

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 14 за 2023 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

#### А.В. Плотников

Кинетостатическая модель захвата объектов сервисными роботами при активном перемещении мобильной платформы

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International

**с)** () ву

*Рекомендуемая форма библиографической ссылки:* Плотников А.В. Кинетостатическая модель захвата объектов сервисными роботами при активном перемещении мобильной платформы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 14. 21 с. <u>https://doi.org/10.20948/prepr-2023-14</u> <u>https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-14</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша Российской академии наук

А.В. Плотников

# Кинетостатическая модель захвата объектов сервисными роботами при активном перемещении мобильной платформы

### А.В. Плотников

# Кинетостатическая модель захвата объектов сервисными роботами при активном перемещении мобильной платформы

В работе описывается анализ движения захвата объекта мобильными роботом с учетом маневрирования транспортной платформы. На основе кинетостатического анализа описаны условия, обеспечивающие безопасное движение робота в процессе захвата. Приведен пример моделирования такого движения.

*Ключевые слова:* робототехника, мобильный сервисный робот, динамика механизмов, кинетостатический анализ

## A.V. Plotnikov

# Kinetostatic model of object capture by service robots, with active movement of the mobile platform

The paper describes the analysis of the movement of object capture by a mobile robot, taking into account the maneuvering of the transport platform. Based on the kinetostatic analysis, the conditions ensuring the safe movement of the robot during capture are described. The example of modeling such a movement is provided.

Key words: robotics, mobile service robot, dynamics, kinetostatic analysis

# Оглавление

Введение	3
Обзор различных подходов к проблеме опрокидывания мобильных роботов	3
Математическая модель захвата объектов с использованием принципа кинетостатики	5
Общее описание модели	5
Определение ускорений и сил инерции	8
Уравнения сил и моментов	11
Математическая модель в среде MathCad	15
Результаты моделирования	18
Заключение	20
Список литературы	20

### Введение

Мобильные роботы являются одним из современных направлений, активно развивающимся в последнее время [1]. Для мобильных роботов легкого класса, относящихся к сервисным или коллаборативным, одной из наиболее важных характеристик является отношение собственного веса к весу предмета, который робот способен поднять [2]. Грузоподъемность мобильного робота ограничивается прочностью конструкции И устойчивостью конструкции к опрокидыванию. Для успешного захвата объекта мобильным роботом необходимо не только обеспечить захват объекта в специальное устройство, но и иметь возможность проводить с ним манипуляции, не опасаясь опрокидывания робота. Для минимизации устойчивости опасности потери опрокидывания И во время конструирования робота с манипуляционным механизмом следует определить максимальные допустимые массы и перемещения объекта манипулирования, которые не приводят к потере устойчивости и созданию опрокидывающего момента [3] робота, а также максимальный угол наклона, на который робот может забраться без падения.

# Обзор различных подходов к проблеме опрокидывания мобильных роботов

Современные мобильные роботы подходят к решению проблемы опрокидывания с использованием нескольких приемов. Самый очевидный способ – использование конструкции с максимально широкой опорной площадью и ограничение рабочей зоны таким образом, чтобы практически любое движение робота не могло привести к опрокидыванию. Недостатком такого подхода являются большие габариты робота, что отрицательно сказывается на мобильности МР. Примером такого робота может служить робот KUKA youBOT[4] (рис. 1). Из-за особенностей распределения масс, а также максимальной грузоподъемности манипулятора, равной 0.5 кг при весе платформы 20 кг, исключаются возможные положения манипулятора с грузом, которые могут привести к опрокидыванию робота.



Рис. 1. Мобильный робот КUKA youBot с одним манипулятором

Другой подход заключается в использовании специальной конструкции манипулятора робота, которая в случае опрокидывания позволяет восстановить вертикальное положение робота. Иначе проблема решается с использованием выносных опор при работе робота. Преимуществом таких конструкций является повышение площади опоры в момент работы манипулятора. Существенным недостатком такого подхода является невозможность перемещения мобильного робота вместе с опорами. Пример робота такой конструкции представлен на рис. 2.



Рис. 2. Робот для демонтажа Husqvarna DXR 310

В мобильной робототехнике в последнее время стала применяться многогусеничная конструкция платформы изменяемой геометрии (рис. 3).



