ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 72 за 2023 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Т.А. Кудряшова, Е.А. Галстян,
С.В. Поляков, Н.И. Тарасов

Компьютерное моделирование процессов электронной эмиссии в сильных электромагнитных полях

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Компьютерное моделирование процессов электронной эмиссии в сильных электромагнитных полях / Т.А. Кудряшова [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 72. 16 с. **https://doi.org/10.20948/prepr-2023-72**
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-72

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

Т.А. Кудряшова, Е.А. Галстьян, С.В. Поляков,
Н.И. Тарасов

Компьютерное моделирование процессов электронной эмиссии в сильных электромагнитных полях

Москва — 2023

Кудряшова Т.А., Галстян Е.А., Поляков С.В., Тарасов Н.И.

Компьютерное моделирование процессов электронной эмиссии в сильных электромагнитных полях

В работе рассматривается задача расчета процессов эмиссии электронов с поверхности металлов в сильных электромагнитных полях с учетом релятивистских эффектов. В нашей работе для осесимметричной геометрии технической системы предложен численный метод расчета эмиссии электронов с поверхности металлического катода. Для моделирования используется метод частиц в сочетании с сеточным расчетом полей на основе уравнений Максвелла. Подход использует представление крупных сглаженных гауссовых частиц и реализует вычисления электромагнитного поля на декартовых пространственных сетках. Программная реализация ориентирована на параллельные вычисления. С помощью разработанной методики рассчитан процесс эмиссии в коаксиальном цилиндрическом диоде с магнитной самоизоляцией. Процесс рассчитан для двух ситуаций: в отсутствие и в присутствии продольного слоя плазмы. В расчетах показано, что присутствие плазмы приводит к усилению эмиссионного тока. Это согласуется с результатами натурных экспериментов.

Ключевые слова: электронная эмиссия, сильные электромагнитные поля, сеточные методы, методы частиц, параллельные вычисления

Tatiana Alekseevna Kudryashova, Evgeniy Armenovich Galstyan, Sergey Vladimirovich Polyakov, Nikita Igorevich Tarasov

Computer modeling of electron emission processes in strong electromagnetic fields

The paper discusses the problem of computer simulation of electron emission processes in strong electromagnetic fields. In this work, a numerical method for calculating electron emission from the surface of a metal cathode for the axial symmetric geometry of a technical system is proposed. For modelling, the particle method and grid calculations of electromagnetic fields based on Maxwell's equations are applied. The approach uses the representation of large smoothed Gaussian particles and implements calculations of the electromagnetic fields on Cartesian spatial grids. The software realization is directed towards on parallel computing. The calculation of the emission process in a coaxial cylindrical diode with magnetic self-insulation with the use of developed technique was carried out. The process is considered for two situations: with and without the longitudinal plasma layer. The calculations show that the presence of plasma leads to an increase in the emission current. This result is consistent with the results of experiments.

Key words: electron emission, strong electromagnetic fields, grid methods, particle methods, parallel computing

1. Введение

Технические, экологические, экономические и другие системы, изучаемые современной наукой, все чаще исследуются с помощью методологии математического компьютерного моделирования. Это связано с тем, что прямой натурный эксперимент в силу многих факторов и с учетом необходимости реализации множества вариантов может быть длительным, дорогостоящим, а часто опасным или невозможным. Методология математического компьютерного моделирования позволяет понять суть отдельного объекта или системы, изучать их структуру и внутренние связи, рассчитывать основные свойства и законы развития, управлять ими с помощью внешних воздействий, прогнозировать последствия от этих воздействий [1, 2].

В рамках проектирования сложных технических систем математическое компьютерное моделирование используется в целом ряде направлений, в том числе для создания более эффективных и перспективных конструкций. Основываясь на обширной экспериментальной информации и развитых теоретических методах, математическое компьютерное моделирование в ряде случаев является катализатором для создания новых технологий и производств. В последнее время математическое компьютерное моделирование направлено не только на количественное описание процессов в существующих природных и искусственных материалах [3, 4], но и на создание новых материалов с заданными свойствами [5]. Одной из технологий получения таких материалов является обработка поверхностей ионными, электронными и лазерными пучками. Для этого создаются электротехнические установки, генерирующие тот или иной вид носителей энергии.

Весьма перспективным направлением в настоящее время является создание генераторов СВЧ излучения с большой контролируемой мощностью в заданном диапазоне частот. Одной из конструкций таких установок является коаксиальный цилиндрический диод с магнитной самоизоляцией [6]. В таком приборе формирование релятивистского электронного пучка (РЭП) производится за счет эмиссии электронов с поверхности цилиндрического катода [7]. В условиях сильного электрического поля эмитируемые электроны образуют релятивистский пучок, часть энергии которого преобразуется в излучение при взаимодействии с заранее созданным плазменным слоем. В условиях сильных электрического и магнитного полей эмиссия сопровождается образованием плазмы на поверхности катода, которая состоит из атомов материала катода, и молекул газа, запасенных в его поверхности (например, водорода). В отдельных случаях в систему специально добавляется механизм образования плазмы на основе инертных газов, например аргона. Подбор параметров конструкции и учет процессов образования плазмы позволяет получить заданные характеристики прибора.

Целью данной работы является представление математической модели, численного алгоритма ее реализации и результатов моделирования, относящихся к расчетам эмиссии в коаксиальных цилиндрических диодах с магнитной самоизоляцией. Фокусом внимания в работе была методика воспроизведения в численном алгоритме аргоновой плазмы и изменение параметров эмиссии в присутствии плазменного слоя.

Во втором разделе работы описывается расчетная геометрия модельной задачи и приводятся основные уравнения. В третьем разделе обсуждается численная методика, объединяющая сеточный подход и метод частиц, а также параллельная программная реализация. Четвертый раздел посвящен калибровке численной модели плазмы. Там же представлены результаты расчетов процесса эмиссии в условиях отсутствия и в присутствии плазменного слоя.

