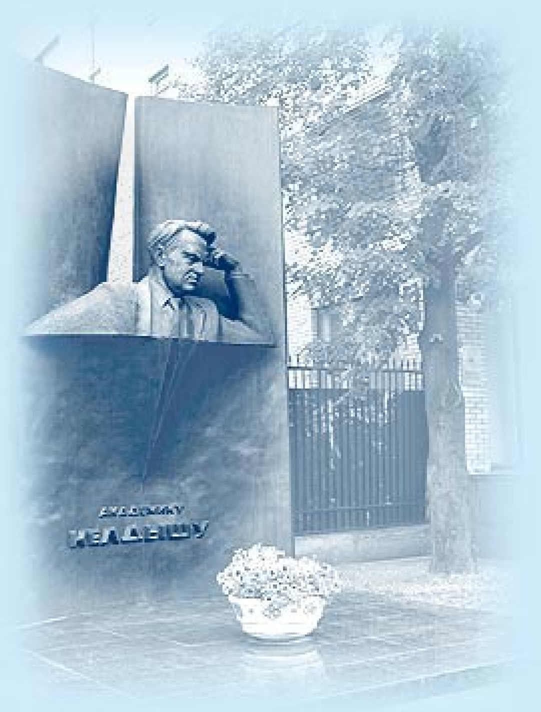
ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 12 за 2024 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Я.В. Маштаков, У.В. Монахова, Д.С. Иванов

Идентификация транзиентных эффектов в атмосфере Земли при помощи малых космических аппаратов

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Маштаков Я.В., Монахова У.В., Иванов Д.С. Идентификация транзиентных эффектов в атмосфере Земли при помощи малых космических аппаратов // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 12. 19 с.
https://doi.org/10.20948/prepr-2024-12
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-12

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

Я.В. Маштаков, У.В. Монахова, Д.С. Иванов

Идентификация транзиентных эффектов в атмосфере Земли при помощи малых космических аппаратов

Москва — 2024

Маштаков Я.В., Монахова У.В., Иванов Д.С.

Идентификация транзиентных эффектов в атмосфере Земли при помощи малых космических аппаратов

В работе рассматривается миссия по исследованию гамма-вспышек земного происхождения, состоящая из трех малых космических аппаратов. Предлагается подход к выбору опорных орбит малых космических аппаратов, позволяющий формировать правильный треугольник в приэкваториальной зоне. Помимо этого предлагается алгоритм фазирования аппаратов по аргументу широты с использованием сил аэродинамического сопротивления.

Ключевые слова: управление движением, малый аппарат, треугольная формация, бестопливное управление

Yaroslav Mashtakov, Uliana Monakhova, Danil Ivanov

Transient effects identification in the Earth atmosphere using small satellites

The paper considers the mission consisting of three small satellites, which is dedicated to study of gamma-ray flashes of terrestrial origin. We propose an approach to the selection of reference orbits that allows the satellites to form equilateral triangle in the near-equatorial zone. In addition, an algorithm for phasing the satellites by latitude argument using aerodynamic drag forces is proposed.

Key words: motion control, small satellite, triangular formation flying, propelantless control

Оглавление

Введение

Земные гамма-вспышки и транзиентное ультрафиолетовое излучение атмосферы Земли являются короткими и малоизученными явлениями в верхних слоях атмосферы. Земные гамма-вспышки были впервые обнаружены в ходе эксперимента BATSE [1]. Изначальной задачей этого эксперимента было исследование гамма-излучения из далёкого космоса, но детекторы обнаружили вспышки земного происхождения. После этого гамма-вспышки наблюдались многими околоземными аппаратами: Reuven Ramaty High Energy Solar Spectroscopic Imager (RHESSI) [2], Fermi Gamma-Ray Space Telescope [3], Astrorivelatore Gamma a Immagini Leggero (AGILE) [4]. Некоторые отечественные эксперименты были также посвящены изучению гамма-вспышек земного происхождения [5, 6]. Эти исследования выявили ряд свойств этих явлений, хотя до сих пор нет четкой интерпретации и математической модели земных гамма вспышек и транзиентных явлений. Продолжение изучения атмосферных транзиентных эффектов важно для понимания физических процессов, запускающих механизм ускорения частиц в грозовых электрических полях.

В вышеупомянутых космических миссиях измерения параметров атмосферных явлений проводились с помощью одного космического аппарата, что не позволяет определить место возникновения земных гамма вспышек. Групповой полёт спутников позволяет наблюдать одно и то же событие с разных ракурсов и в разное время, что является важным свойством для ряда задач дистанционного зондирования Земли [7], для изучения гравитационного поля Земли [8] и особенно для рассматриваемой в настоящей работе миссии, в которой с помощью трёх космических аппаратов, расположенных в вершинах правильного треугольника при пролёте над экваториальной зоной, измеряются параметры земных гамма-вспышек и определяется положение источника этих вспышек с помощью триангуляции.

Основной сложностью при реализации миссий групповых полетов является активное управление относительным движением. Поскольку наноспутники имеют ограничения по размеру, массе и энергии, традиционные двигательные установки вряд ли могут быть установлены на борту аппаратов, поэтому наиболее интересными являются бестопливные подходы к управлению относительным движением. В течение последних десятилетий предлагались различные варианты использования естественных сил для управления движением. Например, космический аппарат IKAROS использовал радиационное давление, действующее на солнечный парус, для реализации управляющего воздействия [9]. Это первая миссия, успешно продемонстрировавшая технологию применения солнечного паруса для получения ускорения движением центра масс при управлении угловым движением. Для спутников на низкой околоземной орбите аэродинамическое сопротивление также можно использовать для управления относительным движением. Компания Planet Labs успешно использовала разницу действующих на аппараты сил сопротивления восьмидесяти спутников 3U кубсат, выведенных на одну орбиту, для фазирования и удержания относительного положения на солнечно-синхронной орбите высотой 510 км [10]. В настоящей работе высота орбиты спутников предполагается около 400–500 км, поэтому аэродинамическое сопротивление атмосферы может быть использовано для управления относительным движением малых космических аппаратов в группе.

1. Постановка задачи

В настоящей работе рассматривается миссия по исследованию магнитосферы Земли при помощи малых космических аппаратов, в рамках которой планируется изучить гамма-вспышки земного происхождения. Основной гипотезой является то, что они вызваны молниевыми эффектами в атмосфере Земли. Для подтверждения этой гипотезы предлагается запустить миссию, состоящую из трех малых космических аппаратов (МКА), каждый из которых оборудован оптическими датчиками, а также детекторами гамма-излучения. При помощи такой системы удастся одновременно не только локализовать источник гамма-вспышки, но и зафиксировать происходящие молниевые эффекты, что позволит подтвердить или опровергнуть рассматриваемую гипотезу.

