



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 39 за 2023 г.](#)

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

[Ю.Ф. Голубев](#), [А.В. Грушевский](#),
[А.Г. Тучин](#)

Виртуальные
гравитационные маневры
при проектировании
межпланетных перелётов

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](#)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Тучин А.Г. Виртуальные гравитационные маневры при проектировании межпланетных перелётов // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 39. 24 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2023-39>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-39>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский, А.Г. Тучин

**Виртуальные гравитационные маневры
при проектировании межпланетных
перелётов**

Москва – 2023

Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Тучин А.Г.

Виртуальные гравитационные маневры при проектировании межпланетных перелётов

Показано, что продолжение решения задачи межпланетного старта КА с точки низкой орбиты планеты отправления в обратном времени порождает траекторию, структурно совпадающую с траекторией КА, получающейся при выполнении виртуального гравитационного манёвра около планеты отправления. Перигенты вспомогательного пучка пролетных гипербол и время их прохождения при этом незначительно отличаются от соответствующих параметров проектной отлетной орбиты при старте с указанной точки. Тем самым поиск траектории межпланетного перелёта может быть отделен от необходимости учета краевых условий старта с промежуточной низкой предстартовой орбиты. Предстартовая орбита уточняется затем по результатам поиска траектории межпланетного перелёта. Представлена структурно единообразная схема баллистического проектирования траекторий полета КА с применением многократных гравитационных маневров на основе учета эфемерид планет.

Ключевые слова: гравитационное рассеивание, гравитационный манёвр, виртуальный гравитационный манёвр, цепочки гравитационных манёвров с двойными рикошетами

Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Tuchin A.G.

Virtual gravity assists maneuvers in interplanetary mission design

It is shown that the backward in time extension of the spacecraft interplanetary launch trajectory from the point of the low orbit of the departure planet generates a trajectory structurally coinciding with the virtual gravity assist trajectory near the departure planet. The pericenters of the auxiliary beam of the flying by hyperbolas and the time of their pericenter passage in this case differ slightly from the corresponding parameters of the designed departure orbit when starting from the specified point. Thus, the search for the trajectory of an interplanetary flight can be separated from the need to take into account the boundary conditions of the launch from an intermediate low pre-launch orbit. The pre-launch orbit is refined on the results of the search for the trajectory of the interplanetary flight. A structurally uniform scheme of ballistic design of spacecraft flight paths using multiple gravitational maneuvers based on the consideration of planetary ephemerides is presented.

Keywords: gravitational scattering, gravity assist, virtual gravity assist maneuver, chains of double bounce gravity assists

Введение

Адаптивный поиск межпланетных траекторий КА в сложных гравитационных полях представляет собой актуальную задачу современной космодинамики. Полномасштабное моделирование с учётом возмущающих факторов и изучение структуры межпланетных перелётов КА с низкой орбиты планеты отправления (НОПО) являются неременными условиями современного баллистического проектирования для освоения дальнего космоса. На начальном этапе для конкретных перспективных космических проектов в качестве базового традиционно используется алгоритм построения каскада решений задач Ламберта, определяющих опорные составные гелиоцентрические участки межпланетного перелёта [Охоцимский 1990, Тучин 2018]. В качестве достаточно надёжного инструментария для получения предварительных оценок окон старта с использованием многократных решений задач Ламберта часто применяется программный комплекс *Balcalc*, созданный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [Программно-моделирующий комплекс 2018].

Первоначальный поиск траектории проводится в рамках упрощённой, но достаточно адекватной постановки Метода Сопряжённых Конических Сечений (МСКС). Полученные решения берутся в качестве начальных приближений для синтеза многосоставной перелётной траектории КА уже в точных эфемеридах, с помощью отлаженных итерационных процедур (метод Ньютона и т.д.) [Тучин 2018]. Проблема обеспечения надёжной сходимости указанных процедур пока остается открытой.

Как правило, по энергетическим соображениям, точка \mathcal{G} совершения отлётного импульса на орбите отправления должна быть локализована в окрестности пересечения НОПО с орбитой целевого тела. По сути, исполнение отлётного импульса убирает разность между гиперболической скоростью отлёта КА и орбитальной скоростью КА в точке \mathcal{G} . Получающаяся при этом скорость отлёта соответствует ламбертовскому значению отлётной асимптотической скорости КА при выходе из сферы действия Земли. Вместе с

тем общеизвестен тот факт, что номинальная дата старта с НОПО на межпланетную гелиоцентрическую траекторию, рассчитанная в точных эфемеридах, может существенно отличаться от Ламбертового решения [Тучин 2018, Ильин 2019]. В итоге, при уточнении решения приходится варьировать в условиях гиперболической неустойчивости не только направление и величину импульса перехода с НОПО на межпланетную гелиоцентрическую дугу, но также время $t_{\Delta V}$ начала его проведения и фактические координаты точки его совершения.

В настоящей работе представлен несколько иной подход к решению указанного класса задач, адаптированный к разработанному авторами инструментарию прогонки специально организованных пучков виртуальных траекторий КА [Голубев 2014,2015,2017,2019] на основе ЛП $_{\tau}$ -последовательностей И.М. Соболя [Соболь 1976]. В рамках классической постановки МСКС, предлагается рассматривать точку \mathcal{G} исполнения предполагаемого отлётного импульса не как начальную точку для искомой межпланетной траектории, а как точку, принадлежащую соответствующей пролётной гиперболе $\gamma_{GAM} \{ \gamma_{in}, R_{\pi}, \gamma_{out} \}$ при виртуальном гравитационном манёвре КА около Земли (**Vi-GAM** – *Virtual Gravity assist maneuver*). Здесь символами $\gamma_{in}, R_{\pi}, \gamma_{out}$ обозначены входящая в сферу действия планеты отправления ветвь гиперболы, её перицентр и отлётная ветвь гиперболы. При этом в начальном приближении, точкой R_{π} прохождения перицентра пролётной гиперболы этого Vi-GAM выбирается указанная выше точка \mathcal{G} проведения отлетного импульса, а время прохождения перицентра t_{π} совпадает со временем $t_{\Delta V}$ выполнения импульса:

$$t_{\pi} = t_{\Delta V} \quad (1)$$

Заметим, что и задача одноимпульсного разгона КА в сфере действия Земли по траектории, выходящей на границу этой сферы с проектной асимптотической скоростью для совершения ламбертовского перелёта к

планете-цели [Тарасов 1977], так же может быть описана в рамках МКС, как совершение импульса ΔV в отлётной точке \mathcal{G} в заданный момент проектного времени $t_{\Delta V}$. Тем самым её анализ укладывается в представленную выше схему решения.

