



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 32 за 2023 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.Е. Борисов,
Т.В. Константиновская,
А.Е. Луцкий

Влияние концевого вихря
крыла-генератора на
обтекание основного крыла
под углом атаки

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Борисов В.Е., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е. Влияние концевого вихря крыла-генератора на обтекание основного крыла под углом атаки // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 32. 20 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2023-32>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-32>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

В.Е. Борисов, Т.В. Константиновская, А.Е. Луцкий

**Влияние концевое вихря
крыла-генератора на обтекание
основного крыла под углом атаки**

Москва — 2023

Борисов В.Е., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е.

Влияние концевго вихря крыла-генератора на обтекание основного крыла под углом атаки

Рассматривается влияние концевго вихря с расположенного выше по потоку крыла-генератора на обтекание основного крыла в сверхзвуковом потоке. Численные результаты получены на многопроцессорной гибридной суперкомпьютерной системе К-60 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Ключевые слова: тандем крыльев, сверхзвуковой поток, взаимодействие сверхзвуковых вихрей

Vitaly Evgenievich Borisov, Tatiana Vitalievna Konstantinovskaya, Alexander Evgenievich Lutsky

The influence of the tip vortex from generator wing on the flow around the main wing at an attack angle

The effect of a tip vortex from an upstream generator wing on the flow around the main wing in a supersonic flow is considered. Numerical results were obtained on the multiprocessor hybrid supercomputer system K-60 at the Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS.

Key words: wing tandem, supersonic flow, supersonic vortices interaction

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, проект № 22-21-00470.

Оглавление

Введение	3
Постановка задачи.....	3
Математическая модель.....	4
Численный алгоритм.....	7
Результаты численного исследования.....	7
Сравнение с одиночным крылом	11
Заключение.....	19
Библиографический список.....	19

Введение

Изучение влияния неоднородности потока на концевой вихрь является одной из наиболее актуальных задач в области аэродинамики. Эта задача связана с исследованием движения потока воздуха вокруг тел, таких как лопасти ветряной турбины, крылья самолетов и другие аэродинамические системы. Моделирование тандема концевых вихрей и влияния одного вихря на другой является одним из частных случаев этой проблематики.

Концевой вихрь образуется на крыльях или на других оребренных частях тел в результате разницы давлений между верхней и нижней поверхностями. Эти вихри имеют большое значение для оценки аэродинамических характеристик летательных аппаратов (ЛА), таких как подъемная сила, аэродинамическое сопротивление и управляемость [1]. А также они оказывают влияние на изменение аэродинамических характеристик и могут приводить к возникновению шума и вибраций и делать ЛА более заметным.

Моделирование пары концевых вихрей позволяет более точно определить характеристики движения потока вокруг ЛА и оценить их влияние на работу аэродинамических систем. Это помогает улучшить проектирование крыльев и фюзеляжей самолетов и других аэродинамических систем. Обширный обзор работ 20-го века, посвященных распространению и распаду вихрей, сделан в [2].

Кроме того, моделирование концевых вихрей может быть использовано для определения влияния изменения различных параметров на характеристики движения потока и на образование концевых вихрей.

Таким образом, моделирование концевых вихрей является актуальной задачей в области аэродинамики, которая позволяет более точно определить характеристики движения потока вокруг ЛА и улучшить проектирование аэродинамических систем, а также улучшить их управляемость и безопасность. Последнее особенно актуально для сверхзвуковых вихрей, где значительно меньше проведено как экспериментальных, так и численных исследований, чем для дозвуковых режимов.

В данной работе численно исследуется тандем крыльев при сверхзвуковом режиме с числом Маха набегающего потока $M_\infty = 3$. Определяется влияние концевого вихря с переднего вихрегенератора на концевой вихрь с основного крыла путем сравнения результатов с расчетами для одиночно стоящего крыла с аналогичными параметрами. Для расчетов используется метод URANS с моделью турбулентности SA. Расчеты проводились на многопроцессорной гибридной системе К-60 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Постановка задачи

Исследовалось сверхзвуковое обтекание тандема крыльев. Крылья использовались прямоугольные в плане с острыми передней, боковой и задней кромками. Полуразмах основного крыла был $l_1 = 0.095$ м, переднего вихрегенератора – $l_2 = 0.0475$ м, хорда обоих крыльев $b = 0.03$ м. Расстояние

между осями крыльев составляло 4 хорды по направлению потока. Ось основного крыла располагалась напротив задней кромки переднего крыла по потоку. Угол атаки всех крыльев составлял 20° , число Маха набегающего потока $M_\infty = 3$, число Рейнольдса задавалось $Re_L = 1 \times 10^7$.

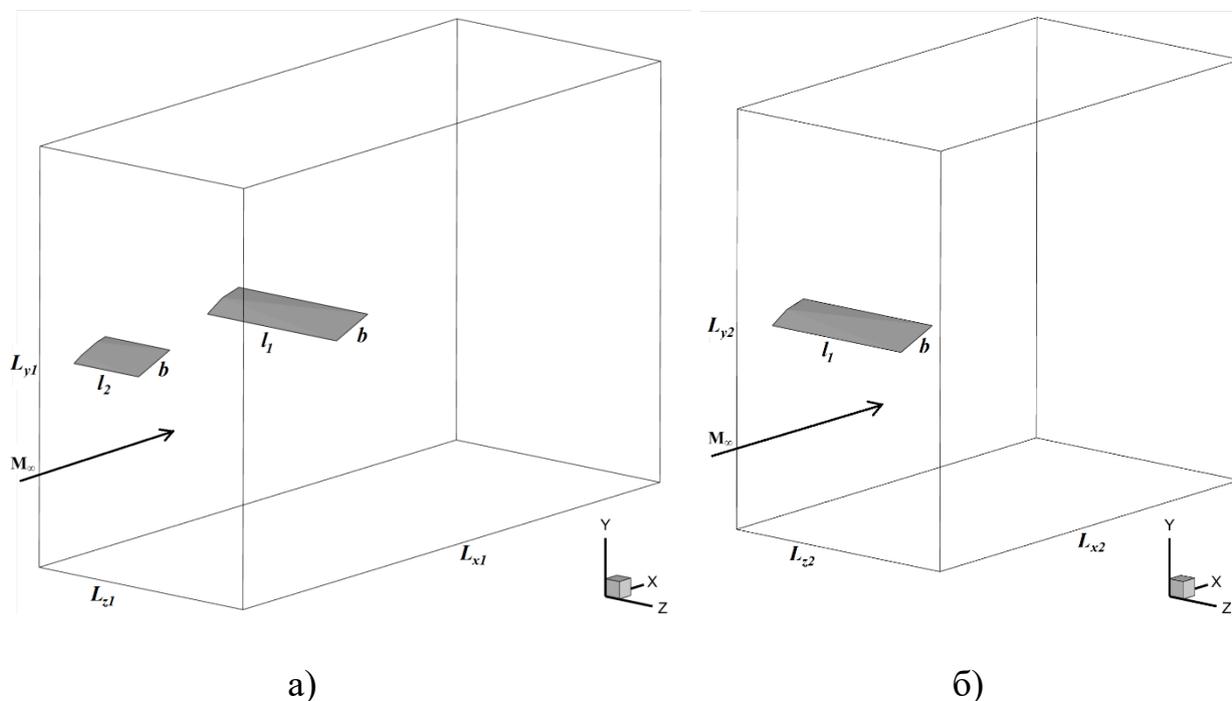


Рис. 1. Расчетная область: а) тандем, б) одно крыло

Расчетная область имела форму параллелепипеда со следующими размерами: $L_{x1} = 0.375$, $L_{y1} = 0.25$, $L_{z1} = 0.15$ для тандема крыльев (рис. 1-а), и: $L_{x2} = 0.27$, $L_{y2} = 0.25$, $L_{z2} = 0.15$ для одного крыла (рис. 1-б). На стенке крепления крыльев ставилось условие симметрии. В качестве начального условия принимался свободный поток. Начальные и граничные условия ставились стандартным образом [3].

Координаты построены следующим образом. Направление оси Ox совпадает с направлением набегающего потока, ось Oy перпендикулярна ему, а ось Oz сонаправлена с осью крыльев; при этом задняя кромка основного крыла имеет координаты $x = 0.015$, $y = 0$. Плоскость крепления крыльев имеет координату $z = 0$. Течение рассматривалось на расстоянии вплоть до 6.5 хорд крыла вниз по потоку от задней кромки основного крыла.

