



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 78 за 2023 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А.И. Стрельцов, А.В. Грушевский,
М.В. Захваткин

Адаптивные методы
определения орбит и
идентификации маневров КА
в области ГСО с
использованием оптических
измерений

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Стрельцов А.И., Грушевский А.В., Захваткин М.В. Адаптивные методы определения орбит и идентификации маневров КА в области ГСО с использованием оптических измерений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2023. № 78. 14 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2023-78>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2023-78>

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

А.И. Стрельцов, А.В. Грушевский, М.В. Захваткин

**Адаптивные методы определения орбит
и идентификации маневров КА
в области ГСО с использованием
оптических измерений**

-

Москва — 2023

Стрельцов А.И., Грушевский А.В., Захваткин М.В.

Адаптивные методы определения орбит и идентификации маневров КА в области ГСО с использованием оптических измерений

В статье представлены современные методики решения задачи определения параметров движения маневрирующего КА с использованием траекторных оптических измерений и анализа маневров КА в области ГСО, синтеза основных критериев их классификации, получения соответствующих оценок затрат характеристической скорости.

Описан высокоэффективный алгоритм фиксации уводов с проверкой выполнения требований ГОСТ и ISO.

Ключевые слова: ГСО, КА, маневры КА, анализ маневров, оптические измерения

Streltsov A.I., Grushevskii A.V., Zakhvatkin M.V.

Adaptive methods for orbit determination and identification of maneuvers in GEO using optical measurements

The article presents modern methods for solving the problem of determining the motion parameters of a maneuvering spacecraft using trajectory optical measurements and analysis of spacecraft maneuvers in GEO, synthesis of the main criteria for their classification, and obtaining appropriate estimates of the cost of characteristic velocity.

A highly efficient algorithm for fixing leads with verification of deorbit with GOST and ISO requirements is described.

Key words: GEO, spacecraft, maneuver, maneuver analysis, optical measurements

Работа выполнена при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики, Соглашение с Министерством науки и высшего образования РФ № 075-15-2022-283

Оглавление

Введение	3
Модель движения КА.....	4
Уточнение параметров движения	6
Анализ маневров и уводов КА в области ГСО.....	7
Заключение.....	12
Библиографический список.....	13

Введение

К настоящему времени проблема мониторинга космических объектов (КО) в околоземном пространстве обретает глобальный характер и первостепенность в силу ее непосредственной связи как с обеспечением безопасности запуска новых космических аппаратов (КА), так и с необходимостью поддержания стабильного функционирования их околоземной инфраструктуры различного назначения. Поэтому проблематика выявления, идентификации и сопровождения КО, а также вероятностной оценки возможности их коллизий является одной из наиболее актуальных и востребованных в области современной астродинамики. На базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН эффективно работает сегмент мониторинга опасных ситуаций в динамике околоземных КО различных орбитальных локаций, традиционно фрагментируемых на кластеры геостационарных орбит (ГСО), средневисотных орбит (СВО) и высокоэллиптических орбит (ВЭО). Сегмент имеет свою обширную, сосредоточенную по всему миру сеть оптических телескопов (с поддержкой телескопов партнеров). По результатам его оптических измерений формируется база данных по орбитам всех КО в зоне ответственности сегмента с историей изменения параметров. Специалистами сегмента мониторинга проводятся определения орбиты КО в результате оптических измерений, расчет опасных сближений, прогноз сближений на неделю вперед, контроль уводов, разрушений и анализ маневров КА. Особое значение здесь приобретает необходимый учет заранее непрогнозируемых движений активно маневрирующих объектов.

Задача определения параметров движения космического аппарата, активно маневрирующего на орбите, по траекторным измерениям при условии полного отсутствия информации о совершенных маневрах или по работе двигательной установки (ДУ) в общем случае не может быть решена с адекватной точностью, сопоставимой с точностью решения задачи пассивно движущегося КО по идентичному набору измерительной информации [1-5]. Соответствующая траектория может значительно отклониться от исходного фазового пучка траекторий, подверженного номинальному гравитационному рассеянию лунно-солнечных и геопотенциальных возмущений [6-7].

Среди частных случаев, когда достаточно точное решение может быть получено, можно выделить следующий важный подкласс. Траекторная информация о движении КА поступает постоянно на рассматриваемом интервале времени и позволяет локально определять параметры движения КА на сверхкоротких интервалах времени, допуская так называемые кинематические решения задачи определения орбиты. Примером описанного случая является движение КА на низкой околоземной орбите (НОО), параметры которого определяются по измерениям псевдодальности от четырех и более одновременно доступных навигационных КА. В данном случае решение задачи не зависит от характера выполняемых маневров, по крайней

мере до тех пор, пока движение КА происходит в непрерывном навигационном поле.

