



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 97 за 2022 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Л.В. Клочкова

Математическое
моделирование скорости
процессов распространения
вирусного заболевания
COVID-19 в условиях
мегаполисов

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Клочкова Л.В. Математическое моделирование скорости процессов распространения вирусного заболевания COVID-19 в условиях мегаполисов // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2022. № 97. 15 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2022-97>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2022-97>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Л.В. Клочкова

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
СКОРОСТИ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ВИРУСНОГО ЗАБОЛЕВАНИЯ COVID-19
В УСЛОВИЯХ МЕГАПОЛИСОВ**

Москва — 2022

Л.В. Клочкова

Математическое моделирование скорости процессов распространения вирусного заболевания COVID-19 в условиях мегаполисов

Основным результатом данного исследования является схема описания процесса распространения по территории города Москвы заболевания COVID-19, вызываемого вирусом SARS-Cov-2. В качестве гипотезы для создания схемы выдвигается идея, основанная на доказанном в настоящее время механизме распространения вирусов в виде аэрозолей при дыхании больных людей. Предложенная математическая модель включает функционалы, позволяющие управлять процессом спада эпидемической обстановки. Разработанная схема может быть полезна городским управляющим органам для принятия решений по ликвидации эпидемической обстановки. В качестве предложений по улучшению положения жителей обсуждены некоторые факторы, вытекающие из анализа уравнений математических моделей.

Ключевые слова: скорость распространения, территория города, нестационарные временные ряды, вирусные заболевания, стохастические процессы

Liudmila Viktorovna Klochkova

Mathematical modeling of the speed of the process of spreading viral disease COVID-19 in the conditions of megacities

As the main result of this study, a scheme is proposed to describe the process of the spread of COVID-19 disease caused by the SARS-Cov-2 virus through the territory of the city of Moscow. As a hypothesis for the creation of the scheme, an idea is put forward based on the currently proven mechanism of the spread of viruses in the form of aerosols during the breathing of sick people. The proposed mathematical model includes functional that allow you to control the processes of the decline of the epidemic situation. The developed scheme can be useful for city governing bodies to make decisions on the elimination of the epidemic situation. As suggestions for improving the situation of residents, some factors arising from the analysis of the equations of mathematical models are discussed.

Key words: The distribution speed, the territory of the city, non -stationary time series, viral diseases, stochastic processes

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 20-01-00578

Оглавление

1. Введение.....	3
2. Основополагающие представления и методы.....	4
3. Результаты изучения проблемы распространения вирусов SARS-Cov-2 по территории Москвы и построение схемы управления процессом.....	8
4. Заключение	13
5. Список литературы	13

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью данных исследований является математическое моделирование времени распространения по территории города вирусных инфекций в мегаполисах. Разработки носят фундаментальный характер математического моделирования, но их решения необходимы для насущных задач государственного масштаба, в частности для создания экспертных систем для принятия решений по предотвращению развития сценариев катастрофического нарастания заболеваемости среди населения и ликвидации эпидемических обстановок. Новизна подхода предлагаемой модели распространения вирусной инфекции в крупных городах заключается в рассмотрении модели распространения по территории города во времени.

Предложена математическая модель распространения вирусов, вызывающих заболевание COVID-19, в качестве гипотезы. Она нашла своё подтверждение и обоснование с помощью опубликованных в настоящий момент в медицинской авторитетной литературе (The Lancet, 2020, UK) результатов по исследованию способов распространения вируса SARS-Cov-2, вызывающих заболевание COVID-19. Это очень существенно для скорости распространения заболевания. Способы передачи вирусов от одного индивидуума к другому до этого рассматривались как передача при непосредственном контакте и с находящимися в воздухе некоторое короткое время жидкостными выделениями больных людей. В настоящий момент доказано эмпирическим путём, что вирусы находятся во взвешенном состоянии в воздухе в виде аэрозоля, как и другие токсичные примеси, долгое время и могут переноситься с его потоками на далёкие расстояния. Они выделяются даже при дыхании.

