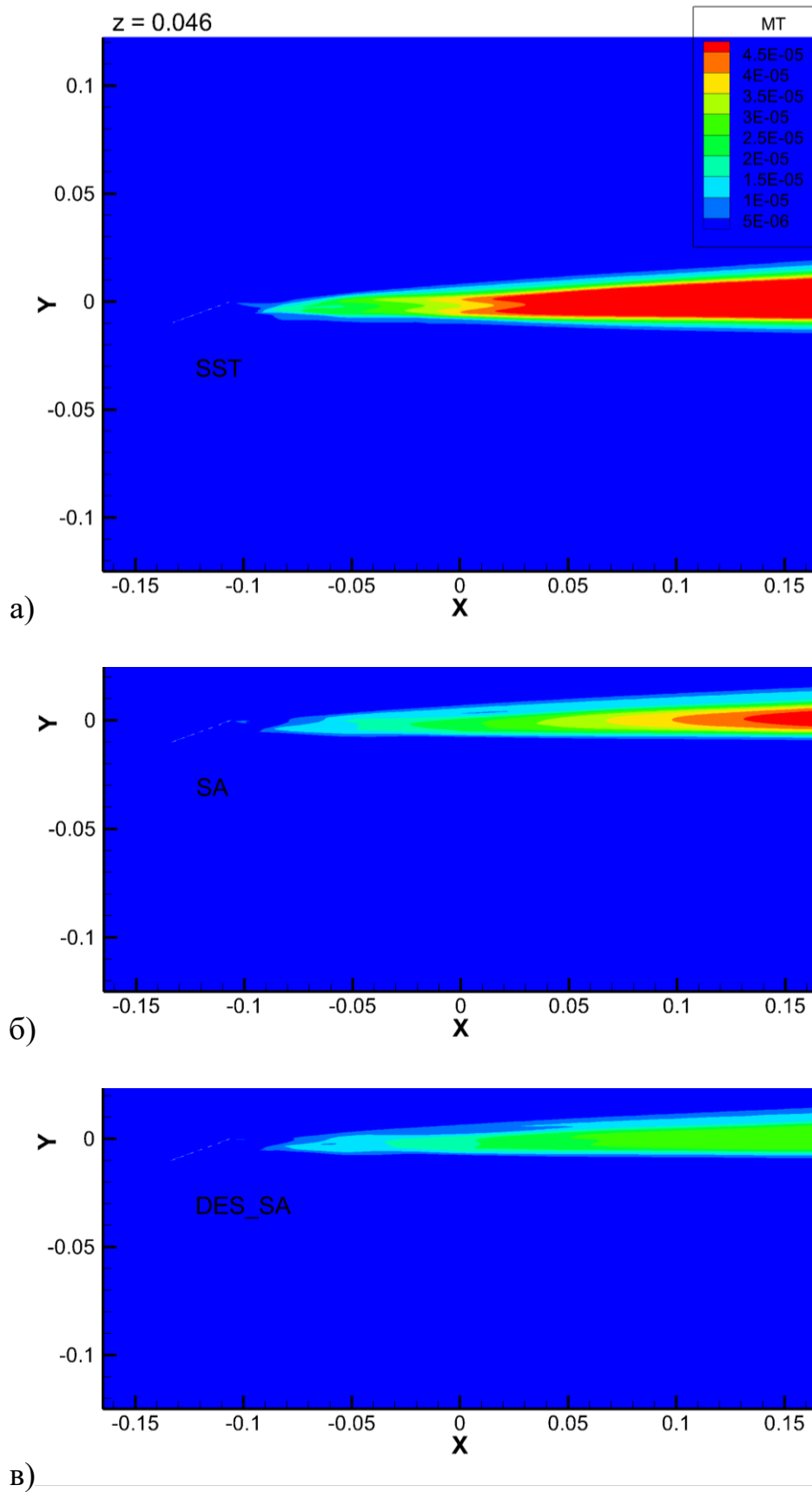


Рис. 10. Случай угла атаки крыла 20° . Распределение турбулентной вязкости (MT) в продольном сечении $z = 0.046$, полученной моделями SST (а), SA (б), DES_SA (в) соответственно.