Математическая модель

Течение рассматривалось как трехмерное течение совершенного вязкого сжимаемого газа. Для его расчета использовалась система осредненных по Фавру нестационарных уравнений Навье-Стокса (URANS), которые в декартовой системе координат имеют вид:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial \mathbf{f}_j}{\partial x_j} = \sum_j \frac{\partial \mathbf{g}_j}{\partial x_j},$$

где

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_j u_1 + \delta_{1,j} p \\ \rho u_j u_2 + \delta_{2,j} p \\ \rho u_j u_3 + \delta_{3,j} p \\ u_j (\rho E + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{3j} \\ \tau_{ij} u_i + h_j \end{pmatrix}.$$

Здесь \mathbf{q} – вектор консервативных переменных, \mathbf{f}_j и \mathbf{g}_j – векторы конвективных и диссипативных потоков соответственно, ρ – плотность, u_j – компоненты вектора скорости \mathbf{u} , τ_{ij} – компоненты тензора вязких напряжений, $\delta_{i,j}$ – тензор Кронекера, E – полная энергия течения. Термодинамическое давление p вычисляется по уравнению состояния совершенного газа:

$$p = (\gamma - 1) \rho \left(E - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 u_j^2 \right).$$

Показатель адиабаты $\gamma = 1.4$ (для воздуха), компоненты тензора вязких напряжений и вектора теплового потока имеют вид

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_{eff} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{i,j}, \quad h_j = \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_j}.$$

T – температура газа, определяемая по формуле

$$T = p / (\rho R),$$

где R – индивидуальная газовая постоянная, для воздуха $R = 287$ Дж/(кг · К).

«Эффективное» значение коэффициентов вязкости и теплопроводности определяется следующим образом:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad \lambda_{eff} = C_p \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right).$$

Здесь C_p – коэффициент удельной теплоемкости газа при постоянном давлении, Pr и Pr_t – ламинарное и турбулентное числа Прандтля, для воздуха принимается $Pr = 0.72$, $Pr_t = 0.9$. Молекулярная вязкость определяется следующей степенной зависимостью:

$$\mu = \mu_0 (T/T_0)^{0.76},$$

где μ_0 – молекулярная вязкость при опорной температуре T_0 . Величина μ_t обозначает добавочную турбулентную вязкость, определяемую используемой моделью турбулентности.

Расчеты проводились с использованием однопараметрической модели турбулентности Спаларта-Аллмараса (SA) для сжимаемых течений [4] с модификацией Эдвардса [5]. Модель турбулентности SA является однопараметрической и одной из наиболее часто используемых моделей, особенно в аэродинамике. Впервые она была опубликована в 1992 г. [6], после этого было сделано множество модификаций и проведено множество верификаций этой модели [7].

Турбулентная вязкость задается соотношением

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \quad \chi \equiv \rho \frac{\tilde{\nu}}{\mu},$$

где $\tilde{\nu}$ – модельная величина, которая определяется из основного уравнения модели

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \tilde{\nu} \mathbf{u}) = \rho (P_{\tilde{\nu}} - D_{\tilde{\nu}} + T_{\tilde{\nu}}) + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \nabla \cdot [(\mu + \mu_t) \nabla \tilde{\nu}] + \\ + \frac{C_{b2}}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \rho (\nabla \tilde{\nu})^2 - \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}} \rho} (\mu + \rho \tilde{\nu}) \nabla \rho \cdot \nabla \tilde{\nu}. \end{aligned}$$

Величины $P_{\tilde{\nu}}$ и $D_{\tilde{\nu}}$, отвечающие соответственно за производство и диссипацию турбулентности, и $T_{\tilde{\nu}}$ – за определение ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое, записываются в виде

$$\begin{aligned} P_{\tilde{\nu}} = C_{b1} (1 - f_{t2}) \tilde{S}_{\tilde{\nu}}, \quad D_{\tilde{\nu}} = \left(C_{w1} f_w - \frac{C_{b1}}{k_r^2} f_{t2} \right) \left[\frac{\tilde{\nu}}{s} \right]^2, \quad T_{\tilde{\nu}} = f_{t1} (\Delta U)^2, \\ f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + C_{w2} (r^6 - r). \end{aligned}$$

Здесь ΔU – модуль разности между скоростями в потоке и ближайшей точке ламинарно-турбулентного перехода, d – расстояние от твердой стенки.

В модификации Эдвардса модели Спаларта–Аллмараса [5] величины \tilde{S} и r имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{S} = \sqrt{S} \left[\frac{1}{\chi} + f_{v1} \right], \quad S = \sum_{i,j=1}^3 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right)^2, \\ r = \tanh \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} k_r^2 d^2} \right) / \tanh(1.0). \end{aligned}$$

Остальные величины являются константами модели и представлены в таб. 1.

Таблица 1

Константы модели SA

$\sigma_{\tilde{\nu}}$	k_r	C_{b1}	C_{b2}	C_{v1}	C_{w1}	C_{w2}	C_{w3}
$\frac{2}{3}$	0.41	0.1335	0.622	7.1	$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{1+C_{b2}}{\sigma}$	0.3	2.0

При моделировании полностью турбулентного пограничного слоя учет f_{t1} и f_{t2} не вносит существенных изменений в решение, поэтому обычно ими пренебрегают [4].

Численный алгоритм

Для аппроксимации уравнений по времени применялась как неявная схема на основе метода LU-SGS, так и явная схема. Используемый численный метод подробно описан в [8].

Для расчетов использовались неструктурированные гексагональные сетки, состоящие из порядка 20 млн ячеек. По всей расчетной области было произведено сгущение сетки в зоне формирования и распространения вихрей, что позволило выполнить более аккуратные вычисления.

В данной работе для проведения расчетов использовался программный комплекс ARES [9] расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа, разработанный и программно реализованный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Численные расчеты были проведены на гибридной суперкомпьютерной системе К-60 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [10] с использованием 196 процессоров.

Результаты численного исследования

В работе были численно получены основные качественные и количественные характеристики сверхзвукового концевых вихря с основного крыла и влияние на них стоящего выше по потоку крыла-генератора. На рис. 2 показаны линии тока для тандема крыльев, которые дают общее представление о картине течения и показывают продольную структуру концевых вихрей.

В общем случае сверхзвуковой вихрь имеет следующие характеристики: на его оси наблюдается минимум таких величин, как плотность, давление, массовый расход, при этом максимум на оси вихря достигает величина завихренности. В теле сверхзвукового вихря достигается максимум тангенциального числа Маха. На рис. 3 отображены основные

гидродинамические характеристики полученного вихря в тандеме, где показано распределение давления P , плотности R (слева), тангенциального числа Маха M_{yz} и завихренности $Vort$ (справа) вдоль оси z по линии, проходящей через центр вихря, в поперечном сечении $x = 0.12$ (что составляет 3.5 хорд крыла от задней кромки крыла).