Уничтожение вредоносных вирусов, приводящих к опасным заразным заболеваниям в среде людей с образованием эпидемических обстановок при распространении вирусов в периоды обострений, всегда было одной из первостепенных задач всего человечества. Но общего рецепта для такого уничтожения пока не существует. Природа вирусов и их жизнеспособность весьма разнообразны. Приходится разрабатывать методы повышения защитных сил человеческих организмов и ограничительные меры при распространении. Создание унифицированной схемы интеллектуальной системы управления процессом эпидемической обстановки в целом в различных регионах является актуальной задачей, особенно в настоящее время в связи с развитием такого абсолютно нового явления как пандемия.

Фундаментальные исследования и поиски методов описания этого грозного явления изложены в ряде работ авторов. Так, в работах [1-5] представлены возможные методы описания с помощью кинетических уравнений статистической механики. В этих работах представлены способы описания с помощью кинетических уравнений явлений в условиях неопределённости пространственного распределения источников, когда

имеются дополнительные стохастические свойства из-за неопределённости функции источников. Имеется существенное отличие распространения вирусов от токсичных примесей неживой природы. Такие токсичные примеси не размножаются, в то время как вирусы, попадая в живой организм, размножаются. Это приводит к необходимости специфической записи неопределённости функции источника в кинетических уравнениях. Представить картину распространения заболевания в плотно заселённых городах можно на основе кинетического уравнения для выборочной функции распределения временного ряда, значения которого порождены нестационарным потоком событий. При этом предполагается, что поток событий порождён некоторой динамической системой.

Описанные в работах [1-5] методы разрабатывались с целью построения систем управления с управляющим функционалом. В препринте [6] предложена возможная схема построения таких систем для принятия решений по ликвидации условий распространения заболевания людей. Кроме того, в работе [6] проведён критический анализ имеющихся в мировой литературе модельных описаний эпидемических картин. Отмечается, что, как правило, описание сводится к количественным характеристикам общего числа заболевших людей во времени. В новом препринте изложены основные результаты применимости разработанных методов для конкретных условий течения эпидемии COVID-19 в Москве в 2020 году в качестве примера тестирования. Работы, посвященные скорости распространения COVID-19 по пространству городов среди населения, в зарубежной научной литературе авторам неизвестны, а актуальность очевидна. При обнаружении начального появления источников распространения инфекционных заболеваний необходимо оповещать соответствующих экспертов о временных интервалах для принятия ограничительных мер. Для этого необходимо всесторонне изучать особенности распространения по пространству города во времени. Поэтому фундаментальные работы авторов в этой области являются пионерскими.

2. ОСНОВОПОЛАГАЮЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И МЕТОДЫ

Как уже указывалось в работе [6], появление в Москве первых заболевших COVID-19 москвичей было замечено в конце февраля 2020 года, в то время как в Китае в районе Уханя вирус SARS-CoV-2 уже бушевал в полной мере. В Москве в начале марта число заболевших не превышало нескольких десятков. К концу марта число заболевших горожан уже исчислялось тысячами. Карантинные ограничительные меры в Москве были приняты 26 марта 2020 года. Во всем мире уже бушевала пандемия. Но в целом по Москве в большинстве районов было спокойно: жители обсуждали создавшуюся обстановку в городе, но недоумевали, почему такие жесткие ограничительные меры. Многие о больных слышали только от знакомых знакомых, но сами не соприкасались с пострадавшими. СМИ публиковали сводки количества

заболевших по районам. Многие районы Москвы некоторое время не были затронуты болезнью. Вместе с тем к концу апреля люди заболевали ежедневно тысячами. Болезнь растекалась по городу и по России. Особенно были затронуты крупные города, такие как Санкт-Петербург, Казань и т.п., именно города, плотно соединённые транспортными артериями со всем миром и с Москвой. К концу мая благодаря принятым мерам наступил перелом и начался спад числа заболевших людей. В начале июня многие ограничительные меры были сняты.

Для модельного описания процесса распространения COVID-19 был выдвинут ряд гипотез. На основе сообщаемых в медицинских источниках свойствах вируса SARS-Cov-2 были учтены следующие факты:

1. Вирусы вне живого организма могут существовать только в виде аэрозоля (они прилипают к какой-либо капле жидкости внутри организма и вылетают вместе с выделениями даже при дыхании). Поэтому они пребывают в основном в воздухе или в процессе осаждения капель на твердой поверхности. Количество вирусов, вылетающих из организма человека, зависит от количества принятой «дозы заразы», от стадии заболевания (инкубационного периода или развитой стадии течения болезни), от организма носителя.

