



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 49 за 2024 г.](#)

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**А.В. Казаков, Б.В. Васекин,
Н.А. Воробьев, [В.Е. Борисов](#)**

Совместное решение задачи
«скважина-пласт» при
моделировании кислотного
воздействия в трещиновато-
поровом коллекторе

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](#)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Совместное решение задачи «скважина-пласт» при моделировании кислотного воздействия в трещиновато-поровом коллекторе / А.В. Казаков [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 49. 24 с.
<https://doi.org/10.20948/prepr-2024-49>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-49>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

А.В. Казаков, Б.В. Васекин, Н.А. Воробьев, В.Е. Борисов

**Совместное решение задачи
«скважина–пласт» при моделировании
кислотного воздействия в трещиновато-
поровом коллекторе**

Москва — 2024

Казakov А.В., Васекин Б.В., Воробьев Н.А., Борисов В.Е.

Совместное решение задачи «скважина–пласт» при моделировании кислотного воздействия в трещиновато-поровом коллекторе

Основной целью данной работы является моделирование и исследование физических процессов, возникающих при кислотном воздействии на призабойную зону пласта. Модель позволяет учитывать трещины и особенности заканчивания скважин. Для достижения поставленной цели создан набор новых вычислительных алгоритмов, позволяющих проводить моделирование процесса химического воздействия на продуктивный пласт с использованием кислотных составов. Моделирование процесса кислотного воздействия осуществляется с помощью специальных вычислительных методов, позволяющих решать задачу в системе «скважина-пласт» путем совместного решения системы уравнений. В представленной статье описано применение данного подхода на ряде синтетических и реальных тестов, а также продемонстрировано влияние ключевых эффектов, происходящих в трещиновато-поровых коллекторах, на эффективность кислотного воздействия.

Ключевые слова: кислотное воздействие, течение в стволе скважины, система «скважина-пласт», химические реакции, неньютоновская жидкость, трещины ГРП

A. V. Kazakov, B. V. Vasekin, N. A. Vorobyov, V. E. Borisov

Coupled solution of the borehole-reservoir problem in modeling acidic effects in a fractured-pore reservoir

The main purpose of this work is to model and study the physical processes that occur during acid exposure to the bottomhole zone of a well, taking into account the presence of fractures and the characteristics of well completion. To achieve this goal, a set of new computational algorithms has been created that allow modeling the process of chemical exposure to a productive reservoir using acid compositions. The simulation of the acidic effect process was carried out using special computational methods that allow us to jointly solve the system of well-formation equations. The application of this approach on a number of synthetic and real-world tests is described. The influence of key effects occurring in fractured-pore reservoirs on the effectiveness of acid exposure is demonstrated.

Key words: acid treatment, wellbore flow, borehole-formation system, chemical reactions, non-Newtonian fluid, hydraulic fractures

Введение

Корректное моделирование процессов кислотного воздействия на призабойную зону пласта требует учета множества физических и химических факторов. Одним из ключевых является большое число химических реакций между минералами и кислотами. В настоящее время существует три класса моделей, с помощью которых могут быть описаны химические реакции при кислотном воздействии:

- модели кинетически контролируемых реакций, в которых предполагается, что скорости реакций достаточно низкие, а химические реакции описываются с помощью уравнений кинетики [1–3];
- модели локального равновесия, в которых предполагается, что реакции протекают мгновенно, а химические реакции описываются константами равновесия [4];
- модели частичного локального равновесия, в которых реакции, протекающие с низкой скоростью, описываются с помощью уравнений кинетики, а реакции, протекающие с высокой скоростью – с помощью констант равновесия [5–7].

Также необходимо обращать внимание на такие факторы, как 1) изменение структуры порового пространства за счёт растворения кислотой некоторых минералов породы и распространение жидкостей в пористой среде; 2) необходимость учета явления массопереноса молекул кислоты на поверхность породы с последующей реакцией. При этом ее интенсивность может зависеть как от скорости массопереноса, так и от скорости поверхностной реакции. Существующие подходы к учёту этих факторов представлены в работе [8], в их основе лежит модель «two-scale continuum model». Ее ключевым элементом является учет особенностей течений микромасштаба в уравнениях, которые описывают течение на макроскопическом уровне.

Кроме того, при моделировании кислотных обработок часто приходится сталкиваться с горизонтальным заканчиванием скважин или наличием трещин гидравлического разрыва пласта (ГРП). Как правило, моделирование кислотного воздействия в трещинах производится с применением модели двойной среды [9–12], в рамках которой вводятся две «эффективные» среды: одна для системы трещин, а вторая для пористой матрицы, каждая со своими фильтрационно-емкостными свойствами. В каждой из сред рассматривается течение жидкостей, также учитывается их переток между средами.

Для определения оптимального размещения жидкостей в горизонтальных участках скважин и трещинах ГРП важно корректно моделировать течение жидкостей в стволе скважины. Наибольшее распространение получили два класса моделей [13, 14]: многожидкостная модель и модель дрейфа. В своей основе обе модели содержат осреднённые по поперечному сечению трубы законы сохранения импульса и массы, дополненные рядом упрощений. Существует несколько подходов, рассматривающих моделирование

многофазных течений в сопряжённой системе пласт-скважина [15, 16]. Как правило, данные подходы ограничиваются решением задачи гидродинамики в пласте и не рассматривают физико-химические процессы на микромасштабе.

В настоящей работе представлен подход к совместному решению системы уравнений «скважина-пласт», учитывающий потери давления и течение неньютоновских жидкостей в стволе скважины с детальным рассмотрением физико-химических процессов, происходящих при кислотных обработках коллекторов различного типа. На нескольких примерах показан процесс моделирования кислотного воздействия скважин со сложными видами заканчивания.