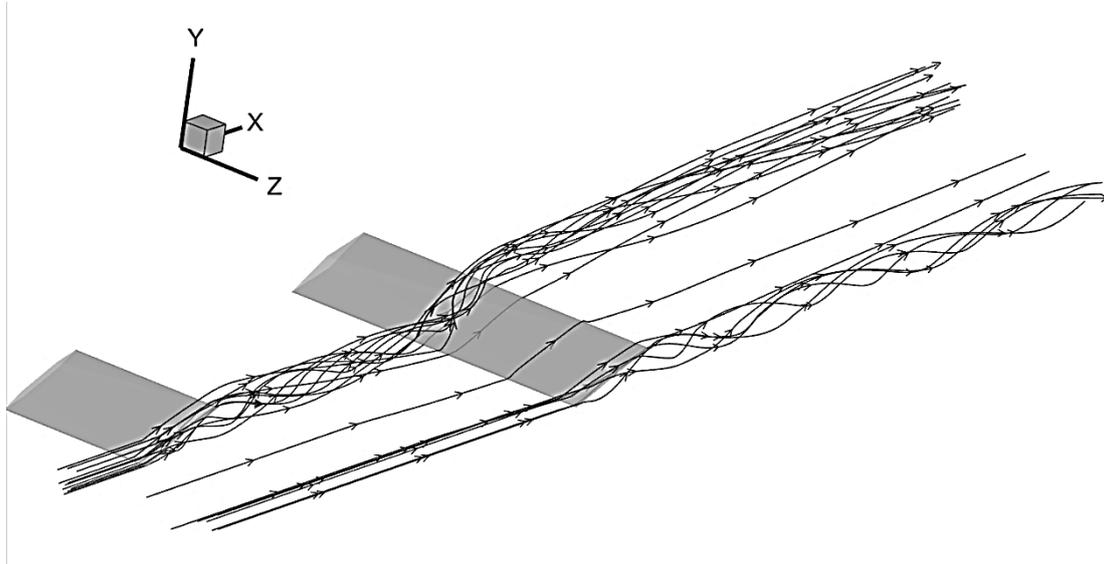


Рис. 2. Линии тока для тандема крыльев

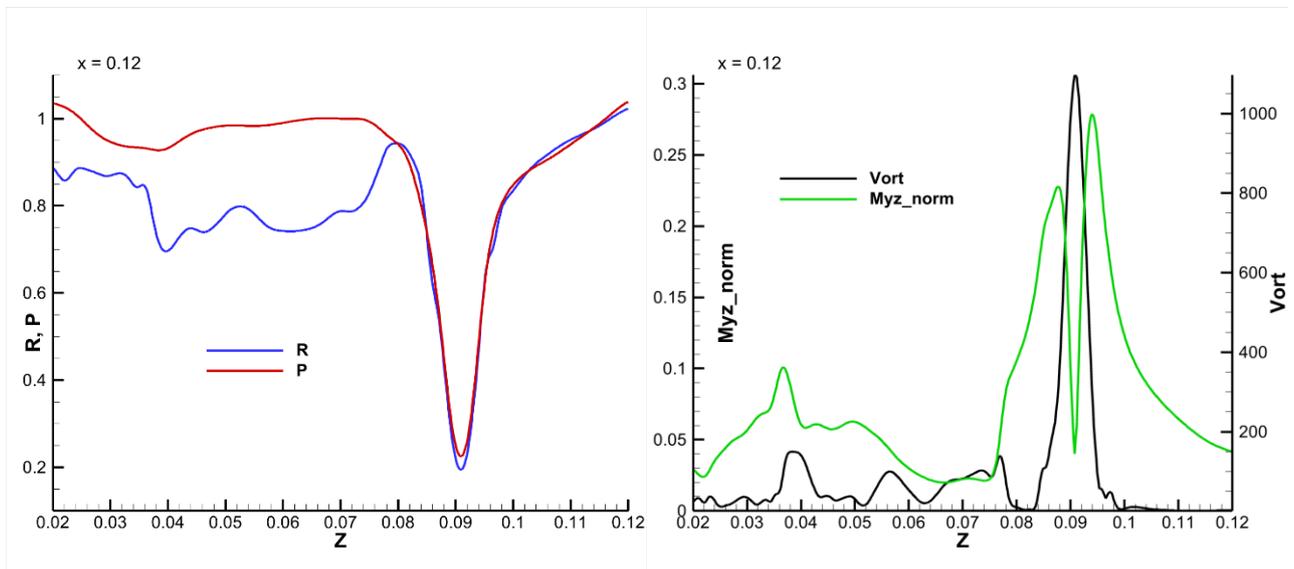


Рис. 3. Основные гидродинамические характеристики полученного концевго вихря в тандеме: плотность R и давление P (слева), тангенциальное число Маха M_{yz} и завихренность $Vort$ (справа) вдоль оси z по линии, проходящей через центр вихря, в поперечном сечении $x = 0.12$

Получены минимум давления и плотности на оси вихря, положение которых соотносится между собой, а также с положением максимума завихренности (рис. 3), достигаемого также на оси вихря. Наблюдается

несимметричность тангенциального числа Маха (рис. 3 справа). При более детальном исследовании в плоскости сечения получено, что большее тангенциальное число Маха наблюдается со стороны концевой хорды и с наветренной стороны крыла (рис. 4) для области примерно с координаты $x = 0.09$ (после установления вихря) и до $x = 0.15$. Далее большее значение переходит в сторону корневой хорды, но остается с наветренной стороны.

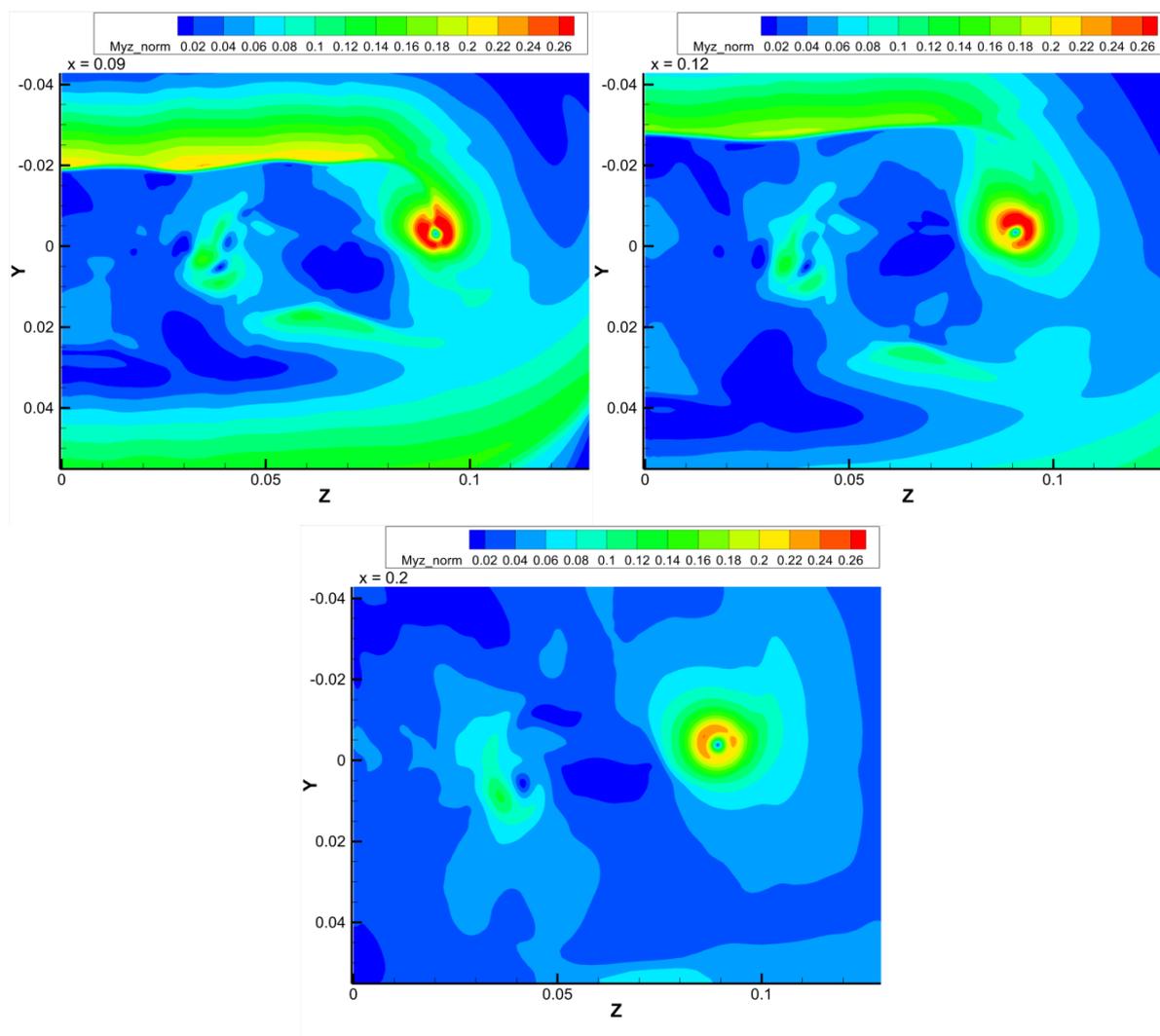


Рис. 4. Распределение нормализованного тангенциального числа Маха M_{yz_norm} в поперечном сечении $x = 0.12$

Для потока в тандеме крыльев характерно рассеивание вихря с крыла-генератора и образование вторичных вихрей после взаимодействия концевой вихря с крылом [11]. Таких вихрей может быть несколько, и часть из них может иметь направление вращения, противоположное направлению вращения концевой вихря. На рис. 5 показано взаимодействие концевой вихря с крыла-