2. Основным способом заражения человека является вдыхание воздуха во время нахождения в «красной зоне» (зоне повышенной концентрации вирусов в окружающем воздухе). Все остальные способы заражения, включая самозаражение через руки, вносят дополнительный вероятностный способ, но в конечном итоге не меняют картину заражения в целом. Это уже доказано эмпирическим путём.

3. Размножение вирусов внутри человека описано в [6]. Вне организма это просто токсичная примесь, и ее распространение в воздухе может быть описано уравнениями параболического типа уравнений диффузии со сносом, т.е. кинетическими уравнениями Фоккера-Планка.

4. Вместе с тем и заражение инфекцией происходит с некоторой долей вероятности. Если определённому организму индивидуума известен данный вирус (он уже переболел, и у него имеются антитела) его иммунитет отражает атаку.

5. Общая система уравнений с имеющимися случайными источниками и стоками (как отмечалось в [6]) имеет ряд существенных отличий от распространения токсичной примеси из постоянных источников. Источник вирусов по интенсивности и составу является случайным и притом нестационарным. Кинетические уравнения, применяемые в условиях неопределённости пространственного распределения вирусов, приобретают дополнительные стохастические свойства из-за неопределённости функции источника и стока.

6. Распространение вирусов среди людей, имеющих коллективный иммунитет, не приводит к столь катастрофическим последствиям, как распространение штаммов вируса, ранее неизвестных популяции людей.

7. Практически значимая схема должна учитывать функциональную зависимость эпидемической обстановки от принятых мер по стабилизации управляющими органами. Поэтому самым главным является построение функционала и возможность его тестирования.

8. Все перечисленные свойства позволяют сделать вывод, что процесс распространения вируса SARS-Cov-2 в пространстве и времени представляет собой нестационарный временной ряд и требует для своего описания использования математического описания подобного рода нестационарных и неэквидистантных рядов [5] аппарата статистической механики. Кинетические уравнения должны учитывать дополнительные стохастические свойства из-за неопределённости функций источников и стоков.

Данная работа посвящена детализации способа описания стохастических функций источников и стоков кинетическими уравнениями того же типа, что описывают среду, в которой распространяется вирус SARS-Cov-2. Этот способ должен позволить, как уже отмечалось в работе [6], построить унифицированную схему описания процесса распространения по территории города заболевания COVID-19 среди людей во времени и мог бы помочь определить набор средств борьбы с вирусными заболеваниями подобного типа. Кроме того, воссоздание картины распространения вирусов в целом носит фундаментальный характер для развития такой области науки, как статистическая механика нестационарных неэквидистантных временных рядов.

Изучение общей эпидемической обстановки в Москве за период с конца февраля по июнь 2020 года по статистическим отчётам и имеющимся в медицинской литературе данным об изученных свойствах коронавируса SARS-Cov-2 позволило выдвинуть ряд гипотез, представляющих общую физическую картину распространения вирусов в период с февраля по июнь 2020 года. Вирус начал своё распространение из достаточно ограниченной области в Москве. Скорее всего, он был завезён из какой-то «красной зоны» ограниченным кругом лиц (может быть одним человеком). При этом первоначально центром распространения стал этот район Москвы. Постепенно происходило увеличение площади заражения людей в окрестностях района, ставшего источником распространения вирусов. Можно предположить, что это связано с периодом инкубационного развития болезни в организме человека, заражённого вирусом SARS-Cov-2, поскольку заражение, как установлено медиками, возможно и на этом этапе. У людей с обнаруженными признаками заболеваний круг общения резко был снижен. Но появились «красные» зоны с недопустимыми концентрациями вирусов в воздухе в разных районах Москвы при госпитализации или лечении вне стационаров. Заболевшим людям требовалась срочная помощь. Инкубационный период развития заболевания составляет порядка двух недель. Как раз после этого периода начинается резкое нарастание числа заболевших людей. Вывод плачевный. Если заражённый человек находится в изоляции – круг общения невелик, болезнь может и не распространиться, при условии, что у него есть силы и достаточно средств для

выздоровления. Поэтому схема управления процессом распространения заболевания во времени должна состоять из нескольких временных неэквидистантных рядов. Основная задача на первом этапе – выявление первых носителей вируса, распространяющегося воздушно-капельным путём. Основным уроком эпидемии 2020 года: среди медицинского персонала были пострадавшие с летальными исходами. Необходимо учитывать механизмы распространения и предусмотреть всю зону возможного поражения.