Рис. 3. Мобильный робот с изменяемой геометрией платформы

Использование многогусеничной конструкции изменяемой геометрии позволяет не только повысить устойчивость робота без потери возможности перемещаться, но и преодолевать препятствия. Вместе с тем данные конструкции являются относительно сложными в техническом исполнении.

В литературе широко освещена тема кинетостатического анализа промышленных роботов, например, см. [5] и статью [6]. В данных работах представлен кинетостатический анализ промышленных роботов разных конфигураций. При этом кинетостатический анализ мобильных роботов не рассматривается.

Для мобильных роботов анализ динамики часто выполняется с помощью сторонних систем решения задачи динамики [7] или с использованием уравнений Лагранжа рода [8,9]. Однако данные методики плохо подходят для решения задач динамики на мобильной платформе. Также возможно использование алгоритмов, основанных не нечеткой логике [10]. Аналитические решения, предлагаемые в этой работе, получаются в результате расчета методом кинетостатики и имеют существенное преимущество в скорости работы и сложности вычислений. Это достигается отсутствием дополнительного ПО (например, Simulink), необходимого при расчете сторонними программными пакетами, а также отсутствием операций интегрирования в случае решений методом Лагранжа.

# Математическая модель захвата объектов с использованием принципа кинетостатики

### Общее описание модели

Приведенная модель была значительно уточнена и дополнена по сравнению с предыдущей версией [11].

Математическая модель захвата сервисным роботом объекта рассматривается на примере сервисного робота, состоящего из гусеничной платформы и трехстепенного манипулятора (рис. 4).



Рис. 4. Элементы модели робота

Ввиду симметричности конструкции робота, а также того, что движение поднятия груза происходит без поворота робота, рассмотрение динамики описываемого движения можно свести к двумерной задаче.

При проведении кинетостатического [1] анализа робота с грузом систему следует разделить на 3 части: транспортную платформу (рис. 4, 0), нижние звенья манипулятора (рис. 4, 1-2), верхние звенья манипулятора (рис. 4, 3-4).



Рис. 5. Распределение сил в транспортной платформе робота

На транспортную платформу действуют следующие силы (рис. 5):

m<sub>0</sub>g – сила тяжести транспортной платформы;

N<sub>f</sub>, N<sub>b</sub> – силы реакции опоры, действующие на передние и задние катки соответственно. Ввиду симметричности задачи и перехода к двумерному рассмотрению силы реакции опоры принимаются как сумма соответственных левых и правых реакций;

F<sub>tr</sub> – сила тяги гусеничного движителя робота, равная сумме сил тяги левой и правой гусеницы;

 $F_{10}, M_{10}$  – сила и момент реакции связи со стороны нижних звеньев манипулятора.

Как показано на рис. 4, нижние звенья манипулятора робота (рис. 4, 1), соединяют транспортную платформу с конструктивными элементами (рис. 4, 2) манипулятора. Конструктивные элементы (рис. 4, 2) обеспечивают связь между верхними и нижними звеньями манипулятора. Ввиду компактности элемента (рис. 4, 2) он рассматривается без учета его размеров вместе с нижними звеньями манипулятора. Исходя из вышеизложенного на нижнее звено действуют следующие силы (рис. 6):

m<sub>1</sub>g — сила тяжести нижнего звена манипулятора, ввиду симметричности конструкции и перехода к двумерному рассмотрению задачи масса рассматриваемого элемента конструкции принимается равной сумме масс нижних звеньев манипулятора;

m<sub>2</sub>g – сила тяжести конструктивных элементов;

F<sub>01</sub> – сила реакции связи со стороны транспортной платформы;

M<sub>01</sub> – момент реакции связи со стороны транспортной платформы, обусловленный усилием привода манипулятора робота;

 $F_{31}, M_{31}$  – сила и момент реакции связи со стороны верхних звеньев манипулятора.



Рис. 6. Распределение сил в нижнем звене манипулятора робота

Верхние звенья манипулятора робота (рис. 4, 3) соединяются с нижними звеньями посредством конструктивных элементов (рис. 4, 2). На концах верхних звеньев присутствует захватное устройство с объектом манипулирования. Объект манипулирования и захватные устройства рассматривается без учета их размеров вместе с верхними звеньями манипулятора. Исходя из вышеизложенного на верхнее звено действуют следующие силы (рис. 7):

m<sub>3</sub>g — сила тяжести нижнего звена манипулятора, ввиду симметричности конструкции и перехода к двумерному рассмотрению задачи масса рассматриваемого элемента конструкции принимается равной сумме масс верхних звеньев манипулятора;

m<sub>4</sub>g – суммарная сила тяжести объекта манипулирования и захватных устройств;

F<sub>13</sub> – сила реакции связи со стороны транспортной платформы;

M<sub>13</sub> – момент реакции связи со стороны транспортной платформы, обусловленный усилием привода манипулятора робота.