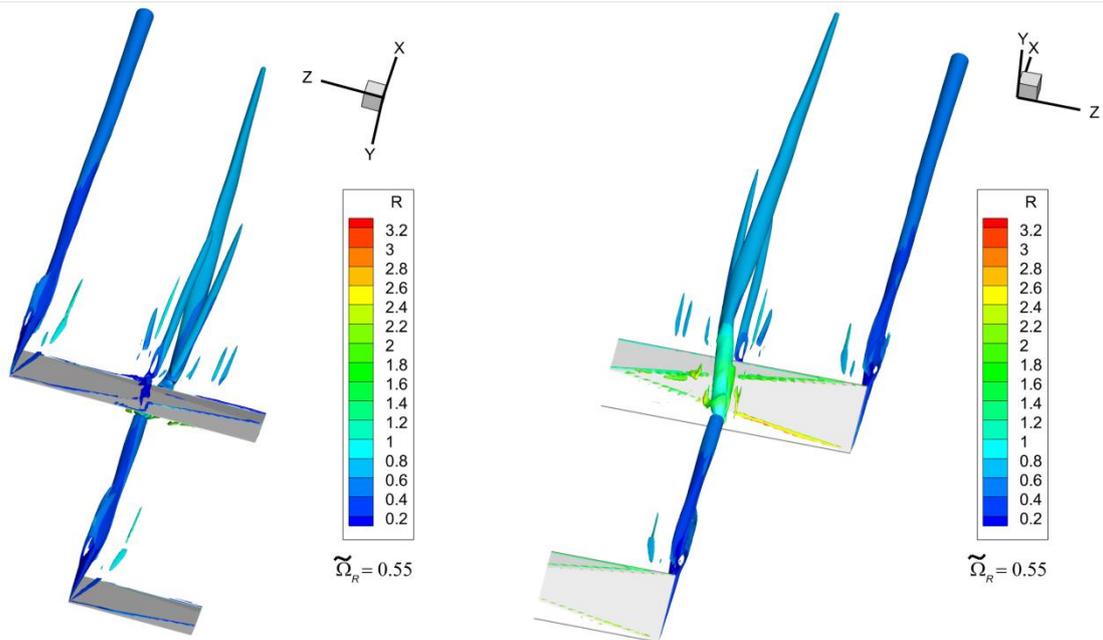


Рис. 5. Результат применения научного метода визуализации Лютекс критерия к рассмотренному тандему, изоповерхности $\tilde{\Omega}_R = 0.55$ со значениями плотности R на них, вид с разных сторон крыльев

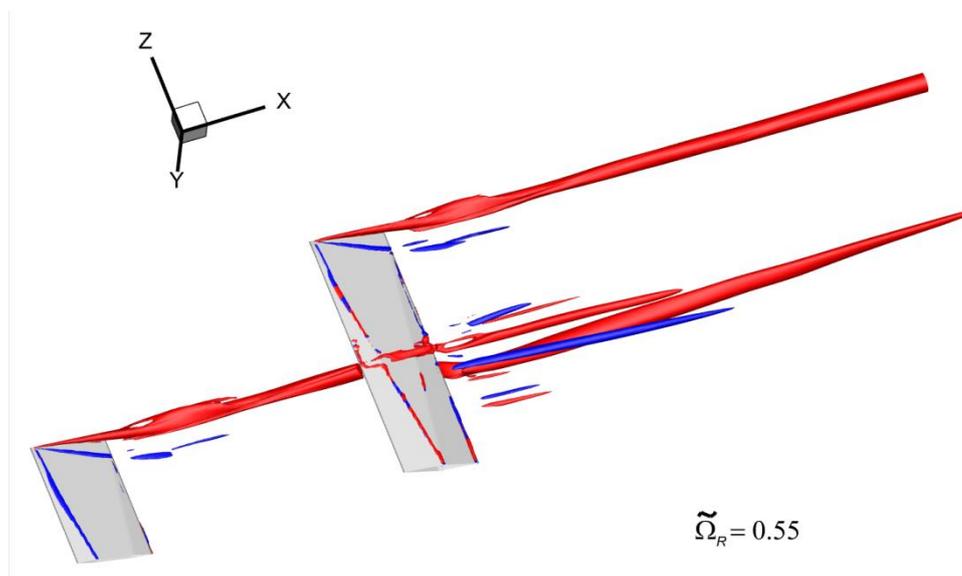


Рис. 6. Результат применения научного метода визуализации Лютекс критерия к рассмотренному тандему, изоповерхности $\tilde{\Omega}_R = 0.55$, направление вращения вихрей

генератора и основного крыла с помощью Лютекс метода (или критерия) научной визуализации [12, 13], представлен вид с разных сторон. В ближней области за основным крылом наблюдается вихревая зона, связанная со сходящей с основного крыла пеленой, вихри из которой достаточно быстро диссипируют.

Далее наблюдаются три вихря, один из которых имеет направление вращения, противоположное направлению вращения концевых вихрей. Что подтверждается так же значениями продольной завихренности: на рис. 6 красным обозначены вихри, сонаправленные с основными концевыми вихрями, а синим – с противоположным направлением вращения. К концу рассмотренной области приблизительно со значения координаты $x = 0.12$ наблюдается один основной вихрь с крыла-генератора (рис. 5 и рис. 6). Также это проиллюстрировано на рис. 7, где показаны линии тока в поперечных сечениях $x = 0.06$ и $x = 0.15$. Действительно, в левой части первого рис. 7 ($x = 0.06$) хорошо различимы три вихря.

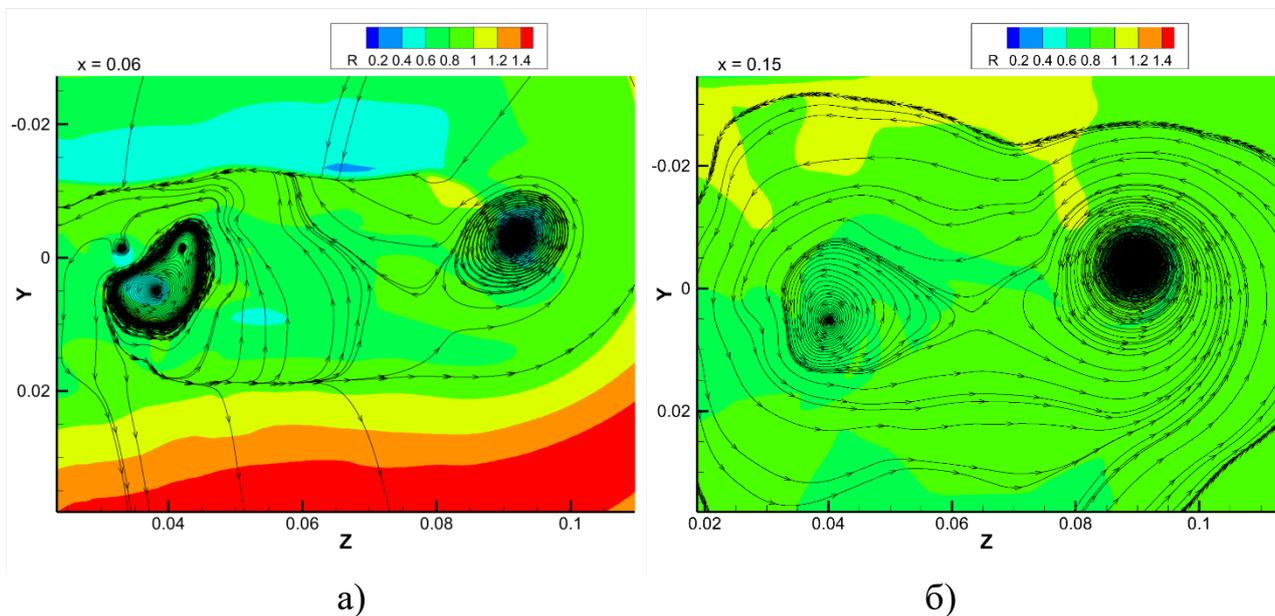


Рис. 7. Линии тока в поперечных сечениях а) $x = 0.06$ и б) $x = 0.15$ для тандема крыльев

Сравнение с одиночным крылом

Проведено сравнение гидродинамических характеристик концевого вихря в тандеме под действием концевого вихря крыла-генератора с характеристиками концевого вихря с одиночно стоящего крыла. На рис. 8 – рис. 10 показаны графики сравнения гидродинамических параметров вихрей в поперечных сечениях при различных значениях x : $x = 0.06$, $x = 0.095$, $x = 0.12$, $x = 0.15$, $x = 0.2$. На них показаны основные характеристики, такие как плотность R , давление P и тангенциальное число Маха M_{yz} . На этих графиках сплошной линией обозначены данные для тандема крыльев, а пунктиром – для одиночного вихря. Наблюдаются расхождения значений этих параметров для вихря в тандеме и для одиночного вихря. Также отмечается наличие локальных минимумов и максимумов параметров, указывающее на наличие в этом месте вихря с крыла генератора в районе $z = 0.04$. Начиная со значений $x = 0.9$ (2.5 хорды крыла от задней кромки основного крыла) и дальше вниз по потоку

плотность и давление принимают меньшие значения на оси вихря в тандеме: эти изменения порядка 11.5% для плотности и 13% для давления (рис. 11).