Отлётный импульс ΔV в точке \mathcal{G} перевода КА на отлётную гелиоцентрическую траекторию $\gamma_{Transfer}$ задаёт траекторию КА в пределах сферы действия Земли, которая соответствует восходящей ветви пролётной гиперболы *Vi-GAM* $\gamma_{GAM}\{\gamma_{in}, R_{\pi}, \gamma_{out}\}$ в этой же точке: $\gamma_{Transfer} = \gamma_{Transfer}\{R_{\pi}, \gamma_{out}\}$ (рис. 1).

Другими словами,

$$\gamma_{Transfer}\{R_{\pi}, \gamma_{out}\} \subset \gamma_{GAM}\{\gamma_{in}, R_{\pi}, \gamma_{out}\}; R_{\pi} = R_{\pi}(\mathcal{G}); t_{\pi} = t_{\Delta V} \quad (2)$$

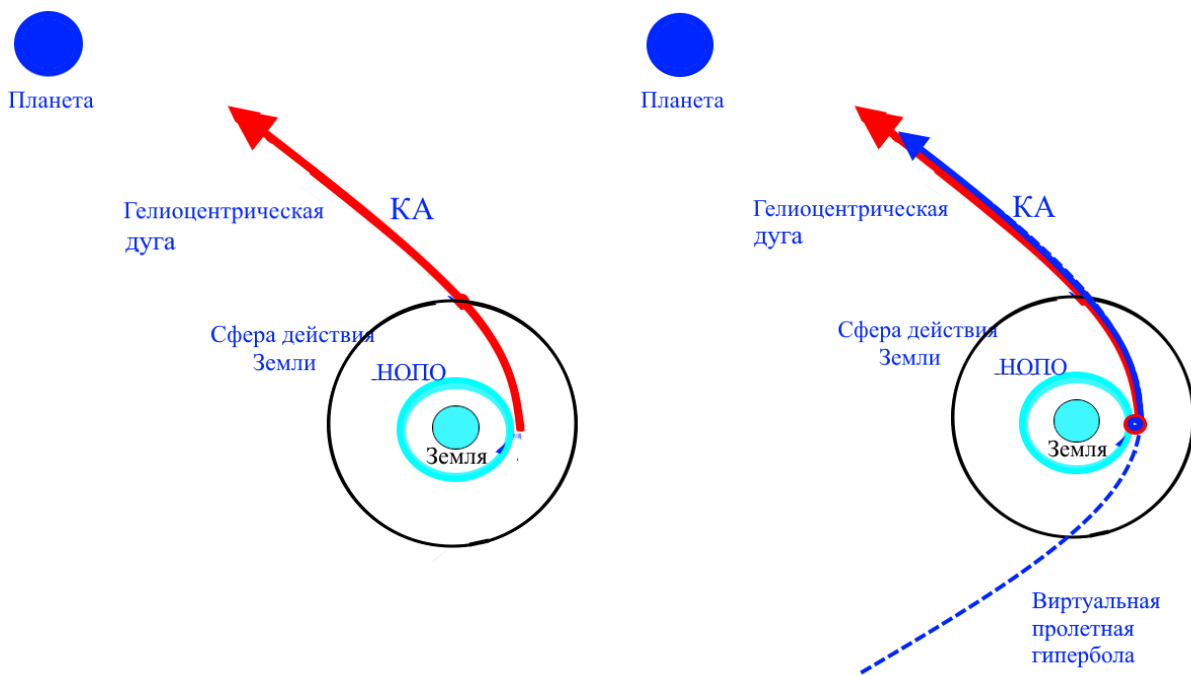


Рис. 1. Импульсный переход КА на восходящую ветвь виртуальной пролётной гиперболы гравитационного маневра в этой же точке

Резюмируя вышесказанные рассуждения, можно сформулировать

Утверждение. Продолжение в обратном времени решения задачи межпланетного старта КА от расчётной точки перицентра, принадлежащей номинальной НОПО, порождает траекторию-“протоорбиту”, совпадающую

с траекторией КА при совершении гравитационного манёвра около Земли с перицентром в этой же точке, с временем прохождения перицентра, синхронизированным с требуемым временем исполнения отлётного импульса. Отлётный импульс КА в заданной точке \mathcal{G} на НОПО устраняет разницу между орбитальной скоростью КА на протоорбите, полученной при виртуальном гравитационном манёвре в сфере действия Земли, и орбитальной скоростью на НОПО.

Помимо того, что соотношение (2) позволяет в рамках МСКС установить соответствие геометрии межпланетных перелётов с окнами старта и гравитационными манёврами, существует и важная утилитарная составляющая предлагаемого подхода к построению траекторий перелёта.

При использовании уточнённых эфемерид [Yoder 1995, NAIF 2020] предлагаемый подход означает, что НОПО выбирается уже после того, как построена соответствующая цепочка гравитационных маневров. Тем самым оказывается возможным избежать задачу поиска траектории перелёта от необходимости учитывать особенности старта с промежуточной НОПО. Кроме того, удастся освободиться от не гарантированно сходящихся итерационных процедур решения перелётной задачи Ламберта в полной модельной постановке. Вместе с тем сохраняется возможность последующей адаптации промежуточной НОПО для реализации перевода КА с неё на избранную эфемеридную виртуальную траекторию КА пролёта сферы действия Земли, взятую из заранее просчитанного в точных эфемеридах пучкового ансамбля Vi-GAM.