Модель для описания первого этапа развития эпидемии вполне может быть описана системой уравнений модели диффузии со сносом из одного центра.

Дальнейшее распространение неучтённых заразившихся людей, вовремя не изолированных на первом этапе, уже так просто не может быть описано. Распространение вируса SARS-Cov-2 – виновника распространения болезни COVID-19 – обладает рядом не изученных на первом этапе особенностей: наряду с высокой контагиозностью он ещё обладает высокой скоростью распространения по пространству. Это выяснилось на основе анализа данных и картин заболевания в достаточно экзотических условиях (например, на теплоходе, несколько месяцев стоявшем на якоре вдали от причалов с изолированными друг от друга в каютах пассажирами, болезнь быстро сошла на нет). Это доказывало, что заражение происходит в основном по воздуху даже при дыхании. При этом в течение длительного времени сохраняется опасность заражения воздухом, выдыхаемым больным человеком, даже после того как он покинул закрытое помещение. Таким образом, было подтверждено наличие корреляции между заражённым воздухом и заболеваемостью COVID-19.

Модель распространения заражённого воздуха во время второго этапа должна быть построена с учетом множественных источников и стоков этого токсичного воздуха, распределение которых можно попытаться описать также с помощью кинетического уравнения Фоккера–Планка, но уже для выборочной функции распределения временного ряда, значения которого порождены нестационарным потоком событий. Основополагающим для такого описания является метод цепочки Боголюбова, в котором предполагается, что поток событий порождён некоторой динамической системой. Рассматривается ансамбль случайных траекторий, порождаемый этой динамической системой. За функционал берётся индикатор эпидемической обстановки в Москве – количество заболевших людей за сутки. Кроме того, учитывается функционал эффективности управления заболеваемостью в виде снижения в результате определённых действий. Предложено использовать уравнение Фоккера–Планка для выборочной функции распределения случайных величин. Анализ эволюционных свойств их выборочных функций распределения должен дать картину, описывающую данные нестационарные ряды. Моментом времени является номер элемента последовательности значений временного ряда. Поэтому возникают статистические задачи моментов времени, а не порядковые номера элементов ряда.

Ситуацию в городе на втором этапе можно представить следующим образом: люди без симптомов заражения, но являющиеся на этом этапе источниками распространения вирусов, хаотически передвигаются в пространстве, часто попадают в закрытые помещения (или плотную толпу людей) и находятся там продолжительное время. При выдыхании они увеличивают концентрацию вирусов в воздухе до критической концентрации «красной зоны», хотя небольшая вероятность заразиться существует и при малых концентрациях. Повышение концентрации токсичного аэрозоля с вирусами происходит по законам распространения токсичных примесей в закрытых помещениях. Практически можно считать, что за счет конвергенции устанавливается равномерное распределение. Опасности заражения подвергается с определённой вероятностью некоторое число людей, которые затем, покидая закрытое помещение и перемещаясь произвольным образом, через некоторое время становятся сами источниками заражения. К местам скученного положения людей можно отнести все виды общественного транспорта, места общего муниципального пользования (магазины, культурные заведения, больницы, поликлиники и т.п. центры, и даже многоквартирные дома).

Построив ансамбль траекторий, можно выделить случайные процессы образования областей с новыми источниками в некоторые моменты времени. Таким образом можно построить численный алгоритм моделирования нестационарного временного ряда с определёнными непараметрическими свойствами его выборочной плотности функции распределения, эволюционирующей согласно уравнению Фоккера–Планка. Выстраивание уравнения диффузии со сносом в этом случае происходит по определённым правилам. Под диффузией понимают случайные произвольные перемещения потенциальных источников заражения, а тренды, способствующие неслучайному перемещению (например, транспорт или перемещение с некоторой скоростью, не специфичной для случайного перемещения, принятие экстренных мер по изоляции и лечению, доехал до дома и там остался на карантин) относят к понятию сноса. Коэффициент сноса связывают также с функционалом возможного управления процессом. Построение такой системы даёт возможность корректного моделирования ансамбля траекторий временного ряда.