1. Постановка задачи

В работе рассматривается скважина произвольной траектории и соответствующая призабойная зона пласта. На устье скважины происходит последовательная закачка кислотного состава. Перемещаясь по системе труб, расположенных в скважине, жидкость достигает забоя, на уровне которого расположены интервалы перфораций. При движении состава по стволу скважины моделируются следующие процессы:

- потери давления за счёт гидростатического столба жидкости и трения о стенки скважины;
- изменение температуры жидкости за счёт геотермального градиента.

Через интервалы перфораций жидкость проникает в пласт, где происходят:

- химические реакции между активными водными компонентами кислотного состава и минералами породы;
- изменение структуры порового пространства за счёт изменения пористости и долей минералов в породе;
- течение жидкостей в пористой среде.

При наличии трещины ГРП в пласте жидкость, проходя интервалы перфораций, сначала попадает в трещины, в которых моделируются:

- течение жидкостей в пространстве трещин;
- химические реакции кислот с кольматантами (при их наличии в трещине);
- переток жидкости из трещины в матрицу породы.

Для моделирования течения в стволе скважины рассматривается подход, основанный на использовании метода узловых потенциалов, который применяется в задачах расчёта гидравлики многофазных течений в наземной сети сбора. В данной модели учитываются неньютоновская реология жидкостей, конструкция и компоновка скважины, а также температурные характеристики пласта. Подход позволяет оценить величину забойного давления и температуру жидкости на входе в пласт.

При моделировании процессов в пласте рассматривается двухфазная многокомпонентная модель течения жидкости. Физико-математическая модель учитывает произвольное число минералов и кольматантов в породе, количество

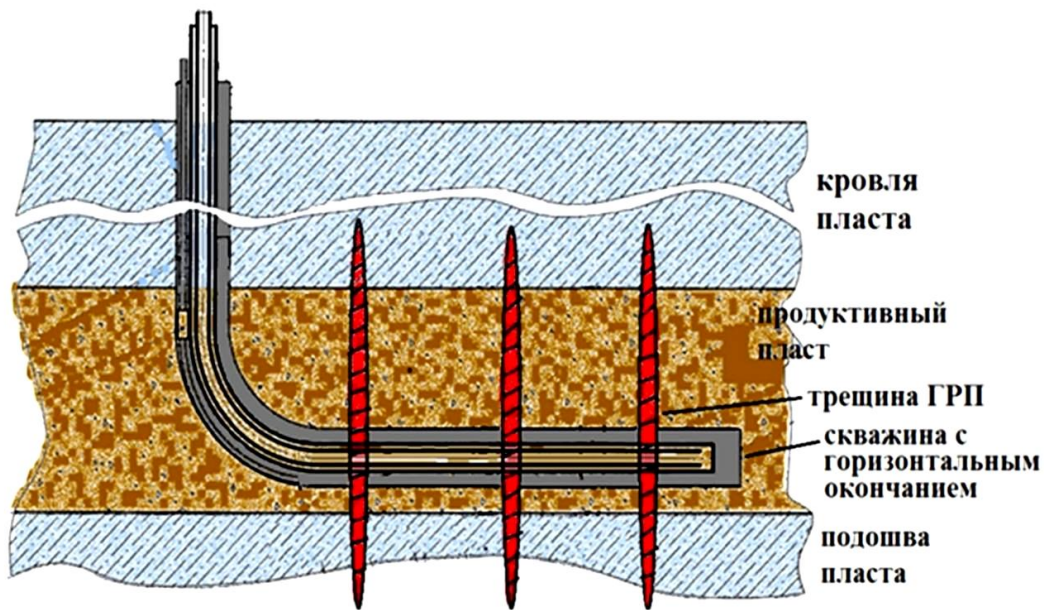


Рис. 1. Скважина с портами трещин ГРП

компонент в составе жидкой фазы, гетерогенные и гомогенные кинетически контролируемые химические реакции. Кроме этого, в реализованном подходе учитывается ряд эффектов, зависящих от типа коллектора: выпадение осадков и растворение колматантов, значительная неоднородность свойств коллектора, диффузия и массоперенос жидкостей в случае карбонатов.

При наличии детальной информации о геометрии скважины и заканчивания, ФЕС и минералогии призабойной зоны для более корректного и точного расчёта кислотного воздействия используются 3D-сетки Вороного [17]. Это позволяет строить детальную сетку вблизи скважины, которая явно описывает геометрические особенности заканчивания скважины: наклонно-направленные и горизонтальные скважины, наличие трещин гидроразрыва пласта (ГРП, МГРП). Также в рамках данного подхода реализована возможность моделирования течения по системе трещин в трещиновато-поровом коллекторе с использованием подходов [9–12].

2. Модель кислотного воздействия в коллекторе

При построении модели используются следующие допущения:

- жидкость состоит из двух фаз, водной и нефтяной; водная фаза состоит из произвольного числа водных компонент, включающих в себя компоненты на границе «порода–жидкость», нефтяная фаза содержит только нефтяную компоненту;
- жидкость сжимаема;
- трещины описываются плоскостями; раскрытие трещины является функцией точки поверхности трещин $w = w(x)$, $x \in \Omega_F$;

- движение компонент водной фазы обусловлено действием конвективных и диффузионных сил, компонента нефтяной фазы движется под действием конвективных сил;
- течение в трещинах описывается моделью смазочного слоя (число Рейнольдса $Re \ll 1$), скорость течения жидкости в матрице описывается законом Дарси;
- твердая фаза состоит из произвольного числа компонент (минералов);
- химические реакции происходят только в матрице, в трещинах химические реакции отсутствуют;
- между компонентами водной фазы происходят гомогенные реакции;
- между компонентами водной фазы и минералами породы происходят гетерогенные реакции;
- химические реакции с карбонатами и доломитами зависят от концентрации реагентов (компонент водной фазы) на границе «порода–жидкость»;
- скорость химических реакций зависит от температуры.