Для осуществления измерений необходимо, чтобы аппараты образовывали правильный треугольник в проекции на поверхность Земли. Учитывая, что большая часть молниевых эффектов наблюдается в приэкваториальной зоне, будем рассматривать построение правильного треугольника только в ней, игнорируя характеристики движения в других зонах. Кроме того, треугольник должен изменять свой характерный размер: на текущий момент есть лишь оценки размера зоны детектирования гамма-вспышки, которые составляют от 100 до 1000 км. Следовательно, за время миссии сторона треугольника также должна меняться в этих пределах. Отметим, что, так как рассматривается миссия трёх МКА, управление относительным орбитальным движением предполагается осуществлять только бестопливными методами, а именно с использованием сил аэродинамического сопротивления и естественной динамики движения в гравитационном поле Земли. Задача вывода аппаратов на выбранные орбиты не ставится, т.е. считается, что с некоторой точностью возможно обеспечить заданные начальные условия для каждого из аппаратов.

2. Модель движения аппарата с учетом возмущений

Будем рассматривать движение каждого отдельного аппарата с учетом возмущающих сил с помощью оскулирующих элементов орбиты [11]:

$$\frac{d\Omega}{du}=\frac{R^3}{\mu p}F_3\frac{\sin u}{\sin i},\ \ \frac{di}{du}=\frac{R^3}{\mu p}F_3\cos u,\ \frac{dp}{du}=2F_2\frac{R^3}{\mu},$$
$$\frac{d\omega}{du}=\frac{R^2}{\mu e}\left[-F_1\cos\vartheta+F_2\left(1+\frac{R}{p}\right)\sin\vartheta-F_3\frac{R}{p}e\,\mathrm{ctg}\,i\sin u\right],$$
$$\frac{de}{du}=\frac{R^2}{\mu}\left[F_1\sin\vartheta+F_2\left(\left(1+\frac{R}{p}\right)\cos\vartheta+e\frac{R}{p}\right)\right], \tag{1}$$
$$\frac{du}{dt}=\frac{\sqrt{\mu p}}{R^2}-F_3\frac{R}{\sqrt{\mu p}}\sin u\,\mathrm{ctg}\,i,$$

где F_1, F_2, F_3 — радиальная, трансверсальная и нормальная компоненты возмущающей силы, R — расстояние от центра Земли до центра масс МКА, p — параметр орбиты, e — эксцентриситет, i — наклонение, Ω — долгота восходящего узла, ω — аргумент перицентра, u — аргумент широты, ϑ — истинная аномалия, μ — гравитационный параметр Земли. В качестве возмущающих сил рассмотрим влияние второй зональной гармоники и атмосферы, тогда проекции сил будут выглядеть следующим образом:

$$F_1=\frac{\delta}{R^4}\left(3\sin^2 u\sin^2 i-1\right)-\sqrt{\frac{\mu}{p}}e\sin\vartheta\frac{\rho}{2m}Sc_xV,$$
$$F_2=-\frac{\delta}{R^4}\sin 2u\sin^2 i-\sqrt{\frac{\mu}{p}}\frac{p}{R}\frac{\rho}{2m}Sc_xV,$$
$$F_3=-\frac{\delta}{R^4}\sin u\sin 2i,$$

где $\delta=3J_2\mu R_E^2/2$, $J_2=1082.6\cdot10^{-6}$, $R_E=6.378\cdot10^6$ м — средний радиус Земли, m — масса аппарата, ρ — плотность атмосферы, S — площадь характерного поперечного сечения аппарата, c_x — баллистический коэффициент сопротивления, V — модуль скорости аппарата. Подставим получившиеся проекции возмущающих сил в уравнения движения (1) и рассмотрим околокруговую орбиту $p\sim R\sim a,\ e\sim 0,\ V\sim\sqrt{\mu/p}$, тогда

$$\frac{d\Omega}{du}=-\frac{2\delta}{\mu p^2}\sin^2 u\cos i,$$
$$\frac{di}{du}=-\frac{\delta}{2\mu p^2}\sin 2u\sin 2i,$$
$$\frac{dp}{du}=-\frac{2\delta}{\mu p}\sin 2u\sin^2 i-\frac{\rho}{m}Sc_xp^2, \tag{2}$$
$$\frac{du}{dt}=\sqrt{\frac{\mu}{p^3}}+2\frac{\delta}{p^4}\sin^2 u\cos^2 i\sqrt{\frac{p}{\mu}}.$$

Получим теперь скорость изменения элементов орбиты за один оборот КА. Начнем с долготы восходящего узла (ДВУ):

$$\frac{d\Omega}{dN}=\int_0^{2\pi}\frac{d\Omega}{du}du=-\frac{2\delta}{\mu p^2}\cos i\int_0^{2\pi}\sin^2 u\,du=-\frac{2\pi\delta}{\mu p^2}\cos i\,\left(\frac{рад}{об}\right). \qquad (3)$$

Для наклонения можно получить, что за один оборот вековые эффекты отсутствуют

$$\frac{di}{dN}=\int_0^{2\pi}\frac{di}{du}du=-\frac{\delta}{2\mu p^2}\sin 2i\int_0^{2\pi}\sin 2u\,du=0.$$

Для фокального параметра вековое изменение обусловлено атмосферой, а от второй зональной гармоники влияние отсутствует

$$\frac{dp}{dN}=\int_0^{2\pi}\frac{dp}{du}du=-\frac{2\delta}{\mu p}\sin^2 i\int_0^{2\pi}\sin 2u\,du-\frac{\rho}{m}Sc_x p^2\int_0^{2\pi}du=-\frac{2\pi\rho}{m}Sc_x p^2\,\left(\frac{м}{об}\right).$$

Из получившихся уравнений можно заметить, что под действием второй зональной гармоники будет изменяться ДВУ и, следовательно, орбита МКА будет поворачиваться. Также под действием атмосферного сопротивления будет изменяться фокальный параметр орбиты МКА, что в свою очередь повлияет на аргумент широты в силу (2). Полученные следствия далее будут важны для выбора опорных орбит аппаратов.

3. Опорные орбиты

Как было сказано в постановке задачи, аппараты должны образовывать правильный треугольник в приэкваториальной зоне. Чтобы сформировать правильный треугольник в проекции на поверхность Земли, можно рассмотреть два разных варианта. Первый вариант заключается в том, что все МКА находятся на индивидуальных орбитах с разными ДВУ (Рис. 1). Второй вариант состоит в том, что два аппарата находятся на одной орбите, но с разными аргументами широты, а третий находится на другой орбите (Рис. 2). В обоих случаях изменение размера треугольника может быть получено путем изменения разности ДВУ между орбитами и разности аргументов широты. В работе будет рассмотрен второй вариант по выбору орбит, поскольку он проще в реализации. МКА предполагается выводить на орбиты с помощью грузового корабля «Прогресс» по аналогии со схемой запуска микроспутника «Чибис-М» [12].