2. Техническая система и основные уравнения

Для создания условий возникновения эмиссии требуется приложить к поверхности металла (катоду) сильное электрическое поле. При этом генерируются большие токи килоамперного диапазона. Одним из направлений применения таких РЭП является разработка и создание сверхвысокочастотных генераторов на основе коаксиальных диодов с магнитной самоизоляцией. В данной работе рассматривается одна из возможных конструкций такого генератора, изображенная на Рис. 1. Предполагается, что система находится в однородном магнитном поле с умеренной индукцией B_z. Эмиссия электронов инициируется ТЕМ волной с достаточно большой амплитудой E_0, поступающей с левой границы. Возникающий при этом релятивистский электронный пучок взаимодействует со слоем плазмы, рожденной на предварительном этапе системой анод-коллектор.

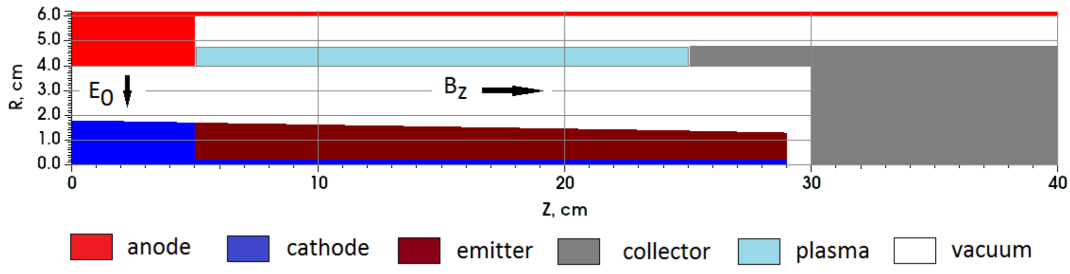


Рис. 1. Коаксиальный диод с магнитной самоизоляцией

Математическая модель, описывающая процессы образования РЭП и дальнейшее его взаимодействие с плазмой, может включать различные компоненты в зависимости от характерного времени протекания процессов и геометрических масштабов. В рассматриваемом нами случае диапазон размеров измеряется десятками сантиметров, а диапазон времен составляет единицы наносекунд. В этой ситуации гидродинамическое приближение процессов не подходит ввиду малости временного диапазона. Поэтому мы остановились на Максвелловском описании эволюции электромагнитных полей, дополненном динамикой заряженных частиц под действием силы Лоренца.

Уравнения Максвелла совместно с материальными уравнениями можно записать в следующей форме:

$$\begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{D} = \rho, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = \mathbf{j} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \mathbf{D} = \varepsilon_a \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu_a \mathbf{H}. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$ – векторы электрической и магнитной индукции, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – векторы напряженности электрического и магнитного поля, $\rho = \rho_- + \rho_+$ – объемная плотность заряда, $\rho_- = q_- n_-$ и $\rho_+ = q_+ n_+$ – плотности отрицательно и положительно заряженных частиц, $q_- < 0$ и $q_+ > 0$ – заряды частиц, n_- and n_+ – объемные концентрации частиц, $\mathbf{j} = \mathbf{j}_- + \mathbf{j}_+$ – плотность полного тока частиц, $\mathbf{j}_- = \rho_- \mathbf{v}_-$ и $\mathbf{j}_+ = \rho_+ \mathbf{v}_+$ – парциальные плотности токов частиц, $\mathbf{v}_-$ и $\mathbf{v}_+$ – средние скорости частиц разных сортов, $\varepsilon_a = \varepsilon\varepsilon_0$ и $\mu_a = \mu\mu_0$ – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, μ_0 и ε_0 – магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума.

Уравнения (1) рассматриваются в цилиндре Ω в области, не занятой катодом Ω_C и анодом Ω_A, то есть в $\Omega_D = \Omega / \left(\Omega_C \bigcup \Omega_A\right)$. Для удобства последующего рассмотрения из (1) можем получить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \operatorname{div}\left(\varepsilon_a \mathbf{E}\right) = \rho, \quad \operatorname{div}\mathbf{B} = 0; \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot}\left(\dfrac{1}{\mu_a}\mathbf{B}\right) = \mathbf{j} + \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon_a \mathbf{E}\right). \end{cases} \tag{2}$$

Для описания динамики заряженных частиц предлагается использовать метод крупных сглаженных частиц, применяемый к моделям электродинамики (LSPE). Она заключается в том, что вместо классических уравнений непрерывности и импульса используются уравнения релятивистской динамики, записанные для отдельных заряженных частиц, которые в свою очередь являются облаками ионов и электронов. Используемые нами уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathbf{r}_{\alpha,k}}{dt} = \mathbf{v}_{\alpha,k}, \quad \dfrac{d\mathbf{p}_{\alpha,k}}{dt} = q_{\alpha,k}\left(\mathbf{E} + \left[\mathbf{v}_{\alpha,k} \times \mathbf{B}\right]\right), \\ \mathbf{p}_{\alpha,k} = m_\alpha \mathbf{v}_{\alpha,k}\gamma_{\alpha,k}, \quad \gamma_{\alpha,k} = 1/\sqrt{1-\left(v_{\alpha,k}/c\right)^2}, \quad k = 1,\ldots,N_\alpha; \\ n_\alpha = \sum\limits_{k=1}^{N_\alpha} \delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha,k}\right), \quad \rho_\alpha = \sum\limits_{k=1}^{N_\alpha} q_{\alpha,k}\delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha,k}\right), \\ \mathbf{v}_\alpha = \dfrac{1}{N_\alpha}\sum\limits_{k=1}^{N_\alpha} \mathbf{v}_{\alpha,k}, \quad \mathbf{j}_\alpha = \sum\limits_{k=1}^{N_e} q_{\alpha,k}\delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha,k}\right)\mathbf{v}_{\alpha,k}, \quad \mathbf{p}_\alpha = \dfrac{1}{N_\alpha}\sum\limits_{k=1}^{N_\alpha} \mathbf{p}_{\alpha,k}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{r}_{\alpha,k}$, $\mathbf{p}_{\alpha,k}$, $\mathbf{v}_{\alpha,k}$, $q_{\alpha,k}$ и m_α – радиус-вектор, импульс, скорость, заряд и масса частицы, $\gamma_{\alpha,k}$ – релятивистский фактор, $v_{\alpha,k} = \left|\mathbf{v}_{\alpha,k}\right|$ – модуль скорости частицы, $\delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha,k}\right)$ – дельта-функция Дирака, описывающая плотность заряда частицы сорта α ($\alpha = "-"$ – для отрицательно заряженных частиц, $\alpha = "+"$ – для положительно заряженных частиц), N_α – число частиц сорта α.