Пусть Ω_F – множество трещин, в которых происходит течение жидкости, Ω_m – матрица коллектора, в которой происходит течение жидкости и химические реакции. Тогда математическая модель описывается следующими группами уравнений:

- законами сохранения массы водных компонент, нефтяной компоненты в трещинах Ω_F ;
- законами сохранения массы водных компонент, нефтяной компоненты и минералов в матрице Ω_m ;
- законами сохранения объёма в трещинах Ω_F и матрице Ω_m ;
- нормировочными соотношениями, связывающими пористость с долями минералов в породе;
- уравнениями массопереноса водных компонент на границе «порода–жидкость»;

Перед тем как перейти к математическому описанию модели, рассмотрим законы сохранения массы однофазной жидкости в трещинах и матрице:

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \vec{v}_F) = 0, \quad x \in \Omega_F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}_m) = 0, \quad x \in \Omega_m, \quad (2)$$

где ρ – плотность жидкости, w – раскрытие трещины, \vec{v}_F , \vec{v}_m – скорости течения в трещинах и матрице, которые имеют вид

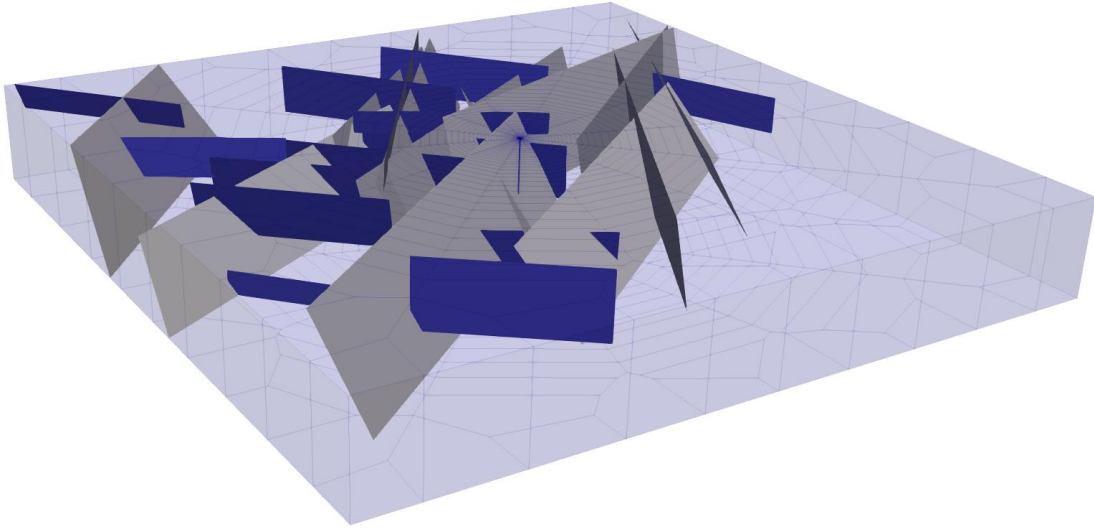


Рис. 2. Геометрическая модель трещин

$$\vec{v}_F = -\frac{k_f}{\mu}(\nabla p + \rho \vec{g}) = 0, \quad \vec{v}_m = -\frac{k_m}{\mu}(\nabla p + \rho \vec{g}) = 0, \quad (3)$$

где μ – вязкость жидкости, p – давление, \vec{g} – вектор ускорения свободного падения, k_m – абсолютная проницаемость матрицы, k_f – абсолютная проницаемость трещины, которая имеет вид

$$k_f = \frac{w^2}{12}. \quad (4)$$

Можно заметить, что уравнения (1) и (2) имеют схожую форму. В случае течения многофазной многокомпонентной жидкости уравнения будут также схожи. Основные отличия заключаются в том, что \vec{v}_F – трехмерная скорость течения, а \vec{v}_m – двумерная, и в законе сохранения массы жидкости в трещинах вместо пористости присутствует раскрытие трещины, которое является функцией точки поверхности.

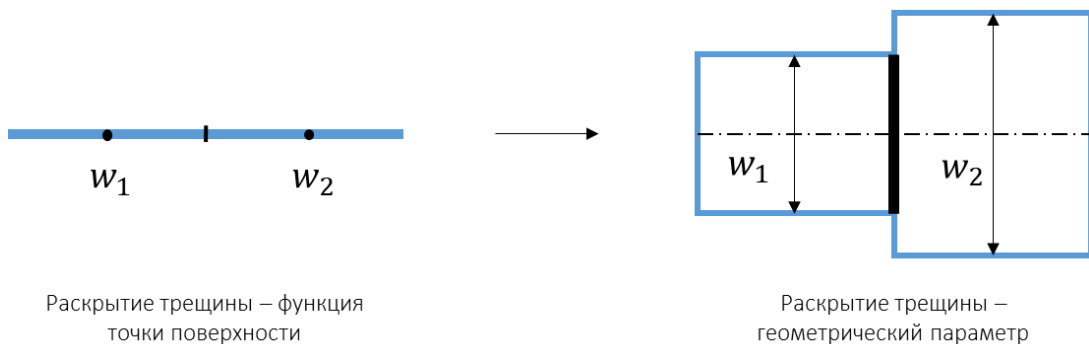


Рис. 3. Трещина, вид сбоку. Слева: раскрытие – функция точки поверхности трещины, справа: раскрытие – геометрический параметр трещины