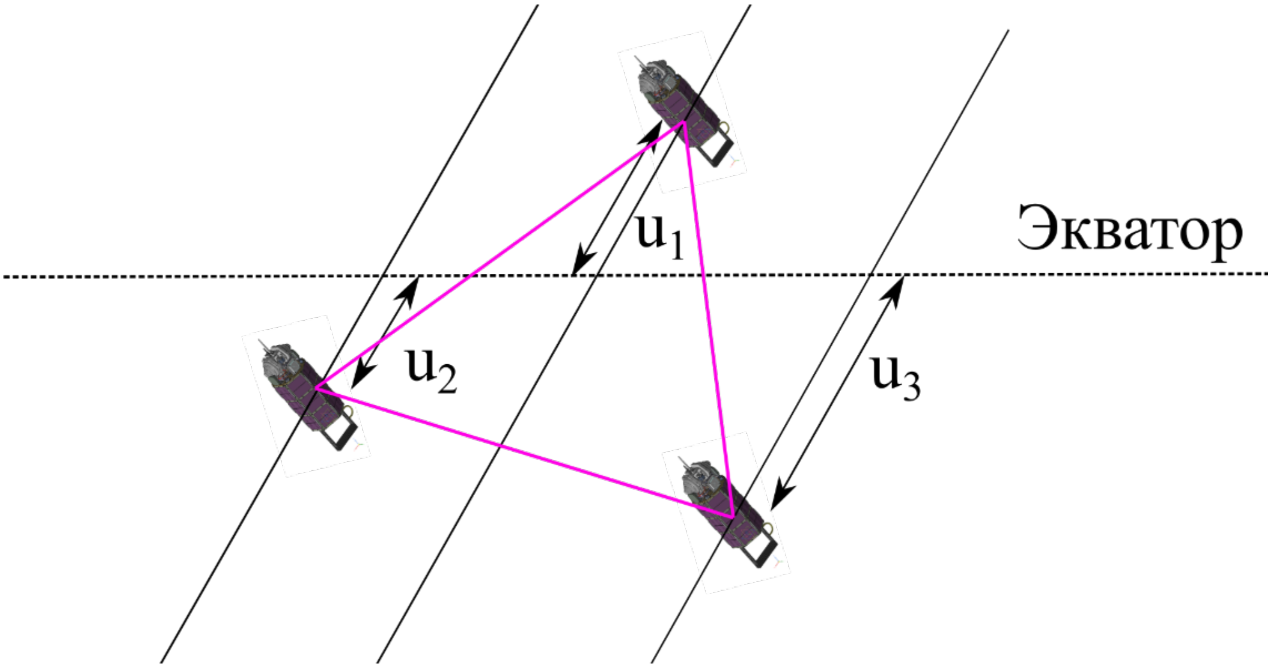


Рис. 1. Первый вариант выбора орбит

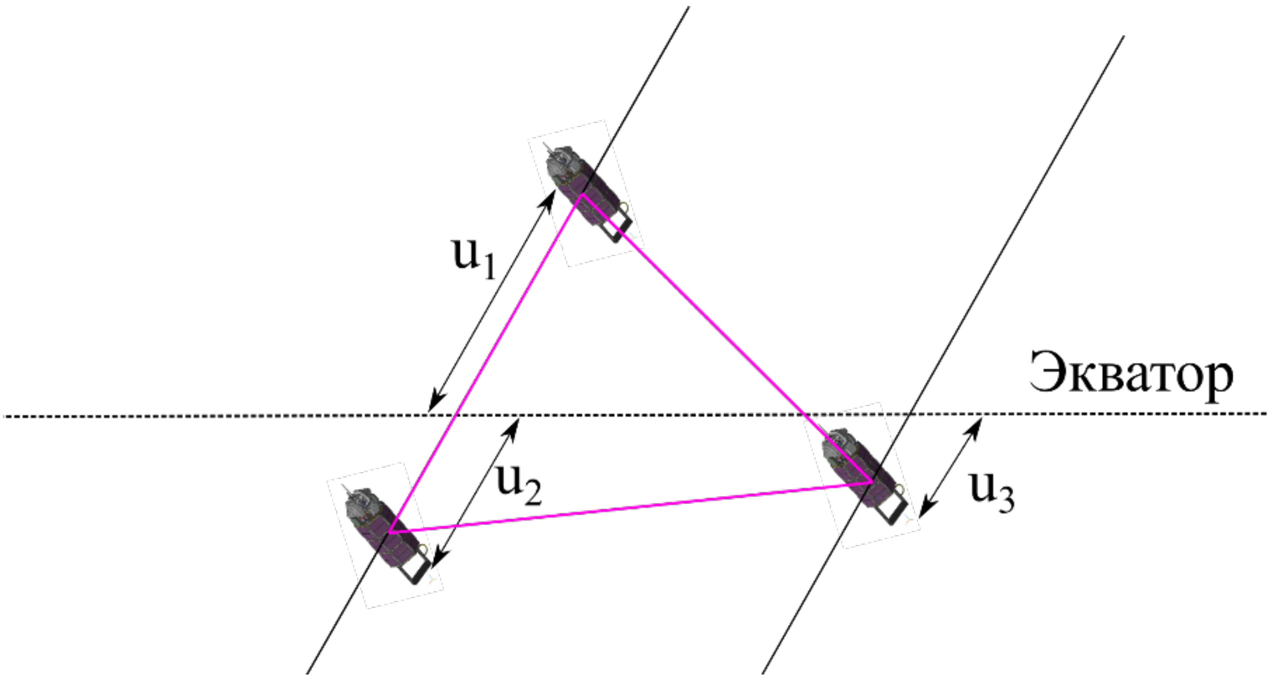


Рис. 2. Второй вариант выбора орбит

Рассмотрим изменение ДВУ (3) и учтем, что $\frac{d}{dN} \approx \frac{n}{2\pi}\frac{d}{dt}$

$$\dot{\Omega} = -\frac{n\delta}{\mu p^2}\cos(i).$$

Здесь $n = \sqrt{\mu / a^3}$ — среднее движение, a — большая полуось. Можно заметить, что изменение ДВУ зависит от среднего движения, наклонения и параметра орбиты. Рассмотрим почти круговые орбиты, поэтому $e = 0, p = a$. Несмотря на увеличение характерного размера треугольника до 1000 км за год, разница аргументов широты аппаратов меняется довольно медленно. Это означает, что у всех трех орбит периоды, а значит, и средние движения должны практически совпадать. Следовательно, для обеспечения требуемого изменения ДВУ у орбит должны быть разные наклонения. При заданном наклонении i_1 и радиусе первой орбиты R наклонение второй орбиты можно найти с помощью следующей формулы:

$$\cos(i_2) = \cos(i_1) - \Delta\dot{\Omega}_{req}\frac{n\delta}{\mu R^2}.$$

Требуемая разность ДВУ $\Delta\dot{\Omega}_{req}$ двух орбит описывается следующим выражением (Рис. 3):

$$\Delta\dot{\Omega}_{req} = \frac{L}{\Delta T}\frac{\sin 60°}{R\sin(i_1)},$$

где L — это требуемая длина стороны правильного треугольника через время ΔT. Например, для орбиты с высотой 450 км и наклонением 51.6° (орбита Международной космической станции) разницы около 0.23° было бы достаточно для выполнения требований миссии и обеспечения того, чтобы через год расстояние между аппаратами было равно 1000 км.

