

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 32 за 2024 г.</u>



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Лахно В.Д. Грязные сверхпроводники и комнатная сверхпроводимость // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 32. 15 с. <u>https://doi.org/10.20948/prepr-2024-32</u> <u>https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-32</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша Российской академии наук

В.Д. Лахно

Грязные сверхпроводники и комнатная сверхпроводимость

Москва – 2024

В.Д. Лахно

Грязные сверхпроводники и комнатная сверхпроводимость

Отмечается, что трансляционно-инвариантная биполяронная теория сверхпроводимости в состоянии объяснить возможность квантового фазового перехода металл-сверхпроводник или диэлектрик-сверхпроводник. Рассчитана длина когерентности газа трансляционно-инвариантных биполяронов. Показано, что в очень грязных сверхпроводниках возможно образование изолирующего состояния, характеризующегося наличием пика когерентности. Сделан вывод о невозможности распространения волны зарядовой плотности с отличным от нуля волновым вектором в нодальном направлении. Показано, что грязные сверхпроводники могут быть использованы для создания комнатной сверхпроводимости.

Ключевые слова: квантовые компьютеры, стохастический потенциал, Бозе-конденсат, наноструктуры, сверхпроводящая щель

V.D. Lakhno

Dirty Superconductors and Room-Temperature Superconductivity

It is pointed out that the translation-invariant bipolaron theory of superconductivity can explain the possibility of a metal-superconductor or insulator-superconductor quantum phase transition. The coherence length of a gas of translationally invariant bipolarons is calculated. It is shown that in very dirty superconductors an insulating state characterized by the presence of a coherence peak can be formed. It is concluded that it is impossible for a charge density wave with a non-zero wave vector to propagate in the nodal direction. It is shown that dirty superconductors can be used to create room-temperature superconductivity.

Key words: quantum computers, stochastic potential, Bose condensate, nanostructures, superconducting gap

Оглавление

Введение	
Длина когерентности ТИ-биполяронного Бозе-конденсата	5
Обсуждение результатов	10
Литература	13

Введение

Грязные сверхпроводники (СП) изучают уже более трех десятков лет, однако полноценная теория, которая бы объясняла все их странности, до сих пор отсутствует [1], [2] (см. также обзоры [3]-[4]). Это, в частности, препятствует созданию квантовых компьютеров, где требуется максимальная изоляция от внешнего мира и других электронных устройств на базе подобных материалов.

Цель данной статьи – обратить внимание на то, что ряд аспектов поведения грязных СП может непосредственно вытекать из микроскопической трансляционноинвариантной (ТИ) биполяронной теории сверхпроводимости [5] и быть использован для создания комнатных сверхпроводников. Особенность биполяронной ТИсверхпроводимости состоит в том, что роль куперовских пар в ней играют ТИбиполяроны – делокализованные связанные состояния электронов или дырок, энергия основного состояния которых может быть ниже, чем биполяронов с нарушенной симметрией (НС-биполяронов), притягивающим захваченных потенциалом дефектов ионной кристаллической структуры высокотемпературных СП типа вакансий, различного рода примесей, островковым или флуктуирующим потенциалом грязного СП. Для НС-поляронов и биполяронов сколь угодно слабая потенциальная яма приводит к их локализации в этой яме, в то время как в случае ТИ-полярона или биполярона для их захвата ямой требуется конечная глубина этой ямы. В случае отдельных биполяронов возможны квантовые переходы между ТИ и НС состояниями биполяронов при изменении величины притягивающего потенциала ловушки. Если величина притягивающего потенциала ловушки U невелика, ТИ-состояние биполярона, реализуется a при превышении величины притягивающего потенциала некоторого критического значения U_c реализуется HC состояние. Аналогичная ситуация возникает и в примесной модели Андерсона, если энергия ТИ-биполярона ниже энергии локализованного состояния в стохастическом потенциале. Этот вывод находится в соответствии с теоремой Андерсона [6],[7],