Далее полагается, что трещины представляют собой поровую среду, в которой пористость равна единице. Течение в трещинах двумерное – вдоль поверхности трещин. Раскрытие учитывается не как функция точки поверхности трещины, а как геометрический параметр, необходимый для расчёта объёма среды, в которой происходит течение. При этом течение в ортогональном к плоскости трещины направлении отсутствует. Тогда раскрытие трещины, стоящее в уравнении (1), может быть опущено и уравнение примет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}_F) = 0, \quad x \in \Omega_F. \quad (5)$$

В рамках разработанной физико-математической модели кислотного воздействия законы сохранения массы жидкости в трещинах и матрице описываются единой группой уравнений вида (2), (5). Отличие заключается в выражениях для скорости течения, представленных в (3).

Ниже представлена математическая модель, описывающая процесс кислотного воздействия в трещиновато-поровых карбонатных коллекторах. Данная модель применима в рамках подхода двойной среды. В случае эффективной среды необходимо положить $\Omega_F = \emptyset$. Законы сохранения массы нефтяной компоненты имеют вид

$$\frac{\partial \rho_o S_o \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\rho_o \frac{k k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o + \rho_o \vec{g}) \right) + Q_{fm,o} = 0, \quad x \in \Omega_m, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho_o S_o \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\rho_o \frac{k k_{ro}}{\mu_o} (\nabla p_o + \rho_o \vec{g}) \right) - Q_{fm,o} = 0, \quad x \in \Omega_F, \quad (7)$$

где φ – пористость, S_o – насыщенность нефтяной фазы, ρ_o – плотность водной фазы, k_{ro} – относительная фазовая проницаемость нефти, μ_o – вязкость нефтяной фазы, p_o – давление нефтяной фазы, k – абсолютная проницаемость, которая определяется в следующем виде: $k = w^2/12$ для $x \in \Omega_F$ и

$$k(\varphi) = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & 0 \\ k_{yx} & k_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zz} \end{pmatrix} \text{ для } x \in \Omega_m.$$

Законы сохранения массы для водных компонент имеют вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varphi S_w C_i}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-C_i \frac{k k_{rw}}{\mu_w} (\nabla p_w + \rho_w \vec{g}) \right) + \operatorname{div}(-\varphi D_{e,w,i} \nabla C_i) + Q_{fm,i} \\ & = \sum_{r=1}^{N_{r,aq}} v_{ir} I_{r,aq} + \sum_{r=1}^{N_{r,s}} v_{ir} I_{r,s}, \quad i = \overline{1, N_{aq}}, \quad x \in \Omega_m, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi S_w C_i}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-C_i \frac{k k_{rw}}{\mu_w} (\nabla p_w + \rho_w \vec{g}) \right) + \operatorname{div} (-\varphi S_w D_{m,w,i} \nabla C_i) - Q_{fm,i} \quad (9)$$

$$= 0, \quad i = \overline{1, N_{aq}}, \quad x \in \Omega_F,$$

где φ – пористость, S_w – насыщенность водной фазы, C_i – молярные концентрации водных компонент (моль/м³), $k(\varphi)$ – абсолютная проницаемость, k_{rw} – относительная фазовая проницаемость воды, μ_w – вязкость водной фазы, $D_{e,w,i}$ – коэффициент диффузии i -й компоненты в водной фазе (м²/с), $D_{m,w,i}$ – коэффициент молекулярной диффузии i -й компоненты в водной фазе (м²/с), ν_{ir} – стехиометрические коэффициенты, $Q_{i,well}$ – поток i -го компонента из скважины, $I_{r,aq}$ – скорость гомогенной реакции в водной фазе, $I_{r,s}$ – скорость гетерогенной реакции в водной фазе, N_{aq} – количество водных компонент, $N_{r,aq}$ – количество гомогенных реакций, $N_{r,s}$ – количество гетерогенных реакций, $Q_{fm,o}$, $Q_{fm,i}$ – источниковые члены, описывающие массообмен матрицы и трещин:

$$Q_{fm,o} = \sigma \rho_o \frac{k_m k_{ro}}{\mu_o} (p_{o,m} - p_{o,f}), \quad (10)$$

$$Q_{fm,i} = \sigma C_i \frac{k_m k_{rw}}{\mu_w} (p_{w,m} - p_{w,f}),$$

где σ – показатель формы, k_m – проницаемость матрицы, $p_{\alpha,m}$, $p_{\alpha,f}$ – давление в трещинах и матрице.

Молярные потоки компонент водной фазы Q_i выражаются через массовый поток жидкости и массовые концентрации компонент:

$$C_{i,\%} = \frac{MW_i \cdot C_i}{\rho_w}, \quad Q_i = \frac{Q_w \cdot C_{i,\%}}{MW_i} = \frac{Q_w \cdot C_i}{\rho_w},$$

где Q_w – массовый поток воды, $C_{i,\%}$ – массовая доля компонента.

Скорость гомогенных и гетерогенных реакций описывается выражениями

$$I_{r,aq} = k^f \prod_{\nu_i < 0} C_i^{|\nu_i|} (1 - K_e^{-1} Q), \quad r = \overline{1, N_{r,aq}},$$

$$I_{r,s} = k^f s_m \left[\prod_{\nu_i < 0} C_{s,i}^{n_i} \right], \quad r = \overline{1, N_{r,s}}, \quad (11)$$

где $C_{s,i}$ – молярная концентрация компонента на границе «порода–жидкость», соответствующая i -му водному компоненту, s_m – площадь поверхности реакции, n_i – порядки реакции, $k^f(T) = k_0^f \exp \left[-\frac{\Delta E}{RT} \right]$ – константа скорости

реакции, R – универсальная газовая постоянная, T – температура, ΔE – энергия активации.