Системы уравнений (2) и (3) дополняются необходимыми граничными и начальными условиями. В частности, статические части электрического и магнитного полей задаются стационарными распределениями и в расчетах не участвуют. Динамические части электрического и магнитного полей в начальный момент отсутствуют. На левой границе задается ТЕ-волна:

$$E_r = E_r\left(t\right). \tag{4}$$

На границах проводников выполняются условия:

$$\left[\mathbf{E} \times \mathbf{n}\right] = 0, \quad \left(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}\right) = 0. \tag{5}$$

На свободных границах условия принимают вид:

$$\left(\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\right) = 0, \quad \left(\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}\right) = 0. \tag{6}$$

Начальные условия для частиц задаются нулевые, за исключением ситуации, когда в генераторе изначально присутствует слой плазмы. В этом случае задается некоторое начальное распределение положительно и отрицательно заряженных частиц. Подробнее мы рассмотрим данный вопрос в разделе 4.

Граничные условия на эмиссионной поверхности для вновь появляющихся в результате эмиссии отрицательно заряженных частиц имеют вид:

$$q_{-,k} = -eC_e\left|\left(\varepsilon_a \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\right)\right|\Delta S, \quad \mathbf{v}_{-,k} = \bar{\mathbf{v}}_{-,k}, \quad \mathbf{p}_{-,k} = \bar{\mathbf{p}}_{-,k}. \tag{7}$$

Здесь $q_{-,k}$ – заряд новой отрицательно заряженной частицы, связанной с элементом эмиссионной поверхности (эмиссионным центром) с площадью ΔS,

e – заряд электрона, C_e – константа, характеризующая материал эмиттера, $\bar{\mathbf{v}}_{-,k}$ и $\bar{\mathbf{p}}_{-,k}$ – начальные скорость и импульс новой крупной частицы.

3. Численный алгоритм и параллельная реализация

Численная реализация предложенной модели проводилась для случая аксиальной симметрии в координатах *(r, z)*. При этом предполагалось, что выполняется условие независимости полей от азимутальной переменной φ. В основу численной реализации уравнений (2) был положен сеточный метод конечных объемов [8] на криволинейной декартовой сетке. Он сочетал явную схему FDTD [9, 10] для решения динамических уравнений Максвелла и известную схему "крест" для решения уравнения Пуассона. Последнее разрешалось итерационным методом Якоби с диагональной матрицей перехода [11]. Уравнения (3) были численно реализованы с помощью симметричной схемы Адамса второго порядка точности [11-13].

Отдельного внимания требует описание формы частиц. В нашем подходе использовалось следующее гауссово представление для плотности вероятности частицы, аппроксимирующей функцию $\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{\alpha,k}\right)$:

$$\begin{cases} \delta_{\alpha,k} = A_{\alpha,k} \exp\left[-R^2\left(r,z;r_{\alpha,k},z_{\alpha,k}\right)/R_p^2\right], \\ R\left(r,z;r_{\alpha,k},z_{\alpha,k}\right) = \sqrt{\left(r-r_{\alpha,k}\right)^2+\left(z-z_{\alpha,k}\right)^2}, \end{cases} \tag{8}$$

где $\left(r_{p,\alpha}=r_{p,\alpha}(t), z_{p,\alpha}=z_{p,\alpha}(t)\right)$ – текущие координаты частицы, R_p – эффективный радиус частиц, составляющий несколько шагов сетки ($R_p \sim n\cdot h$, $h=\sqrt{h_r^2+h_z^2}$, $n=1,2,3,\ldots$). Коэффициент нормировки $A_{p,\alpha}$ зависит неявно от времени и выбирается из условия:

$$\iint_{\Omega} \delta_{\alpha,k} r dr dz = 1. \tag{9}$$

Основной мотивацией нашего выбора стало то обстоятельство, что гауссово представление при определенных условиях является точным решением уравнений движения частиц (3).

На основе разработанной численной методики была создана параллельная программа. Программа реализована на языках программирования ANSI C и C++ и использует стандарты параллельных вычислений MPI и OpenMP. Технология распараллеливания базируется на методе разделения областей (DDM – Domain Decomposition Method) [14, 15] и алгоритмах динамической балансировки загрузки вычислителей (Dynamic Load Balancing) [16].

Технология DDM предполагает разбиение декартовой цилиндрической сетки на компактные домены одинаковой мощности. Во время вычислений каждый домен прикрепляется к конкретному MPI-процессу, который последовательно выполняет все вычисления по четырем блокам динамического алгоритма. В каждый фиксированный момент времени не все домены могут быть заняты частицами. Вследствие этого распределение сеточных доменов производится только между MPI-процессами. Когда в конкретный домен попадает некоторое количество частиц, они обрабатываются группой параллельных потоков CPU, организованных с помощью стандарта OpenMP. При этом если частиц немного, используется один поток. В противном случае добавляется такое число потоков, которое обеспечивает примерное равенство загрузки между MPI-процессами.

Поскольку частицы динамически переходят из одного домена в другой (то есть переходят в другой MPI-процесс), то возникает необходимость корректировки вычислительной нагрузки. Эту корректировку реализует алгоритм динамической балансировки загрузки. С его помощью на каждом шаге вычислений анализируются времена работы каждого MPI-процесса и изменяются количества частиц, траектории и формы которых будут рассчитываться на следующем шаге. Алгоритм предполагает плавное изменение этих характеристик (то есть принадлежит классу диффузионных методов динамической балансировки загрузки вычислителей) и подтвердил свою эффективность.