Фактически обобщение метода сопряжённых конических сечений и пополнение его инструментария объектным множеством виртуальных прото-гравитационных манёвров позволяет совместно решать целый спектр задач, ранее иерархически различавшихся. Традиционно решаемая отдельно задача старта КА с НОПО оказывается включенной в общий подход использования современных методик синтеза цепочек гравитационных манёвров.

1. Основные этапы баллистического проектирования межпланетного старта КА с НОПО

Решение задачи поиска траектории межпланетного перелёта КА с НОПО в рамках МСКС подразумевает разбиение полета КА на следующие этапы (формальный пошаговый алгоритм):

1. Совершение импульса перехода КА с НОПО на межпланетную отлётную гиперболу (в пределах сферы действия Земли).
2. Полёт по отлётной геоцентрической гиперболе от точки старта КА с НОПО до выхода на границу сферы действия Земли.
3. Расчет межпланетной гелиоцентрической дуги (гелиоцентрические эллипс, гипербола) до сферы действия планеты-цели (Венера, Марс, Юпитер и т.д.).
4. Пролётная планетоцентрическая гипербола КА в сфере действия планеты-цели.
5. Расчёт импульса перехода КА либо на орбиту искусственного спутника планеты (ИСП) (в западной литературе – orbit insertion), либо - вылет КА из сферы действия (СД) планеты после совершения гравитационного манёвра (пролёт планеты, в западной литературе – flyby, gravity assist).

Различные варианты продолжения пятого этапа межпланетного полёта КА со стартом с НОПО возникают из-за идентичности процедуры получения траекторий гравитационного манёвра КА и траекторий прохождения КА сферы действия планеты с выходом на орбиту ИСП.

Продолжение решения задачи межпланетного старта КА от точки, расположенной на НОПО, в обратном времени порождает виртуальную траекторию - протоорбиту с точкой входа G_d в сферу действия Земли, совпадающую с отлетной траекторией КА после совершения гравитационного

манёвра около Земли с перигеем в этой же точке в нужный момент времени. Таким образом, возникает единообразная универсальная процедура – построение последовательной цепочки действительных (классических) и виртуальных протоорбитальных гравитационных манёвров КА, которая может адаптивно усекаться под нужды баллистического проектирования конкретных межпланетных космических проектов.

Вычислим параметры протоорбиты, порождающей отлётную траекторию при прохождении сферы действия Земли.

Согласно [Тучин 2018], угол φ поворота вектора асимптотической скорости V_∞ КА относительно планеты изменяется при прохождении СД планеты согласно закону:

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{e} = \frac{1}{1 + \frac{R_\pi V_\infty^2}{\mu_p}}, \quad (3)$$

где e – эксцентриситет пролётной гиперболы, R_π – минимальное расстояние от КА до центра планеты (очевидно – расстояние перицентра пролётной гиперболы). Таким образом, в случае Земли и $R_\pi = R_\oplus + h_{\text{НОПО}}$, где R_\oplus – средний радиус Земли, $h_{\text{НОПО}} \approx 200$ км – высота НОПО, будем иметь для протоорбиты перелета:

$$\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{1 + (V_\infty/7.79)^2}, \quad e = 1 + (V_\infty/7.79)^2, \quad (4)$$

что в случае полёта к Венере ($V_\infty \sim 4$ км/с) [Голубев 2019б] составит величину $\varphi \approx 116.25^\circ$. В итоге гелиоцентрическая скорость КА на протоорбите около Земли составляет величину 31.5 км/с и выявляет опорную гелиоцентрическую протоорбиту (которая после проведения *ViGAM* породит классический венерианский перелёт) с большой полуосью 1.135 а.е. и периодом 1.21 года (примерно 6/5 года), что составляет 441.26 сут.

В итоге теоретически оказывается возможным формировать набор траекторий КА в окрестности вычисленной опорной гелиоцентрической эллиптической орбиты, не совершая пролёты СД Земли, в нужную эпоху, с помощью малой коррекции направить одну из них в соответствующую точку картинной плоскости Земли с прицельным параметром b :

$$b = R_{\pi} \sqrt{1 + 2 \frac{\mu_p}{R_{\pi} V_{\infty}^2}} \approx 2.93 (R_{\oplus} + h_{\text{НОПО}}), \quad (5)$$

что обеспечит доставку КА до Венеры.

Требуемая точка \mathbf{G}_d на сфере действия стартовой планеты приближенно получается как точка пересечения асимптоты подлетной к этой планете ветви виртуальной гиперболы со сферой действия стартовой планеты.

2. Привязка траекторных пучков к окнам старта

Предварительная привязка траекторных пучков КА для проектной эпохи межпланетного старта вычисляется с помощью технологии окон старта (Porkchop Plots) [Minovitch 1963, Тучин 2018]. Методика расчёта окон стартов для межпланетных перелётов подробно изложена в [Соловьев 1973, Тарасов 1977]. Как правило, межпланетный перелёт требует больших энергетических затрат, и при расчёте в первую очередь минимизируется потребная характеристическая скорость КА.

Сначала приближённая оценка оптимальных дат стартов выполняется с помощью синтеза траектории перелёта гомановского типа в круговой модели движения планет Солнечной системы. Полученное таким образом начальное приближение дат стартов затем уточняется с учётом эксцентricности орбит планет и их некомпланарности. Формируется сетка значений дат отлёта и дат подлёта, для которых решается задача Ламберта о перелёте в центральном поле Солнца и определяются скорости отлёта и подлёта. Сумма этих скоростей даёт необходимую для перелёта характеристическую скорость. На основе проведённых вычислений строятся изолинии характеристической скорости на

координатной плоскости. По оси абсцисс откладываются даты стартов, по оси ординат – длительность перелёта [Келдыш 1988, Голубев 2019] (рис. 2).