Обозначим N_{surf} общее число компонент на границе «порода–жидкость». Ограничение скоростей реакций скоростью диффузии выражается в виде [5]:

$$k_{c,j}(C_j - C_{s,j}) = \sum_{r=1}^{N_{r,surf,j}} v_{jr} k_r^f \left(\prod_{v_i < 0} C_{s,i}^{n_i} \right), j = \overline{1, N_{surf}}, \quad x \in \Omega_m. \quad (12)$$

Здесь $N_{r,surf,j}$ – количество реакций (гомогенных и гетерогенных), в которых участвует i -й водный компонент, $k_{c,j}$ – коэффициент массопереноса (м/с), определяемый следующим выражением:

$$k_{c,j} = \frac{D_{m,w,j}}{2r_p} \left(Sh_\infty + \frac{0.7}{m^{1/2}} Re_p^{1/2} Sc^{1/3} \right),$$

где $D_{m,w,j}$ – коэффициент молекулярной диффузии, r_p – средний радиус пор, Sh_∞ – асимптотическое число Шервуда, m – отношение длины поры к диаметру, $Re_p = 2|\vec{U}_w|r_p/\nu_w$ – число Рейнольдса, φ – пористость, $Sc = \nu_w/(\rho_w D_m)$ – число Шмидта, $\nu_w = \mu_w/\rho_w$ – кинематическая вязкость.

Наличие нефтяной фазы учитывается в площади поверхности реакции, доступной для водной фазы [18]: $A_m = A_{m,0} \cdot a S_w^b$, где $A_{m,0}$ – удельная площадь поверхности соприкосновения жидкости и породы, a, b – параметры корреляции ($a = 1.02$, $b = 0.244$).

Коэффициент диффузии D_e описывается следующим выражением: $D_{e,w,i} = S_w D_{m,w,i} \alpha_{os}$, где α_{os} – коэффициент, зависящий от структуры порового пространства (коэффициент извилистости или соединенности пор), причем $\alpha_{os} = 1$ при $x \in \Omega_F$, $D_{m,w,i}$ – коэффициент молекулярной диффузии.

Законы сохранения массы минералов имеют вид

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \bar{V}_i \sum_{r=1}^{N_{r,s}} v_{ir} I_{r,s}, i = \overline{1, N_m}, x \in \Omega_m, \quad (13)$$

где V_i – доли минералов, $\bar{V}_i = MW_i/\rho_i$ – молярный объем минерала (м³/моль), $I_{r,s}$ – скорость гетерогенной реакции в водной фазе, v_{ir} – стехиометрические коэффициенты, N_m – количество минералов в породе.

В процессе реакций в водной фазе образуются продукты реакций и исчезают реагенты. При этом объем пространства, который занимает жидкая фаза, должен совпадать с объемом пустотного пространства. Данное утверждение формализуется в виде закона сохранения объема

$$\varphi = \varphi \left(\frac{S_w}{\rho_w} \cdot \sum_{i=1}^{N_{aq}} C_i \cdot MW_i + S_o \right), \quad x \in \Omega_m \cup \Omega_F, \quad (14)$$

где φ – пористость, S_w – насыщенность водной фазы, ρ_w – плотность водной фазы, C_i – молярные концентрации водных компонент (моль/м³), MW_i – молярные массы компонент (кг/моль).

Модель дополняется нормировочными соотношениями для насыщенностей и давлений фаз, а также долей минералов:

$$S_o + S_w = 1, \quad p_o - p_w = p_c(S_w), \quad x \in \Omega_F \cup \Omega_m, \quad (15)$$

$$\varphi + (1 - \varphi_0) \sum_{m=1}^{N_m} V_m = 1, \quad x \in \Omega_m, \quad (16)$$

где φ – пористость, φ_0 – начальная пористость, V_m – доли минералов в породе, N_m – количество минералов в породе.

Изменение проницаемости вследствие изменения пористости описывается корреляцией Козени–Кармана [5]:

$$\frac{k(x)}{k_0} = \frac{\varphi(x)}{\varphi_0} \left(\frac{\varphi(x)(1 - \varphi_0)}{\varphi_0(1 - \varphi(x))} \right)^{2\beta}, \quad x \in \Omega_m,$$

где k , k_0 – текущая и начальная проницаемость, φ , φ_0 – текущая и начальная пористость, β – параметр, зависящий от структуры порового пространства.

Граничными условиями в задаче выступают:

- давление на контуре питания:

$$p_o|_{\Gamma_{res}} = p_{\Gamma_{res}}; \quad (17)$$

- поток водной фазы на границе между скважиной и пластом с заданными концентрациями водных компонент:

$$Q_w|_{\Gamma_w} = Q_{w,\Gamma_w}, \quad C_i|_{\Gamma_w} = C_{i,\%}^{well}, \quad (18)$$

где Γ_{res} – граница контура питания, $p_{\Gamma_{res}}$ – давление на контуре питания, Γ_w – граница между пластом и скважиной, Q_{w,Γ_w} – заданный поток кислотного раствора на границе, Q_w – поток водной фазы, $C_{i,\%}^{well}$ – массовая доля водного компонента в потоке.