4. Результаты

В настоящем разделе рассмотрим два вопроса. Первый относится к уточнению параметров численной модели плазмы. Второй посвящен непосредственно результатам моделирования эмиссионных процессов.

Анализ численной модели уже проводился в работе [17]. Однако там рассматривались лишь основные свойства численного алгоритма, связанные с качеством реализации схемы FDTD и модели частиц (8). Результатом рассмотрения стала фиксация того факта, что основная физика процесса эмиссии в рамках предложенной численной реализации передается правильно на качественном уровне. Подбирая параметр эмиссии C_e в формуле (7), можно настроить численный алгоритм на конкретный материал эмиттера. Вследствие этого появляется возможность получить не только качественное, но и количественное совпадение тока эмиссии с его значениями, полученными в рамках натурного эксперимента.

Подобное рассмотрение необходимо выполнить при расчетах эмиссии в присутствии плазменного слоя. Однако здесь необходимо уточнить параметры численной модели плазмы. Такими параметрами являются разрешение сетки (пространственные шаги h_r, h_z и шаг по времени τ) и параметры плазмы в ячейке сетки (количество положительно заряженных плазменных центров – "мульти-ионов" внутри ячейки M_i, и количество отрицательно заряженных частиц в окружении мульти-иона – "мульти-электронов" M_e, расстояние между мульти-ионом и окружающими его мульти-электронами R_{ie}).

Для анализа ситуации на Рис. 2 показана упрощенная модель конструкции, содержащая плазменный сгусток в виде квадрата (см. рисунок 2 слева). Также приведено начальное расположение мульти-ионов и мульти-электронов для $M_i = 4$ (мульти-ионы располагаются в узлах квадратной декартовой сетки, $h_r = h_z = h$), $M_e = 8$ (8 мультиэлектронов окружают каждый мульти-ион) и для двух значений $R_{ie} = 0.33h, 0.033h$.

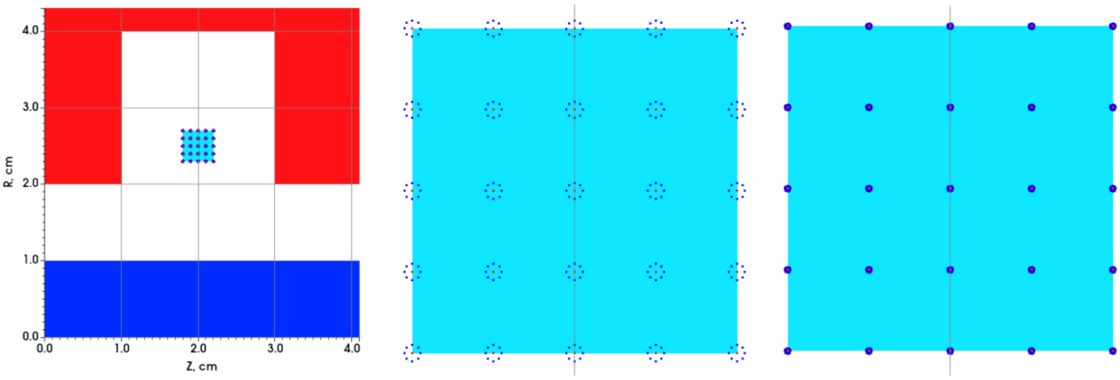


Рис. 2. Модельная геометрия (слева) и два варианта окружения иона (по центру и справа)

Остановимся теперь на выборе критерия, который будет использоваться для калибровки численной модели плазмы. Основная проблема нашей модели состоит в том, чтобы погрузить в нее данные о концентрации и температуре плазмы в равновесии. Например, если известно, что в разрабатываемой генераторной системе на первом этапе создается слой плазмы, то можно по параметрам его спектра определить плотность и температуру плазмы. В частности, типичными характеристиками для аргоновой плазмы являются концентрация порядка $N_{pl} = 10^{12}$ см$^{-3}$ и температура порядка $T_{pl} = 10^5$ К. Информацию о концентрации плазмы легко поместить в нашу модель путем задания суммарных зарядов мульти-ионов и мульти-электронов.

$$Q^+_{cell} = eN_{pl} \cdot V_{cell}, \quad Q^-_{cell} = -eN_{pl} \cdot V_{cell}, \quad V_{cell} = h_r h_z \cdot 2\pi r. \tag{10}$$

Здесь V_{cell} – трехмерный объем ячейки сетки, зависящий от ее расположения по радиусу. Определение зарядов конкретных мульти-ионов и мульти-электронов для фиксированной ячейки сетки производится по формулам:

$$q_{+,k} = Q^+_{cell} / M_i, \quad q_{-,k} = Q^-_{cell} / (M_i \cdot M_e). \tag{11}$$

Температура плазмы может быть помещена в нашу модель путем задания расстановки мульти-ионов и мульти-электронов. Дело в том, что каждая конкретная конфигурация сообщает системе определенную потенциальную энергию, запасенную первоначально в электрическом поле. Необходимо связать эту потенциальную энергию с кинетической энергией мульти-ионов и мульти-электронов плазмы, которая появится в результате эволюции плазмы в отсутствие внешних воздействий через некоторое продолжительное время.

Будем считать, что в разрабатываемой системе созданная на первом этапе плазма является идеальной и нерелятивистской. Однако равновесие в ней устанавливается за некоторое конечное время. Тогда вблизи точки равновесия можем считать, что температура плазмы подчиняется обычным законам термодинамики [18]:

$$\frac{3}{2}k_B T = \frac{1}{N_p}\sum_{k=1}^{N_p} m_{p,k}\left|\mathbf{v}_{p,k} - \bar{\mathbf{v}}_p\right|^2, \quad \bar{m}_p \bar{\mathbf{v}}_p = \frac{1}{N_p}\sum_{k=1}^{N_p} m_{p,k}\mathbf{v}_{p,k}, \quad \bar{m}_p = \frac{1}{N_p}\sum_{k=1}^{N_p} m_{p,k}. \quad (12)$$

Здесь T – температура плазмы, k_B – постоянная Больцмана, $m_{p,k}$ и $\mathbf{v}_{p,k}$ – массы и скорости частиц, $\bar{m}_p$ и $\bar{\mathbf{v}}_p$ – средние массы и скорости частиц. В рамках однотемпературной модели плазмы формулы (12) связывают скорости мульти-электронов и их общую температуру.