Также существуют подходы к решению вышеуказанной задачи, в рамках которых движение КА может быть разбито на продолжительные участки пассивного полета, причем для каждого из них имеется достаточный набор измерительной информации для независимого определения параметров движения. Маневрирование в таком случае происходит на сравнительно коротких интервалах времени. Параметры маневров уточняются наряду с остальными параметрами движения КА.

В более общем случае, когда движение КА сопровождается продолжительными включениями двигателей малой тяги, состав измерительной информации не позволяет определять параметры движения на коротких интервалах времени, на которых влияние работы ДУ пренебрежимо мало или может быть параметризовано простым способом. В этом случае получение корректной оценки параметров движения КА является затруднительным, что требует разработки новых подходов к решению указанной задачи.

С увеличением популярности использования двигателей малой тяги на околоземных КА различного назначения растет и актуальность решения подобной задачи в контексте проблемы контроля космического пространства [8-11]. Для большинства наблюдаемых активно маневрирующих КА отсутствует информация о параметрах работы ДУ, а вся информация о характере соответствующего возмущенного движения КА и параметрах этого возмущения может быть получена только из траекторных измерений.

Модель движения КА

Необходимым условием для решения задачи определения параметров движения маневрирующего КА по траекторным измерениям является параметризация выполняемых маневров к модели движения КА. Поскольку мы предполагаем отсутствие внешней информации о проводимых маневрах, то для параметрического описания возмущений от работы ДУ КА предлагается достаточно общая модель, допускающая широкий спектр программ управления движением КА [3]. Предполагаемое возмущение движения центра масс КА записывается в следующем виде:

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{X}, t) \cdot \mathbf{a}_e(t),$$

где $\mathbf{X} = [\mathbf{r}^T, \mathbf{v}^T]^T$ — текущий вектор состояния центра масс КА, соответствующий моменту времени t , $\mathbf{B}$ — известная ортогональная матрица 3×3 , осуществляющая преобразования из системы координат (СК), в которой задано ускорение $\mathbf{a}_e$ к СК, в которой формулируются уравнения движения центра масс КА, $\mathbf{a}_e$ — вектор-функция возмущающего ускорения движения центра масс КА, определяемая следующим образом:

$$\mathbf{a}_e(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_{e,i}(t),$$

где каждый вектор ускорения в сумме описывается выражением

$$\mathbf{a}_{e,i}(t) = \begin{cases} [a_{i,x}, a_{i,y}, a_{i,z}]^T & t_{i-1} < t \leq t_i, \\ \mathbf{0}, & t \notin (t_{i-1}, t_i) \end{cases}$$

Таким образом, постоянные значения $\mathbf{q}_e = [a_{i,x}, a_{i,y}, a_{i,z}]$, $i = 1, \dots, n$ вместе с моментами времени t_i , $i = 1, \dots, n$ определяют кусочно-постоянную функцию дополнительного ускорения КА в известной СК, переход из которой осуществляется при помощи матрицы поворота $\mathbf{B}(\mathbf{X}, t)$.

Уравнения движения центра масс КА с учетом введенного ускорения записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{v}, \\ \dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{f}(\mathbf{X}, t, \mathbf{q}_d) + \mathbf{B}(\mathbf{X}, t) \cdot \mathbf{a}_e(t), \end{aligned}$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{X}, t, \mathbf{q}_d)$ — функция, описывающая ускорение центра масс КА под действием естественных факторов, таких как центральное и нецентральное гравитационное поле Земли, гравитационное влияние Луны и Солнца, давление солнечного излучения, торможение в атмосфере Земли (на высотах ниже 1500 км). Параметры динамической модели $\mathbf{q}_d$ включают коэффициент давления солнечной радиации и баллистический коэффициент (для случая, если торможение в атмосфере имеет место).

Среди гравитационных возмущений учитывается нецентральная часть геопотенциала, гравитация Луны, Солнца и планет, изменение гравитационного поля вследствие деформации Земли под действием притяжения Луны и Солнца (твердые приливы), дополнительное возмущающее ускорение, вызванное эффектами общей теории относительности. Негравитационные возмущения включают давление солнечного излучения, давление излучения Земли и торможение в атмосфере Земли на участках ниже 1500 км над поверхностью.