Также расхождения наблюдаются и для завихренности (рис. 12). Начиная со значений $x = 0.9$ завихренность на оси вихря в тандеме принимает большие значения, чем на оси одиночного вихря. Разница увеличивается по мере движения вниз по потоку и достигает 16% к концу рассмотренной области. Локальные максимумы на рис. 12 в районе $z = 0.04$ вызваны наличием вихря с крыла-генератора в этом месте.

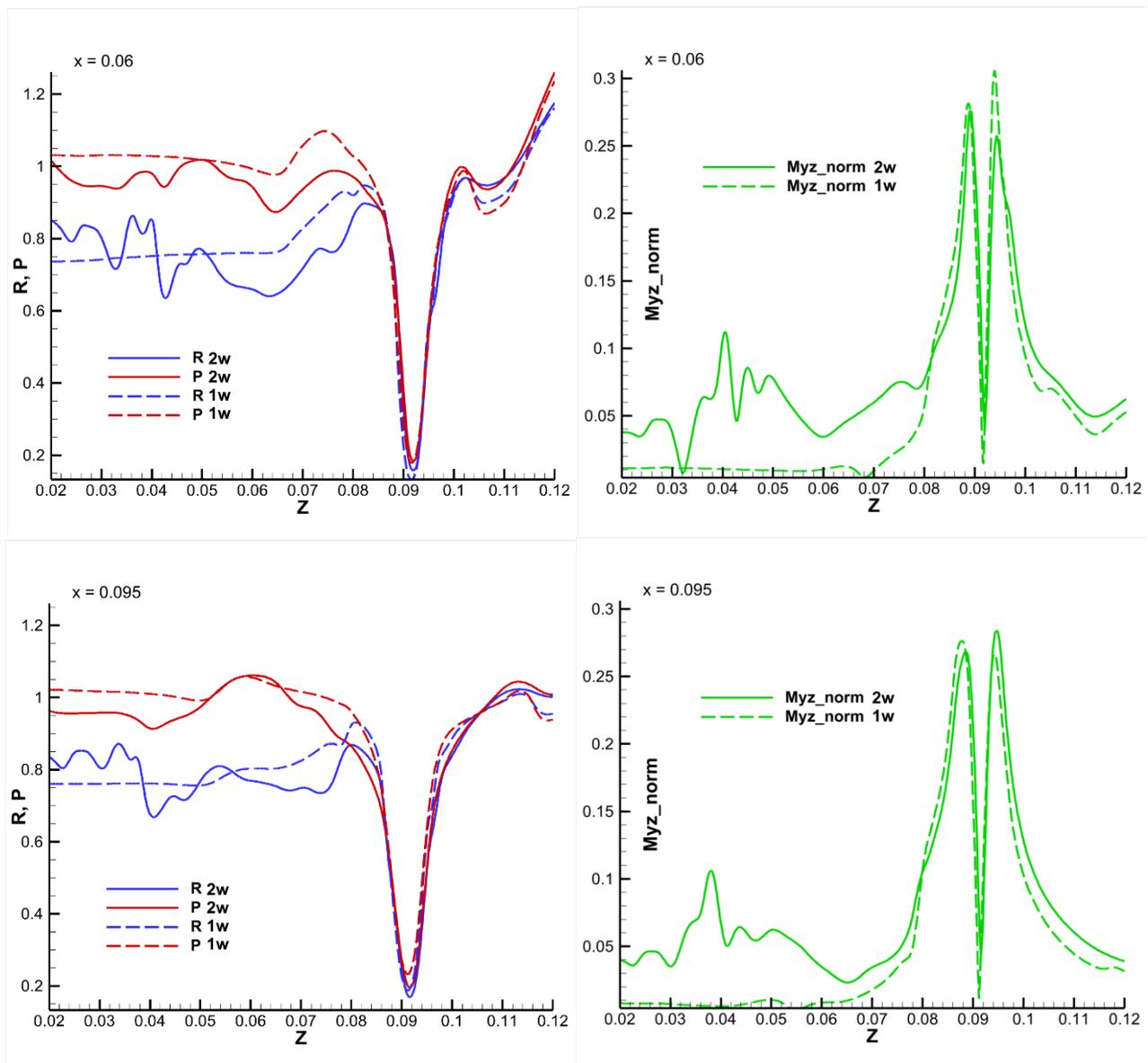


Рис. 8. Плотность R , давление P (слева) и тангенциальное число Маха Myz (справа) вдоль линии, проходящей через центр основного вихря в тандеме (сплошная линия) в сравнении с одиночным вихрем (пунктир) в поперечных плоскостях: $x = 0.06$, $x = 0.095$

Таким образом, если говорить об интенсивности вихря как о разнице значений параметров в нем со значениями в невозмущенном потоке, то получено, что в рассмотренной области основной концевой вихрь в тандеме интенсивнее, чем концевой вихрь с одиночного крыла.

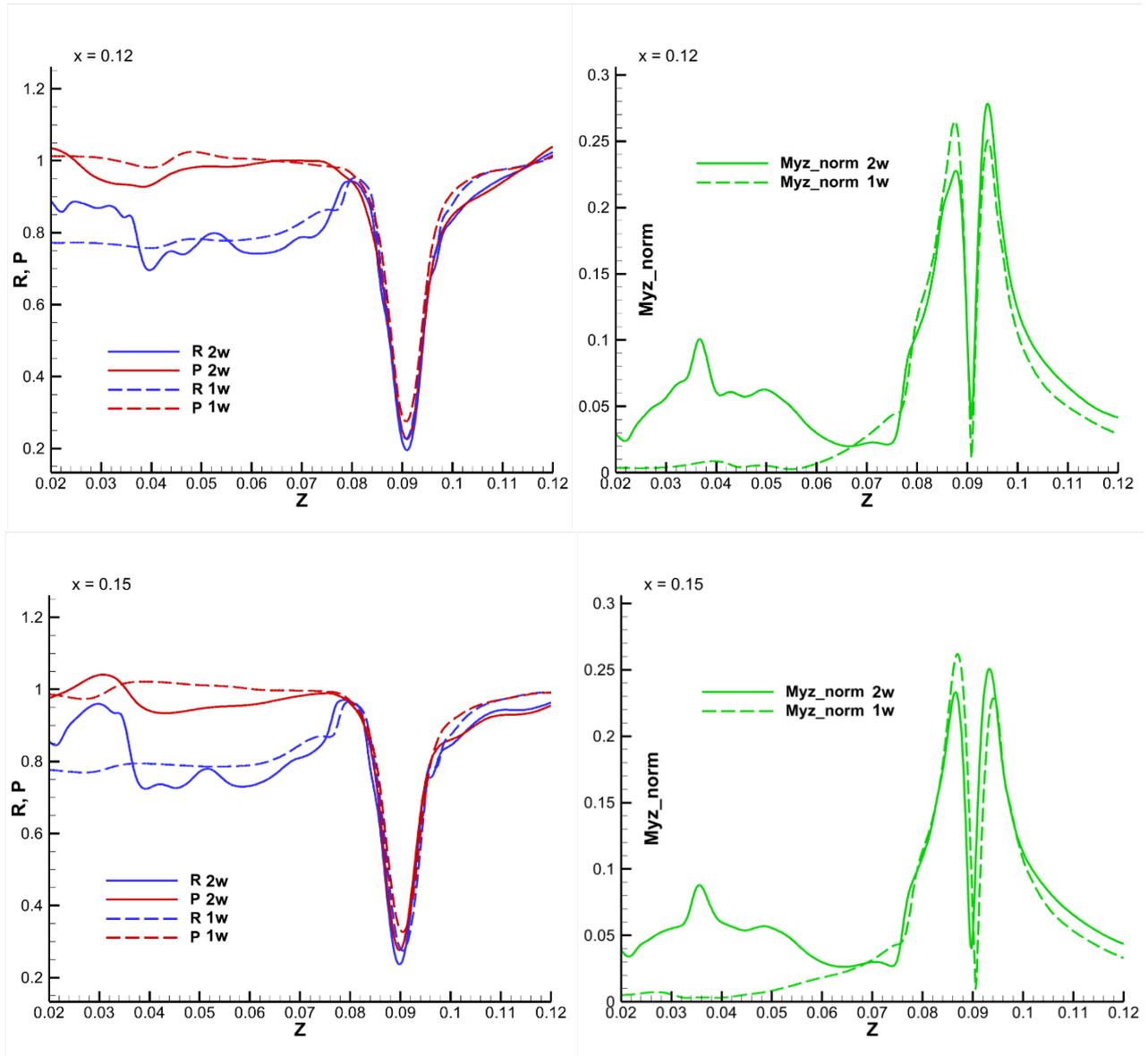


Рис. 9. Плотность R , давление P (слева) и тангенциальное число Маха Myz (справа) вдоль линии, проходящей через центр основного вихря в тандеме (сплошная линия) в сравнении с одиночным вихрем (пунктир) в поперечных плоскостях: $x = 0.12$, $x = 0.15$