Рис. 7. Распределение сил в верхнем звене манипулятора робота

#### Определение ускорений и сил инерции

Для осуществления кинетостатического анализа, в соответствии с принципом Даланбера–Лагранжа к действующим на звенья манипулятора силам следует добавить главные векторы и моменты сил инерции, приложенные в их центрах масс. Для нахождения сил инерции необходимо определить абсолютные ускорения масс системы.

Системы координат, используемые в расчетах, представлены на рис. 8.



Рис. 8. Системы координат манипулятора робота

Линейное ускорение транспортной платформы робота при прямолинейном движении  $s_0(t)$  определяется по формуле (1).

$$\vec{a}_{m0} = \begin{pmatrix} \frac{d^2 s_0}{dt^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$
 (1)

Уравнение ускорений нижних звеньев манипулятора (2). Здесь и далее индекс обозначает вклад s<sub>0</sub> составляющей ускорения транспортной платформы;  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  – ускорение привода соответствующего звена. Индексы  $\tau$  и n обозначают соответственно тангенциальное и нормальное ускорения.

$$\overrightarrow{a_{m1}} = \overrightarrow{a_{m1}}^{\varphi_1} + \overrightarrow{a_{m1}}^{s_0} = \overrightarrow{a_{m1}}^n + \overrightarrow{a_{m1}}^t + \overrightarrow{a_{m1}}^{s_0}.$$
(2)

Положение центра масс нижних звеньев манипулятора представлено в виде радиус-вектора  $\overrightarrow{R_{m1}}$  в системе координат нижних звеньев X<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>. С учетом положения центра масс звеньев с углом расположения (3) уравнения ускорений в системе координат, связанной с нижним звеном манипулятора, робота примут вид (4).

$$\tau_{m1} = \tan^{-1} R_{m1Y} / R_{m1X},\tag{3}$$

$$\vec{a}_{m1} = \begin{pmatrix} \cos\tau_{m1} & -\sin\tau_{m1} & 0\\ \sin\tau_{m1} & \cos\tau_{m1} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 \overline{|R_{m1}|} \\ \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} \overline{|R_{m1}|} \\ 0 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0\\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{a}_{m0.}$$
(4)

Уравнение для ускорений конструктивных элементов звена манипулятора (5).

$$\vec{a}_{m2} = \overrightarrow{a_{m2}^{\varphi_1}} + \overrightarrow{a_{m2}^{s_0}} = \overrightarrow{a_{m2}^n} + \overrightarrow{a_{m2}^t} + \overrightarrow{a_{m0}^{s_0}}.$$
(5)

В системе координат, связанной с нижним звеном манипулятора, уравнение (5) принимает вид (6):

$$\vec{a}_{m2} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 L_1 \\ \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0 \\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{a}_{m0.}$$
(6)

Уравнение ускорений верхних звеньев манипулятора:

$$\overline{a_{m3}} = \overline{a_{m3}}^{\varphi_2} + \overline{a_{m2}}^{\varphi_1} + \overline{a_{m0}}^{s_0}.$$
(7)

Положение центра масс верхних звеньев манипулятора представлено в виде радиус-вектора  $\overrightarrow{R_{m3}}$  в системе координат нижних звеньев X<sub>2</sub>Y<sub>2</sub>. С учетом кинематической схемы манипулятора уравнение (7) принимает вид

Уравнение ускорений захватываемого объекта (9), (10) записывается по аналогии с уравнениями выше.

$$\overline{a_{m4}} = \overline{a_{m4}^{\varphi^2}} + \overline{a_{m4}^{\varphi^1}} + \overline{a_{m4}^{s0}}$$
(9)
$$\overline{a_{m4}} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_2}{dt}\right)^2 L_2 \\ \left(\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \frac{d^2\varphi_2}{dt^2}\right) L_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 L_1 \\ \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_1 \\ \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_1 \end{pmatrix} + \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_1 \end{pmatrix} + \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_1 + \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} L_$$

$$+ \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{1} + \varphi_{2}) & \sin(\varphi_{1} + \varphi_{2}) & 0\\ -\sin(\varphi_{1} + \varphi_{2}) & \cos(\varphi_{1} + \varphi_{2}) & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{a}_{m0.}$$