На практике простейшим методом построения конкретной картины расползания источников по территории города является нанесение на карте города Москвы день за днём мест, откуда берётся информация о числе заболевших. Для анализа необходима информация от пострадавших относительно их посещения центров скопления народа в течение длительного времени с целью учета будущих источников заражения. В процессе анализа было выявлено, что особенно опасными являются ночные клубы. Построение такого временного ряда необходимо для прогноза количественного нарастания процесса заболеваемости населения во времени. Если по территории города

продолжает распространяться некоторое число заболевших людей изо дня в день, то можно предвосхитить этап нарастания числа заболевших в целом. Если территория города будет полностью заполнена обнаруженными источниками заболеваемости, но число заболевших людей во времени не снижается, то необходимо увеличивать время применения чрезвычайных ограничительных мер для населения в целом. Максимальное число больных людей в некоторый момент времени может стать катастрофическим - равным общему числу граждан, живущих на территории города, если меры, принятые для ликвидации эпидемии, не соответствовали ситуации или были недостаточными и несвоевременными. При действенных мерах (включая усиление иммунитета и прививки) снижение числа вновь заболевших людей должно быть устойчивым с каждым днём. Построение такой статистики по территории города в дальнейшем позволит сделать заключение о достижении приобретения коллективного иммунитета городским населением. Опыт показывает, что чрезмерные длительные ограничительные меры не позволяют сформировать такой иммунитет у населения в целом, что может привести к повторению рецидива эпидемии после снятия ограничительных мер, как это наблюдается сейчас в Китае.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВИРУСОВ SARS-COV-2 ПО ТЕРРИТОРИИ МОСКВЫ И ПОСТРОЕНИЕ СХЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ

В результате изучения проблемы распространения по территории города вирусной инфекции SARS-Cov-2 в течение 2020-2022 годов получены наборы необходимых, но недостаточных данных из центральных информационных источников для построения общего нестационарного временного ряда распространения по территории города. Из публикаций мы имеем:

1. 23.01.2020 Китай официально объявил о появлении нового коронавируса SARS-Cov-2 и закрыл границы для въезда на территорию Китая.
2. 11.02.2020 Всемирная организация здравоохранения объявила о новой болезни человечества COVID-19, вызываемой вирусами SARS-Cov-2.
3. В Москве 02.03.2020 был выявлен китаец в качестве первого человека, болеющего COVID-19.
4. На 20.03.2020 в Москве зарегистрировано 158 человек с COVID-19.
5. 26.03.2020 года в Москве введён карантин.

Далее в Москве начали регистрировать число больных и прирост вновь заболевших за сутки в тысячах. Приведём наиболее тревожные данные:

6. 20.04.2020 – число больных 26500, прирост 2300;
7. 21.04.2020 – число больных 29433, прирост 1085;
8. 22.04.2020 – число больных 32000, прирост 2500;
9. 23.04.2020 – число больных 33940, прирост 1959;
10. 24.04.2020 – число больных 36897, прирост 2957;

К этому моменту 287 человек вылечились, 37 умерли.

11. 26.04.2020 – число больных 46000, прирост 2891;
12. 28.04.2020 – число больных 48426, прирост 3075;
13. 29.04.2020 – число больных 50646, прирост 2220;
14. 30.04.2020 – число больных 53767, прирост 3093;
15. 01.05.2020 – число больных 58330, прирост 4000;
16. 02.05.2020 – число больных 62533, прирост 5358;
17. 03.05.2020 – число больных 68000, прирост 6000;
18. 04.05.2020 – число больных 74408, прирост 5975;
19. 05.05.2020 – число больных 80500, прирост 5717;
20. 06.05.2020 – число больных 85980, прирост 5816;
21. 07.05.2020 – число больных 92960, прирост 6703;
22. 08.05.2020 – число больных 98852, прирост 5848;
23. 09.05.2020 – число больных 104789, прирост 5600;
24. 10.05.2020 – число больных 113080, прирост 5807;
25. 11.05.2020 – число больных 116000, прирост 6129;
26. 12.05.2020 – число больных 122000, прирост 6700;
27. 13.05.2020 – число больных 126000, прирост 7100;
28. 14.05.2020 – число больных 130716, прирост 4713;
29. 15.05.2020 – число больных 135500, прирост 4500;
30. 17.05.2020 – число больных 142824, прирост 3855;
31. 18.05.2020 – число больных 148000, прирост 4200;
32. 19.05.2020 – число больных 150000, прирост 3000;
33. 20.05.2020 – число больных 152000, прирост 2912;
34. 21.05.2020 – число больных 154000, прирост 2900;
35. 22.05.2020 – число больных 157000, прирост 3000;
36. 23.05.2020 – число больных 161397, прирост 3190;
37. 24.05.2020 – число больных 158207, прирост 2988;
38. 29.05.2020 – число больных 175829, прирост 2335;
39. 05.06.2020 – число больных 191069, прирост 1855.