Гравитационное поле Земли представлено разложением геопотенциала по сферическим функциям в соответствии с моделью EGM-96 до гармоник степени 75 и порядка 75. Для получения координат Луны, Солнца и планет используются таблицы, основанные на теории движения Луны и планет DE421 [12]. Для описания влияния приливных сил используется модель, учитывающая деформацию Земли в направлении возмущающего тела (Луны или Солнца), в форме первого члена в разложении потенциала по сферическим функциям [4].

Дополнительное релятивистское ускорение, обусловленное использованием геоцентрической системы, рассчитывается согласно рекомендациям [13]. Давление излучения Земли учитывается согласно [14], поверхность Земли при этом разбивается на 18×9 участков с постоянными коэффициентами альбедо. Расчет плотности атмосферы осуществляется на основе модели рекомендованной ГОСТ Р 25645.166-2004.

Уточнение параметров движения

Описание движения центра масс КА, происходящего в соответствии с уравнениями из предыдущего пункта, требует знания следующих параметров:

- вектор состояния КА $\mathbf{X}_0$ на выбранный момент времени t_0 ($\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$);
- параметры динамической модели $\mathbf{q}_d$,
- параметры $\mathbf{q}_e$, описывающие функцию дополнительного ускорения КА $\mathbf{a}_e(t)$.

Ни один из перечисленных параметров не является заранее известным и должен быть определен по траекторным измерениям. Таким образом, вектор уточняемых параметров КА записывается в виде

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{X}_0^T, \mathbf{q}_d^T, \mathbf{q}_e^T]^T.$$

Каждый из параметров $q_i \in \mathbf{Q}$ влияет на расчетную траекторию КА и, следовательно, может влиять на расчетные значения имеющихся траекторных измерений.

Массив траекторных измерений обозначим вектором Ψ_o , массив их расчетных аналогов, зависящих от параметров движения $\mathbf{Q}$, обозначим вектором $\Psi_c(\mathbf{Q})$. В общем случае задача определения параметров $\mathbf{Q}$ сводится к минимизации вектора невязок квадратичной формы вида

$$(\Psi_o - \Psi_c(\mathbf{Q}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot (\Psi_o - \Psi_c(\mathbf{Q})) \rightarrow \min,$$

где матрица $\mathbf{P}$ играет роль весовой матрицы и обычно принимается равной обращенной ковариационной матрице случайного вектора Ψ_o для достижения определенных оптимальных свойств оценки вектора $\mathbf{Q}$.

Задача оценки вектора $\mathbf{Q}$ в указанной постановке является плохо обусловленной из-за включения параметров дополнительного ускорения $\mathbf{q}_e$. Для решения задачи допустимые значения параметров $\mathbf{q}_e$ ограничиваются с помощью введения дополнительной априорной информации об ускорении следующего вида. Параметры $\mathbf{q}_e$ распределены таким образом, что математическое ожидание любого вектора $\mathbf{a}_i = (a_{i,x}, a_{i,y}, a_{i,z})$ равно нулю, а его второй момент описывается ковариационной матрицей $\mathbf{C}_i$. В этом случае задача оценки вектора $\mathbf{Q}$ сводится к поиску минимума функционала

$$(\Psi_o - \Psi_c(\mathbf{Q}))^T \cdot \mathbf{P} \cdot (\Psi_o - \Psi_c(\mathbf{Q})) + \sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i^T \cdot \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{a}_i \rightarrow \min,$$

где $\mathbf{P}_i = \mathbf{C}_i^{-1}$ — весовые матрицы для ускорений. Значения элементов ковариационных матриц $\mathbf{C}_i$ выбираются таким образом, чтобы соответствовать

ускорениям, создаваемым ДУ малой тяги КА, или средним затратам характеристической скорости КА за единицу времени. В самом простом случае все матрицы $\mathbf{C}_i$ равны между собой, имеют диагональный вид с одинаковыми диагональными элементами σ_e^2 , где σ_e имеет величину от $10^{-4} - 10^{-7}$ м/с².