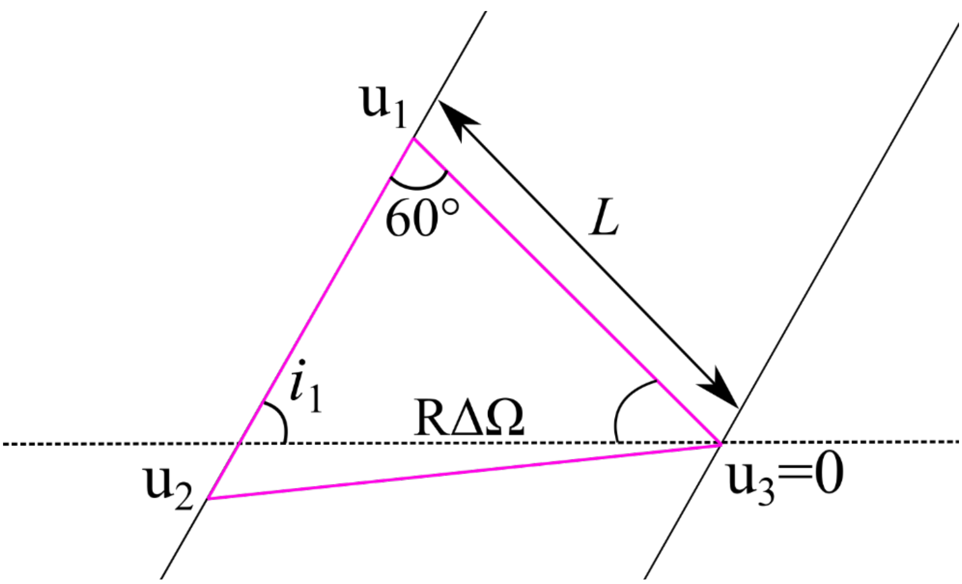


Рис. 3. Конфигурация спутников вблизи экватора.

4. Фазирование аппаратов

Рассмотрим задачу фазирования аппаратов. В упрощенной модели движения, которая не учитывает вращение атмосферы вместе с Землей, аэродинамическое сопротивление оказывает влияние только на изменение большой полуоси и эксцентриситета орбиты. Так как в настоящей работе рассматриваются низкие околоземные околокруговые орбиты, наиболее важным является влияние на большую полуось, что, в свою очередь, приводит к изменению величины среднего движения n. Изменяя ориентацию МКА относительно набегающего потока, можно влиять на величину площади поперечного сечения. Таким образом, будут меняться среднее движение и, в свою очередь, скорость изменения аргумента широты.

Для построения закона управления рассмотрим модель (2), где в качестве возмущающего воздействия учитывается только сила аэродинамического сопротивления:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= n, \\ \frac{dn}{dt} &= -3\left(\frac{n^2}{\mu}\right)^{1/3} T. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $T = -\dfrac{\rho}{2m} S c_x V^2$ — величина ускорения от атмосферного сопротивления. Уравнения (4) описывают изменение аргумента широты каждого из аппаратов. Ставится задача управления относительной фазой между спутниками, т.е. $\Delta u_{12} = u_1 - u_2$ и $\Delta u_{13} = u_1 - u_3$. Ее изменение описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta n_{1k}}{dt} &= \frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -\frac{3}{\mu^{1/3}}\left(n_1^{2/3} T_1 - n_k^{2/3} T_k\right), \\ \frac{d\Delta u_{1k}}{dt} &= \Delta n_{1k}. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь T_k — аэродинамическое ускорение, действующее на k-й МКА. Высоты орбит всех аппаратов достаточно похожи, а значит, Δn_{1k} достаточно мало. Разложим уравнение (5) в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta n_{1k}}{dt} &= -\frac{3}{\mu^{1/3}}\left(n_1^{2/3} T_1 - \left(n_1 + \Delta n_{1k}\right)^{2/3} T_k\right) \\ &= -\frac{3}{\mu^{1/3}} n_1^{2/3}\left(T_1 - T_k\right) + 2\frac{1}{\mu^{1/3}}\frac{\Delta n_{1k}}{n_1^{1/3}} T_k + \dots . \end{aligned}$$

Заметим, что второе слагаемое имеет второй порядок малости. На малых отрезках времени можно пренебречь изменением среднего движения первого аппарата, и полагать, что $n_1 \approx const = n = 0.0011\ \text{с}^{-1}$ (разница между средним движением орбиты высотой 500 км и 300 км не превосходит 5%). Итоговые уравнения движения, описывающие изменение фазы между аппаратами, принимают вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta n_{1k}}{dt} &= -\frac{3n^{2/3}}{\mu^{1/3}}\left(T_1 - T_k\right), \\ \frac{d\Delta u_{1k}}{dt} &= \Delta n_{1k}. \end{aligned} \tag{6}$$

Рассматриваемые в работе МКА имеют вытянутую форму, поэтому, меняя ориентацию аппарата относительно набегающего потока, можно менять и площадь поперечного сечения в пределах $S_k \in \left[S_{min}, S_{max}\right]$ (Рис. 4).

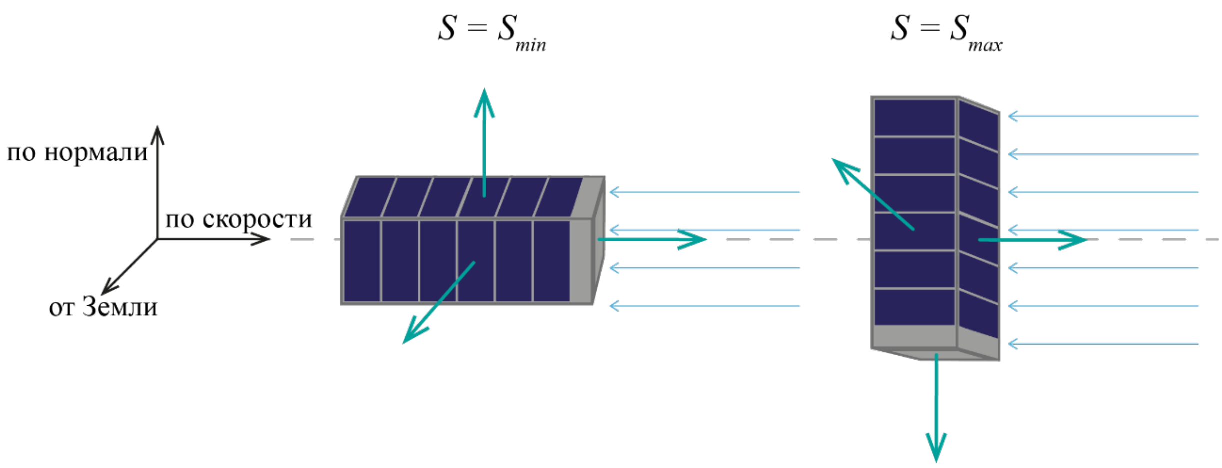


Рис. 4. Угловое положение МКА в орбитальной системе координат, соответствующее минимальной и максимальной площади поперечного сечения

Следовательно, и ускорения от силы аэродинамического сопротивления меняются в пределах $T_k \in \left[-T_{max}, -T_{min}\right]$, где максимальное и минимальное ускорение определены как

$$T_{max} = \frac{\rho}{2m} S_{max} c_x V^2, \; T_{min} = \frac{\rho}{2m} S_{min} c_x V^2.$$