В качестве начальных условий выступают:

- распределение пластового давления $p_w|_{t=0} = p_{w,0}$, $p_o|_{t=0} = p_{o,0}$;
- распределение насыщенностей $S_w|_{t=0} = S_{w,0}$, $S_o|_{t=0} = S_{o,0}$;

- распределение пористости $\varphi|_{t=0} = \varphi_0$;
- начальное давление в скважине $p_{BH}|_{t=0} = p_{BH,0}$;
- распределение минералов $V_m|_{t=0} = V_{m0}$;
- распределения водных компонент и компонент на границе «порода–жидкость»: $C_i|_{t=0} = C_{i,in}$; $C_{s,i}|_{t=0} = C_{s,in}$.

Таким образом, система уравнений (6)–(18) совместно с соотношениями для скорости химических реакций, зависимостями проницаемости от пористости, площади поверхности реакции от водонасыщенности, а также начальными и граничными условиями описывает процесс кислотного воздействия. Данная система уравнений позволяет определить $N_{aq} + N_{surf} + N_m + 6$ неизвестных, а именно:

- молярные концентрации водных компонент $C_i, i = \overline{1, N_{aq}}$;
- концентрации компонент на границе «порода–жидкость» $C_{s,i}, i = \overline{1, N_{surf}}$;
- доли минералов $V_i, i = \overline{1, N_m}$;
- насыщенности и давления фаз S_α и $p_\alpha, \alpha = o, w$;
- пористость φ ;
- давление в скважине p_{BH} .

Для решения системы уравнений модели с помощью метода контрольных объемов была разработана полностью неявная разностная схема, позволяющая проводить расчеты на сетках Вороного (3D). Часть деталей дискретизации представлена ниже.

Обозначим за Ω некоторую трехмерную расчетную область, в которой решается система уравнений (6)–(18). Данная область может быть разбита на конечное число контрольных объемов N_Ω : $\Omega = \cup_i^{N_\Omega} \Omega_i$, которые представляют собой ячейки РЕВИ-сетки (двумерные и трехмерные). Пусть Ω_F – множество двумерных контрольных объемов, описывающих трещины (N_{F_Ω} штук), Ω_m – множество трехмерных контрольных объемов, описывающих матрицу (N_{M_Ω} штук). Тогда $\Omega = \Omega_F \cup \Omega_m$. Обозначим множество номеров контрольных объемов трещин, которые соединены с i -м контрольным объемом матрицы, \mathcal{F}_i . Для каждого $\Omega_i \in F_\Omega$ обозначим номер соответствующего контрольного объема матрицы $\Omega_j \in \Omega_m$ через \mathcal{M}_i .

Уравнения (6)–(18) интегрируются на некотором промежутке времени Δt . При этом $p_o^{n+1}, S_w^{n+1}, M_\varphi^{n+1}, C_i^{n+1}, C_{s,i}^{n+1}$ являются неизвестными.

Для проведения пространственной дискретизации необходимо определить способ задания основных переменных на контрольных объемах Ω_i . Предполагается, что доли минералов, давления и насыщенности фаз, множитель на пористость, а также концентрации водных компонент являются кусочно-постоянными функциями, заданными на множестве контрольных объемов. Указанные переменные определяются следующим образом:

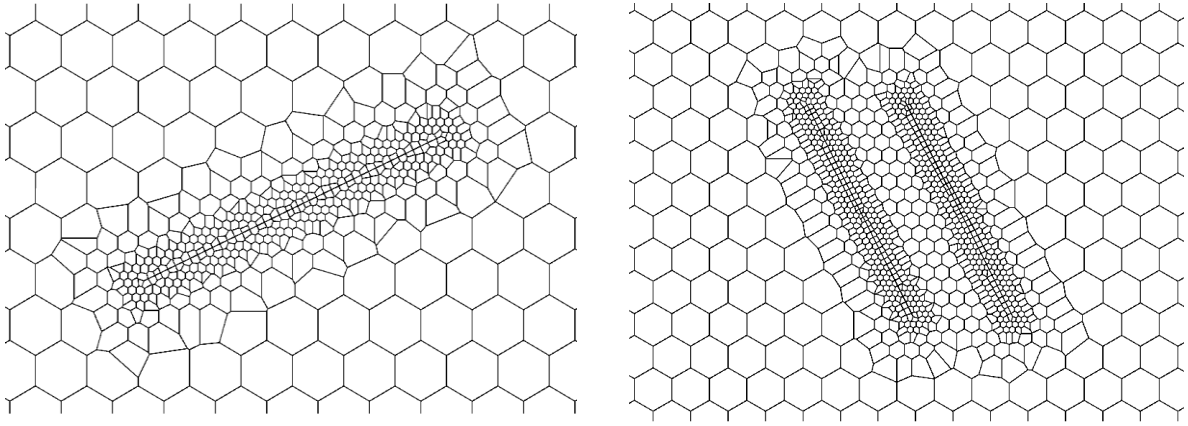


Рис. 4. Построение сеток Вороного в случае скважин с трещинами ГРП

$$p_\alpha(x) = \sum_{i=1}^{N_\Omega} p_{\alpha,i} \psi_i(x), \quad S_\alpha(x) = \sum_{i=1}^{N_\Omega} S_{\alpha,i} \psi_i(x), \quad \alpha = o, w, \quad M_\varphi = \sum_{i=1}^{N_{M_\Omega}} M_{\varphi,i} \psi_i(x),$$

$$V_m(x) = \sum_{i=1}^{N_{M_\Omega}} V_{m,i} \psi_i(x), \quad C_m(x) = \sum_{i=1}^{N_\Omega} C_{m,i} \psi_i(x), \quad C_{s,m}(x) = \sum_{i=1}^{N_{M_\Omega}} C_{s,m,i} \psi_i(x),$$

где $p_{\alpha,i}$, $S_{\alpha,i}$, $V_{m,i}$, $C_{m,i}$, $C_{s,m,i}$, $M_{\varphi,i}$ – значения переменных в контрольном объеме Ω_i , $\psi_i(x)$ – пробная функция, имеющая вид

$$\psi_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in \Omega_i \\ 0, & x \notin \Omega_i \end{cases}$$

Для пространственной дискретизации уравнения системы умножаются на $\psi_i(x)$ и интегрируются по всей расчетной области Ω . Для решения полученной в результате дискретизации системы нелинейных уравнений применялся метод Ньютона.