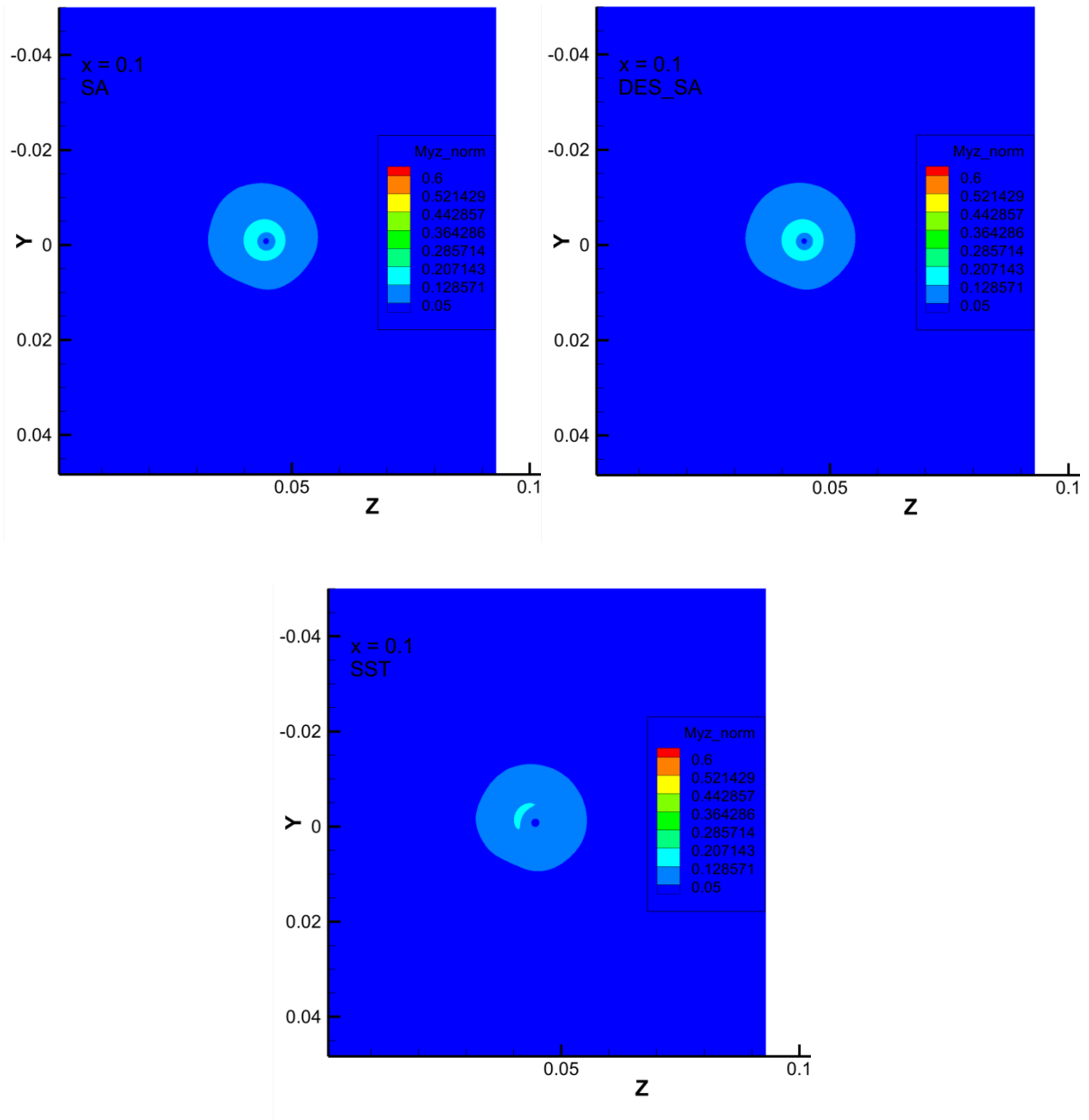


Рис. 11. Случай угла атаки крыла 10° . Нормализованное тангенциальное число Маха в поперечном сечении $x = 0.1$