Рассмотрим теперь потенциальную энергию электрического поля, запасенную в первоначальной расстановке мульти-ионов и мульти-электронов. Ее можно найти, если рассмотреть энергию взаимодействия E_P одного мульти-иона с одни мульти-электроном [19]:

$$E_P = -\frac{q_i q_e}{4\pi\varepsilon_0}\Delta, \quad \Delta = \left|\frac{1}{\left|\mathbf{r}_{e,1}\right|} - \frac{1}{\left|\mathbf{r}_{e,2}\right|}\right|, \quad \left|\mathbf{r}_{e,l}\right| = \sqrt{\left(r_0 - r_{e,l}\right)^2 + \left(z_0 - z_{e,l}\right)^2}, \quad l = 1,2. \quad (13)$$

Здесь q_i и q_e – заряды мульти-иона и мульти-электрона, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, $\mathbf{r}_{e,l}$ – два крайних положения мульти-электрона при движении вокруг мульти-иона, $\left(r_0, z_0\right)$ – положение мульти-иона. Величину Δ при движениях вдоль оси z можно оценить следующим образом:

$$\Delta = \left|\frac{1}{\sqrt{r_0^2 + \left(z_0 + \delta\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_0^2 + \left(z_0 - \delta\right)^2}}\right| \approx \frac{2z_0\delta}{\left[r_0^2 + z_0^2\right]^{3/2}} = G_0\delta. \quad (14)$$

Здесь δ фактически совпадает с радиусом R_{ie}, G_0 – геометрический параметр. Аналогично можно рассмотреть движение мульти-электрона по поперечной координате. В итоге можно связать температуру среднего мульти-электрона в квазиравновесии с первоначальной потенциальной энергией с помощью приближенного выражения:

$$-\frac{q_i q_e}{4\pi\varepsilon_0} G_0 R_{ie} \approx \frac{3}{2} k_B T_e. \tag{15}$$

Перейдем теперь к численному анализу результатов расчетов равновесия плазмы при различных стартовых параметрах. Для этого рассмотрим модельную геометрию, изображенную на Рис. 3. На электродах (отмечены на рисунке красным и синим цветами) напряжение отсутствует. Концентрация плазмы равна $N_{pl} = 10^{12}$ см$^{-3}$. Стартовые скорости мульти-ионов и мульти-электронов равны 0. Будем варьировать параметры пространственно-временной сетки и параметры модели плазмы в целях получения температуры электронов, близкой к $T_{pl} = 10^5 K$. При этом будем следить за температурой мульти-ионов. Эта температура стартует с нулевых значений и эволюционирует медленно, но именно она показывает время начала развития неустойчивости расчета.

Первая серия расчетов была связана анализом влияния разрешения сетки. Для этого были выбраны параметры плазмы $R_{ie} = 0.33h$, $M_i = 4$, $M_e = 8$ и учитывалось условие согласования шагов по времени с величиной шагов по пространству $\tau = \alpha h$. При разрешении сетки $h_0 = 0.1$ см шаг по времени составлял $\tau_0 = 0.25$ пс (данное соотношение выбрано из условия возможности расчета электромагнитных полей с амплитудами порядка 500 кВ/см и 1 Тл в наносекундном диапазоне времен). Результаты расчета динамики температуры мульти-ионов представлены на Рис. 4. Они показывают, что согласованное измельчение сетки по пространству и времени приводит к увеличению диапазона устойчивости расчета, однако лишь до определенного предела. Дальнейшее измельчение оказывается нецелесообразным, поскольку не приводит к нужному результату. К тому же измельчение сетки приводит к нелинейному увеличению вычислительных затрат. В частности, если измельчить сетки в 2 раза ожидается 8-кратное увеличение вычислительных затрат. Однако ввиду наличия блока расчета, связанного с частицами плазмы, эти затраты возрастают более чем в 10 раз.

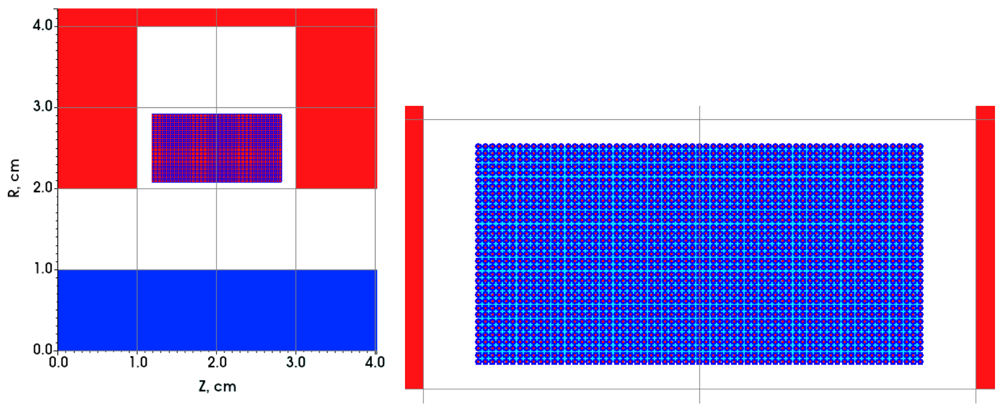


Рис. 3. Модельная геометрия (слева) и начальная расстановка мульти-ионов и мульти-электронов (справа)