Например, если $T_1 = -\frac{1}{2}\left(T_{max} + T_{min}\right)$, тогда $\tau_k = T_1 - T_k$ принимает значения на интервале $\left[-\frac{1}{2}\left(T_{max} + T_{min}\right), \frac{1}{2}\left(T_{max} + T_{min}\right)\right]$, и относительные фазы аппаратов могут быть управляемы независимо. Рассмотрим закон управления в следующем виде:

$$\tau_k = k_1 \Delta n_{1k} + k_2 \left(\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}\right). \tag{7}$$

Здесь Δu_k^{req} — необходимая разница фаз между аппаратами, которая может быть посчитана при помощи текущей разницы между долготами восходящего узла $\Delta\Omega$ (Рис. 3):

$$\Delta u_2^{req} = \Delta\Omega \frac{\sin i_1}{\sin(\pi/3)},\ \Delta u_3^{req} = \frac{\Delta\Omega}{2} \frac{\sin i_1}{\sin(\pi/3)}.$$

Подставим (7) в уравнения движения (6):

$$\frac{d\Delta n_{1k}}{dt} = -\frac{3n^{2/3}}{\mu^{1/3}}\left(k_1 \Delta n_{1k} + k_2\left(\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}\right)\right), \quad \frac{d\Delta u_{1k}}{dt} = \Delta n_{1k},$$

$$\Rightarrow \frac{d^2}{dt^2}\Delta u_{1k} + \alpha k_1 \frac{d}{dt}\Delta u_{1k} + \alpha k_2\left(\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}\right) = 0,$$

$$\alpha = \frac{3n^{2/3}}{\mu^{1/3}}.$$

Это линейная неоднородная система дифференциальных уравнений. Ее частное решение $\Delta u_{1k} \equiv \Delta u_k^{ref}$ (здесь учтено, что размер орбиты меняется медленно, поэтому $d\left(\Delta u_k^{ref}\right)/dt$ близко к нулю), а собственные значения определяются как:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\alpha k_1 \pm \sqrt{(\alpha k_1)^2 - 4\alpha k_2}}{2}.$$

Если коэффициенты k_1, k_2 положительны, то оба собственных значения имеют отрицательные действительные части, и в этом случае $\Delta u_{1k} \to \Delta u_k^{ref}, \Delta n_{1k} \to 0$ при $t \to \infty$. Необходимая площадь поперечного сечения S_k^* тогда может быть посчитана следующим образом:

$$S_k^* = \frac{2m}{c_x \rho V^2}\left(k_1 \Delta n_{1k} + k_2\left(\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}\right)\right) + \frac{1}{2}\left(S_{max} + S_{min}\right).$$

Здесь и далее предполагается, что для 1-го аппарата всегда площадь поперечного сечения равна среднему значению $S_1 = \frac{1}{2}\left(S_{max} + S_{min}\right)$. Отметим также, что в полученном уравнении для определения площади поперечного сечения необходимо знать плотность атмосферы. Как правило, она известна с некоторой ошибкой и есть лишь её оценка, поэтому целесообразным является изменение закона управления следующим образом:

$$S_k^* = K_1 \Delta n_{1k} + K_2\left(\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}\right) + \frac{1}{2}\left(S_{max} + S_{min}\right),$$

где $K_1 > 0,\ K_2 > 0$ — новые коэффициенты управления. Учитывая, что аэродинамическое сопротивление достаточно слабо влияет на относительное движение (может потребоваться несколько витков для заметного изменения относительной фазы на рассматриваемых орбитах), а также для решения проблемы выхода рассчитанной площади поперечного сечения за пределы допустимого интервала $\left[S_{min}, S_{max}\right]$ предлагается дополнительно упростить закон управления:

$$S_k = \begin{cases} S_{max}, \text{ если } \left|S_k^* - S_{max}\right| < \left|S_k^* - \overline{S}\right|, \\ S_{min}, \text{ если } \left|S_k^* - S_{min}\right| < \left|S_k^* - \overline{S}\right|, \\ \overline{S}, \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \quad (8)$$

Здесь $\overline{S} = \left(S_{max} + S_{min}\right)/2$. При этом обновления требуемой площади поперечного сечения аппаратов будем проводить не в каждый момент времени, а лишь раз в виток. Максимальная и минимальная площади поперечного сечения соответствуют параллелепипеду $10 \times 10 \times 30$ см и принимают значения $S_{min} = 0.01$ м^2, $S_{max} = 0.03$ м^2.

Еще одной проблемой при построении закона управления является неточность знания разницы средних движений между МКА. Из-за наличия возмущающих факторов определить их по мгновенным значениям скорости и положения аппаратов не представляется возможным, поэтому предлагается определять текущее Δn_{1k} следующим образом:

$$\Delta n_{1k}\left(t_i\right) = \frac{1}{t_i - t_{i-1}}\left(\Delta u_{1k}\left(t_i\right) - \Delta u_{1k}\left(t_{i-1}\right)\right),$$

где t_i — это текущий момент времени, который соответствует прохождению первым аппаратом восходящего узла, t_{i-1} — предыдущий момент времени, когда первый аппарат проходил восходящий узел, $\Delta u_{1k}\left(t_i\right), \Delta u_{1k}\left(t_{i-1}\right)$ — соответствующие этим моментам времени значения разниц аргументов широты аппаратов.

5. Численное исследование

Отметим, что сходимость упрощенного закона управления, особенно при наличии внешних возмущений, не доказана, и для проверки предложенной методики управления относительным орбитальным движением проводится численное исследование. В численном моделировании будет учитываться отличие гравитационного поля Земли от центрального. Несферичность поля тяготения Земли можно описать с помощью силовой функции:

$$U = \frac{\mu}{r} \cdot \left\{1 + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{n}\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^n \cdot \left[c_{nm}\cos m\lambda + d_{nm}\sin m\lambda\right] \cdot P_{nm}\left(\sin\varphi\right)\right\},$$

где r — расстояние от центра планеты, λ — долгота, φ — широта, $R_\oplus$ — экваториальный радиус, c_{nm}, d_{nm} — коэффициенты гравитационного поля,

$P_{nm}(\sin\varphi)$ — присоединенные функции Лежандра, $P_{n0}(\sin\varphi) = P_n(\sin\varphi)$ — многочлены Лежандра. В моделях гравитационного поля Земли бесконечный ряд заменяется на ограниченный, включающий $N \times M$ коэффициентов, где N — максимальное значение индекса n (число зональных гармоник) и M — максимальное значение индекса m (для тессеральных и секториальных гармоник). В моделировании учитывается разложение 10×10 и используется набор коэффициентов для модели «EGM2008» [13]. Также моделирование будет включать вариации плотности атмосферы в зависимости от текущего времени года, положения аппарата и солнечной активности (модель ГОСТ Р 25645.166-2004) [14]. При подсчете влияния атмосферного сопротивления будем считать, что атмосфера вращается вместе с Землей, т.е. ее скорость в точке нахождения аппарата $\mathbf{R}$ определяется как $\mathbf{V}_{atmo} = \mathbf{\Omega}_E \times \mathbf{R}$, $\mathbf{\Omega}_E$ — угловая скорость вращения Земли.