Задача минимизации решается известными способами [1]. Для поиска минимума, в частности, необходимо вычисление частных производных $\partial\Psi_o(\mathbf{Q})/\partial\mathbf{Q}$. Последнее сводится к вычислению $\partial\mathbf{X}/\partial\mathbf{Q}$, для вычисления которых необходимо интегрировать уравнения в вариациях вида:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q_j}\right) &= \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q_j}, \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q_j}\right) &= \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial q_j} + \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial q_j} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{B} \cdot \frac{\partial\mathbf{a}}{\partial q_j}.\end{aligned}$$

Вычисление частных производных $\partial\mathbf{a}/\partial q_j$ является тривиальным, так как выражение может принимать исключительно значения 1 и 0. Прочие производные могут быть выражены с помощью $\partial\mathbf{X}/\partial q_j$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial q_j} &= \frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial\mathbf{X}}{\partial q_j}, \\ \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial q_j} &= \left(\frac{\partial\mathbf{e}_1}{\partial\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial\mathbf{X}}{\partial q_j}, \frac{\partial\mathbf{e}_2}{\partial\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial\mathbf{X}}{\partial q_j}, \frac{\partial\mathbf{e}_3}{\partial\mathbf{X}} \cdot \frac{\partial\mathbf{X}}{\partial q_j} \right),\end{aligned}$$

здесь $\partial\mathbf{f}/\partial\mathbf{X}$ являются известными вычислимыми функциями, а $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{e}_3$ определяют базисные вектора системы координат, в которой задано дополнительное ускорение. В общем случае орты этой системы координат могут зависеть от текущего вектора положения, например, в случае описания дополнительных ускорений в орбитальной системе координат, и соответствующая матрица $\partial\mathbf{B}/\partial q_j$ не является нулевой.

Анализ маневров и уводов КА в области ГСО

В сегменте мониторинга опасных ситуаций на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН в области ГСО (помимо прочих штатных орбитальных локаций) происходят сбор и обработка оптической информации, полученной от средств мониторинга оптической сети [2]. Далее осуществляется контроль маневров и уводов с их анализом.

Анализ маневров и уводов осуществляется сравнением измерения параметров орбиты за текущие и прошлые сутки. При этом используются реальные изменения параметров орбиты, полученные в результате решения краевой задачи определения орбиты по результатам оптических измерений на текущих сутках, описанной в разделе 1, и параметры, полученные путем интегрирования вчерашней орбиты до момента текущего крайнего измерения. Если разница изменений параметра орбиты превышает пороговое значение, то идентифицируется маневр. Например:

$$\begin{aligned}
d_{param}^{real} &= |param_t^{real} - param_{t-1}^{real}| \\
d_{param}^{pas} &= |param_t^{pas} - param_{t-1}^{real}| \\
d_{param}^{real} - d_{param}^{pas} &< 10 - \text{passive motion} \\
10 \leq d_{param}^{real} - d_{param}^{pas} &< 100 - \text{correction} \\
d_{param}^{real} - d_{param}^{pas} &\geq 100 - \text{maneuver}
\end{aligned} \tag{1}$$

где:

- d_{param}^{real} – реальная разница изменения параметра орбиты. Вычисляется решением краевой задачи определения орбиты по результатам оптических измерений за текущие и предыдущие сутки, проинтегрированным на один и тот же момент времени;
- d_{param}^{pas} – разница изменения параметра орбиты для случая пассивного движения. Вычисляется решением краевой задачи определения орбиты по результатам оптических измерений за текущие сутки, в сравнении с орбитой за предыдущие сутки, проинтегрированным на один и тот же момент времени.

Для оценки маневров в области ГСО рекомендуется использовать следующий набор параметров орбиты: большая полуось, эксцентриситет и наклонение орбиты (только в случае реального значения больше 2 градусов).

Для определения перегона осуществляется контроль долготы восходящего узла и дрейфа орбиты, определенного по формуле:

$$\begin{aligned}
drift = \min\{99,9, & \quad -0.25 \cdot |1140 \cdot T - 143,2|\} \\
& \cdot \text{sign}\{1440 \cdot T - 1436,2\},
\end{aligned} \tag{2}$$

где T – период орбиты в минутах.

Увод КА в области ГСО фиксируется в момент, когда объект покидает пределы защищаемой зоны [8]. Превышение высоты перигея орбиты захоронения над высотой геостационарной орбиты, км, рассчитывают по формуле (3):

$$\Delta H_{\pi} = 235 + (1000 \cdot C_R \cdot A/m) \quad , \tag{3}$$

где:

- первое слагаемое – сумма верхнего предела защищаемой области ГСО по ее высоте (200 км) и максимальных отклонений орбиты КА вследствие лунно-солнечных и геопотенциальных возмущений (35 км),
- C_R – коэффициент давления солнечного излучения, кг/м (обычно в пределах 1–2),
- A/m – отношение площади поперечного сечения КА к его массе после прекращения штатного функционирования и проведения пассивации, м²/кг.