На этот момент времени выздоровело 97358 человек, скончалось 2806.

40. 08.06.2020 – число больных 197381, прирост 2000.

Скончалось 3000 человек.

41. 09.06.2020 – число больных 198871, прирост 1500;
42. 14.06.2020 – число больных 206730, прирост 1450.

К этому моменту сняли карантин у людей 65+, при этом разрешили только прогулки на свежем воздухе недалеко от дома.

Эта информация, достаточно хорошо отражающая стохастичный характер нестационарного временного ряда, описывает основной тренд нарастания и спада эпидемической обстановки в Городе, но не раскрывает временного ряда нарастания критической ситуации по территории города.

Для практически значимой схемы распределения по территории города вновь заболевших людей и создания картины появления новых источников

необходимо построить временной ряд по территории города. Для этого необходимо зафиксировать место обнаружения конкретного «источника» и историю посещения публичных мест, густо заполненных людьми в предшествующие дни (необходимо выяснение, где произошло заражение инфекцией). Необходимо создавать большие базы данных, чтобы можно было построить базу знаний распространения вирусов по территории городов.

В работе выдвигается гипотеза модели пространственно-временного развития эпидемической обстановки в городе Москве: основное заражение людей происходит по воздуху в местах скопления народа, где находится неизвестный источник заражения – человек, представляющий собой некую «ковидную бомбу», но в период нарастания и высокого развития эпидемической обстановки это могут быть и несколько бессимптомных больных людей. Как уже отмечалось выше, такими местами являются транспорт, культурные заведения и т.п. места, где люди тесно прижаты друг к другу, а стены пространства резко ограничивают поступление свежего воздуха. Конвергенция воздуха происходит только внутри помещения. На свежем воздухе при достаточной удалённости друг от друга каждого индивидуума вероятность заражения значительно меньше. Концентрация вирусов очень быстро спадает до нуля под действием потоков чистого воздуха. Скорость изменения плотности вновь заболевших людей в местах человеческой скученности может быть описана математической моделью в основном в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} X = \operatorname{div}(K \operatorname{grad} X) + rX(1 - b - m - n - p) + \operatorname{div} \bar{w}gX + X_0(x, y, t); c(x, y, z, t) \geq c_b \\ X = 0, c(x, y, z, t) < c_b, \end{cases}$$

где $X = AN(x, y)c(x, y, z, t)$ – плотность больных в зонах инфицирования; $N(x, y)$ – плотность людей; $c(x, y, z, t)$ – концентрация инфицирующих вирусов в зоне заражения, причем если $c(x, y, z, t) = c_b$ (граничное значение инфицирующей концентрации), то в точке (x, y, z, t) начинается заболевание среднего человека (появляется некоторая плотность средних больных), если $c(x, y, z, t) < c_b$, то в точке (x, y, z, t) вероятность заболевания мала; A – медико-биологический когнитивный коэффициент, характеризующий контагиозность данного вида инфекции; K – некоторый когнитивный коэффициент, зависящий от принятых допущений при рассмотрении процессов. В частности, это может быть коэффициент горизонтальной диффузии инфекции, если описывается процесс распространения инфекции в турбулентном поле воздуха ограниченного пространства, который характеризует скорость изменения плотности больных; r – некоторый когнитивный медико-биологический коэффициент, характеризующий интенсивность эволюционного нарастания или убывания (наличие источников или стоков) концентрации инфекции от больных людей; $b(x, y, t)$, $m(x, y, t)$ и $n(x, y, t)$ – доли X , изменяющиеся в точке (x, y, t) ; $b(x, y, t)$ – доля X людей, у которых инкубационный период развития болезни, $m(x, y, t)$ – доля X выздоравливающих людей благодаря собственным защитным силам организма,

$n(x,y,t)$ – доля X людей, ускоренно выздоравливающих благодаря лечению, p – доля X , уменьшающая число новых больных и концентрацию вирусов из-за гибели инфекции в результате воздействия климатических условий (мороз, жара и т.п.) и конечной жизни вирусов; \bar{w} – усреднённая скорость адвективного перемещения – скорость перемещения инфекции в поле перемешивания в толпе людей; $X_0(x_0, y_0, t_0)$ – мощность источника заражения.