базирующейся на теории Бардина-Купера-Шриффера (БКШ) [8], которая небольшом уровне беспорядка утверждает, ЧТО при (флуктуации стохастического потенциала) критическая температура Т_с остается неизменной. При превышении некоторого порога U_c происходит коллапс делокализованной волновой функции ТИ-биполярона в локализованную на примеси волновую функцию НС-биполярона. При температуре Т меньше температуры Т_с, соответствующей СП переходу, и U меньше U_c делокализованные ТИбиполяроны образуют СП Бозе-конденсат, а при U больше U_c этот Бозеконденсат коллапсирует в диэлектрическое или плохо проводящее состояние (плохой металл) с нарушенной симметрией локализованных на примесях НСбиполяронов.

Такая ситуация может реализоваться в грязных СП при квантовых переходах типа металл-сверхпроводник или изолятор-сверхпроводник [1]-[4], а также в СП-пленках, где такой переход в сверхизолирующее состояние происходит при уменьшении ее толщины [9], [10]. Возможна и обратная ситуация, когда при понижении T в силу особенностей потенциала U происходит переход из СП в изолирующее состояние. Такого типа переход, повидимому, наблюдался в [11].

Важную роль при описании свойств грязных СП играет длина когерентности. Когерентной длиной определяется характерный размер Бозеконденсата, на котором соответствующий ему параметр порядка мало меняется. Этот размер определяет свойства всего Бозе-конденсата и, вообще говоря, не связан с размером частиц, образующих Бозе-конденсатное состояние. В частности, когерентная длина может быть зависящей от температуры величиной, в то время как размер частицы с изменением температуры остается неизменным. Тем не менее эффект Бозе-конденсации, хотя и проявляется макроскопически, в своей основе является квантовым явлением, в котором волновая функция отдельной частицы имеет макроскопические размеры. Если частица имеет пространственную структуру, то ее топология может определять и топологию всего Бозе-конденсата. Этот вопрос имеет актуальное значение, например при описании СП в наноструктурах, характерный размер которых может быть меньше, чем длина когерентности сверхпроводящего Бозе-конденсата. Особое значение вопрос о величине когерентной длины приобретает в грязных СП, где устанавливается неоднородное распределение параметра порядка.

В следующем разделе дается расчет длины когерентности в Бозеконденсате ТИ-биполяронов. К физическим явлениям, в которых квантовая когерентность играет принципиальную роль, относятся также эффект Джозефсона и квантование магнитного потока.

Длина когерентности ТИ-биполяронного Бозе-конденсата

Комплексным параметром порядка в макроскопической теории СП является волновая функция Бозе-конденсата, модуль которой пропорционален величине СП щели. Соответственно, в биполяронной теории СП величина щели является фононной частотой. Отметим, что квадрат модуля волновой функции Бозе-конденсата имеет смысл плотности числа ТИ-биполяронов в конденсате. При этом длина когерентности в микроскопической теории БКШ обратна пропорциональна ширине СП щели.

В квантовой статистической механике недиагональные элементы матрицы плотности определяют степень когерентности между различными квантовыми состояниями. В рассматриваемом случае Бозе-газа его состояние описывается плоскими волновыми функциями частиц с импульсом $k:\varphi_k(r_i) = e^{ikr_i}/\sqrt{V}$, где r_i – координаты *i*-ой частицы, V – объем системы. Соответственно, недиагональный элемент матрицы плотности, который является ключевым параметром для понимания дальнего порядка, определяется выражением

$$g(r_1, r_2) = \sum_k n_k \varphi_k^*(r_1) \varphi_k(r_2),$$
(1)

где $n_k = \{exp[(E_k - \mu)/T] - 1\}^{-1}$ – бозевская функция распределения частиц газа. Отделяя вклады конденсата с k=0 от температурной компоненты, можно переписать это выражение в виде

$$g(r_1, r_2) = \frac{N_0}{V} + \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3k \frac{exp[ik(r_i - r_2)/\hbar]}{exp[(E_k - \mu)/T] - 1},$$
(2)