3. Модель течения в стволе скважины

Предлагаемая физико-математическая модель течения жидкости в скважине формулируется в рамках следующих допущений:

- жидкость состоит из произвольного числа фаз. В дальнейшем такая жидкость будет называться смесью;
- каждая фаза состоит из произвольного числа компонент, которые переносятся вместе с фазой;
- все фазы движутся с одинаковой скоростью, которая в дальнейшем будет называться скоростью смеси;
- реология каждой фазы может быть описана в рамках модели ньютоновской жидкости, либо степенной моделью жидкости для учёта реологии отклонителей;
- реология фаз не меняется при течении жидкости в стволе;

- реология смеси описывается степенной моделью;
- параметры реологической модели смеси определяются параметрами фаз, из которых она состоит, пропорционально долям фаз.

Для расчета потерь давления на всех сегментах скважины используется метод узловых потенциалов для расчета гидравлической сети. Идея метода заключается в следующем: для каждого i -го расчетного узла записывается уравнение

$$P_i - P_j = k_{ij}Q_{ij}, \quad (19)$$

где P_i – давление в i -м узле, P_j – давление в соседнем узле, Q_{ij} – массовый поток из i -го в j -й узел, k_{ij} – коэффициент сопротивления трубы перетока, рассчитываемый по следующей формуле:

$$k_{ij} = f \frac{Lv_{ij}}{2SD}, \quad (20)$$

где f – коэффициент трения, который определяется исходя из режимов течения и типа реологии закачиваемой жидкости, v_{ij} – скорость перетока, S – площадь поперечного сечения, D – гидравлический диаметр, L – расстояние между расчетными узлами.

Для расчета потерь давления используются рекомендованные институтом АРІ корреляции. В основе предлагаемого подхода лежит реологическая модель Гершеля–Балкли, которая объединяет в себе свойства степенной и бингамовской жидкостей:

$$\tau = \tau_y + k\gamma^n, \quad (21)$$

где k – показатель консистенции ($\text{Па} \cdot \text{с}^n$), n – индекс течения.

Эффективный диаметр выбирается в зависимости от конфигурации: $D = D_o$ для трубы и $D = D_o - D_i$ для кольцевого канала.

Параметры n, k определяются пределом текучести (yield point YP) и пластической вязкостью (plastic viscosity PV):

$$n = 3.32 \log_{10} \left(\frac{2PV + YP - \tau_y}{PV + YP - \tau_y} \right), k = \frac{PV + YP - \tau_y}{511^n}, R = \frac{\tau_y}{YP}. \quad (22)$$

Дополнительный коэффициент R полезен для определения типа реологии. Для степенной реологии полагается $R = 0$, для бингамовской – $R = 1$, для реологии Гершеля–Балкли – $0 < R < 1$.

Поправка на скорость сдвига для геометрии скважины B_a также зависит от реологического параметра n . При использовании геометрического коэффициента α поток в трубах ($\alpha = 0$) и кольцевых пространствах ($\alpha = 1$) можно рассматривать в одном выражении:

$$B_a = \left(\frac{(3 - \alpha)n + 1}{(4 - \alpha)n} \right) \left(1 + \frac{\alpha}{2} \right). \quad (23)$$

Дополнительно вводится коэффициент B_x для поправки скорости сдвига вискозиметра:

$$B_x = \left(\frac{x^{\frac{2}{n}}}{nx^2} \right) \left(\frac{x^2 - 1}{x^{\frac{2}{n}} - 1} \right) \approx 1, \quad x = 1.0678. \quad (24)$$

Поправочные коэффициенты геометрии скважины и скорости сдвига вискозиметра можно объединить в один коэффициент G :

$$G = \frac{B_a}{B_x}. \quad (25)$$

Скорость сдвига у стенки γ_w , необходимая для определения напряжения сдвига у стенки, зависит от геометрического фактора G :

$$\gamma_w = \frac{1.6Gv}{D}. \quad (26)$$

Это уравнение применимо для труб и кольцевых каналов при соответствующих значениях скорости течения жидкости v (м/с) и гидравлического диаметра D (м). Касательные напряжения у стенки рассчитываются следующим образом:

$$\tau_w = 1.066 \left(\left(\frac{4 - \alpha}{3 - \alpha} \right)^n \tau_y + k\gamma_w^n \right). \quad (27)$$