Подставляя вместо X значение $AN(x,y)c(x,y,z,t)$, получим выражение для скорости увеличения плотности концентрации вирусов в воздухе закрытого помещения. При достижении со временем некоторой критичной плотности заражающих частиц с большой вероятностью происходит заражение некоторого количества людей. В данном случае под N понимается плотность людей в закрытом помещении.

Однако на практике в ограниченном пространстве можно полагать, что концентрация вирусов в воздухе достаточно быстро выравнивается. Поэтому можно предположить, что с некоторой вероятностью число вновь заразившихся людей будет представлять некоторую среднюю величину, зависящую от степени наполненности людьми помещения, их устойчивости к заболеванию, продолжительности нахождения в нём, ситуации с общими медицинскими показаниями коллективного иммунитета и т.д. Количество таких мест определяет прирост вновь заболевших людей. Поэтому нанесение день за днем на карту, где представлены все транспортные артерии, публичных мест и т.п., где произошли заражения людей, даст возможность построить нестационарный временной ряд количества новых источников по городу на данный момент.

Таким образом, для построения искомого временного ряда приводимые конкретные эмпирические данные необходимо расшифровывать. Для каждого момента времени (например, через одни сутки) необходимо количество вновь заболевших пациентов соотнести с местами, где это заражение произошло. Тогда для этих районов можно вводить дополнительные меры ограничения. Особенно если случаи повторяются изо дня в день. Вид временного ряда для иллюстрации можно представить, например, как диаграмму, где по горизонтали отложены моменты времени, а по вертикали – перечень мест с соответствующим числом заболевших людей. Такого рода информация даст возможность наблюдать и анализировать действенность принимаемых мер для подавления существующей опасности распространения по городу источников заражения. Численный алгоритм моделирования такого нестационарного временного ряда сводится к построению выборочной плотности функции распределения, которая эволюционирует в соответствии с уравнением Фоккера-Планка. Параметры диффузии и скорости могут быть введены на основе аналогии с параметрами диффузии в общепринятом понимании для массопереноса. Скорость сноса относится к понятию тренда, т.е. управляющего функционала, который задаётся на фоне случайного стохастического поведения временного ряда. Построение управляющего функционала является главным

моментом для управляющих систем. Повторяющиеся места на построенной диаграмме подлежат немедленному закрытию (например, ночные клубы).

Данная система, представляемая в виде временного ряда, находится в том или ином состоянии. Измеряемые значения случайной величины, через которые проявляется это состояние, имеют характерные именно для этого состояния функции распределения. Идентификация состояния происходит в соответствии с выборочной функцией распределения. Конечно, возможно переключение с одного случайного процесса на другой. В этом случае необходимо выделить стационарную компоненту. Описание уровня заболеваемости должно отражать эволюцию процесса. Количество заболевших вновь при ежедневном отчёте представляет собой не только выявленных вновь заболевших, посещавших зоны риска, но и выявленных заболевших за счёт увеличивающегося числа проводимых тестов. Многие люди не знали, что они уже больны ко времени данного момента, а тест решили сделать случайным образом в результате удобной ситуации на всякий случай. База данных, конечно, должна быть дифференцируема.

Разработка общей схемы, позволяющей выделить в стохастическом процессе распространения болезнетворных вирусов по территории города определённые свойства и закономерности, является основным для построения систем управления этими процессами. Они должны помочь созданию функционалов управления процессом ликвидации последствий этих катастрофических явлений.