Для оценки эффективности работы алгоритма управления вводится скалярный параметр, характеризующий «качество» треугольника [15]:

$$Q = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{S_{tr}}{\sum_{k=1}^{3} l_k^2}. \tag{9}$$

Здесь S_{tr} — площадь треугольника, l_k — длины сторон треугольника. Эта величина равняется единице для правильного треугольника, и нулю для вырожденного.

Номинальные положения и скорости для каждого МКА выбраны таким образом, чтобы в начальный момент времени все они находились на круговых орбитах с высотой 450 км, и формировали правильный треугольник с длиной стороны 1 км. Наклонение первых двух аппаратов составляет $i_{1,2} = 51.7^\circ$, у третьего аппарата $i_3 \approx 51.94^\circ$. Коэффициенты управления были выбраны следующими: $K_1 = 1.5 \cdot 10^6$ м$^2 \cdot$ с, $K_2 = 30$ м^2. На рис. 5 представлены ошибки в среднем движении МКА при пролете над экваториальной зоной. В идеальном случае разница в среднем движении аппаратов Δn_{1k} должна быть нулевой, иначе большая разница будет свидетельствовать о различиях в высотах орбит. Большая разница в высотах будет приводить к различию в периодах обращения и деградации треугольной формации. За время моделирования Δn_{1k} не превышает 10^{-6} град/с. На рис. 6 показана ошибка в аргументах широты аппаратов $du_{1k} = \Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}$ при пролете над экватором. В первые 25 суток полета алгоритм сходится, и мы можем наблюдать переходные процессы, в которых ошибка в аргументах широты может достигать 0.18 градусов. Далее ошибка уменьшается и большую часть времени моделирования не превышает значений 0.02 градуса. Влияние атмосферного сопротивления приводит к постепенному уменьшению высот аппаратов (Рис. 7). Качество правильного треугольника, образованного МКА при пролете над экваториальной зоной, представлено на рис. 8. Качество, близкое к единичному значению, достигается менее чем за две недели после запуска и далее поддерживается.