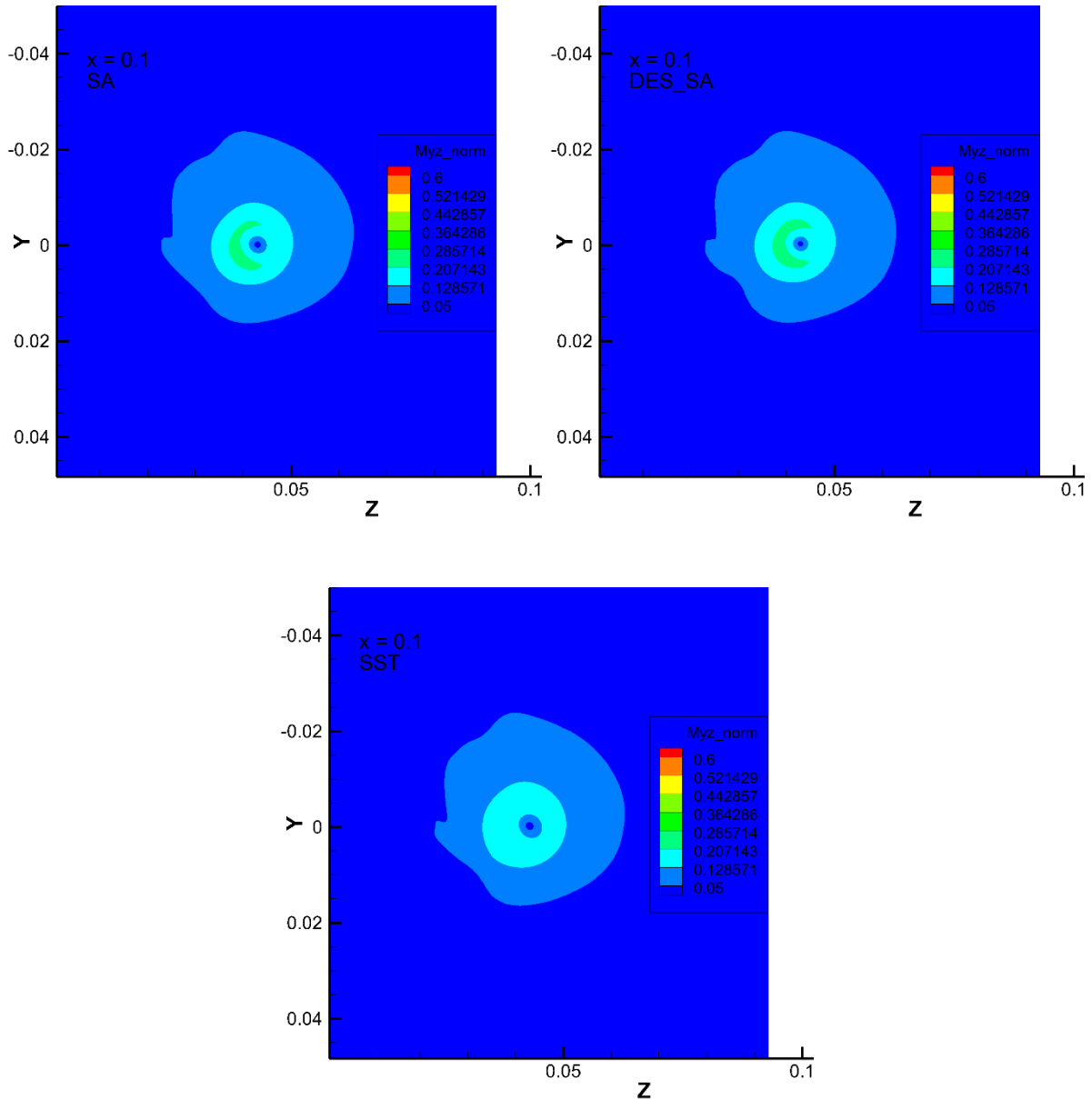


Рис. 12. Случай угла атаки крыла 20° . Нормализованное тангенциальное число Маха в поперечном сечении $x = 0.1$

На рис. 11 и рис. 12 показано распределение нормализованного на значение числа Маха набегающего потока тангенциальное число Маха в поперечном сечении $x = 0.1$ для угла атаки крыла 10° и 20° соответственно. Для обоих рассмотренных случаев модель турбулентности SST дает заметно меньшие максимальные значения нормализованного M_{yz} в теле концевое вихря. При этом результаты M_{yz} при применении SA и DES_SA практически неразличимы (см. также рис. 6). Наблюдается несимметричность вихря, которая вызвана большей частью влиянием граничных условий симметрии, т.к. в данной постановке задачи фактически рассматриваются два симметричных вихря, которые оказывают влияние друг на друга [14].