Главные моменты сил инерции верхних (11) и нижних звеньев манипулятора (12) относительно их центров масс.

$$\vec{M}_{1}^{I} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{1z} \end{pmatrix} \frac{d^{2} \varphi_{1}}{dt^{2}};$$
(11)

$$\vec{M}_{3}^{I} = - \begin{pmatrix} 0\\0\\J_{3z} \end{pmatrix} \left( \frac{d^{2}\varphi_{1}}{dt^{2}} + \frac{d^{2}\varphi_{2}}{dt^{2}} \right).$$
(12)

Главные векторы сил инерции транспортной платформы (13), нижних (14) и верхних (16) звеньев, конструктивных элементов манипулятора робота (14), объекта манипулирования (17):

$$\vec{F}_{0}^{\vec{I}} = -m_{0} \begin{pmatrix} \frac{d^{2}s_{0}}{dt^{2}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$
(13)

$$\overrightarrow{F_1^I} = -m_1 \overrightarrow{a_1}; \tag{14}$$

$$\overrightarrow{F_2^I} = -m_2 \overrightarrow{a_2}; \tag{15}$$

$$\overrightarrow{F_3^I} = -m_3 \overrightarrow{a_3}; \tag{16}$$

$$\overrightarrow{F_4^I} = -m_4 \overrightarrow{a_4}.$$
(17)
Уравнения сил и моментов

Для нахождения значений сил реакции в соответствии с принципом кинетостатики записываются уравнения суммы моментов сил, действующих на каждое тело системы.

Уравнение суммы моментов сил (18) записывается относительно начальной точки системы координат X<sub>2</sub>Y<sub>2</sub>. M<sub>13</sub> – момент усилия в приводе звена манипулятора, действующий на верхнее звено манипулятора робота.

$$\vec{M}_{13} = -\left(\overrightarrow{R_{m3}} \times m_3 \vec{g} + L_2 \overrightarrow{X_2} \times m_4 \vec{g} - \overrightarrow{R_{m3}} \times m_3 \vec{a}_{m3} - L_2 \overrightarrow{X_2} \times m_4 \vec{a}_{m4} - \left( \begin{array}{c} 0\\ 0\\ J_{3z} + m_3 \left| \overrightarrow{R_{m3}} \right|^2 \right) \left( \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \right) \right).$$

$$(18)$$

Для нижних звеньев манипулятора справедливы равенства (20). Уравнения записываются в системе координат  $X_1Y_1$ . На нижнее звено манипулятора будут действовать моменты сил, обусловленные действием масс и сил инерции верхнего звена (19). Для удобства сумму моментов действия данных сил можно обозначить Mu.

$$\vec{M}_{u} = \vec{V2}_{m4} \times m_{4}\vec{g} - \vec{V2}_{m4} \times m_{4}\vec{a}_{m4} + \vec{V2}_{m3} \times m_{3}\vec{g} - \vec{V2}_{m3} \times m_{3}\vec{a}_{m3} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{3z} + m_{3} |\vec{V2}_{m3}|^{2} \end{pmatrix} \left( \frac{d^{2}\varphi_{1}}{dt^{2}} + \frac{d^{2}\varphi_{2}}{dt^{2}} \right).$$
(19)

 $\overline{V2}$  обозначают радиус-вектор расположения масс  $m_4$  и  $m_3$  в системе координат  $X_1Y_1$ .

$$\vec{M}_{01} = -\left(\vec{M}_{u} + \vec{R}_{m1} \times m_{1}\vec{g} + L_{1}\vec{X}_{1} \times m_{2}\vec{g} - \vec{R}_{m1} \times m_{1}\vec{a}_{m1} - L_{1}\vec{X}_{1} \times m_{2}\vec{a}_{m2} - \left(\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ J_{1z} + m_{1} |\vec{R}_{m1}|^{2} \end{matrix}\right) \frac{d^{2}\varphi_{1}}{dt^{2}} + \vec{M}_{31} + L_{1}\vec{X}_{1} \times \vec{F}_{31} \right).$$
(20)

Для транспортной платформы составляются уравнения моментов сил и сил инерции относительно её центра масс. По аналогии с (19), (20) для записи уравнения относительно задней и передней точек опор сначала удобнее записать уравнения, описывающие действие верхнего и нижнего звеньев манипулятора.