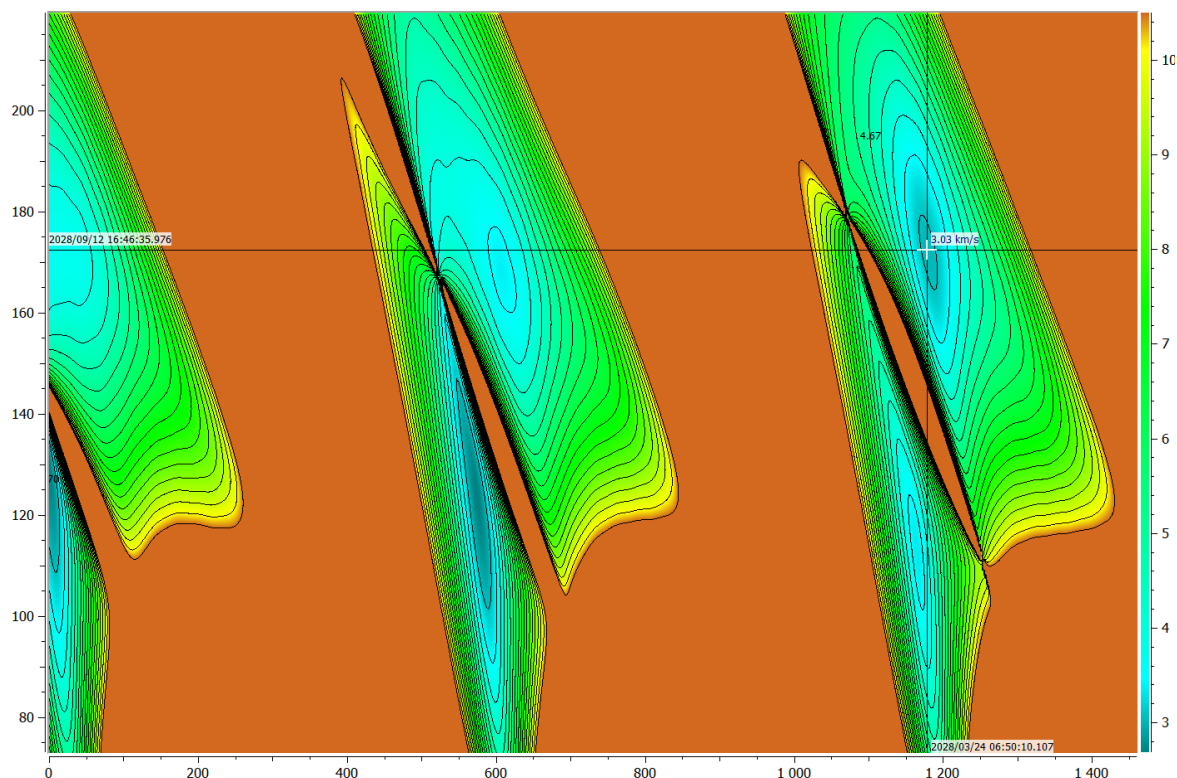


Рис. 2. Пример окна старта. Перелёт Земля—Венера. 2025-2028 гг. Отлётная характеристическая скорость [Голубев 2019]

Далее задается расстояние перицентра, полушарие прохождения асимптоты подлётной гиперболы и наклонение к экваториальной плоскости планеты. Определяется переход с околоземной орбиты на траекторию, обеспечивающую подлёт к планете-мишени с заданными параметрами.

Сетка окон стартов и диапазон длительностей перелёта рассчитываются с достаточно малым шагом (например – в [Голубев 2019] шаг составляет одни земные сутки).

3. Построение виртуальных перелётных пучков траекторий КА

Баллистическое проектирование межпланетных космических проектов в точных эфемеридах [Голубев 2014,2015,2017,2019] требует оперативного проведения математического моделирования очень больших ансамблей

траекторий КА. Технология использования массового расчёта семейств траекторий активно используется с самого начала построения теории движения искусственных спутников [Келдыш 1976]. Пучки (трубки) ансамбля динамически возможных траекторий КА неизбежно возникают при моделировании движения КА с учётом ошибок исполнения коррекций, навигационных ошибок, неточностей знания эфемерид.

Решение Ламберта классической задачи попадания в окрестность целевого тела часто выбирается в качестве начального приближения траекторий требуемого перелёта. Оно может значительно деформироваться при учете влияния гравитации планет Солнечной системы и других возмущающих факторов (нецентральности гравитационного поля стартовой планеты, гравитационных полей других небесных тел, сил светового давления и т.д.). Это в конечном итоге может приводить к существенному отклонению движения КА от решения невозмущенной задачи Ламберта. Для соответствующей коррекции номинала в астродинамике, как правило, используются итерационные методы, которые не всегда сходятся. Такое часто бывает при использовании гравитационных маневров. По этой причине использование трубок виртуальных траекторий, первоначально мало отличающихся друг от друга, с продолжением по времени с учетом возмущающих факторов оказывается весьма эффективным приемом для поиска реальных траекторий перелета [Golubev 2014, Голубев 2014]. Успех обеспечивается, когда в заданную окрестность планеты-мишени попадает хотя бы одна виртуальная траектория КА из трубки, и только одна из них затем перейдет из разряда виртуальных в траекторию реального полета. Подобный метод анализа виртуальных траекторий разрабатывался в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН с самого начала активного освоения космоса. Так было, например, при построении В.А. Егоровым [Энеев 2010] лунных траекторий, численном моделировании Т.М. Энеевым и Н.Н. Козловым процесса

образования планет из протопланетного облака с использованием метода виртуальных контактов [Энеев 1979] и т.д.