Выбор модели турбулентности не оказывает заметного влияния на положение оси вихря (рис. 13), в отличие от интенсивности вихря.

Это продемонстрировано на рис. 13, где приведен график координат оси вихря вдоль Ox , полученных Лютекс-методом идентификации вихрей [15] для численных результатов при применении трех рассмотренных моделей турбулентности для углов атаки крыла-генератора 10° (рис.13 а) и 20° (рис. 13 б). На этом графике координата y показана сплошной линией, а z – пунктирной линией. Данные для SA модели турбулентности изображены синим цветом, для SST – красным, для DES_SA – зеленым. Лютекс-метод описан в следующем разделе.

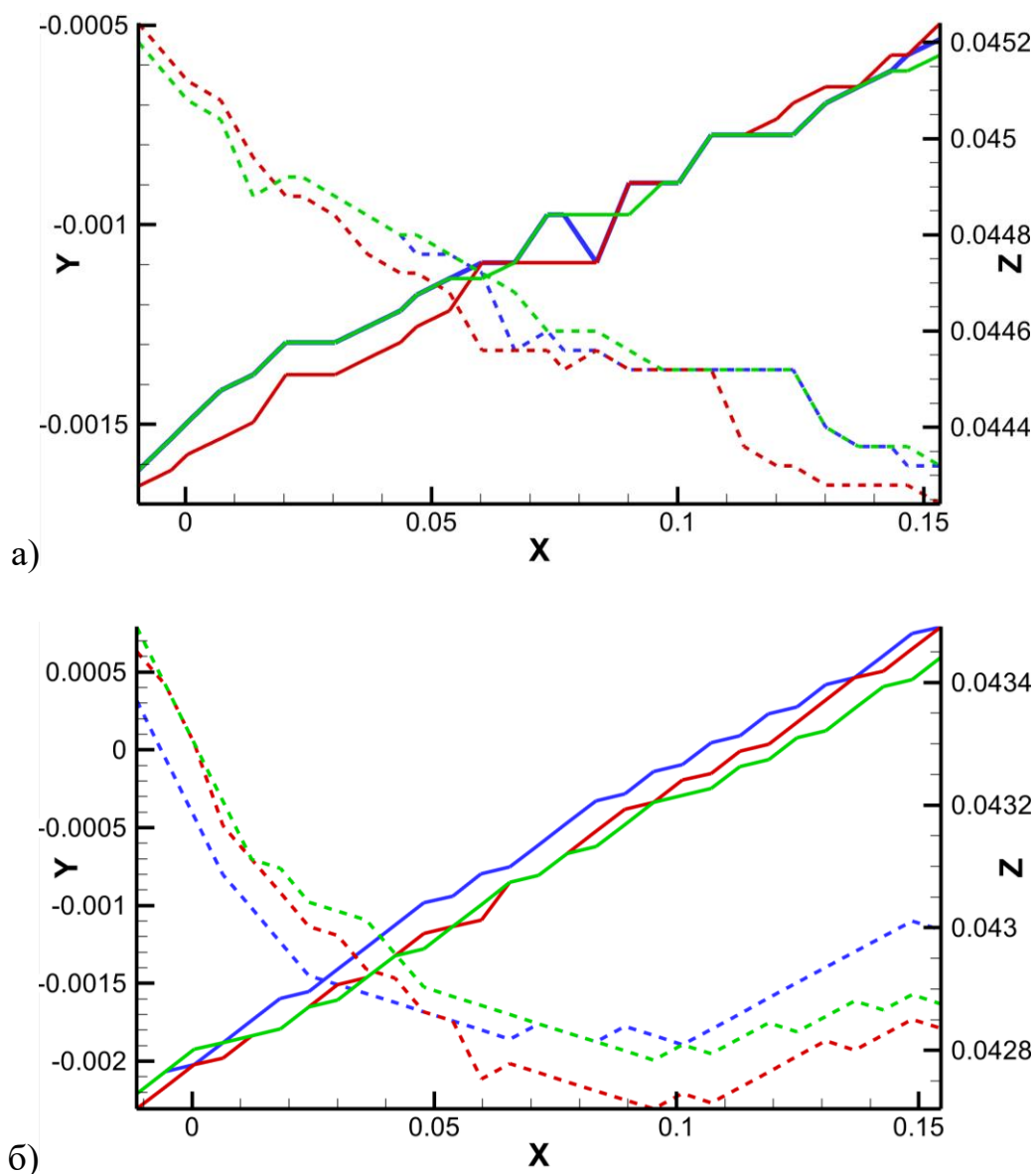


Рис. 13. График координат оси вихря для рассмотренных моделей турбулентности (SA – синий, SST – красный, DES_SA – зеленый), определенных Лютекс-методом идентификации вихрей, угол атаки крыла 10° (а) и 20° (б)

Идентификация и визуализация вихревых структур

Для визуализации концевой вихря использовался метод (критерий) научной визуализации вихревых структур третьего поколения Лютекс (Liutex) [15]. Этот метод по своему построению является свободным от сдвиговых и сжимающих компонент тензора скоростей деформации [15].

Метод был опубликован в 2018 г. как Рортекс (Rortex) [16], но впоследствии он был переименован по имени одного из авторов в Лютекс (Liutex) [17].

Согласно этому критерию областью течения с вихревыми структурами считается та, в которой тензор скоростей деформации имеет одно действительное λ_r и два комплексно-сопряженных $\lambda_{cr} \pm \lambda_{ci}$ собственных значения. С использованием этих собственных значений определяется Рортекс-вектор [18], локально совпадающий с осью вращения вихря как твердого тела:

$$\mathbf{R} = \mathcal{R} \mathbf{r}, \quad \mathcal{R} = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r} - \sqrt{(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r})^2 - 4\lambda_{ci}^2},$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – вектор завихренности, \mathbf{r} – нормированный собственный вектор, отвечающий λ_r с условием $\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r} > 0$. На его основе формируется нормированная величина $\Omega_R \in [0,1]$, показывающая интенсивность локального вращения среды:

$$\Omega_R = \frac{(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r})^2}{2 \left[(\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{r})^2 - 2\lambda_{ci}^2 + 2\lambda_{cr}^2 + \lambda_r^2 \right] + \varepsilon_{Lu}}, \quad \varepsilon_{Lu} = k \max\{\lambda_{ci}^2\}.$$

Здесь ε_{Lu} – величина, предназначенная для фильтрации численного «шума», максимум λ_{ci} берется по всей рассматриваемой области, $k = 0.001 \sim 0.002$ [18, 19].

На рис. 14 и рис. 15 показаны результаты применения Лютекс метода при $\tilde{\Omega}_R = 0.65$ для определения концевой вихря в применении к результатам, полученным SST моделью турбулентности и DES методом, основанным на SA модели турбулентности для углов атаки крыла 10° и 20° соответственно. Результаты применения именно этих моделей выбраны для визуализации как наиболее отличающиеся друг от друга. Отмечено, что при использовании подхода DES_SA полученный концевой вихрь распространяется заметно дальше, вплоть до конца рассмотренной области. В то время как по данным из SST модели концевой вихрь достаточно сильно ослабевает к концу рассмотренной области по сравнению с данными DES_SA метода. Применение модели SA дает промежуточные результаты по сравнению с двумя другими рассмотренными моделями турбулентности.