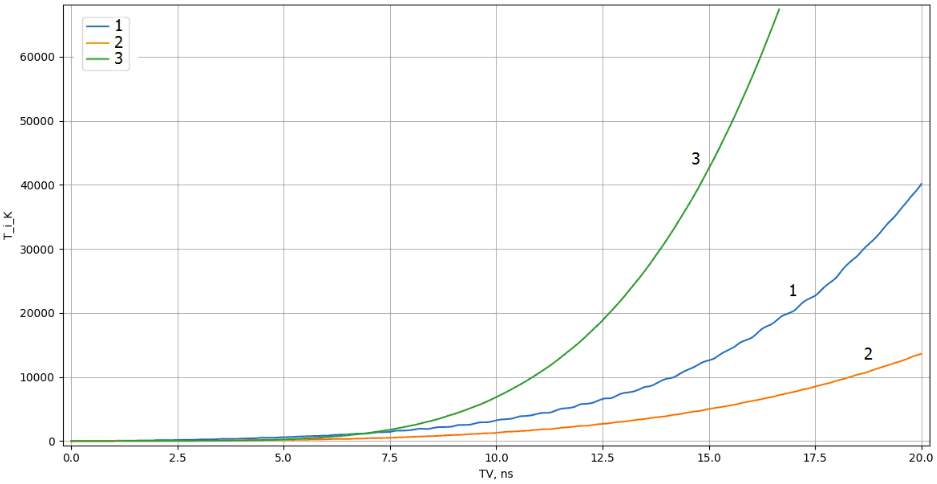


Рис. 4. Эволюция температуры ионов плазмы для h / h_0 = 1, 0.5, 0.25, τ / τ_0 = 1, 1, 0.5 (кривые 1-3)

Вторая серия расчетов была связана с анализом влияния параметров плазмы на устойчивость вычислений при фиксации параметров сетки $h = h_0$, $\tau = \tau_0$. Прежде всего исследовалось влияние количества мульти-ионов в ячейке M_i при фиксированном $M_e = 8$ и $R_{ie} = 0.33 h_0 / M_i$. На Рис. 5 показана эволюция температуры мульти-ионов для значений $M_i = 1, 2, 4, 8$ в этих случаях. Как видно из рисунка, добавление мульти-ионов в ячейку приводит к более существенному повышению вычислительной устойчивости по сравнению с увеличением разрешения сетки. При этом вычислительная емкость блока сеточной электродинамики не изменяется. Изменяется лишь время обработки уравнений для частиц.

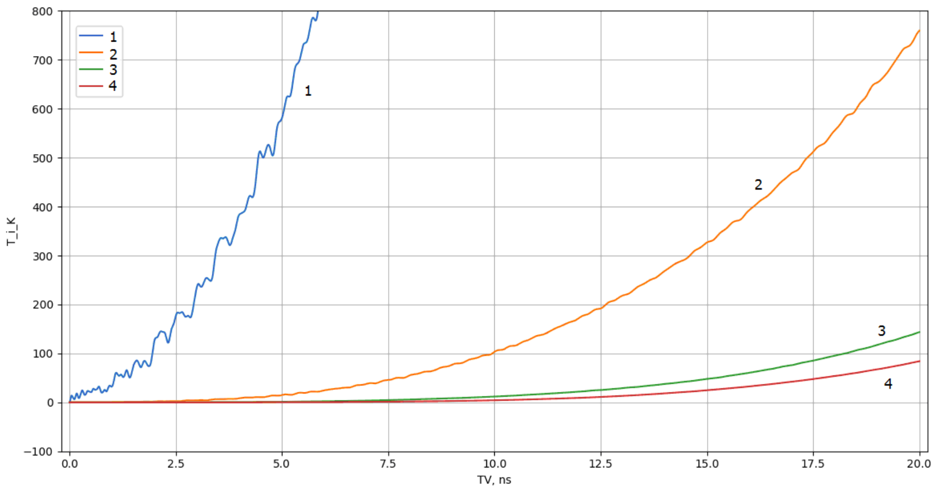


Рис. 5. Эволюция температуры ионов плазмы для количества мульти-ионов в ячейке сетки $M_i = 1, 2, 4, 8$ (кривые 1-4)

Аналогичный результат нами был получен при варьировании параметров R_{ie} и M_e. В результате мы остановились на параметрах сетки $h = h_0$, $\tau = \tau_0$ и параметрах плазмы $M_i = 25$, $M_e = 8$, $R_{ie} = 0.1h_0$, при которых равновесная температура ионов не превышает 300 К в течение времени как минимум 20 нс.

Третья серия расчетов была посвящена моделированию развития РЭП в условиях отсутствия и в присутствии плазмы. Для этого были заданы параметры: амплитуда входящей слева ТЕМ-волны E_r составляла 511 кВ/см, форма импульса была трапециевидной (см. ниже), длительность импульса составляла 2 нс, постоянное магнитное поле имело компоненту B_z, равную 0.025 Т. Толщина плазменного слоя составляла 8 мм, длина 25 см.

Рассмотрим эволюцию процесса эмиссии. На Рис. 6 и 7 показаны распределения электронов в характерные моменты времени. Как видно из рисунков, эмиссия электронов начинается последовательно с левого конца эмиттера (катода) и продвигается вдоль всей его поверхности. Отойдя от эмиттера, электроны разгоняются полем и либо достигают анода, либо сначала пробивают слой плазмы и уходят в анод. Как можно видеть, во втором случае электроны пучка отодвигают электроны плазмы к аноду, что наблюдается и в экспериментах. Следует также отметить, что наличие коллектора справа приводит к замыканию цепи и стимулирует вторичную эмиссию на правом торце катода. Окончание импульса приводит к перераспределению электронных потоков в сторону коллектора и общему затуханию эмиссионных процессов.

На Рис. 8 приведены форма импульса ТЕМ-волны и эволюция полного тока эмиссии в рассмотренных двух ситуациях. По диапазону значений они соответствуют теоретическим оценкам и расчетным данным работы [6]. При этом во втором случае наблюдается некоторое увеличение эмиссионного тока, стимулируемое наличием плазменного слоя. Количественные различия могут быть связаны с отсутствием точных данных о параметрах плазмы и материалах эмиттера и коллектора. Тем не менее основные характеристики процесса эмиссии воспроизводятся в представленной нами численной модели достаточно реалистично.