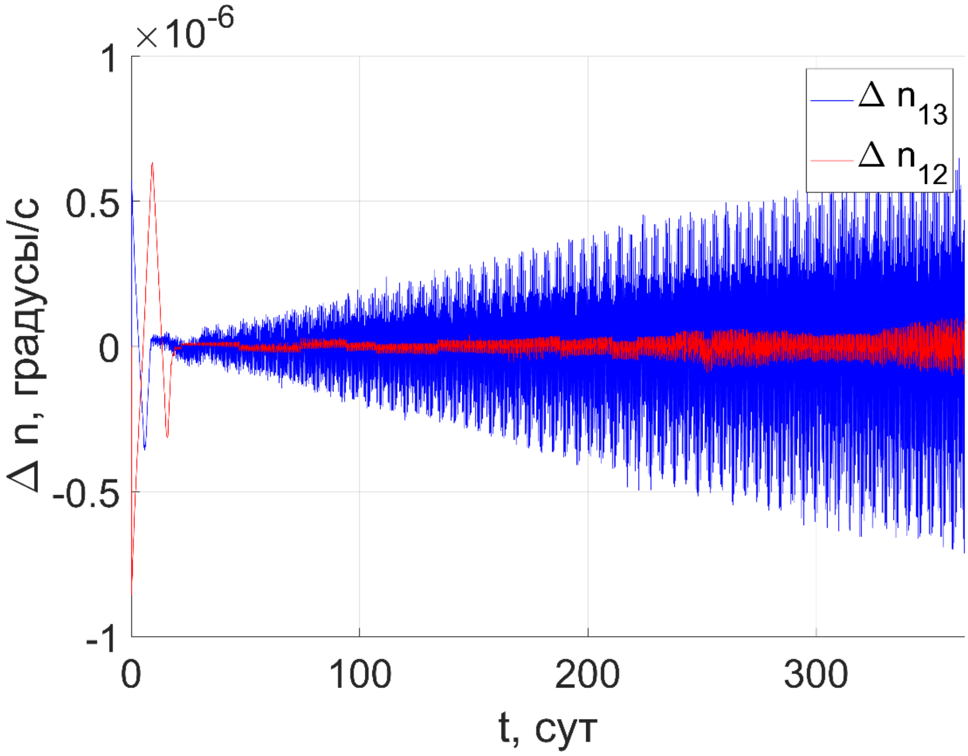


Рис. 5. Ошибка в среднем движении

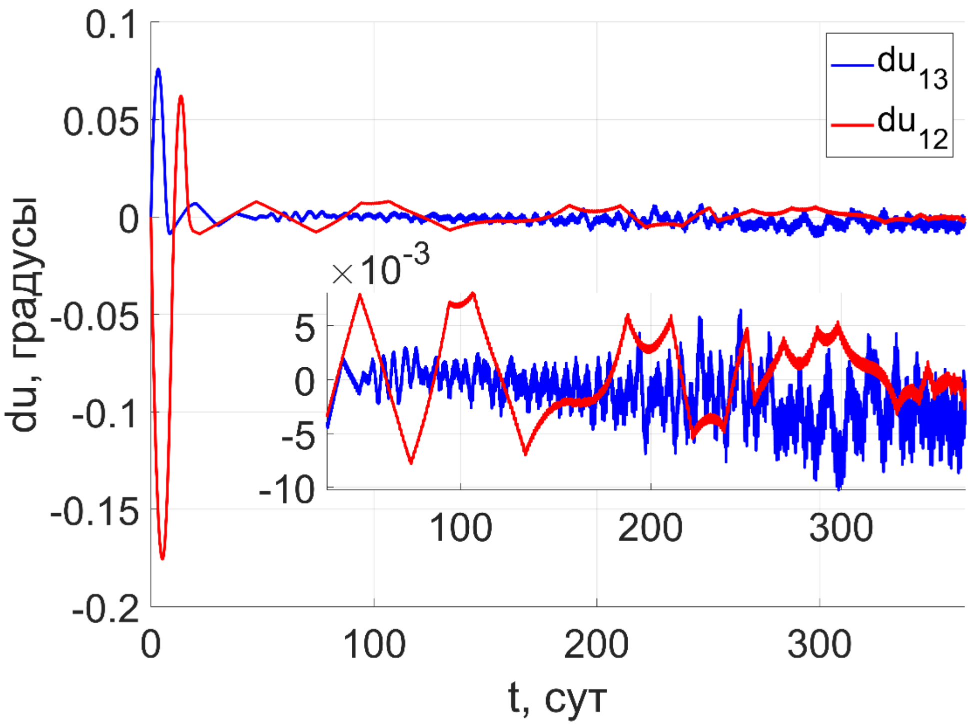


Рис. 6. Ошибки в реализации аргумента широты

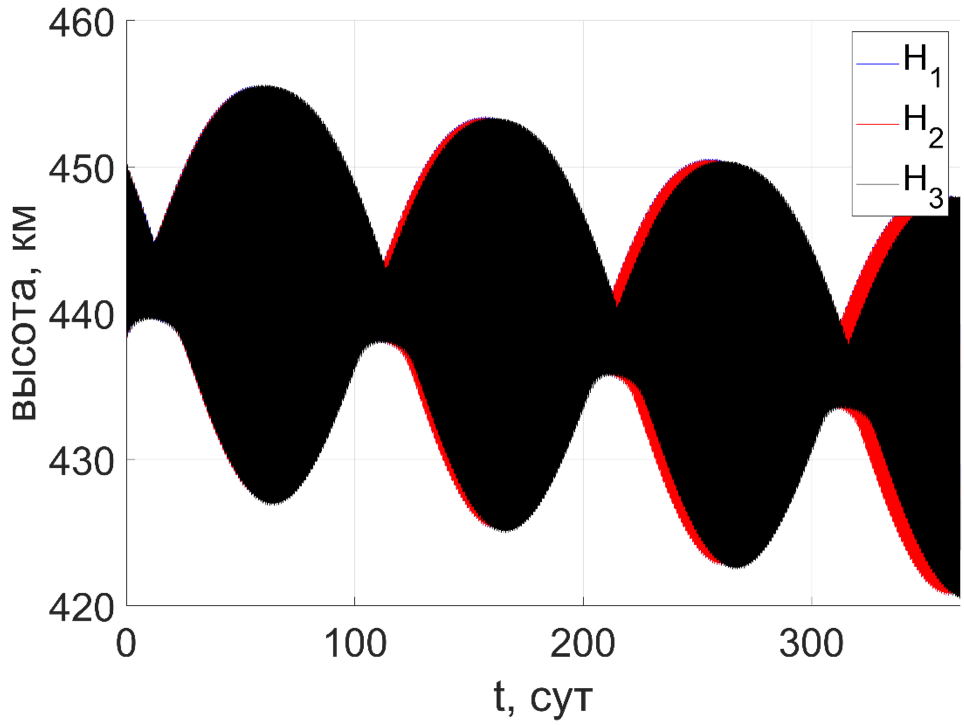


Рис. 7. Изменение высоты трёх аппаратов

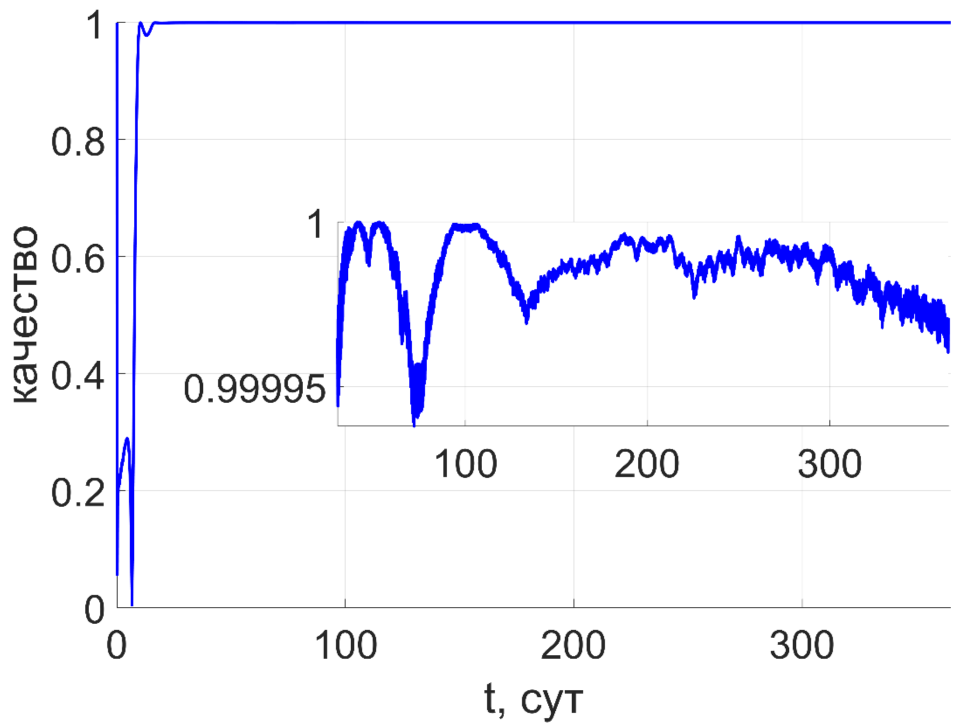


Рис. 8. Качество треугольника

Начальные условия, а точнее их отличие от номинальных значений, могут существенно влиять на эффективность работы алгоритма. Например, если в начальный момент разница средних движений между аппаратами слишком большая, аппараты будут быстро разлетаться вдоль орбиты. Кроме того, в зависимости от текущей солнечной активности величина плотности атмосферы может отличаться на порядки. По этой причине проведем численные исследования с помощью метода Монте-Карло с учетом ошибок по начальным положениям аппаратов для двух сценариев: высокая и низкая солнечные активности, которые соответствуют запуску миссии в 2013 и 2019 годах. В ходе моделирования использовались реальные значения солнечной активности, опубликованные баллистическим центром ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [16].

Во время каждого моделирования начальные условия выбирались следующим образом:

$$\mathbf{R}_k^0 = \mathbf{R}_k^{nominal} + \Delta\mathbf{R}_k,$$
$$\mathbf{V}_k^0 = \mathbf{V}_k^{nominal} + \Delta\mathbf{V}_k,$$

где $\Delta\mathbf{R}_k \in N\left(\mathbf{0}, \mathbf{E}\sigma_R^2\right)$, $\Delta\mathbf{V}_k \in N\left(\mathbf{0}, \mathbf{E}\sigma_V^2\right)$ — нормально распределенные случайные векторы с нулевым математическим ожиданием и ковариационными матрицами $\mathbf{E}\sigma_R^2$ и $\mathbf{E}\sigma_V^2$ соответственно, $\mathbf{E}$ — единичная матрица размера 3×3. Рассматриваются три различных набора σ_R, σ_V: 10 м и 0.01 м/с, 50 м и 0.05 м/с, 100 м и 0.1 м/с. Для каждого набора σ_R, σ_V проводится по 200 запусков моделирования. В каждом из них считается среднее значение качества на трех временных интервалах: первые два месяца (голубые точки), последние семь месяцев (синие точки), и полное время миссии (желтые точки). Как видно из рис. 9 и 10, при самых малых ошибках начальных условий предложенный закон управления обеспечивает высокое качество треугольной формации как для высокой, так и для низкой солнечной активности. Для низкой солнечной активности удается поддерживать правильную треугольную конфигурацию только на средних ошибках начальных условий, так как уже большие ошибки начальных условий приводят к сильной деградации качества. В то же время во время высокой солнечной активности удается поддерживать треугольную формацию в том числе и для больших ошибок в начальных условиях.