В процессе исследований выдвинуты гипотезы:

1. Заражение здоровых людей вирусом SARS-Cov-2 происходит при вдыхании аэрозолей с SARS-Cov-2, содержащихся в воздухе, выдыхаемых или выделяющихся в виде мокрот людьми, больными COVID-19. Так называемые «ковидные» бомбы могут заражать, находясь в близком контакте со здоровыми людьми или длительное время в закрытом помещении со здоровыми людьми. Здоровые люди заражаются, находясь в «красных» зонах критической концентрации вирусов. Описание повышения концентрации вирусов в «некоторых областях» (так называемых зонах риска или «красных» зонах), как от единичного источника, так и от множественных источников, может быть описано уравнениями диффузии со сносом для массопереноса токсичных примесей.

2. Основная задача такого подхода заключается в описании стохастического эволюционного процесса нарастания или убывания источников вирусов в воздухе в пространстве и времени. Этот процесс представляет собой неэквидистантный нестационарный временной ряд. По аналогии с уравнением диффузии со сносом для распространения самих вирусов предлагается описать процессы нарастания источников и стоков кинетическими уравнениями диффузии со сносом, но для выборочной функции распределения источников. Такая аналогия кажется вполне закономерной, поскольку человек является динамической системой производства и распространения вирусов.

3. Пространственные ограничения для людей 65+ без признаков заболевания в пределах многоквартирных домов проживания (без права выхода на прогулки на свежем воздухе) приносят вред и ухудшают ситуацию в городе, так как пребывать в пределах многоквартирного дома постоянно опасно с точки зрения повышения вероятности заражения по сравнению со свежим воздухом.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одним из важных результатов данной работы является предложенная схема построения нестационарного неэквидистантного временного ряда для моделирования процесса распространения заболевания COVID-19 среди населения во времени по территории города. Для такого построения требуется более полная информация об истории получения данных по ежедневному приросту числа заболевших людей. Необходимо информировать, из каких мест города получены те или иные слагаемые суммы, с указанием общественных мест, посещаемых больными людьми. Только в этом случае можно построить практически значимый функционал для принятия решений и действий управляющими органами с целью обеспечения спада эпидемической обстановки. Особенно необходимо обратить внимание на то, что построение правильного, адекватного реальности математически моделируемого процесса позволяет избежать приведения в жизнь вредных решений. Например, не стоит запрещать людям 65+ совершать прогулки на свежем воздухе – это повышает вероятность того, что они ослабнут физически, ослабнет природный иммунитет, но самое главное – нельзя постоянно находиться в многоквартирном доме: это опасно, потому что это приводит к повышению вероятности заражения.

Поскольку представленная картина типична для всех вирусных инфекций, распространяющихся по воздуху капельно-воздушным путём, данная схема будет полезна для всех последующих катаклизмов с населением в городе для принятия решений по ликвидации последствий подобных ситуаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Л.В. Клочкова, Ю.Н. Орлов, В.Ф. Тишкин.* Математическое моделирование корреляции эпидемической обстановки в мегаполисах от состояния воздуха // Журнал Средневолжского математического общества, 2012. Т.14., №1, с. 8-15.

2. *Д.А. Зенюк, Л.В. Клочкова, Ю.Н. Орлов.* Моделирование нестационарных случайных процессов кинетическими уравнениями с дробными производными // Журнал Средневолжского математического общества, г. Саранск, 2016 г., Т.18, №2, с.125-133.

3. *Д.С. Кириллов, Л.В. Клочкова, Ю.Н. Орлов, В.Ф. Тишкин.* Методика определения коэффициента корреляции для нестационарных временных рядов // Журнал Средневолжского математического общества, г. Саранск, 2013 г., Т.15. №1, с.8-14

4. *Л.В. Клочкова, Ю.Н. Орлов, С.А. Фёдоров.* Моделирование ансамбля нестационарных траекторий с помощью уравнения Фоккера-Планка // Журнал Средневолжского математического общества, г. Саранск, 2016, Т.18, №1, с.126-134

5. *Л.В. Клочкова, Ю.Н. Орлов, Р.В. Плеваков.* Кинетическое уравнение для моделирования нестационарных, неэквидистантных временных рядов // Журнал Средневолжского математического общества, г. Саранск, 2018, Т.20, № 1, с.78-87.

6. *Л.В. Клочкова, Ю.Н. Орлов, В.Ф. Тишкин.* Математическое моделирование стохастических процессов распространения вирусов в среде обитания людей // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2020, №114, 17 с.