Относительно задней точки опоры момент, обусловленный действием верхнего звена манипулятора:

$$\vec{M}_{BaUp} = \overrightarrow{Vb_{m4}} \times m_4 \vec{g} - \overrightarrow{Vb_{m4}} \times m_4 \vec{a}_{m4} + \overrightarrow{Vb_{m3}} \times m_3 \vec{g} - \overrightarrow{Vb_{m3}}$$

$$\times m_3 \vec{a}_{m3} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{3z} + m_3 \left| \overrightarrow{Vb_{m3}} \right|^2 \end{pmatrix} \left( \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \right)$$
(21)

Для момента, описывающего действие нижнего звена манипулятора:

$$\vec{M}_{BaDn} = \vec{V}\vec{b}_{m2} \times m_2 \vec{g} - \vec{V}\vec{b}_{m2} \times m_2 \vec{a}_{m2} + \vec{V}\vec{b}_{m1} \times m_1 \vec{g} - \vec{V}\vec{b}_{m1} \times m_1 \vec{a}_{m1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{1z} + m_1 \left| \vec{V}\vec{b}_{m1} \right|^2 \end{pmatrix} \left( \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} \right).$$
(22)

В уравнениях (21), (22)  $\overrightarrow{Vb}$  обозначают радиус-векторы расположения соответствующих масс  $m_4$ ,  $m_3$ ,  $m_2$ ,  $m_1$ , в системе координат, связанной с задней точкой опоры.

Уравнение равновесия моментов относительно задней точки опоры:

 $\vec{M}_{Nf} + \vec{M}_{BaUp} + \vec{M}_{BaDn} + \vec{r}_{Nbm0} \times m_0 \vec{g} + \vec{r}_{Nbm0} \times m_0 \vec{a}_{m0} = 0.$  (23)  $\vec{M}_{Nf}$  обозначает момент, который создают силы реакции опор робота, относительно задней точки опоры.

Уравнения относительно передней точки опоры (24, 25, 26) записываются тем же образом, что и уравнения относительно задней, с той разницей, что  $\overrightarrow{Vf}$  обозначают радиус-векторы расположения соответствующих масс в системе координат, связанной с передней точкой опоры.

$$\vec{M}_{ForUp} = \vec{V} \overrightarrow{f_{m4}} \times m_4 \vec{g} - \vec{V} \overrightarrow{f_{m4}} \times m_4 \vec{a}_{m4} + \vec{V} \overrightarrow{f_{m3}} \times m_3 \vec{g} - \vec{V} \overrightarrow{f_{m3}} \times m_3 \vec{a}_{m3} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{3z} + m_3 \left| \vec{V} \overrightarrow{f_{m3}} \right|^2 \end{pmatrix} \left( \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \right),$$
(24)

$$\vec{M}_{ForDn} = \overrightarrow{Vf_{m2}} \times m_2 \vec{g} - \overrightarrow{Vf_{m2}} \times m_2 \vec{a}_{m2} + \overrightarrow{Vf_{m1}} \times m_1 \vec{g} - \overrightarrow{Vf_{m1}} \times m_1 \vec{a}_{m1} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_{1z} + m_1 |\overrightarrow{Vf_{m1}}|^2 \end{pmatrix} \left( \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} \right),$$
(25)

 $\vec{M}_{Nb} + \vec{M}_{ForUp} + \vec{M}_{ForDn} + \vec{r}_{Nfm0} \times m_0 \vec{g} + \vec{r}_{Nfm0} \times m_0 \vec{a}_{m0} = 0.$ (26)

В результате решения уравнений динамики, представленных ранее, находится зависимость между усилиями приводов манипулятора M13(t), M01(t), усилиями гусеничного привода Ftr(t) от обобщенных координат  $\varphi 1(t)$ ,  $\varphi 2(t)$ , s0(t), где  $\varphi 1(t)$  – вращательная координата нижнего звена манипулятора,  $\varphi 2(t)$  – вращательная координата верхнего звена манипулятора, s0(t) – поступательное перемещение транспортной платформы в процессе захвата.

Условия захвата объектов, исключающие опрокидывание робота

Используя кинетостатическую модель захвата роботом объекта, рассмотренную ранее, возможно определить движения робота, которые не приведут к опрокидыванию.