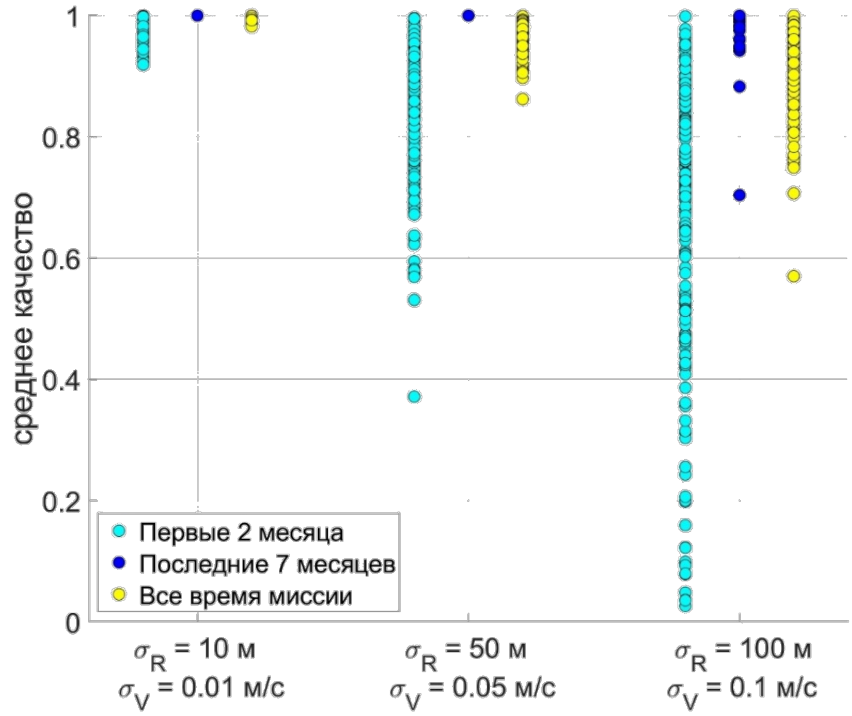


Рис. 9. Качество треугольника при моделировании для высокой солнечной активности

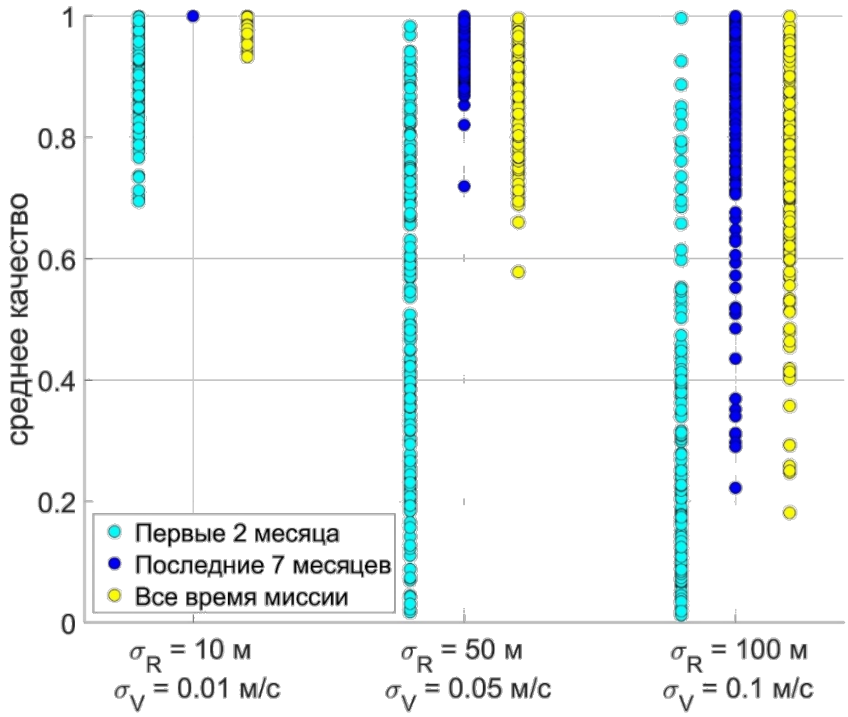


Рис. 10. Качество треугольника при моделировании для низкой солнечной активности

Заключение

В настоящей работе предложен подход к построению орбит аппаратов для формирования конфигурации в виде правильного треугольника при пролете над экватором. Разработан алгоритм активного фазирования КА с помощью аэродинамических сил. Проведено численное исследование, которое показало, что качество получаемой треугольной формации зависит от солнечной активности и ошибок выведения; для высокой солнечной активности допустимы среднеквадратические ошибки выведения до 100 м по положению и 0.1 м/с по скорости.

Список литературы

1. Fishman G.J. et al. Discovery of intense gamma-ray flashes of atmospheric origin // Science (80-.). 1994. Vol. 264, № 5163. P. 1313–1316.
2. Smith D.M. et al. Terrestrial gamma-ray flashes observed up to 20 MeV // Science (80-.). 2005. Vol. 307, № 5712. P. 1085–1088.
3. Briggs M.S. et al. First results on terrestrial gamma ray flashes from the Fermi Gamma-ray Burst Monitor // J. Geophys. Res. Sp. Phys. 2010. Vol. 115, № 7. P. 1–14.
4. Marisaldi M. et al. Detection of terrestrial gamma ray flashes up to 40 MeV by the AGILE satellite // J. Geophys. Res. Sp. Phys. 2010. Vol. 115, № 3. P. 1–12.
5. Klimov P.A. et al. UV transient atmospheric events observed far from thunderstorms by the Vernov satellite // IEEE Geosci. Remote Sens. Lett. 2018. Vol. 15, № 8. P. 1139–1143.
6. Sadovnichii V.A. et al. “Lomonosov” Satellite—Space Observatory to Study Extreme Phenomena in Space // Space Sci. Rev. Springer Science+Business Media B.V., 2017. Vol. 212, № 3–4. P. 1705–1738.
7. Markham B.L. et al. Landsat sensor performance: history and current status // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 2004. Vol. 42, № 12. P. 2691–2694.
8. Chen J. et al. Applications and Challenges of GRACE and GRACE Follow-On Satellite Gravimetry // Surv. Geophys. Springer Netherlands, 2022. № 41.
9. Tsuda Y. et al. Achievement of IKAROS — Japanese deep space solar sail demonstration mission // Acta Astronaut. 2013. Vol. 82, № 2. P. 183–188.
10. Foster C. et al. Differential Drag Control Scheme for Large Constellation of Planet Satellites and On-Orbit Results // Proccedings of International Workshop on Satellite Constillations and Formation Flying, CO, Bouldder, June 19-21, 2017. P. 18.
11. Fundamentals of Astrodynamics and Applications. 2nd ed. / ed. Vallado D.A. El Segundo: Microcosm, Inc, 2001. 958 p.

12. Zelenyi L.M. et al. The academic Chibis-M microsatellite // Cosm. Res. 2014. Vol. 52, № 2. P. 87–98.
13. Pavlis N.K. et al. An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008 // General Assembly of the European Geosciences Union. 2008. Vol. 84, № 1. P. 2–4.
14. ГОСТ Р 25645.166-2004. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для баллистического обеспечения полетов искусственных спутников Земли.
15. Knupp P.M. Algebraic Mesh Quality Metrics // SIAM J. Sci. Comput. 2001. Vol. 23, № 1. P. 193–218.
16. Сайт Баллистического центра ИПМ им. М.В. Келдыша [электронный ресурс]. URL: http://www.kiam1.rssi.ru/~den/solar.html (дата доступа: 22.02.2024).