Распределение тангенциального числа Маха для основного вихря в тандеме также изменяется (рис. 8 – рис. 10) по сравнению с его распределением в одиночном вихре. На рис. 8 – рис. 10 сплошной линией обозначены данные для тандема крыльев, а пунктиром – для одиночного вихря. Таким образом,

получено **смещение распределения** тангенциального числа Маха M_{yz} в основном концевом вихре под действием концевых вихрей с крыла-генератора. Это влияние схоже с взаимодействием одинаково вращающихся сверхзвуковых вихрей [14].

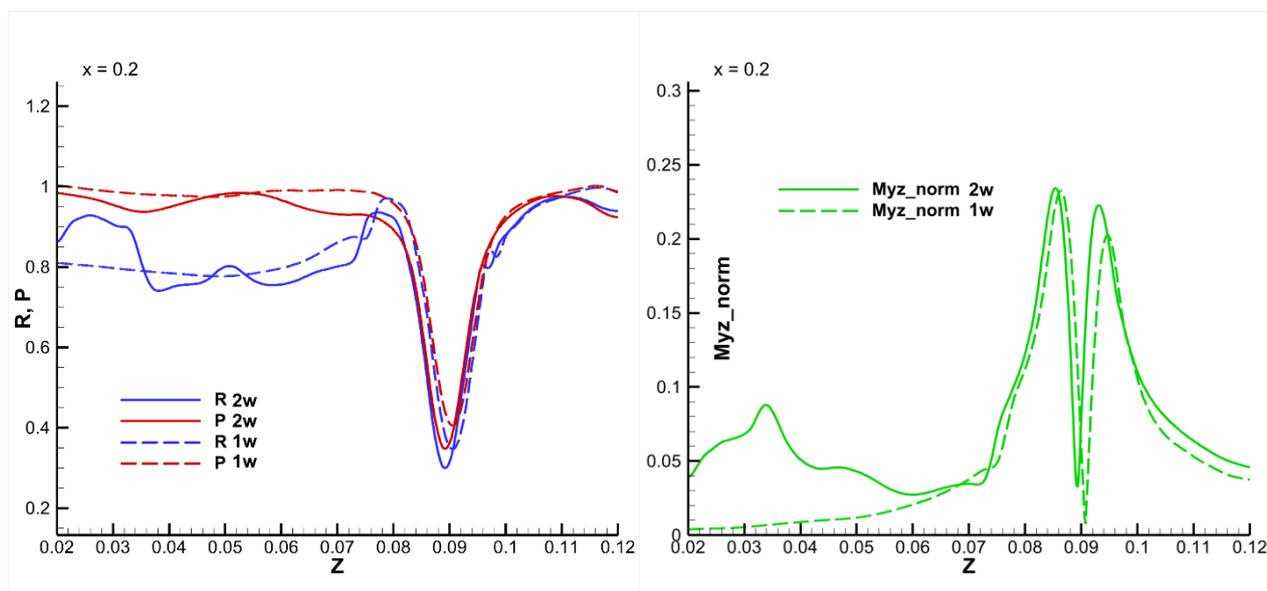


Рис. 10. Плотность R , давление P (слева) и тангенциальное число Маха M_{yz} (справа) вдоль линии, проходящей через центр основного вихря в тандеме (сплошная линия) в сравнении с одиночным вихрем (пунктир) в поперечной плоскости $x = 0.2$