Для этого необходимо решить (23) и (26) относительно моментов, создаваемых реакцией опоры относительно задней  $\vec{M}_{Nf}$  и передней  $\vec{M}_{Nb}$  точек опоры:

$$\vec{M}_{Nf} = -\left(\vec{M}_{BaUp} + \vec{M}_{BaDn} + \vec{r}_{Nbm0} \times m_0 \vec{g} + \vec{r}_{Nbm0} \times m_0 \vec{a}_{m0}\right);$$
(27)

$$\vec{M}_{Nb} = -\left(\vec{M}_{ForUp} + \vec{M}_{ForDn} + \vec{r}_{Nfm0} \times m_0 \vec{g} + \vec{r}_{Nfm0} \times m_0 \vec{a}_{m0}\right).$$
(28)

При расчетах используется правая система координат, из этого следует, что условием отсутствия опрокидывания робота является

$$\vec{M}_B < 0. \tag{29}$$

Если в результате расчетов получится, что для поддержания равновесия необходимы моменты реакции, направленные по направлению к плоскости опоры, что невозможно, то робот опрокинется.

Аналогично необходимо рассмотреть уравнение моментов относительно задней точки опоры. Условием отсутствия опрокидывания робота будет являться неравенство:

 $\vec{M}_F > 0. \tag{30}$ 

Стоит отметить, что случаи  $\vec{M}_B = 0$  и  $\vec{M}_F = 0$  являются граничными положениями и теоретически не должны приводить к опрокидыванию. Однако для мобильного робота такое положение небезопасно, поэтому можно считать, что робот теряет устойчивость.

На основе полученных зависимостей возможно создать алгоритмы управления движениями манипулятора робота в форме синергий. Захват относительно тяжелого объекта сопровождается одновременным движением робота с ускорением по направлению к захватываемому объекту. Такое сложное движение, включающее в себя одновременное движение манипулятора и движителя робота, позволяет создать момент сил инерции, обеспечивающих сохранение равновесия системы. Основываясь на значениях сил реакций в опорах из (27), (28), возможно определить направление и желаемое ускорение уравновешивающего движения робота.

### Математическая модель в среде MathCad

Для апробации метода исследования динамики движения захвата по методу кинетостатики была составлена математическая модель в среде MathCad. Моделирование проводилось для виртуальной модели робота, соответствующей мобильному роботу АМУР-307 [12], работы по которому ведутся в рамках проекта «Интеллектуальная роботроника» [13].

Входными данными для расчёта служат:

- $s_0(t)$ - закон желаемого движения приводов движителя MP; – закон желаемого движения привода нижнего звена  $q_1(t)$ манипулятора; - закон желаемого движения привода верхнего звена  $q_2(t)$ манипулятора; масса транспортной платформы и расположение  $m_0, \overline{R_{m0}}$ центра масс (ЦМ) транспортной платформы в СКО; масса нижних звеньев манипулятора робота и  $m_1, \overline{R_{m1}}$ расположение их ЦМ в СК1; масса конструктивных элементов и приводов  $m_2, \overline{R_{m2}}$ манипулятора робота и расположение соответствующих масс в СК1; масса нижних звеньев манипулятора робота и  $m_3, \overline{R_{m3}}$ расположение их ЦМ в СК2; масса захватного устройства манипулятора робота,  $m_{gr}, m_{obj}, \overline{R_{m3}}m_4$ масса объекта манипулирования, расположение ЦМ  $= m_{ar} + m_{obi}$ захватного устройства в СК2. Выходными данными расчета служат: требуемое усилие привода  $M_{01}(t)$ нижних звеньев манипулятора робота для осуществления желаемого движения;  $M_{13}(t)$ требуемое усилие привода верхних звеньев манипулятора робота для осуществления желаемого движения; сумма моментов сил в транспортной платформе,  $M_{Nf}(t)$ 
  - *M<sub>Nf</sub>(t)* относительно передней точки опоры;
  - *M<sub>Nb</sub>(t)* сумма моментов сил в транспортной платформе, относительно задней точки опоры.

Схематичное представление алгоритма расчета приведено ниже (рис. 5):



Рис. 5. Схема кинетостатического расчета движения захвата робота

На первом этапе производится расчет ускорений элементов робота в соответствии с методикой, приведенной ранее (рис. 6).