После проведения увода орбита КА и орбитальных ступеней ракеты-носителя (РН) должна иметь высоту перигея над ГСО, достаточную для того, чтобы возмущающие силы не явились причиной возврата КА и орбитальных ступеней РН в защищаемую область ГСО в течение 100 лет.

Эксцентриситет орбиты увода отработавших КА и орбитальных ступеней РН с ГСО не должен превышать 0,003.

Расчет затрат характеристической скорости производится при допущении, что был осуществлен некомпланарный 2-импульсный гомановский перелет, производится по формулам [5]:

$$\tilde{r} = \frac{r_{\alpha}^{final}}{r_{\pi}^{initial}};$$

$$\Delta V_{\Sigma} = \sqrt{\frac{1+3\tilde{r}}{1+\tilde{r}}} - 2\sqrt{\frac{2\tilde{r}}{1+\tilde{r}}} + \frac{1}{\tilde{r}} \sqrt{\frac{3+\tilde{r}}{1+\tilde{r}}} - 2\sqrt{\frac{2}{1+\tilde{r}}} \cos(\Delta i), \quad (4)$$

где:

- r_{α}^{final} – радиус апогея конечной орбиты;
- $r_{\pi}^{initial}$ – радиус перигея начальной орбиты;
- Δi – разница наклонений начальной и конечной орбит.

Если на каких-либо сутках анализа поведения КА происходит фиксация маневра или коррекции орбиты по формуле (1), то рассчитываются затраты характеристической скорости по формуле (2). Итоговые затраты получаются суммированием затрат на каждый перелет за рассматриваемый период времени.

В табл. 1 представлен список рассматриваемых в качестве примера высокоманеврирующих КА в области ГСО с оценкой суммарных затрат характеристической скорости за период с 01/01/2023 по 21/11/2023. На рис. 1-4 приведены графики изменения параметров орбит этих КА.

Результат анализа маневров КА в области ГСО

Номер ИПИМ	25071	37237
Номер NORAD	25071	37237
Номер COSPAR	1997-076A	2010-065A
Название КА	ASTRA -1G	HYLAS-1
Суммарные затраты ΔV	323.270 м/с	104,830 м/с
Количество маневров	3	13
Количество коррекций	14	20
Количество перегонов	0	3
Увод	13/06/2023	—