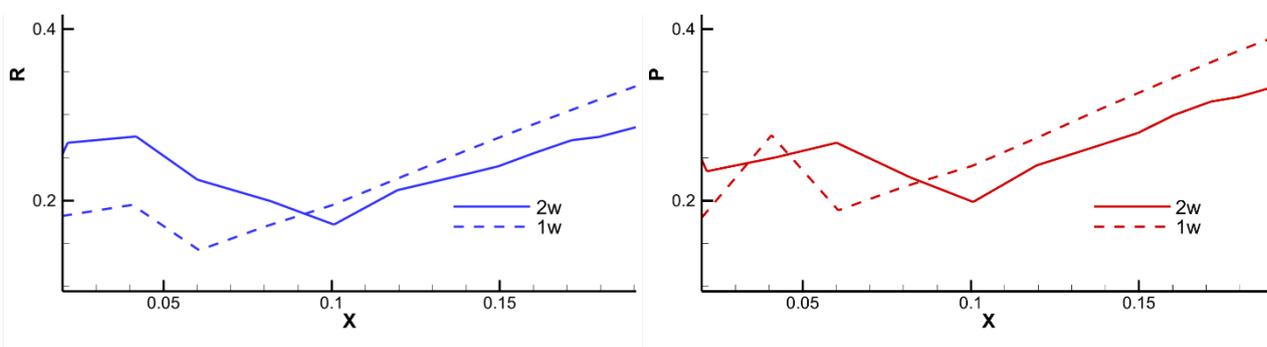


Рис. 11. Плотность R (слева), давление P (справа) на оси основного вихря

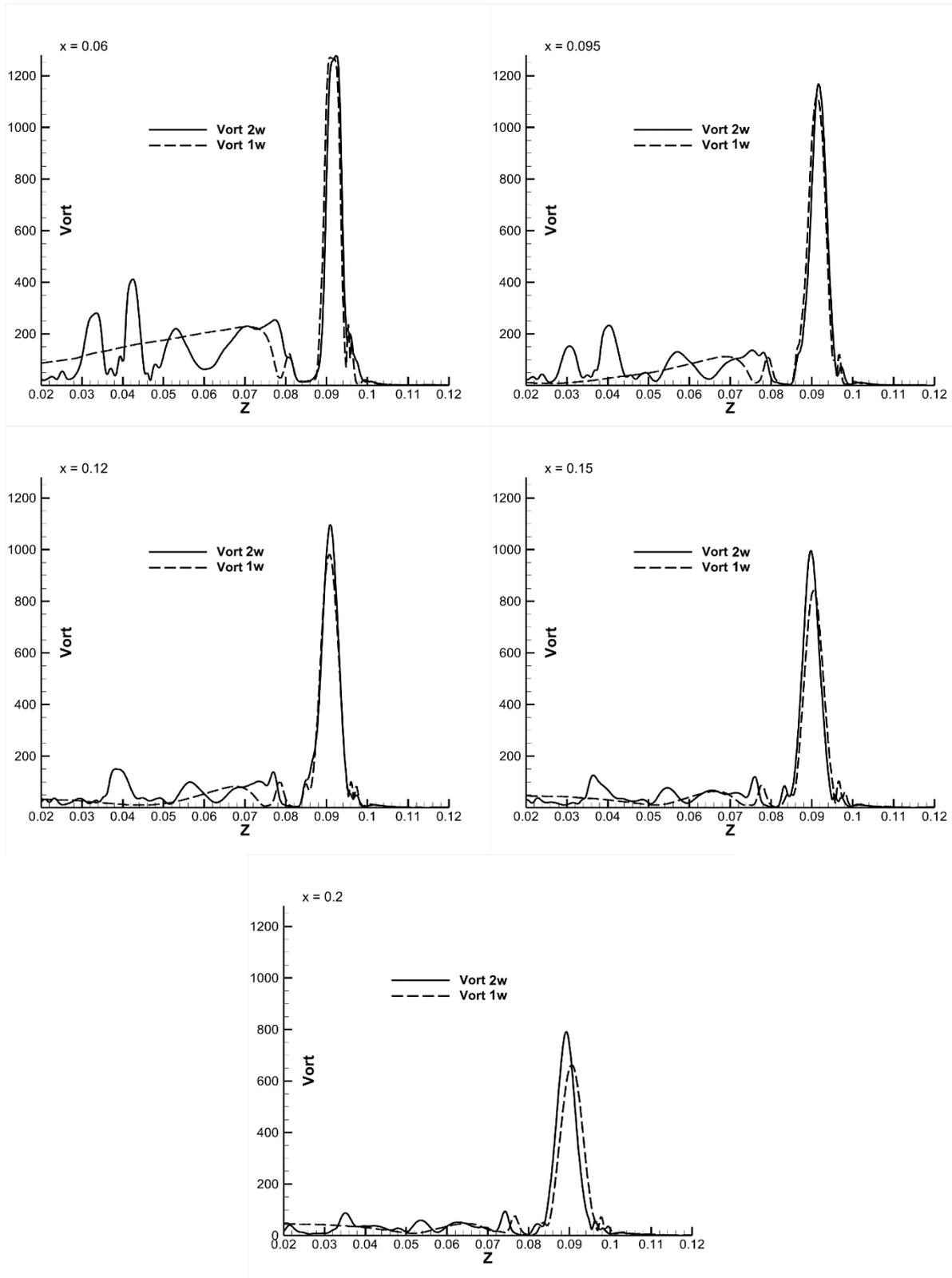


Рис. 12. Завихренность $Vort$ вдоль линии, проходящей через центр основного вихря для тандема (сплошная линия), в сравнении с одиночным вихрем (пунктир) в поперечных плоскостях при различных значениях x

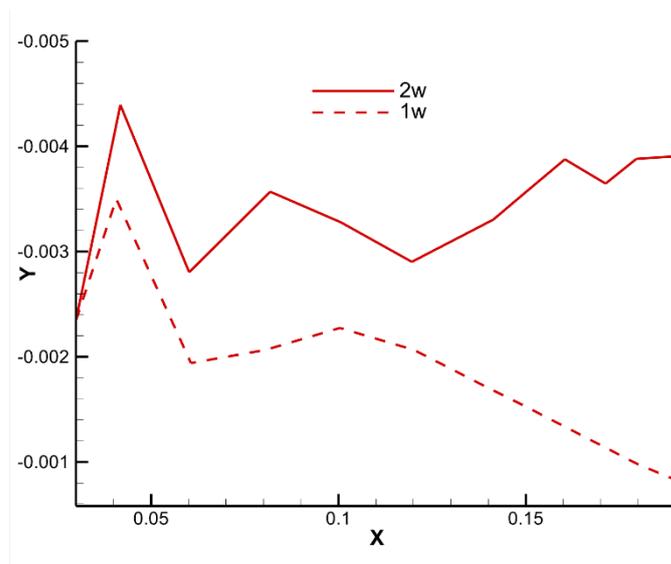


Рис. 13. Y координата оси основного вихря

На рис. 13 и рис. 14 показаны графики Y и Z координат положения оси основного вихря, полученной Лютекс методом научной визуализации. На рис. 10 показано, что в тандеме основной вихрь «всплывает» относительно своего обтекания без крыла-генератора, т.е. смещается больше в подветренную сторону крыла. На рис. 14 показано, что происходит искривление положения оси вихря по координате Y в области сформированного вихря от $x = 0.06$ до $x = 0.15$ (от 1.5 до 4.5 хорд крыла от задней кромки крыла). Таким образом, получено **смещение оси** основного концевое вихря под действием концевое вихря, сходящего с крыла-генератора.

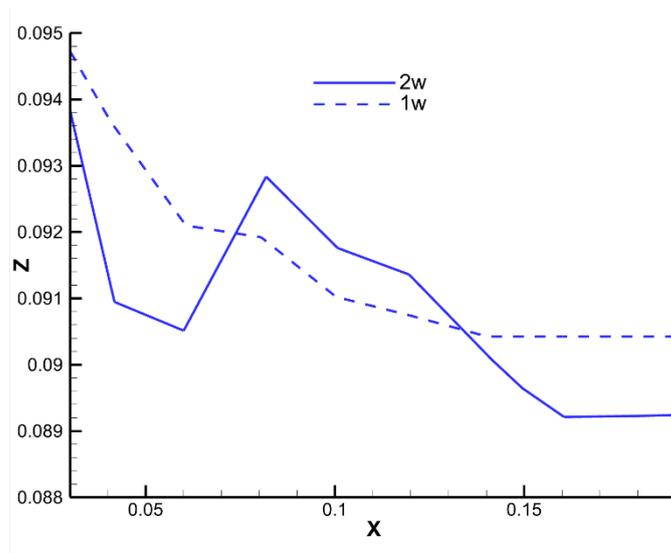


Рис. 14. Z координата оси основного вихря

Для анализа дальнейшего развития смещения положения оси вихря по координате Y требуется рассмотрение большей области вниз по потоку.

На рис. 15 с помощью распределения давления P проиллюстрирован непосредственно процесс изгиба Z координаты положения оси вихря в тандеме крыльев под действием концевой вихря с крыла-генератора. На этом рисунке показано сечение $y = -0.0035$, которое близко к оси концевой вихря в рассматриваемой области.

Также в рассмотренной конфигурации наблюдается попадание ударной волны с крыла-генератора на ударную волну основного крыла (рис. 15).

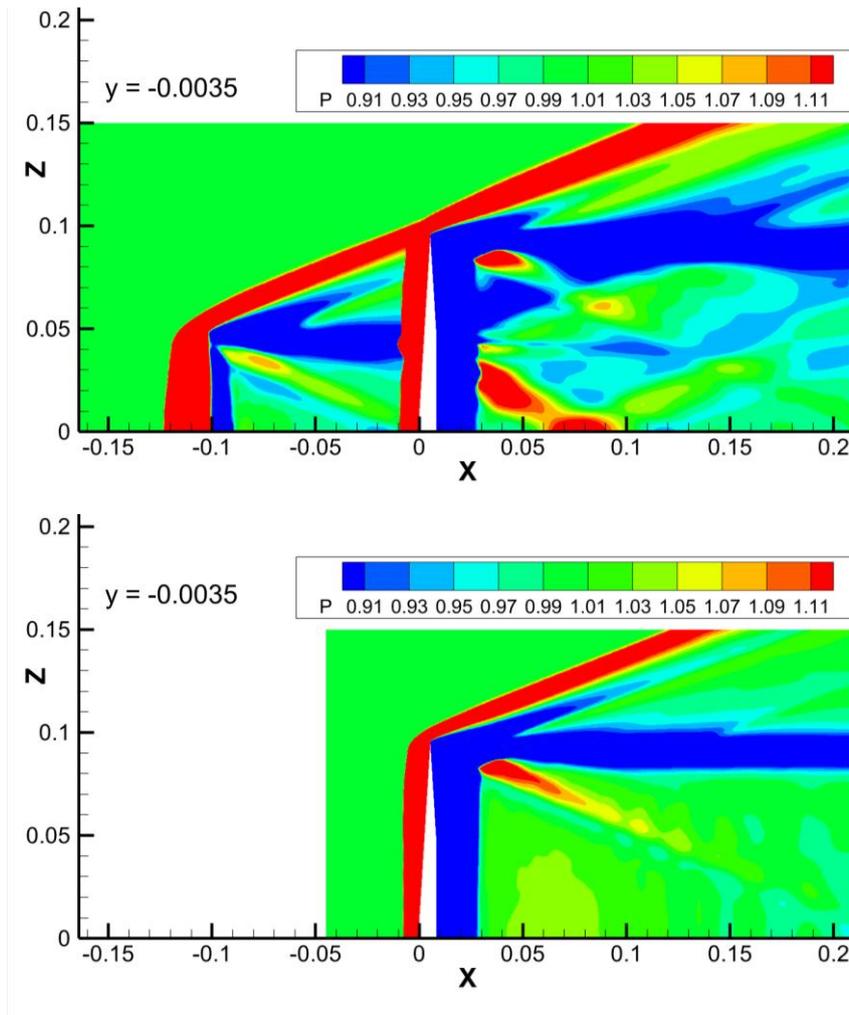


Рис. 15. Распределение давления P в сечении $y = -0.0035$ для тандема (сверху) и для одиночно стоящего крыла (снизу)

На поверхности крыла выявлено изменение распределения давления под действием крыла-генератора, что наглядно показано на рис. 16. Также получено изменение сил, действующих на крыло. В таблице 2 даны значения силы сопротивления $F_p(x)$ и подъемной силы $F_p(y)$, действующих на крыло, для одиночной постановки и под влиянием крыла-генератора (в тандеме).