Рис. 6. Пример расчета ускорений элементов робота в среде MathCad

После определения всех сил инерции необходимо определить значение сил реакций в опорах и необходимые моменты в приводах манипулятора. Для это необходимо пошагово, начиная со звена с захватным устройством, произвести вычисление по методу Даламбера (рис. 7).



#### Рис. 7. Пример вычисления баланса сил и моментов сил для верхнего звена в среде MathCad

На заключительном этапе определяются значения сумм моментов сил в транспортной платформе относительно передней и задней точек опоры (рис. 8).



Рис. 8. Пример вычисления значения сумм моментов сил в транспортной платформе относительно передней и задней точек опор

### Результаты моделирования

Описанная выше математическая модель была применена для определения максимальной массы предмета, который способен захватить робот без риска опрокидывания. На изображении представлено расположение центров масс элементов конструкции робота и направление ускорений при начальном (рис. 9а) и конечном положении манипулятора (рис. 9б).



Рис. 9. Начальное (а) и конечное (б) положение масс робота при захвате объекта

На рис. 9 обозначены:

- p<sub>0</sub> положение центра масс транспортной платформы;
- p<sub>1</sub> положение шарнира нижнего звена манипулятора;
- р<sub>2</sub> положение центра масс нижнего звена манипулятора;
- р<sub>3</sub> положение шарнира верхнего звена манипулятора;
- р<sub>4</sub> положение центра масс верхнего звена манипулятора;
- р5 положение центра масс захватного устройства манипулятора;

В таблице 1 показаны результаты моделирования для робота с уменьшенной длиной звеньев манипулятора (0.3 м). Высота, с которой робот начинал захватывать объект, составляла 0.45 м - 0.34 м..

Вынос объекта за опорный периметр	Масса объекта без ускорения	Масса объекта с ускорением 0.15 м/с <sup>2</sup>	Масса объекта с ускорением 0.3 м/с <sup>2</sup>
0.218 м	8.52 кг	9.01 кг	9.53 кг
0.270 м	6.06 кг	6.39 кг	6.74 кг
0.322 м	4.40 кг	4.64 кг	4.89 кг
0.403 м	3.25 кг	3.43 кг	3.61 кг
0.420 м	2.42 кг	2.56 кг	2.71 кг
0.500 м	1.39 кг	1.49 кг	1.58 кг

Таблица 1. Максимальная масса захватываемого объекта

В таблице 2 показаны результаты моделирования для робота с действительной длиной звеньев манипулятора (0.455м). Высота, с которой робот начинал захватывать объект, составляет 0.6 м -0.54 м.

Вынос объекта за опорный периметр	Масса объекта без ускорения	Масса объекта с ускорением 0.15 м/с <sup>2</sup>	Масса объекта с ускорением 0.3 м/с <sup>2</sup>
0.346 м	5.12 кг	5.42 кг	5.74 кг
0.425 м	3.38 кг	3.59 кг	3.81 кг
0.504 м	2.20 кг	3.15 кг	3.35 кг
0.581 м	1.36 кг	1.48 кг	1.59 кг
0.653 м	0.76 кг	0.85 кг	0.94 кг

Таблица 2. Максимальная масса захватываемого объекта

Моделирования, результаты которых представлены в таблицах 1 и 2, проводились с начальным положением манипулятора, обеспечивающего условие горизонтального расположение верхнего звена.

На основании графиков момента реакции опор относительно передней точки (рис. 10) можно сделать вывод, что ускорение платформы робота необходимо поддерживать только на начальном этапе движения.

В таблице 3 показаны результаты моделирования при выносе захватываемого объекта на 0.2м за пределы опорного многоугольника движителя робота и различной начальной высоты захватываемого объекта:

Высота, с которой захватывается объект	Без ускорения	С ускорением 0.15 м/с <sup>2</sup>	С ускорением 0.3 м/с <sup>2</sup>
1.016 м	7.79 кг	8.78 кг	9.94 кг
0.805 м	10.59 кг	11.85 кг	12.72 кг
0.580 м	11.82 кг	12.66 кг	13.58 кг

Таблица 3. Массы захватываемых объектов

На основании графиков момента реакции опор относительно передней точки (рис. 30) можно сделать вывод, что ускорение платформы робота необходимо поддерживать только на начальном этапе движения.



Рис. 10. Сумма моментов реакции опор относительно передней точки опоры

### Заключение

Полученные уравнения, связывающие обобщенные координаты робота с усилиями приводов, являются надежной основой для генерации синергий захвата, погрузки и перемещения роботом тяжелых предметов.