25071 / 25071 / 1997-076A / ASTRA 1G
Period calculation 01/01/23 - 21/11/23

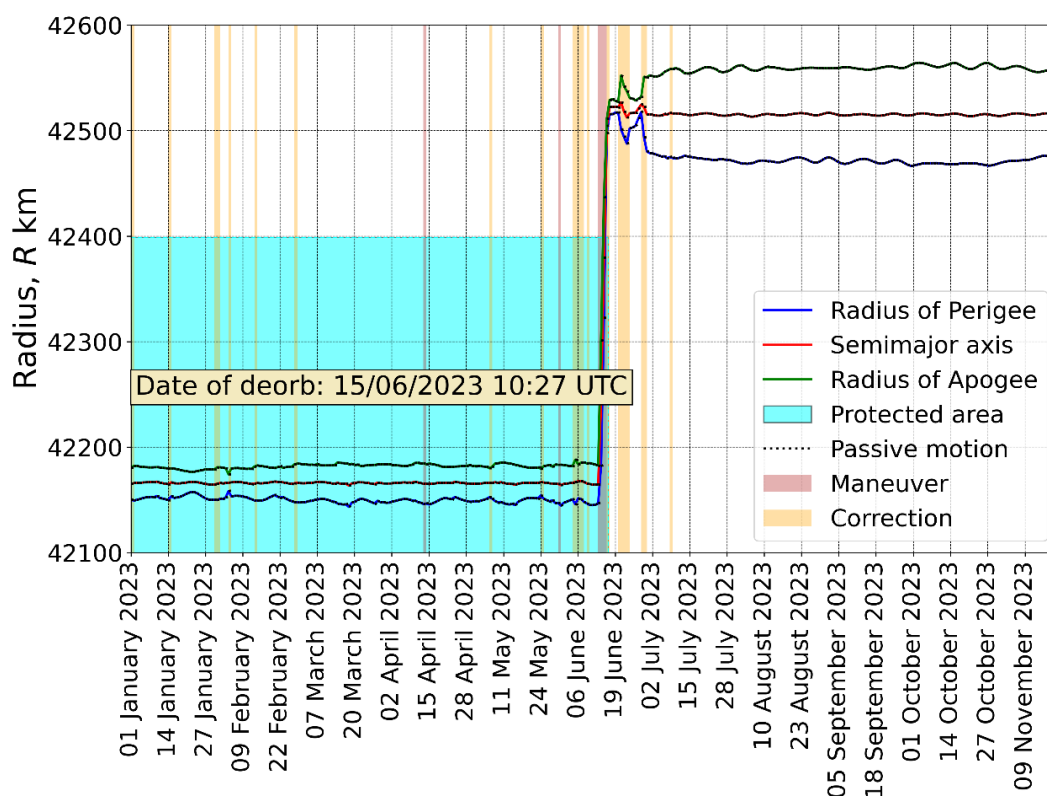


Рис. 1. Изменение параметров орбиты КА 25071 – ASTRA –1G

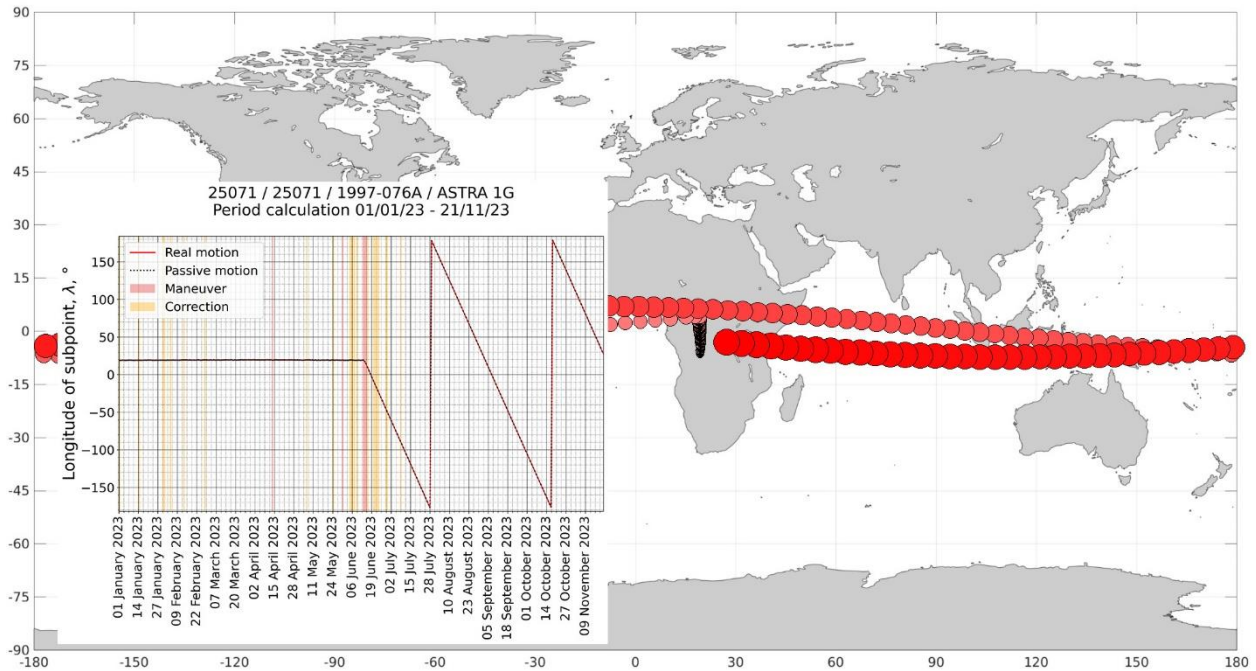


Рис. 2. Изменение положения КА 25071 – ASTRA –1G в проекции на Землю

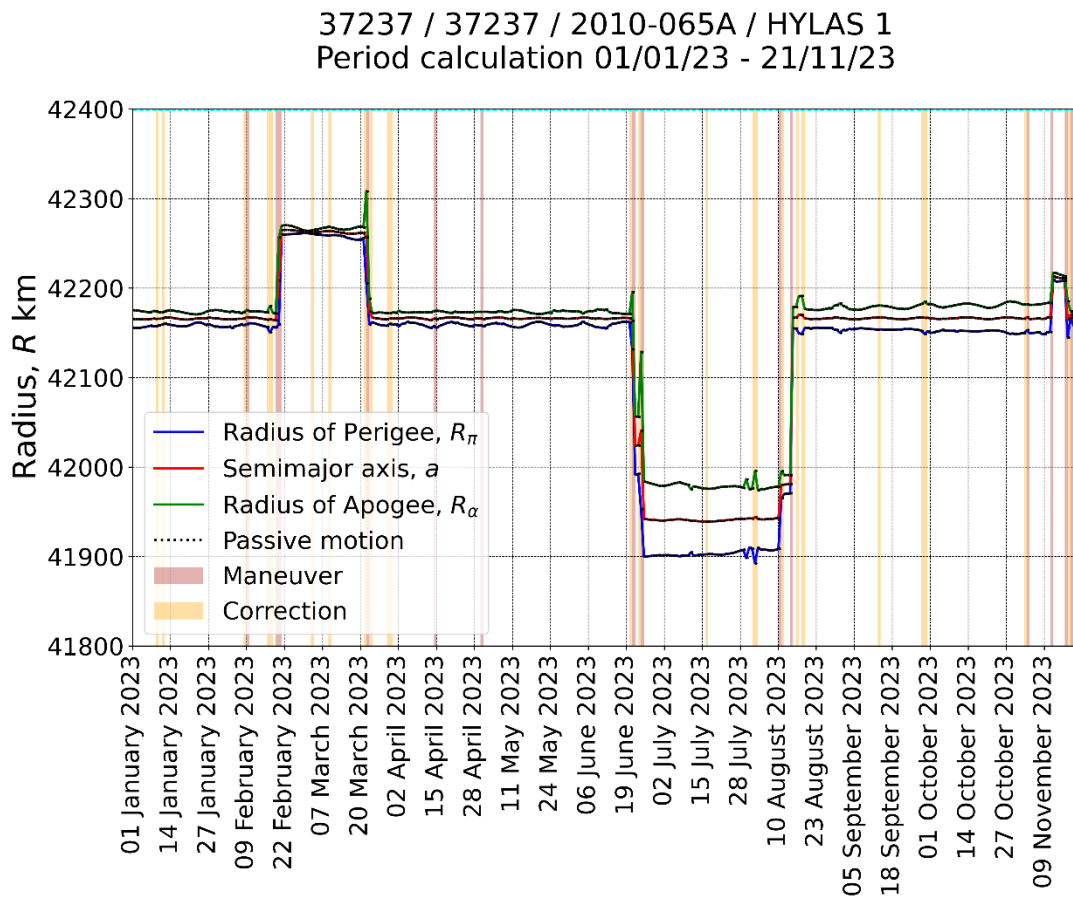


Рис. 3. Изменение параметров орбиты КА 37237 – HYLAS-1

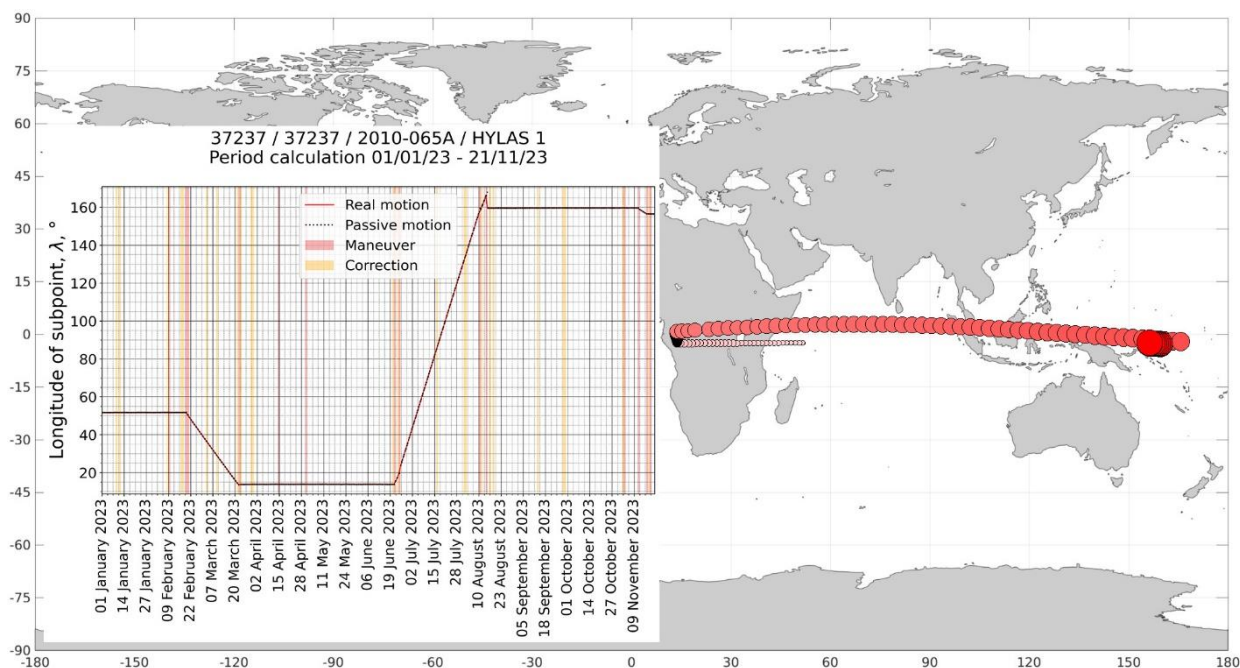


Рис. 4. Изменение положения КА 37237 – HYLAS-1 в проекции на Землю

Заключение

Разработка алгоритмов и методик решения задачи определения параметров движения активно маневрирующих КА с использованием траекторных оптических измерений, анализа их маневров, синтеза основных критериев их классификации и получения соответствующих оценок затрат характеристической скорости является крайне актуальным и востребованным направлением исследований в современной астродинамике по причине широкого спектра их применения при обеспечении космической безопасности полетов и при реализации актуальных и перспективных космических миссий.

Сегментом мониторинга опасных ситуаций на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН осуществляется высокоэффективное наблюдение околоземных космических объектов различных областях, таких как ГСО, СВО и ВЭО. В работе в общем контексте используемых в сегменте мониторинга методик представлен построенный и численно реализованный высокоэффективный адаптивный алгоритм фиксации уводов КА в области ГСО с проверкой выполнения требований ГОСТ и ISO. Даются примеры его непосредственного применения.