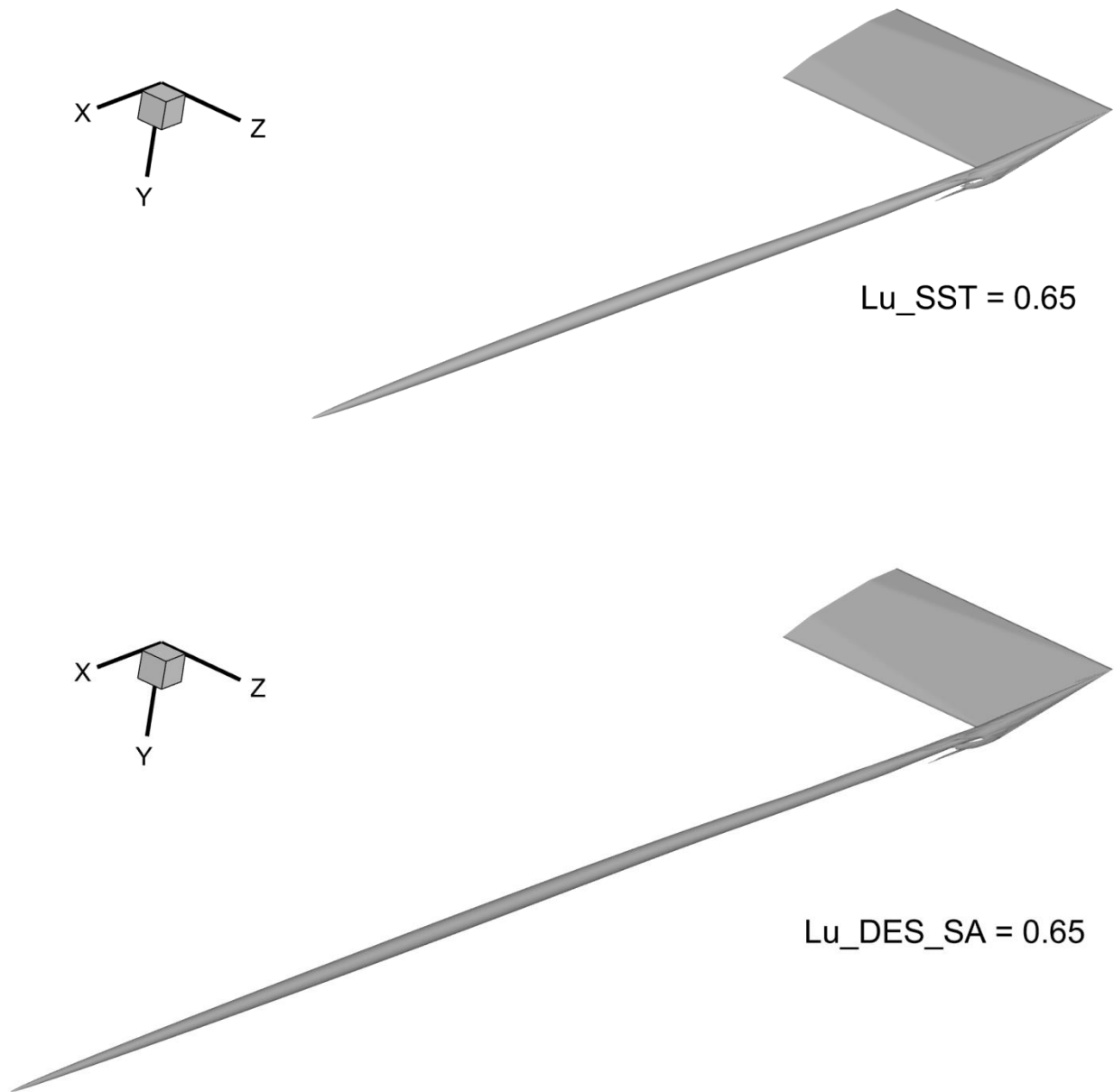


Рис. 14. Результат применения Лютекс-критерия для определения концевого вихря, случай угла атаки 10° : сверху – модель SST, снизу – модель DES_SA, $\tilde{\Omega}_R = 0.65$