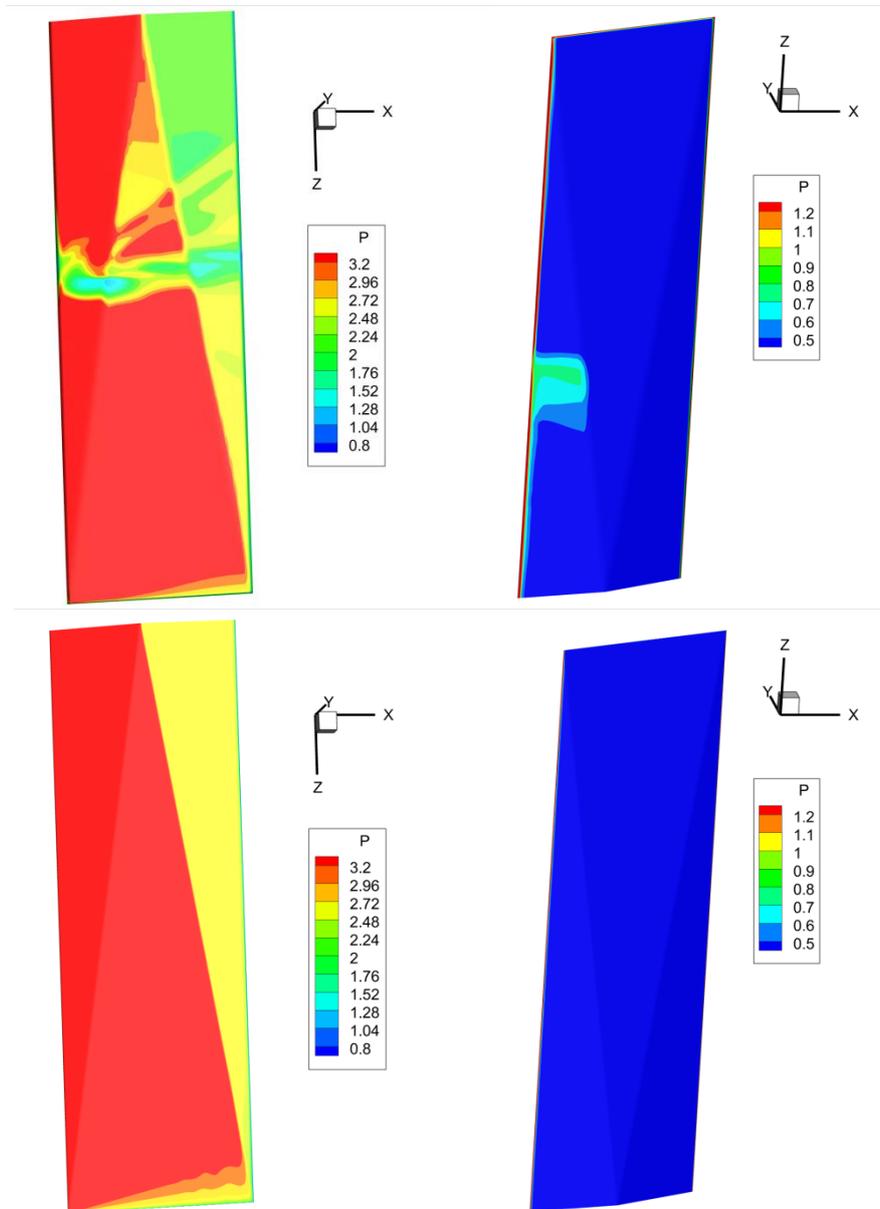


Рис. 16. Распределение давления P на поверхности основного крыла для тандема (сверху) и для одиночно стоящего крыла (снизу)

Таблица 2

Силы на крыле

	$F_p(x)$	$F_p(y)$
1 крыло	3.88750e-03	-9.73857e-03
тандем	3.50045e-03	-8.87127e-03

Наблюдается некоторое снижение сопротивления основного крыла. Ранее этот же эффект наблюдался и при установке основного крыла под нулевым углом атаки [11].

Заключение

Численно исследовано сверхзвуковое обтекание тандема крыльев при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 3$. Полуразмах крыла-генератора был в два раза меньше основного крыла. Оба крыла имели угол атаки 20° к набегающему потоку. Проведены анализ и сравнение полученных параметров основного концевых вихря со значениями для одиночного концевых вихря.

Получено увеличение на 11%-14% интенсивности концевых вихря в тандеме, выражающееся в уменьшении значений давления и плотности и увеличении значения завихренности на оси концевых вихря по сравнению с соответствующими значениями для одиночного концевых вихря для области ниже по потоку от значений $x = 0.09$ (2.5 хорды крыла от задней кромки крыла).

Получено изменение распределения тангенциального числа Маха M_{yz} , схожее по своей форме с взаимодействием пары вихрей с одинаковым направлением вращения.

Получено смещение оси концевых вихря в тандеме под действием крыла-генератора. По оси Y вихрь в тандеме «всплывает» в рассмотренной области по сравнению с одиночным вихрем, что характерно и для пары вихрей с одинаковым направлением вращения. По оси Z получено искривление положения оси концевых вихря в тандеме. Дальнейшее изучение положения оси вихря по оси Z требует увеличения рассматриваемой области вниз по потоку.

Получено изменение распределения давления на основном крыле в тандеме по сравнению с одиночной постановкой, а также изменение сил, действующих на крыло, в частности, наблюдается некоторое снижение сопротивления.

Библиографический список

[1] G.C. “Cliff” Hay, R. H. Passman (directors). Wake Turbulence Training Aid (section 2), FAA Report, United States Department of Transportation, DOT-VNTSC-FAA-95-4, 1995.

[2] O. Lucca-Negro, T. O’Doherty. Vortex breakdown: a review // Progress in Energy and Combustion Science, 2001, **27**, pp. 431-481.

[3] Л.В. Быков, А.М. Молчанов, М.А. Щербаков, Д.С. Янышев. Вычислительная механика сплошных сред в задачах авиационной и космической техники. М.: ЛЕНАНД, 2015, 688 с.

[4] S.R. Allmaras, F.T. Johnson, P.R. Spalart. Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model / Seventh International Conference on CFD (ICCFD7), Big Island, Hawaii, 9-13 July 2012.

[5] J.R. Edwards, S. Chandra. Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields // *AIAA Journal*. 1996. 34, 4. pp. 756–763.

[6] P.R. Spalart and S.R. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // *AIAA-92-0439*, 1992.

[7] NASA Turbulence Modeling Resource
<https://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html>

[8] В.Е. Борисов, А.А. Давыдов, И.Ю. Кудряшов, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов. Параллельная реализация неявной схемы на основе метода LU-SGS для моделирования трехмерных турбулентных течений // *Математическое моделирование*, 2014, **26**(10), с. 64–78.

[9] Программный комплекс ARES для расчета трехмерных турбулентных течений вязкого сжимаемого газа на высокопроизводительных вычислительных системах. В.Е. Борисов, А.А. Давыдов, И.Ю. Кудряшов, А.Е. Луцкий / Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2019667338, 23.12.2019.

[10] Вычислительный комплекс К-60:
<https://www.kiam.ru/MVS/resources/k60.html> .

[11] В.Е. Борисов, Т.В. Константиновская, А.Е. Луцкий. Исследование вихревых структур при сверхзвуковом обтекании тандема крыльев. *Мат. Моделирование*, 2022, 34, 6, с. 92–110 – doi: 10.20948/mm-2022-06-06.

[12] C. Liu, Y. Gao, X. Dong, Y. Wang, J. Liu, Y. Zhang, X. Cai, N. Gui. Third generation of vortex identification methods: Omega and Liutex/Rortex based systems // *J. Hydrodyn*, 2019, **31** 2, p. 205–223.

[13] X. Dong, Y. Gao, C. Liu. New normalized Rortex/vortex identification method // *Phys. Fluids*, 2019, 31:011701, 6 p.

[14] V.E. Borisov, A.A. Davydov, T.V. Konstantinovskaya, A.E. Lutsky. Numerical simulation of two streamwise supersonic vortices interaction. *AIP Conference Proceedings*. 2021. 2351, 030002 – doi: 10.1063/5.0052073.