Возможности ГМ будем исследовать, исходя из предположения о том, что имеется трубка допустимых траекторий с одним и тем же вектором асимптотической скорости. Метод ЛП_τ-последовательностей И.М. Соболя [Соболь 1976] является наиболее эффективным при формировании равномерно распределенного по пространству множества начальных условий [Golubev 2014, Голубев 2014]. Более экономным по времени вычислений представляется распределение траекторий в трубке с учетом особенности их гравитационного рассеивания [Голубев 2021а, Голубев 2021б].

С использованием уточненных эфемеридных моделей (например - JPL NASA [NAIF 2019]) производится моделирование гравитационного рассеивания сформированного пучка при прохождении им сферы действия малого тела (Земли) [Голубев 2020, Голубев 2021]. Проводится селекция удовлетворительных вариантов согласно представленным ниже критериям. С указанной целью применяются методы адаптивного поиска малозатратных сценариев, не привязанные жестко к конкретной эпохе прилета и максимально формализованные для эффективного массового счета [Голубев 2020, Голубев 2021]. Эти методы с использованием современных вычислительных возможностей Баллистического центра ИПМ им. М.В. Келдыша РАН позволяют за приемлемое время просчитывать и анализировать десятки миллионов вариантов пролётных траекторий.

Отметим, что надёжное баллистическое проектирование межпланетных космических проектов в точных эфемеридах по методу прямой прогонки сопоставимо по формату с огромным объёмом структурированных и неструктурированных данных, обрабатываемым системой Big Data [Min Chen 2014], и требует соответствующего уровня автоматизации и адаптивности обслуживающих его алгоритмов.

4. Метод прямой прогонки виртуальных траекторий с ГАМ

Представим *основные элементы* методики применения технологий прямой прогонки пучка траекторий при поиске для проектной эпохи UTC точных решений задачи межпланетного полёта КА от заданной точки \mathcal{G} старта с номинальной НОПО.

Технология, как уже указывалось, состоит в формировании около опорной пролётной гиперболы пучка траекторий, подвергаемых «виртуальному гравитационному манёвру». Сформированный аксиальный пучок допустимых траекторий с одним и тем же вектором асимптотической скорости V_{∞} продолжается затем по времени вперёд до сближения с планетой-целью и прохождения пролётной гиперболы около её перигея, вылета из сферы действия планеты-цели, после чего – далее, по гелиоцентрическому участку, до возможной встречи со сферой действия планеты-мишени (рис. 3). Важным обстоятельством оказывается факт инвариантности V_{∞} относительно планеты при совершении ГМ [Labunsky 1998, Голубев 2020].

Каждая траектория виртуального пучка, подходящая по условиям прибытия КА терминальным требованиям конкретного разрабатываемого космического проекта и отобранная для дальнейшего поиска, переводится в разряд перспективных и запоминается.

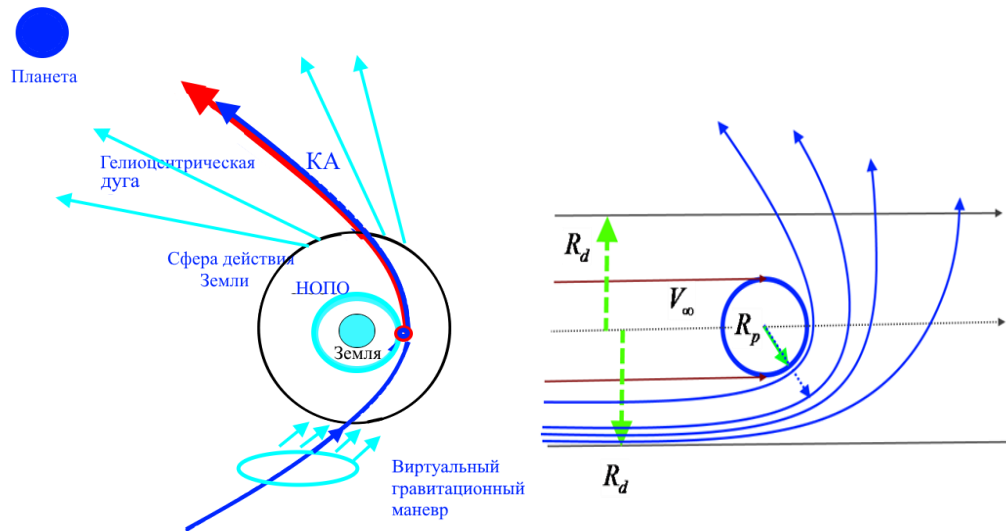


Рис. 3. Построение трубки виртуальных траекторий с формированием квази-гравитационных маневров (слева) и структура гравитационного рассеяния (справа)

Далее из множества перспективных траекторий отбирается «фаворит», наиболее подходящий по условиям прибытия КА проектным терминальным требованиям. Для него фиксируется точка \tilde{G}_d его виртуального входа в сферу действия планеты отлёта («Земли») и строится соответствующая протоорбита.

5. Уточнение НОПО

Перицентр траектории «фаворита» в сфере действия планеты отлёта, полученный после применения процедуры поиска решения задачи межпланетного перелёта, может не совпадать с первоначально выбранным посредством МСКС перицентром для опорной траектории виртуального гравитационного манёвра. Поэтому и промежуточная НОПО требует уточнения. С этой целью формируется новая оскулирующая НОПО, такая, что она пересекается (или касается) с виртуальной пролетной гиперболой фаворита в её перицентре и с некоторым запаздыванием на собственное вращение Земли проходит в дату старта через точку старта на Земле. Вычисляется импульс ΔV , необходимый для перехода на траекторию фаворита с построенной таким образом НОПО («пересадка на нужный поезд»). Таким образом, в условиях

действия возмущений «станция пересадки» будет локализована в окрестности перицентра траектории фаворита, а также линии пересечения НОПО и орбиты целевой планеты.