где N_0 — число частиц в Бозе-конденсате. Входящая в (2) энергия ТИбиполярона E_k , согласно [5], имеет вид

$$E_k = [\Delta_k + E_{bp} + k^2/2M], \quad k > 0,$$
(3)

где E_{bp} – энергия основного состояния биполярона, $\Delta_k = \omega_k$ – фононная частота, которая имеет смысл величины сверхпроводящей щели:

$$\Delta_k = \omega_0, \tag{4}$$

для щели *s*-типа и оптического фонона, частота ω_0 которого не зависит от *k*, и:

$$\Delta_k = \omega_0 + \Delta_0 |\cos k_x a - \cos k_y a|, \tag{5}$$

для щели s+d-типа, где M = 2m, m – эффективная масса электрона (дырки).

С использованием (3)-(4) для g_R в случае щели s-типа получим

$$g(R) = \frac{N_0}{V} + \frac{1}{l_T^3} \sum_{j=1}^{\infty} exp \left[-j \left(E_{bp} + \omega_0 - \mu \right) / T - \pi R^2 / j l_T^2 \right] j^{-3/2}, \tag{6}$$

$$l_T = \hbar \left(\frac{2\pi}{MT}\right)^{1/2},\tag{7}$$

где $R = r_1 - r_2$. В случае $R \gg l_T$:

$$g(R) = \frac{N_0}{V} + \frac{2}{l_T^2 (2\pi\xi R)^{1/2}} K_{1/2} \left(\frac{R}{\xi} \right), \tag{8}$$

где *К*_µ – модифицированная функция Бесселя,

$$\xi = \frac{l_T}{\left(2\pi^{1/2}\sqrt{(E_{bp} + \omega_0 - \mu)/T}\right)}.$$
(9)

Величина ξ имеет смысл длины когерентности. С учётом (7) выражение для ξ может быть представлено в виде:

$$\xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2M(\hbar\omega_0 + E_{bp} - \mu)}}.$$
(10)

Из (10) следует, что длина когерентности ТИ-биполяронного газа при $T \leq T_c$ не зависит от *T*. При $T \geq T_c$ температурная зависимость длины когерентности, согласно (10), определяется температурной зависимостью химического потенциала $\mu(T)$. При $T = T_c$, когда $\mu = E_{bp}$, длина когерентности ξ идеального Бозе-газа (ИБГ), соответствующая $\omega_0 = 0$, обращается в бесконечность и остаётся таковой при $T \leq T_c$.

В отличие от ИБГ, длина когерентности газа ТИ-биполярона конечна при $T \leq T_c$ и равна:

$$\xi = \hbar / \sqrt{2M\hbar\omega_0} \,. \tag{11}$$

При $T \ge T_c$ длина когерентности остаётся конечной и определяется (10) вплоть до температуры существования псевдощелевой фазы T^* , при которой происходит распад ТИ-биполяронов.

Отметим, что при $R \gg \xi$ величина g(R), согласно (8), имеет вид

$$g(R) = \frac{1}{l_T^2 R} \exp\left(-\frac{R}{\xi}\right).$$
 (12)

В случае ҮВСО с $\hbar \omega_0 = 7,5 \cdot 10^{-3}$ эВ, $M = 2m_0$, для длины когерентности ξ при $T \leq T_c$ из (11) получим: $\xi = 1,6 \cdot 10^{-7}$ см (= 16Å). Соответственно, корреляционная длина: $l_{corr} = \hbar^2 \tilde{\epsilon} X(\eta)/me^2$ для $\tilde{\epsilon} = 4$, $X(\eta) = 7$ равна: $l_{corr} = 15$ Å. Напомним, что в теории БКШ когерентная длина ξ определяется как размер куперовской пары и равна: $\xi = \hbar v_f / \pi \Delta$, v_f – фермиевская скорость электрона, типичное значение которой в низкотемпературных СП составляет величина порядка $\xi \approx 10^{-4}$ см.