Проведенное моделирование показывает, что дополнительное ускорение робота при захвате позволяет получить рост грузоподъемности до 14-20%. Величина дополнительной массы зависит от конфигурации манипулятора при захвате. Например, чем выше находится выходное звено, тем больший выигрыш даст дополнительное ускорение платформы.

# Список литературы

- Nabizada, Hamied & Lewke, Marcel & Azizpour, Moien & Höfer, Raphael & Vieira da Silva, Luis Miguel & Pourabdollah, Pezhman & Topalis, Philip & Ismail, Omar & Kirchheim, Alice & Fay, Alexander. (2023). Current Trends in Robotics Development. 10.24405/14558.
- Cohen Y., Shoval S., Faccio M., and Minto R. Deploying cobots in collaborative systems: major considerations and productivity analysis // International Journal of Production Research, vol. 60, no. 6, pp. 1815–1831, 2022, doi: 10.1080/00207543.2020.1870758.
- 3. ГОСТ Р 60.0.0.5-2019 / ИСО 19649:2017 Роботы и робототехнические устройства. Мобильные роботы. Термины и определения, введен в действие с 25.03.2020.
- 4. YouBotDetailedSpecifications.URL: <a href="https://www.youbot-store.com/wiki/index.php/YouBot\_Detailed\_Specifications">https://www.youbot-store.com/wiki/index.php/YouBot\_Detailed\_Specifications</a> (дата обращения: 29.12.2022)
- Механика промышленных роботов: учебное пособие для втузов: в 3 кн. / Под ред. К.В. Фролова и Е.И. Воробьева. Кн. 1: Кинематика и динамика / Е.И. Воробьев, С.А. Попов, Г.И. Шевелева. – М.: Высш. шк., 1988. – 304 с.

- Анципорович П. П. Кинетостатический силовой анализ манипулятора с 4 степенями свободы / П. П. Анципорович, В. К. Акулич, Е. М. Дубовская // Теоретическая и прикладная механика. Выпуск 28 : международный научно-технический сборник / под ред. А. В. Чигарева; БНТУ. – Минск, 2013. – С. 224-227.
- Damic V., Cohodar M., Muratovic M. (2017). Dynamic Modelling of Mobile Robots Based on its 3D CAD Model, Proceedings of the 28th DAAAM International Symposium, pp.0144-0149, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-11-2, ISSN 1726-9679, Vienna, AustriaDOI: 10.2507/28th.daaam.proceedings.019
- 8. Du Y. (2016). Kinematics and Dynamic Modeling and Simulation Analysis of Three-wheeled Mobile Robot, International Conference on Mechanics Design, Manufacturing and Automation (MDM 2016) ISBN: 978-1-60595-354-0.
- 9. Hatab A. A. and Dhaouadi R. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using Lagrange and Newton-Euler methodologies: A unified framework // Adv. Robot. Autom., vol. 02, no. 02, 2013.
- Zeinali M., Notash L., Modélisation dynamique inverse de robots manipulateurs basée sur la logique floue. (2010). Fuzzy logic-based inverse dynamic modelling of robot manipulators. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. 34. 10.1139/tcsme-2010-0009.
- Plotnikov A., Pryanichnikov V. (2021). Kinetostatic Analysis of the Service Mobile Robot with Manipulator / Proceedings of the 32nd DAAAM International Symposium, pp.0446-0453, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-33-4, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria DOI: 10.2507/32nd.daaam.proceedings.065
- 12. Пряничников В.Е., Богданович А.В., Зубов А.Г., Плотников А.В., Пуненков О.В. Разработка сервисного автономного мобильного универсального робота Амур-307 / Экстремальная робототехника и конверсионные тенденции / Сборник тезисов Международной научнотехнической конференции. – Санкт-Петербург: ИПЦ ООО «Политехника-принт», 2018. С. 110-111.
- Pryanichnikov V., Ksenzenko A., Plotnikov A. (2022). Development of the Intelligent Robotic Systems / Proceedings of the 33rd DAAAM International Symposium, pp. 0029-0033, B. Katalinic (Ed.), Published by DAAAM International, ISBN 978-3-902734-36-5, ISSN 1726-9679, Vienna, Austria DOI: 10.2507/33rd.daaam.proceedings.005