В результате стартовый КА выставляется на точную эфемеридную прототраекторию фаворита с гарантированной доставкой на требуемый сегмент картинной плоскости (сферы действия) планеты-цели.

6. Результаты математического моделирования

Численное моделирование подтверждает эффективность предложенного в данном препринте метода, который первоначально предполагает поиск межпланетных траекторий с гравитационными манёврами, а затем уточнение решение задачи импульсного старта КА с НОПО на найденную межпланетную траекторию. Этот же подход, очевидно, может быть распространён и на задачу старта КА с низкой орбиты отправления вокруг основной планеты (или – с околоспутниковой орбиты) с целью достижения произвольной планеты – малого тела (в английской литературе – *secondary body*) в модели ограниченной задачи трёх тел (ОЗТТ) [Пуанкаре 1971, Себехей 1982]. Проблема состоит лишь в определении достаточной плотности пучка фазовых траекторий, то есть числа моделируемых вариантов N_{var} .

Представим типичные результаты использования технологий прогонки пучков траекторий при поиске точных решений задачи межпланетного полёта в проектную эпоху UTC КА из окрестности заданной точки \mathcal{G} номинальной НОПО.

Динамические операции, связанные с проведением GAM, удобно изображать не в конфигурационном пространстве, а на соответствующей диаграмме Тиссерана [Labunsky 1998, Campagnola 2010, Голубев 2014]. На ней по оси абсцисс откладываются расстояние R_α апоцентра гелиоцентрической орбиты КА, по оси ординат – её расстояние перицентра R_π (в нормированных радиусах). Любой GAM можно представить на диаграмме Тиссерана как вектор

перескока с одной точки $(R_{\alpha 1}, R_{\pi 1})$ на другую точку $(R_{\alpha 2}, R_{\pi 2})$ вдоль по изолинии интеграла Якоби [Campagnola 2010, Голубев 2014].

Параметры орбиты перелёта и порождающей её виртуальной проторбиты перелёта Υ на диаграмме Тиссерана-Пуанкаре не зависят от конкретных размеров стартовой НОПО и практически детерминированного значения V_{∞} на границе СД в рамках МСКС. Но они зависят от направлений вектора V_{∞} и требуемого вектора гелиоцентрической скорости V_p в этой же точке. В зависимости от того, выходит ли КА на границу СД сонаправленно с V_p или противоположно направленно, или занимает какое-то промежуточное положение, точка старта с НОПО на диаграмме Тиссерана-Пуанкаре может дрейфовать по изолинии интеграла Якоби [Голубев 2014], соответствующей хомановскому значению V_{∞} .

На рис. 4 на диаграмме Тиссерана-Пуанкаре (R_{α}, R_{π}) представлены результаты моделирования виртуальных гравитационных манёвров КА при пролёте сферы действия стартовой планеты (например - Земли). Красным и синими цветами нанесены изолинии интеграла Якоби, соответствующие разным значениям V_{∞} КА относительно Земли и Венеры [км/с] соответственно. Вертикальная красная стрелка иллюстрирует применение разгонного импульса при старте с орбиты НОПО для классического хомановского перелёта «Земля-Венера», горизонтальная – импульс схода КА с гелиоцентрической перелетной дуги на орбиту ИСВ. Зеленая стрелка показывает виртуальный гравманёвр, переводящий протоорбиту Υ на хомановский перелет «Земля-Венера». Число моделируемых вариантов – несколько сотен тысяч. Облако «рассеянных» гравитацией Земли виртуальных траекторий КА содержит конец вертикальной стрелки, которая соответствует разгонному импульсу КА, обеспечивающему реализацию хомановского перелета «Земля-Венера» (HEV – Hohmann Earth-Venus).

Основное отличие предлагаемого подхода для вычисления отлетных траекторий от традиционного [Соловьев 1973, Тарасов 1977, Тучин 2018] состоит в следующем. Итерационные процедуры поиска и уточнения задачи Ламберта (с негарантированной сходимостью и необходимостью знания хорошего первого приближения) с краевым условием на априорно заданной НОПО исключаются. Вместо них выполняется надежный алгоритм массового перебора и селекцией точных «готовых» траекторий возмущённого движения КА, которые после уточнения НОПО удовлетворяют проектным требованиям космической экспедиции.