Таким образом, для использованных значений параметров в высокотемпературных СП $l_{corr} \approx \xi$ хотя, в отличие от БКШ, ξ и l_{corr} в биполяронной теории определяются совершенно разными соотношениями между параметрами. Учитывая, что типичные значения для лондоновской длины проникновения $\lambda \sim 1500$ Å, из вышеприведённых оценок следует, что неравенство $\lambda > \xi/\sqrt{2}$, которое определяет принадлежность СП ко второму роду, выполняется для YBCO с большим запасом, в полном соответствии с экспериментом.

Во внешнем магнитном поле длина когерентности ξ становится зависящей от поля: $\xi = \xi(H)$. Учёт такой зависимости, согласно [5], достигается заменой входящей в (11) фононной частоты ω_0 на $\tilde{\omega}_0 = \omega_0(1 - H^2/H_{max}^2)$, где H_{max} .- максимальное значение магнитного поля, при котором сохраняется однородное состояние СП. Таким образом, в достаточно сильном поле будет выполняться $\xi(H) > l_{corr}$ при $H \to H_c$, где H_c – максимальное магнитное поле при конечной температуре, оказывается возможным выполнение условия $\xi(H \to H_c) > \sqrt{2}\lambda$, то есть переход сверхпроводника второго рода в сверхпроводник первого рода. В этом случае, однако, однородное состояние при $H \to H_c$ становится неустойчивым относительно образования абрикосовских вихрей и образования вихревой материи.

В анизотропном случае полученные выражения следует модифицировать, используя в (12) вместо *R* величину, имеющую в главных осях вид:

$$R = \sqrt{\sum_{i} x_i^2 \gamma_i}, \quad \gamma_i = M_i / M, \quad i = 1, 2, 3,$$

где индекс *i* нумерует главные оси, $M_i = 2m_i$. Это позволяет ввести понятие анизотропной длины когерентности с компонентами

$$\xi_i = \xi / \sqrt{\gamma_i}.$$

Соответственно, в магнитном поле вместо ω_0 следует использовать величину $\widetilde{\omega}_0 = \omega_0 (1 - \sum_i H^2 / H_{i,max}^2)$, где $H_{i,max}$ – максимальное значение магнитного поля вдоль *i*-ой оси.

В случае щели *s*+*d*-типа (5) первый член в правой части (5) соответствует вкладу волны *s*-типа, а второй член – вкладу волны *d*-типа. Из (5) вытекает следующее условие, когда основной вклад в интеграл (2) дают значения $k \approx \sqrt{2MT}$ и $ka \ll 1$. В этом случае из (2) и (5) получим: $\Delta_0 |\cos k_x a - \cos k_y a|/T \cong \Delta_0 M a^2 / \hbar^2 \ll 1$. Таким образом, при $\omega_0 \ge \Delta_0 M a^2 T / \hbar^2$ основной вклад в интеграл будет давать волна *s*-типа. В этом случае полученные выше результаты для случая *s*-типа конденсата останутся без изменения. Так, например, в случае YBCO величина ω_0 / Δ_0 составляет ≈ 0.15 [12], [13] и условие *s*-приближения в этом случае выполняется с высокой точностью.

Приведённый расчёт длины когерентности фактически относится к газу ТИ-биполяронов низкой плотности в отсутствие Ферми-поверхности. В случае, когда Ферми-поверхность с резкой границей присутствует, рассматриваемый ТИ-биполяронный газ будет иметь особенности. Спектр ТИ-биполярона в этом случае был рассмотрен в [5], [14]. Согласно [5], [14], изменение спектра будет обусловлено существованием аномалий Кона [15], приводящих к перенормировке фононных частот вблизи волнового вектора волны зарядовой плотности. Вместо (3) в этом случае, согласно [5], [14], будем иметь:

$$E_{k}(P_{CDW}) = E_{bp}(\vec{P}_{CDW}) + \omega_{0}(\vec{P}_{CDW},\vec{k}) + \frac{k^{2}}{2M} - \frac{k\vec{P}_{CDW}}{M_{bp}},$$
(13)