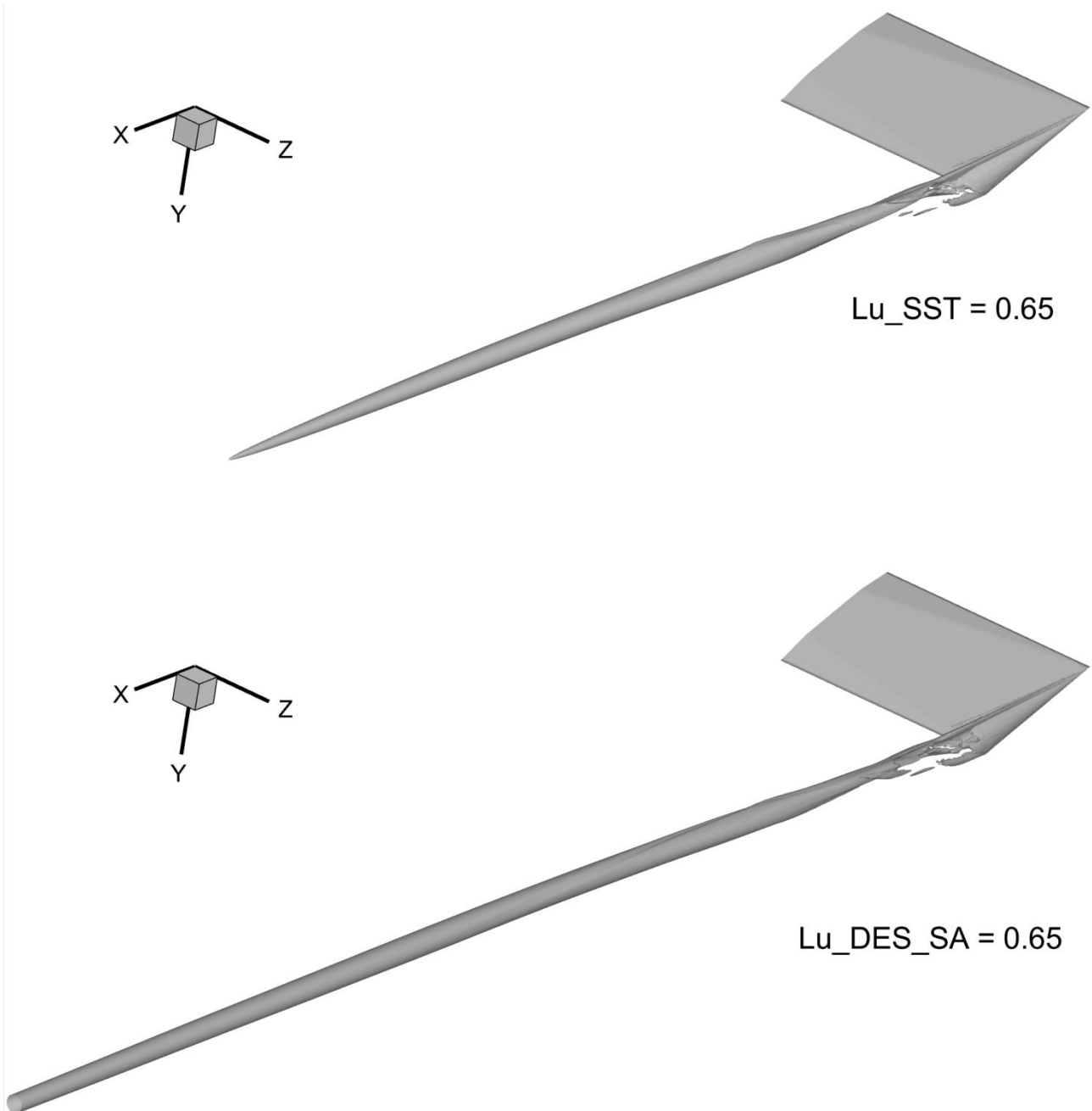


Рис. 15. Результат применения Лютекс-критерия для определения концевго вихря, случай угла атаки 20° : сверху – модель SST, снизу – модель DES_SA, $\tilde{\Omega}_R = 0.65$

Заклучение

В работе рассмотрены и проанализированы численные расчеты распространения сверхзвукового концевго вихря за крылом-генератором, расположенным под углами атаки 10° и 20° . Было проведено сравнение результатов, полученных с помощью трех разных моделей турбулентности: SA, SST и гибридной DES на основе SA.

Получено, что применение указанных моделей турбулентности не оказывает существенного влияния на положение концевых вихря в пространстве.