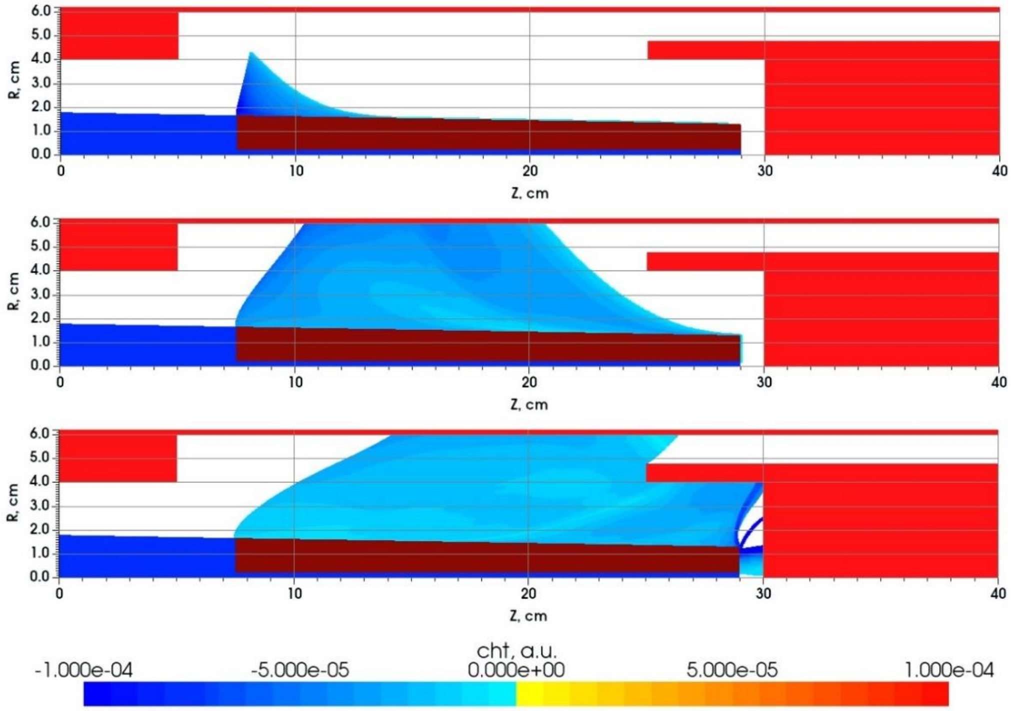


Рис. 6. Распределения плотности электронов в моменты времени t=0.5, 1.0, 1.5 нс (расположены сверху вниз) при отсутствии плазменного слоя

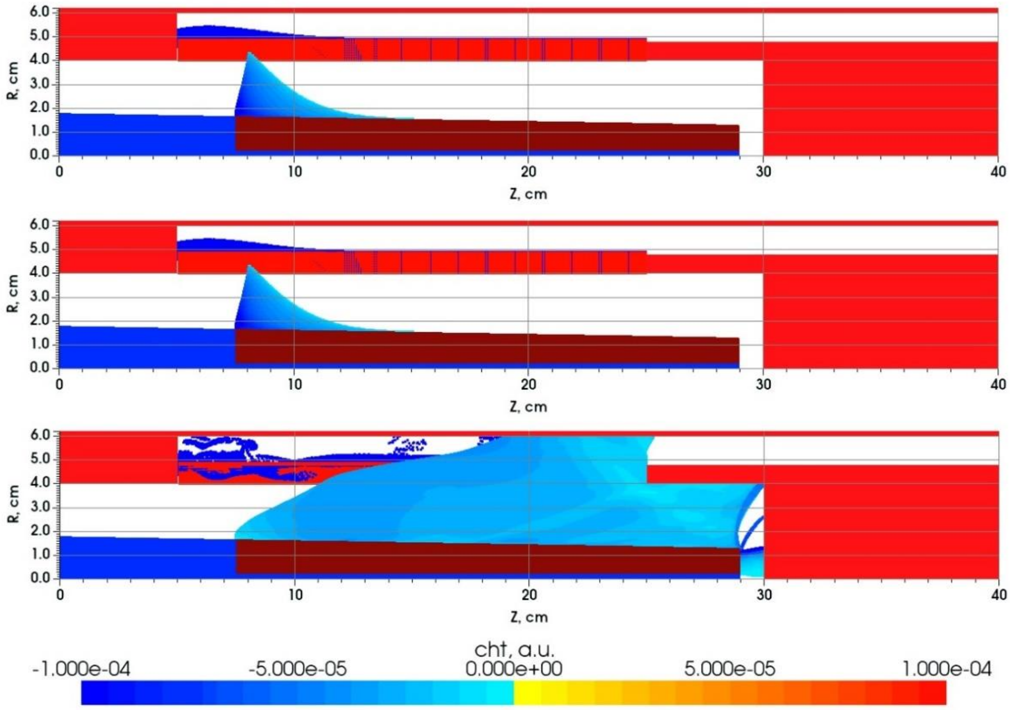
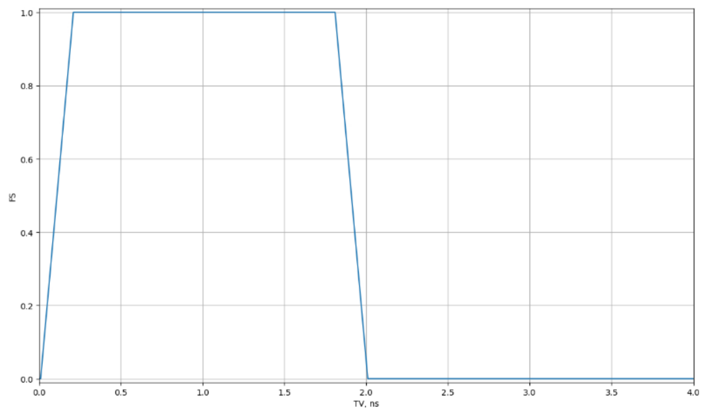