где \vec{P}_{CDW} – волновой вектор зарядовой плотности, M_{bp} – масса ТИ-биполярона. Использование (13) приводит к модифицированной корреляционной функции $\tilde{\tilde{g}}(r_1, r_2)$:

$$\tilde{\tilde{g}}(r_1, r_2) = \tilde{g}(r_1, r_2) exp \left[i \,^M /_{M_{bp}} \vec{P}_{CDW}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) / \hbar \right].$$
(14)

Входящая в (14) корреляционная функция $\tilde{g}(r_1, r_2)$ отличается от $g(r_1, r_2)$ заменой в последней величине щели Δ_k на величину $\Delta_k - \frac{MP_{CDW}^2}{2M_{bp}^2}$. Длина

когерентности, определяемая (9)-(11), при этом не изменяется. Из (14), в частности, следует, что распространение волн зарядовой плотности с отличным от нуля *P_{CDW}* в нодальном направлении невозможно.

Обсуждение результатов

Большое число экспериментальных работ, подтверждающих биполяронную природу так называемых преформированных пар (то есть спаренных электронных состояний, образующихся в псевдощелевой фазе до их перехода в СП состояние), содержит работа [16]. О существовании преформируемых пар косвенно свидетельствуют многочисленные эксперименты по измерению магнетосопротивления в тонких пленках [17]-[23].

В работе [24] представлены результаты экспериментального наблюдения фрелиховских биполяронов на кристаллической поверхности высокотемпературного SrTiO₃, полученной посредством вакуумного отжига, методами спектроскопии фотоэмиссии углового разрешения (ARPES) и

изучения спектра рентгеновского поглощения. Комбинированные спектроскопические эксперименты в переменном электрическом поле и эксперименты по нейтронному рассеянию с переходами металл-изолятор в RNiO₃ типа LaNiO₃ И NdNiO₃ работе [25] никелатах В были проинтерпретированы на основе механизма образования в них биполяронного Бозе-конденсата аналогично ситуации В высокотемпературных Обсуждение большого сверхпроводниках висмута. на основе числа экспериментов, доказывающих существование биполяронов В высокотемпературных СП, содержится также в книге [5].

Прямое экспериментальное доказательство существования локализованных преформированных пар методом сканирующей туннельной спектроскопии в неупорядоченных сверхпроводниках было получено в работе [2]. Наличие пар при отсутствии Бозе-конденсата в сильно неупорядоченном образце в изолирующем состоянии связывалось в [2] с отсутствием в таком образце когерентных пиков, которые существуют в очищенном таком же образце. Локализованные на примесях пары могут образовывать локальный Бозе-конденсат на примесных островках, которые не связаны друг с другом, и по механизму джозефсоновского проводимость может осуществляться туннелирования между островками.

Отметим, что, согласно биполяронной теории, при очень большой концентрации примеси или дефектов порядка $1/\xi^3$, возможно и такое состояние, когда электронные пары, даже будучи закрепленными своими центрами на дефектах, формируют Бозе-конденсат, образуя при этом изолирующее состояние. Характерной особенностью такого Бозе-конденсата будет наличие отличной от нуля длины когерентности ξ в изолирующем состоянии и появление когерентного пика в зависимости кондактанса от напряжения, аналогичной случаю чистого образца.