Получены результаты, показывающие, что интенсивность рассмотренного сверхзвукового вихря зависит от используемой в расчетах модели турбулентности. Лучше всего для расчетов из рассмотренных подходит гибридная модель DES на основе SA и RANS, меньше всего – SST. Применение SA модели турбулентности дает промежуточные результаты.

Таким образом, применение гибридной модели DES на основе SA и RANS представляется наиболее перспективным из рассмотренных для использования в расчетах сверхзвуковых концевых вихрей.

Библиографический список

[1] Wake Turbulence Training Aid (section 2), FAA Report, DOT/FAA/RD-95/6 DOT-VNTSC-FAA-95-4, United States Department of Transportation, 1995.

[2] BFU Interim Report BFU17-0024-2X. German Federal Bureau of Aircraft Accident Investigation, 2017.

[3] Л.В. Быков, А.М. Молчанов, М.А. Щербаков, Д.С. Янышев. Вычислительная механика сплошных сред в задачах авиационной и космической техники. М.: ЛЕНАНД, 2015, 688 с.

[4] А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, А.К. Травин, М.Л. Шур. Современные подходы к моделированию турбулентности / Учеб. пособие – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016, 234 с.

[5] В.Е. Борисов, А.А. Давыдов, И.Ю. Кудряшов, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов. Параллельная реализация неявной схемы на основе метода LU-SGS для моделирования трехмерных турбулентных течений // Математическое моделирование, 2014, 26(10), с. 64–78.

[6] Программный комплекс ARES для расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа на высокопроизводительных вычислительных системах. В.Е. Борисов, А.А. Давыдов, И.Ю. Кудряшов, А.Е. Луцкий / Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2019667338, 23.12.2019.

[7] Вычислительный комплекс K-60:
<https://www.kiam.ru/MVS/resources/k60.html> .

[8] S.R. Allmaras, F.T. Johnson, P.R. Spalart. Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model / Seventh International Conference on CFD (ICCFD7), Big Island, Hawaii, 9-13 July 2012.

[9] J.R. Edwards, S. Chandra. Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields // AIAA Journal. 1996. Vol. 34, no. 4. P. 756–763.

[10] P. R. Spalart and S. R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // AIAA-92-0439, 1992.

- [11] NASA Turbulence Modeling Resource
<https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>
- [12] F.R. Menter, M. Kuntz and R. Langtry. Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model // *Turbulence, Heat and Mass Transfer* 4, ed: K. Hanjalic, Y. Nagano and M. Tummers, Begell House, Inc., 2003, pp. 625-632.
- [13] V. E. Borisov, A. A. Davydov, T. V. Konstantinovskaya, A. E. Lutsky, A. M. Shevchenko, A. S. Shmakov. Numerical and experimental investigation of a supersonic vortex wake at a wide distance from the wing // *AIP Conf. Proc. (19 Int. Conf. on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR 2018))*, 2018, 2027 030120.
- [14] Т. В. Константиновская, В. Е. Борисов, А. А. Давыдов, А. Е. Луцкий, А. М. Шевченко. Interaction of two counter-rotating supersonic vortices // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2020, **21**, № 1, 10 с.
- [15] C. Liu, Y. Gao, X. Dong, Y. Wang, J. Liu, Y. Zhang, X. Cai, N. Gui. Third generation of vortex identification methods: Omega and Liutex/Rortex based systems // *J. Hydrodyn*, 2019, **31** 2, p. 205–223.
- [16] C. Liu, Y. Gao, S. Tian, X. Dong. Rortex—A new vortex vector definition and vorticity tensor and vector decompositions // *Phys. Fluids*, 2018, 30:035103.
- [17] P. Shrestha, C. Nottage, Y. Yu, O. Alvarez, C. Liu. Stretching and shearing contamination analysis for Liutex and other vortex identification methods // *Advances in Aerodynamics*, 2021, **3** 8.
- [18] J. Liu, C. Liu. Modified normalized Rortex/vortex identification method // *Phys. Fluids*, 2019, 31:061704, 6 p.
- [19] X. Dong, Y. Gao, C. Liu. New normalized Rortex/vortex identification method // *Phys. Fluids*, 2019, 31:011701, 6 p.