Работа выполнена при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики, Соглашение с Министерством науки и высшего образования РФ № 075-15-2022-283.

Библиографический список

1. Аким Э.Л., Энеев Т.М. Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космические исследования, 1963, 1, №1. С. 5–50.
2. Стрельцов А.И., Захваткин М.В., Воропаев В.А., Молотов И.Е., Павлова Е.А., Степаньянц В.А., Усовик И.В. Выявление потенциально опасных космических объектов и сближений с сопровождаемыми космическими аппаратами // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. № 3. С. 1-30.
3. Захваткин М.В. Определение и прогнозирование параметров движения космического аппарата с учетом возмущений, вызванных работой бортовых систем // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 45. С. 1-30.
4. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике / под ред. Г.Н. Дубошина. — Наука, 1976. С. 864.
5. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов // Издательство Бином – Москва, 2013 – изд. 2.
6. Боровин Г.К., Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Заславский Г.С., Захваткин М.В., Корянов В.В., Лавренов С.М., Морской И.М., Симонов А.В., Степаньянц В.А., Тучин А.Г., Тучин Д.А., Ярошевский В.С. Баллистико-навигационное обеспечение полетов автоматических космических аппаратов к телам Солнечной системы // Под ред. А.Г. Тучина. МО., Химки, «НПО Лавочкина», 2018, 336 с. ISBN 978 5 905646 12-6
7. Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г., Тучин Д.А. Обобщённая формула Резерфорда и оптимизация пучкового моделирования гравитационных манёвров в Солнечной системе // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2021. № 6. 31 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-6>
8. ГОСТ Р 52925-2018. НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ. ИЗДЕЛИЯ КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ // Общие требования к космическим средствам по ограничению техногенного засорения околоземного космического пространства. Space technology items. General requirements for space vehicles for near-earth space debris mitigation // <https://docs.cntd.ru/document/1200160559>
9. International Standards Organisation. Space Systems - Space Debris Mitigation, ISO TC 20/SC 14 N 24113, 2019.
10. ISO 27852: Space systems — Estimation of orbit lifetime. <https://www.iso.org/committee/46614/x/catalogue/>.
11. ISO 16126: Space systems — Assessment of survivability of unmanned spacecraft against space debris and meteoroid impacts to ensure successful post-mission disposal. <https://www.iso.org/committee/46614/x/catalogue/>.
12. Folkner W. M., Williams J. G., Boggs D. H. The Planetary and Lunar Ephemeris DE 421 // Interplanetary Network Progress Report. — 2009. — Т. C1. С. 42-178.

13. Petit G., Luzum B. IERS Conventions (2010): тех. отч. ; Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. С. 179. IERS Technical Note; 36.
14. Knocke P. C., Ries J. C., Tapley B. D. Earth radiation pressure effects on satellites. — American Institute of Aeronautics, Astronautics, 1988.