Описанные свойства ТИ-биполяронов могут быть использованы для увеличения Т_с и создания комнатных сверхпроводников. Согласно [5], решение этой проблемы связано с решением задачи повышения концентрации ТИбиполяронов, которая, как правило, составляет менее процента от общего числа носителей тока. Чтобы повысить их концентрацию, в [5] было предложено использовать грязный СП с магнитными примесями, основываясь на том, что, в отличие от электронов (дырок), биполяроны имеют нулевой спин. Из вышеизложенного, однако, следует, что для этой цели могут быть использованы и обычные немагнитные примеси. Их можно использовать для разделения обычного электронного газа и растворенного в нем газа ТИ-биполяронов высокотемпературного сверхпроводника. Эта задача похожа на проблему разделения изотопов в урановой проблеме атомного проекта. Как и в проблеме обогащения урана, здесь возможны различные инженерные решения. В качестве одного из вариантов можно создавать образцы с неоднородным распределением примеси в образце. Например, создавать повышенную концентрацию примеси в периферийной части образца и пониженную концентрацию в глубине образца (такая ситуация часто реализуется в пленках). Параметры примеси должны быть подобраны так, чтобы она захватывала делокализованными. ТИ-биполяроны электроны, оставляя Тогда, С соблюдением общей электронейтральности образца, в его глубине будет образовываться область с повышенной концентрацией ТИ-биполяронов, а на периферии – с повышенной концентрацией электронов. Глубинная часть в этом случае будет обладать более высокой температурой перехода Т_с, чем в образце с однородным распределением примеси.

Литература

[1] B.Sacépé, Mikhail Feigel'man, Teunis M. Klapwijk, Quantum breakdown of superconductivity in low-dimensional materials // Nature Physics, 16, 734-746,

(2020); DOI: https://doi.org/10.1038/s41567-020-0905-x.

[2] B.Sacépé, T. Dubouchet, C. Chapelier, M. Sanquer, M. Ovadia, D. Shahar,
M. Feigel'man, L. Ioffe, Localization of preformed Cooper pairs in disordered superconductors // Nature Physics, 7,239–244, (2011);

DOI: <u>https://doi.org/10.1038/nphys1892</u>.

[3] Goldman, A. M. Superconductor-insulator transitions // Int. J. Mod. Phys.
 B 24, 4081–4101, (2010); DOI:<u>https://doi.org/10.1142/S0217979210056451</u>.

[4] Gantmakher, V. F. Dolgopolov, V. T. Superconductor-insulator quantum phase transition // Phys.-Usp., 53, 1, (2010); DOI: 10.3367/UFNe.0180.201001a.0003.

[5] Lakhno V.D., High Temperature Superconductivity // Bipolaron Mechanism, Gruyter, Gmbh, Berlin, 2022; DOI: <u>https://doi.org/10.1515/9783110786668</u>.

[6] Anderson, P.W. Theory of dirty superconductors // J. Phys. Chem. Solids, 11, 26–30, (1959); DOI: <u>https://doi.org/10.1016/0022-3697(59)90036-8</u>.

[7] Abrikosov, A. A., Gorkov, L. P. On the theory of superconducting alloys.1. The electrodynamics of alloys at absolute zero // Sov. Phys. JETP, 8, 1090, (1958).

[8] Bardeen, J., Cooper, L. N., Schrieffer, J. R. Theory of Superconductivity. Phys. Rev., 108, 1175–1204, (1957); DOI: <u>ttps://doi.org/10.1103/PhysRev.108.1175</u>.

[9] V. M. Vinokur, T. I. Baturina, M. V. Fistul4, A. Yu. Mironov, M. R. Baklanov, C. Strunk, Superinsulator and quantum synchronization // Nature, 452, 613-615,(2008); DOI: <u>10.1038/nature06837</u>

[10] Kowal, D., Ovadyahu, Z. Disorder induced granularity in an amorphous superconductor // Solid State Commun., 90, 783–786, (1994);
DOI: <u>https://doi.org/10.1016/0038-1098(94)90242-9</u>.

[11] Sushko Yu. V, H. Ito, T. Ishiguro, S. Hourichi, G. Saito, Magnetic-Field-Induced Transition to Resistive Phase in Superconducting k-(BEDT-TTF)₂Cu[N(CN)₂]Cl // J. Phys. Soc. Jpn., 62, 3372-3375, (1993); DOI: https://doi.org/10.1143/JPSJ.62.3372.