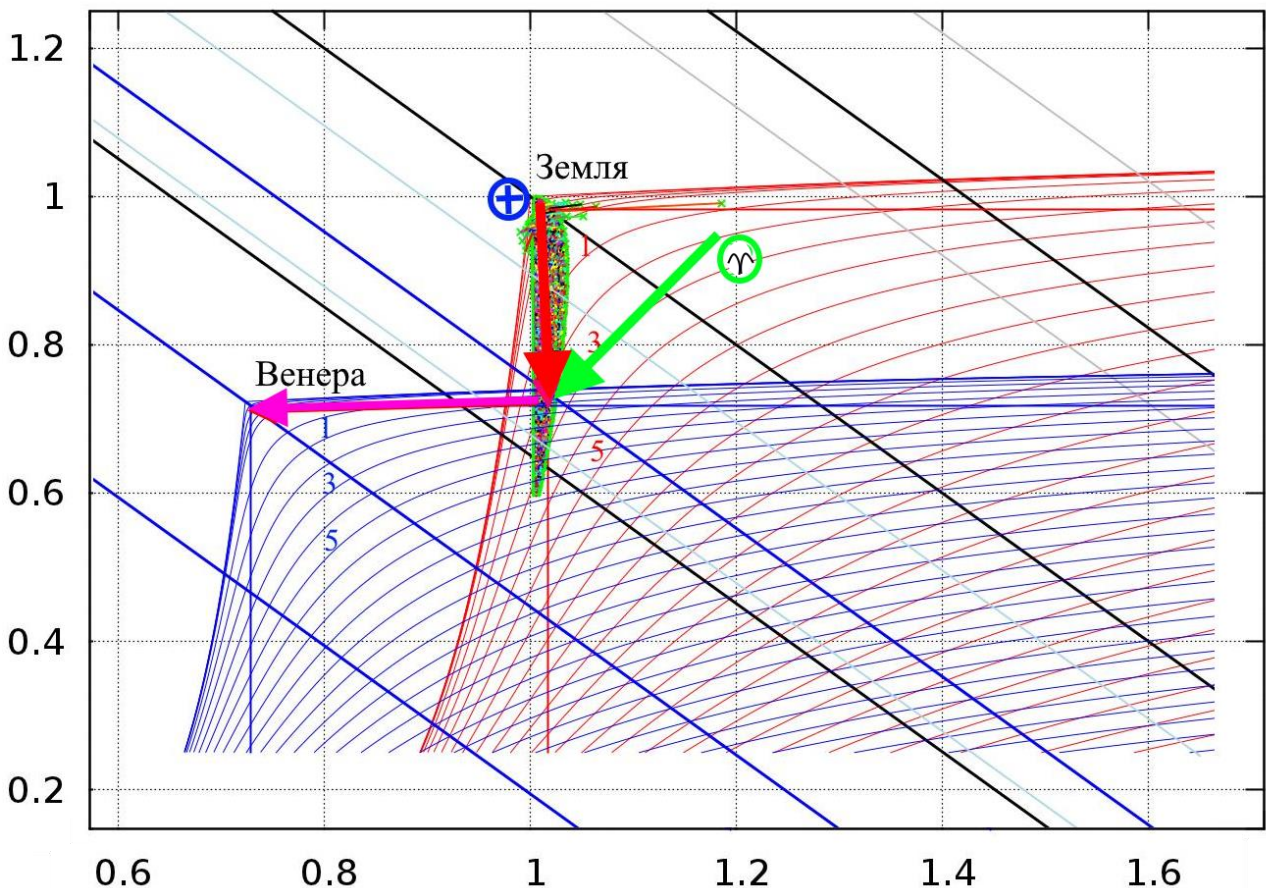


Рис. 4. Гравитационное рассеивание пучка виртуальных траекторий КА стартовой планетой («Земля») на диаграмме Тиссерана.

Заключение

В работе предложен новый подход к построению межпланетных траекторий перелёта КА с использованием гравитационных маневров. Он позволяет отделить проблему построения траектории межпланетного перелёта от проблемы поиска низкой промежуточной околопланетной орбиты, необходимой для получения достаточно широких окон старта КА с поверхности планеты отправления. Предлагается поиск низкой орбиты отправления КА осуществлять после построения полной траектории межпланетного перелёта, припасовывая низкую орбиту к перицентру участка траектории межпланетного перелета, находящегося вблизи планеты отправления и полученного в результате виртуального гравитационного манёвра около этой планеты. Тем самым оказывается возможным избавиться от негарантированно сходящихся итерационных процедур уточнения решения перелётной задачи Ламберта в полной модельной постановке. Предложенный метод позволяет существенно упростить поиск полной траектории межпланетного перелёта, начинающейся от старта с поверхности планеты отправления до планеты-мишени, с учетом условий полёта, приближенных к реальным. Предложенный подход позволяет несколько ослабить ограничение на положение точки старта с НОПО и тем самым расширить пространство поиска допустимых межпланетных траекторий.

Библиографический список

- Голубев 2014* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г. Синтез сценариев космических миссий в системе Юпитера с использованием гравитационных маневров // Доклады Академии наук. 2014. Т. 456. № 1. С. 39–41.
- Голубев 2016* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. О вариации наклона орбит небесных тел при совершении гравитационного манёвра в Солнечной системе // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 15. 36 с.
- Голубев 2017а* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Методика формирования больших наклонов орбит космических аппаратов с использованием гравитационных маневров // Доклады Академии наук. 2017. Т. 472. № 4. С. 403-406.
- Голубев 2017б* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Формирование орбит космического аппарата с большим наклоном к эклиптике посредством многократных гравитационных маневров // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2017. № 2. С. 108-132.
- Голубев 2019а* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Гравитационные манёвры около Венеры для выхода на внеэклиптические положения. Резонансная асимптотическая скорость // Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы, 2019. т. 53, № 4, с. 256-264.
- Голубев 2019б* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Баллистическое проектирование многоцелевых полетов к Венере // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2019. № 4. С. 154-174. DOI 10.31857/S000233880003501-0

- Голубев 2020* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Универсальное свойство интеграла Якоби для гравитационных маневров в Солнечной системе // Космические исследования, 2020. т. 58, № 4, с. 312-320. DOI: 10.31857/S0023420620040068
- Голубев 2021a* Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Обобщённая формула Резерфорда и оптимизация пучкового моделирования гравитационных манёвров в Солнечной системе // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2021. № 6
- Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Обобщение формулы Резерфорда для синтеза цепочек гравитационных маневров // Доклады российской академии наук. Физика. 2021, т. 501, с. 5-7.
- Ильин 2019* Ильин А.Е. Сравнительный анализ методов расчёта траекторий КА с двигателями ограниченной тяги. Тр. XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах. Т. 1: Общая и прикладная механика.— Уфа: РИЦ БашГУ, 2019.—780 с. С. 690-691
- Келдыш 1988* Келдыш М.В., Власова З.П., Лидов М.Л., Охоцимский Д.Е., Платонов А.К. Исследование траекторий облета Луны и анализ условий фотографирования и передачи информации / Келдыш М.В. Избранные труды. Ракетная техника и космонавтика. М.: Наука, 1988. С. 261–309
- Охоцимский 1990* Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. М., Наука, 1990. 448 с. ISBN 5-02-014090-2
- Платонов 2010* Платонов А.К. О построении движений в баллистике и мехатронике / В сб. «Прикладная небесная механика и управление движением, посвященный 90-летию со дня рождения Д.Е. Охоцимского» / М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2010. С 127-222.
- Программно-моделирующий комплекс 2018* Лаврентьев В.Г, Тучин Д.А., Лавренов С.М., Корянов В.В., Романов С.В., Ярошевский В.С.,