Рис. 7. Распределения плотности электронов в моменты времени t=0.5, 1.0, 1.5 нс (расположены сверху вниз) в присутствии плазмы



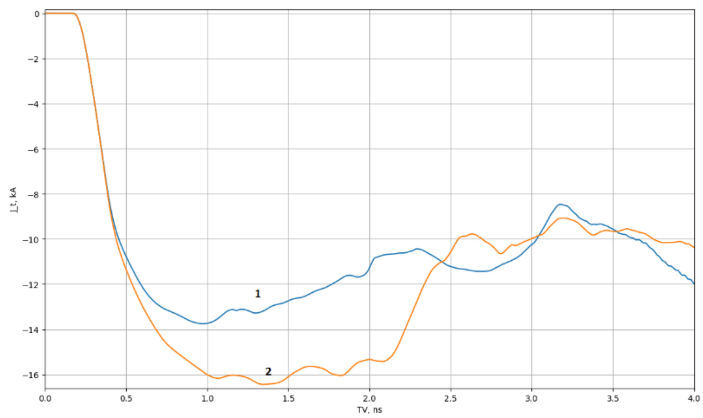


Рис. 8. Зависимости полного тока эмиссии от времени (внизу) при трапециевидном импульсе ТЕМ-волны (вверху). Цифры 1 и 2 соответствуют результатам расчета в условиях отсутствия и присутствия плазменного слоя

Заключение

Рассмотрена проблема моделирования процессов электронной эмиссии в сильных электромагнитных полях. Для ее решения разработаны новая компьютерная модель и численный алгоритм, сочетающий в себе методы сеток и частиц. Выполнена параллельная программная реализация разработанной численной методики. В качестве верификации компьютерной модели выбрана задача об эволюции аргоновой плазмы в отсутствие внешних воздействий. Это позволило уточнить механизм численного задания плазмы и установить истинную точность ее воспроизведения кодом. С помощью разработанного программного инструментария проведены предварительные расчеты процесса эмиссии в коаксиальном диоде с магнитной самоизоляцией. Сравнение результатов расчетов с работами других исследователей подтвердило эффективность предложенной численной методики.

Библиографический список

1. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. Mathematical modeling. - Moscow: Science. Fizmatlit, 1997. - 320 p.
2. Ibragimov I.M., Kovshov A.N., Nazarov Yu.F. Fundamentals of computer modeling of nanosystems: a tutorial. St. Petersburg: Publishing house "Lan’", 2010. - 384 p

3. Vasiliev V.V. Mechanics of structures made of composite materials. - Moscow: Mashinostroenie, 1988. 272 p.
4. Kerber M.L. Polymer composite materials. Structure. Properties. Technologies. - St. Petersburg: Profession, 2008. 560 p.
5. Наноматериалы: свойства и перспективные приложения / Ярославцев А.Б. (ред.) - М.: Научный мир, 2014. 449 с. ISBN 978-5-91522-393-5 (https://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_1922996#1).
6. Belov A.A., Loza O.T., Lovetskiy K.P., Karnilovich S.P., Sevastianov L.A. Numerical simulation of cold emission in coaxial diode with magnetic isolation // Discrete & Continuous Models & Applied Computational Science, 2022, V. 30, No. 3, pp. 217-230.
7. Mesyats G.A. Explosive electron emission. – M.: Fizmatlit, 2011. 280 p
8. Eymard R., Gallouet T.R., Herbin R. The finite volume method, In: Handbook of Numerical Analysis, 7, 713-1020 (eds. P. G. Ciarlet, J. L. Lions; North Holland Publishing Company, Amsterdam, 2000).
9. Birdsall C.K., Langdon A.B. Plasma Physics via Computer Simulation. – New-York, McGraw-Hill book. 1985. P. 479.
10. Taflove Allen, Hagness Susan C. Computational Electrodynamics. The Finite-Difference Time-Domain Method. Third Edition. - Artech House. 2005. P 1038.
11. Samarskii A.A., The Theory of Difference Schemes. 1st Ed. (CRC Press, Boca Raton, 2001)
12. Monaghan J.J. An introduction to SPH. // Computer Physics Communications. 1988. V. 48, p. 88-96.
13. Jianguo Wang, Dianhui Zhang, Chunliang Liu, Yongdong Li, Yue Wang, Hongguang Wang, Hailiang Qiao, Xiaoze Li. UNIPIC code for simulations of high power microwave devices // Physics of Plasmas. 2009. № 16, p. 1-11
14. Smith B.F. Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations / In: Keyes, D.E., Sameh, A., Venkatakrishnan, V. (eds) Parallel Numerical Algorithms. ICASE/LaRC Interdisciplinary Series in Science and Engineering, vol 4. Springer, Dordrecht, 1997. P. 225-243.
15. Dolean V., Jolivet P., Nataf F. An Introduction to Domain Decomposition Methods: algorithms, theory and parallel implementation. Master. France. 2015. P. 289. https://hal.science/cel-01100932v6.
16. Alakeel A. A. Guide to Dynamic Load Balancing in Distributed Computer Systems // International Journal of Computer Science and Network Security (IJCSNS). 2009, v. 10, No. 6, pp. 153-160.
17. Поляков С.В., Тарасов Н.И., Кудряшова Т.А. Моделирование эмиссионных процессов в сильных электромагнитных полях // Журнал Вычислительной Математики И Математической Физики, 2023, том 63, No 8, с. 123-135.
18. Landau L.D., Lifshitz E.M. Statistical Physics (Course of Theoretical Physics, Volume 5, 3rd ed.). – Oxford, Butterworth-Heinemann, 1980.
19. Landau L.D., Lifshitz E.M. Electrodynamics of Continuous Media (Course of Theoretical Physics, Volume 8, 2nd ed.). – Oxford, Butterworth-Heinemann, 1984.

Оглавление