[12] Smilde H.J.H., Golubov A.A., Rijnders A.G., Dekkers J.M., Hakema S., Blank D.H.A., Rogalla H., Hilgencamp H., Admixtures to d-Wave Gap Symmetry in YBa₂Cu₃O₇ Superconducting Films Measured by Angle-Resolved Electron Tunneling // Phys. Rev. Lett., 95, 257001, (2005); DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.957001.

[13] Kirtley J.R., Tsuei C.C., A.C.J.M. Verwijs, Harkema S., Hilgenkamp H. Angle-resolved phase sensitive determination of the in-plane symmetry in YBa₂Cu₃O₇ // Nature Physics, 2, 190-194, (2006); DOI: <u>https//doi.org/10.10.38/nphys215.</u>

[14] Lakhno V.D., Translation-invariant bipolarons and charge density waves in high temperature superconductors // Frontiers in Physics, 9, Art. 662926, 9, (2021);
 DOI: <u>10.3389/fphy.2021.662926</u>.

[15] Kohn, Image of Fermi surface in the vibration spectrum of metal // Phys.Rev. Lett., 2, 393-394, (1959); DOI:101103/PhysRevLett2.393.

[16] A. Bussmann-Holder, H. Keller, Evidence for polaron Formation in High-Temperature Superconducting Cuprates: Experiment and Theory // J. Supercond Nov Magn, 22, 123-129, (2009); DOI 10.1007/s10948-008-0382-4.

 [17] Hebard, A. F., Paalanen, M. A. Magnetic-field-tuned superconductorinsulator transition in two-dimensional films // Phys. Rev. Lett., 65, 927–930, (1990);
 DOI: <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.65.927.</u> [18] Gantmakher, V. F., Golubkov, M. V., Dolgopolov, V.T., Tsydynzhapov, G.
E., Shahskin, A. A. Destruction of localized electron pairs above the magnetic-fielddriven superconductor-insulator transition in amorphous In-O films // JETP Letters, 68, 363–369, (1998); DOI: 10.1134/1.567874.

[19] Steiner M., Kapitulnik, A. Superconductivity in the insulating phase above the field-tuned superconductor-insulator transition in disordered indium oxide films // Physica C, 422, 16–26, (2005); DOI: <u>https://doi.org/10.1016/j.physc.2005.02.014</u>.

[20] Sambandamurthy G., Engel L. W., Johansson A., Shahar D., Superconductivity-Related Insulating Behavior // Phys. Rev. Lett., 92, 107005, (2004); DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.107005.

[21] Baturina, T. I., Strunk, C., Baklanov, M. R., Satta, A. Quantum Metallicity on the High-Field Side of the Superconductor-Insulator Transition // Phys. Rev. Lett., 98, 127003, (2007); DOI: <u>https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.127003</u>.

[22] Stewart, Jr., M. D., Yin, A., Xu, J. M., Valles, Jr., J.M., Superconducting Pair Correlations in an Amorphous Insulating Nanohoneycomb Film // Science, 318, 1273–1275, (2007); DOI: <u>https://www.jstor.org/stable/20051650.</u>

[23] Nguyen, H. Q. et al. Observation of Giant Positive Magnetoresistance in a Cooper Pair Insulator // Phys. Rev. Lett., 103, 157001, (2009); DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.157001.

[24] C. Chen, J. Avila, E. Frantzeskakis, A. Levy, M. C. Asensio, Observation of a two-dimensional liquid of FroËhlich polarons at the bare SrTiO₃ surface // NATURE COMMUNICATIONS, 6, 8585, (2015); DOI: <u>10.1038/ncomms9585</u> www.nature.com/naturecommunications.

[25] J. Shamblin, M. Heres, H. Zhou, J. Sangoro, M. Lang, J. Neuefeind, J.A. Alonso, S. Johnston, Experimental evidence for bipolaron condensation as a mechanism for the metal-insulator transition in rare-earth nickelates // NATURE COMMUNICATIONS, 9, 86, (2018); DOI: <u>10.1038/s41467-017-02561-6</u> www.nature.com/naturecommunications.