Грушевский А.В. Программно-моделирующий комплекс для расчета схем межпланетных траекторий полета КА к планетам и телам (включая полеты к Марсу и Луне) Солнечной системы в интересах реализации проектов, планируемых в рамках ФКП-2025, и последующих программах. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Номер свидетельства: RU 2018619769, Россия, 2018. Дата регистрации: 13.07.2018. Дата публикации: 10.08.2018

Пуанкаре 1971 Пуанкаре А. Избранные труды в 3 т. Т. 1. Новые методы небесной механики. М.: Наука. 1971

Себекей 1982 Себекей В. Теория орбит. Ограниченная задача трех тел. М.: Наука. 1982.

Соболь 1976 Соболь И.М. Равномерно распределенные последовательности с дополнительным свойством равномерности, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1976, том 16, номер 5, С.°1332–1337

Соловьев 1973 Соловьев Ц.В., Тарасов Е.В. Прогнозирование межпланетных полётов. – М.: Машиностроение, 1973. – 400 с.

Субботин 1968 Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М.: Наука, 1968.

Суханов 2010 Суханов А.А. Астродинамика. - М., ИКИ, 2010. - 103 с.

Тарасов 1977 Тарасов Е.В. Космонавтика. Механика полёта и баллистическое проектирование. – М.: 1977. – 216 с.

Тучин 2018 Боровин Г.К., Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Заславский Г.С., Захваткин М.В., Корянов В.В., Лавренов С.М., Морской И.М., Симонов А.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистико-навигационное обеспечение полетов автоматических космических аппаратов к телам Солнечной системы / Под ред. А.Г. Тучина. М., Химки: “НПО Лавочкина”, 2018. 336 с.

- Энеев 1979* Энеев Т.М., Козлов Н.Н. Принцип виртуальных контактов. Метод расчета процесса аккумуляции планет для новой космогонической модели // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 1979. № 78.
- Энеев 2010* *Прикладная небесная механика и управление движением*. Сборник статей, посвященный 90-летию со дня рождения Д.Е. Охоцимского / Сост. Т.М. Энеев, М.Ю. Овчинников, А.Р. Голиков. М.: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН. 2010. 368 с.
- Barrabéz 2004* Barrabéz E., Gómez G., Rodríguez-Canabal J. Notes for the Gravitational Assisted Trajectories // Advanced Topics in Astrodynamics. Summer course. Barcelona, July 2004. URL: <http://www.ieec.fcr.es/astro04/notes/gravity.pdf>.
- Campagnola 2010* Campagnola S., Russell R. Endgame Problem Part 2: Multi-Body Technique and the Tisserand-Poincaré Graph // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2010. V. 33. № 2. P. 476–486.
- Chen 2014* Min Chen, Shiwen Mao, Yin Zhang, Victor C.M. Leung. Big Data. Related Technologies, Challenges, and Future Prospects. — Springer, 2014. — 100 p. — ISBN 978-3-319-06244-0. — doi:10.1007/978-3-319-06245-7
- Fukushima 1990* Fukushima T. System of astronomical units and constants. IAU - WGRS /SGAC, 1990, Circ. 13.
- Golubev 2014* Golubev Yu., Grushevskii A., Koryanov V., Tuchin A. Gravity Assist Maneuvers of a Spacecraft in Jupiter System // J. Comput. Syst. Sci. Int. 2014. V. 53. № 3. P. 445–463.
- Golubev 2015* Golubev Yu., Grushevskii A., Koryanov V., Tuchin A., Tuchin D. Bifurcation Points During Gravity Assist Tours in the Jovian System // Dokl. Phys. 2015. V. 60. № 5. P. 210–213.
- Grushevskii 2018* Grushevskii A., Golubev Yu., Koryanov V., Tuchin A., Tuchin D. Advanced Methods of Low Cost Mission Design for Jovian Moons Exploration // Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology. 2018. V. 16. № 7. P. 679–686.

- Labunsky 1998* Labunsky A.V., Papkov O.V., Sukhanov K.G. Multiple Gravity Assist Interplanetary Trajectories. London: Gordon and Breach Science Publishers, 1998. 285 p.
- Minovitch 1963* Minovitch M.A. The Determination and Characteristics of Ballistic Interplanetary Trajectories Under the Influence of Multiple Planetary Attractions. Tech. Rep. № 32-464. Jet Propulsion Lab., Pasadena, CA, 1963. 40 p.
- NAIF 2020* NAIF – Navigation and Ancillary Information Facility. https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/ (дата обращения 01.02.2020)
- Strange 2007* Strange N.J., Russell R., Buffington B. Mapping the V-infinity Globe // AIAA/AAS Space Flight Mechanics Meeting, AAS Paper 07-277, 2007.
- Tisserand 1896* Tisserand F.F. Traité de Mécanique céleste. V. 4. Paris: Gauthier-Villars et fils., 1896. P. 203–205.
- Yoder 2014* Yoder C.F. Astrometric and Geodetic Properties of Earth and the Solar Systems. <http://hdl.handle.net/2014/32032>

Оглавление

Введение	3
1. Основные этапы баллистического проектирования межпланетного старта КА с НОПО	7
2. Привязка траекторных пучков к окнам старта	9
3. Построение виртуальных перелётных пучков траекторий КА	9
4. Метод прямой прогонки виртуальных траекторий с GAM	13
5. Уточнение НОПО	14
6. Результаты математического моделирования	15
Заключение	18
Библиографический список	19