Обобщенное число Рейнольдса применимо как к трубам, так и к кольцевым пространствам. Самая удобная форма записи соответствующего уравнения включает касательное напряжение на стенке τ_w :

$$N_{ReG} = \frac{\rho v^2}{19.36\tau_w}. \quad (28)$$

Критическое число Рейнольдса – это значение, при котором режим течения меняется с ламинарного на переходный:

$$N_{Cre} = 3470 - 1370n. \quad (29)$$

Использование обобщенного числа Рейнольдса позволяет объединить в одну зависимость трение ламинарного потока для труб и концентрических колец:

$$f_{lam} = \frac{16}{N_{ReG}}. \quad (30)$$

Коэффициент трения переходного потока рассчитывается с критическим числом Рейнольдса:

$$f_{trans} = \frac{16N_{ReG}}{N_{CRe}^2}. \quad (31)$$

Форма Блазиуса коэффициента трения турбулентного потока для неньютоновских жидкостей является функцией обобщенного числа Рейнольдса и реологического параметра n . Константы a и b основаны на аппроксимации кривых, взятых из данных о степенных жидкостях:

$$f_{turb} = \frac{a}{N_{ReG}^b}, \quad a = \frac{\log_{10} n + 3.93}{50}, \quad b = \frac{1.75 - \log_{10} n}{7}. \quad (32)$$

Для определения коэффициента трения для любого числа Рейнольдса и режима течения применяется метод, использующий промежуточный коэффициент (основанный на коэффициентах трения переходного и турбулентного потока) вместе с коэффициентом трения ламинарного потока:

$$f = (f_{int}^{12} + f_{lam}^{12})^{\frac{1}{12}}, \quad f_{int} = (f_{trans}^{-8} + f_{turb}^{-8})^{-\frac{1}{8}}. \quad (33)$$

Потери давления на трение в бурильной колонне и затрубном пространстве равны сумме потерь в отдельных сегментах и рассчитываются по следующей формуле:

$$dP = \frac{1.076\rho v^2 fL}{10^5 D}. \quad (34)$$

Шероховатость трубы повышает коэффициент трения в турбулентном потоке. Шероховатость можно учесть путем коррекции коэффициентов трения, турбулентного и переходящего потоков f_{turb} и f_{trans} .

Для нахождения скорректированных коэффициентов трения решается следующее уравнение относительно x :

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + 4 \log_{10} \left(0.269\lambda + \frac{1.255n}{(N_{ReG} x^{1-0.5n}) n^{-0.75}} \right) = 0, \quad (35)$$

где λ – коэффициент шероховатости.

Таким образом, скорректированные коэффициенты шероховатости пересчитываются по следующим формулам:

$$f'_{trans} = \frac{f_{turb}}{x}, \quad f'_{turb} = x. \quad (36)$$

Физико-математическая модель течения неньютоновских жидкостей в стволе скважины также учитывает перенос тепла при течении жидкостей. Закон сохранения тепловой энергии в рамках задачи течения жидкостей в стволе скважины имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} (c_v ST) + \text{div}(S \bar{v}_z T) = LK_f \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_{inj,i}} + \Delta W, \quad (37)$$

где T – усреднённая по сечению трубы температура жидкости, S – площадь сечения, по которому ведётся закачка, L – длина окружности сечения, по которому ведётся закачка, ΔW – потери тепла на мгновенный прогрев конструкции скважины, K_f – теплопроводность жидкости, c_v – удельная объёмная теплоёмкость смеси, ρ_f – плотность смеси, c_f – удельная теплоёмкость смеси, \bar{v}_z – средняя скорость смеси вдоль оси скважины, Q – объёмный расход смеси, $r_{inj,i}$ – внутренний радиус трубы, по которой происходит закачка.

Параметры степенной реологической модели жидкости K и n для смеси жидкостей вычисляются пропорционально насыщенностям фаз:

$$K = \sum S_i K_i, \quad n = \sum S_i n_i. \quad (38)$$

В качестве начальных условий задаются давление, насыщенности фаз и скорость:

$$S_1|_{t=0} = 1, \quad S_i|_{t=0} = 0, \quad i = \overline{2, N}, \quad (39)$$

$$p(z_i)|_{t=0} = p(z_{i-1})|_{t=0} + \rho_0 g \Delta z \cos \theta, \quad i = \overline{1, N_s}, \quad (40)$$

$$v_m|_{t=0} = 0, \quad (41)$$

где z_i – точки, разбивающие скважину на сегменты, N_s – количество точек.

В качестве граничных условий задаются скорость течения смеси и насыщенности фаз на устье скважины, а также переток смеси жидкости в пласт в зоне интервалов перфораций открытого ствола:

$$v_m|_{z=z_0} = v_m(t), \quad t > 0, \quad (42)$$

$$S_i|_{z=z_0} = S_i(t), \quad t > 0, \quad i = \overline{1, N}, \quad (43)$$

$$Q_m|_{res} = A \cdot \rho_m \frac{k_{res}(p_{well} - p_{res})}{\mu_{well} \Delta x}, \quad t > 0, \quad i = \overline{1, N}. \quad (44)$$

Таким образом, система уравнений (19)–(37) совместно с начальными и граничными условиями (39)–(44) описывает процесс течения жидкости в стволе скважины и её переток в матрицу. Всего система (19)–(37) состоит из $N + 2$ уравнений для $N + 2$ неизвестных $S_i, i = \overline{1, N}, p, v_m$.

Разбиение скважины сеткой производится таким образом, чтобы в одной расчётной ячейке не происходила смена набора составляющих компонент конструкции скважины. Параметры элемента конструкции скважины в пределах одной расчётной ячейки могут изменяться. Схема разбиения представлена на рисунке 3. В центрах расчётной сетки вычисляются давление и насыщенности фаз смеси, и задаются параметры конструкций скважины, такие как внутренний и внешний радиусы труб. На границе расчётной сетки вычисляется скорость потока смеси.

Получившаяся система уравнений решается с использованием полностью неявной разностной схемы. Для решения линейных систем используется метод бисопряженных градиентов (BiCGStab) с предобуславливателем ILU0.

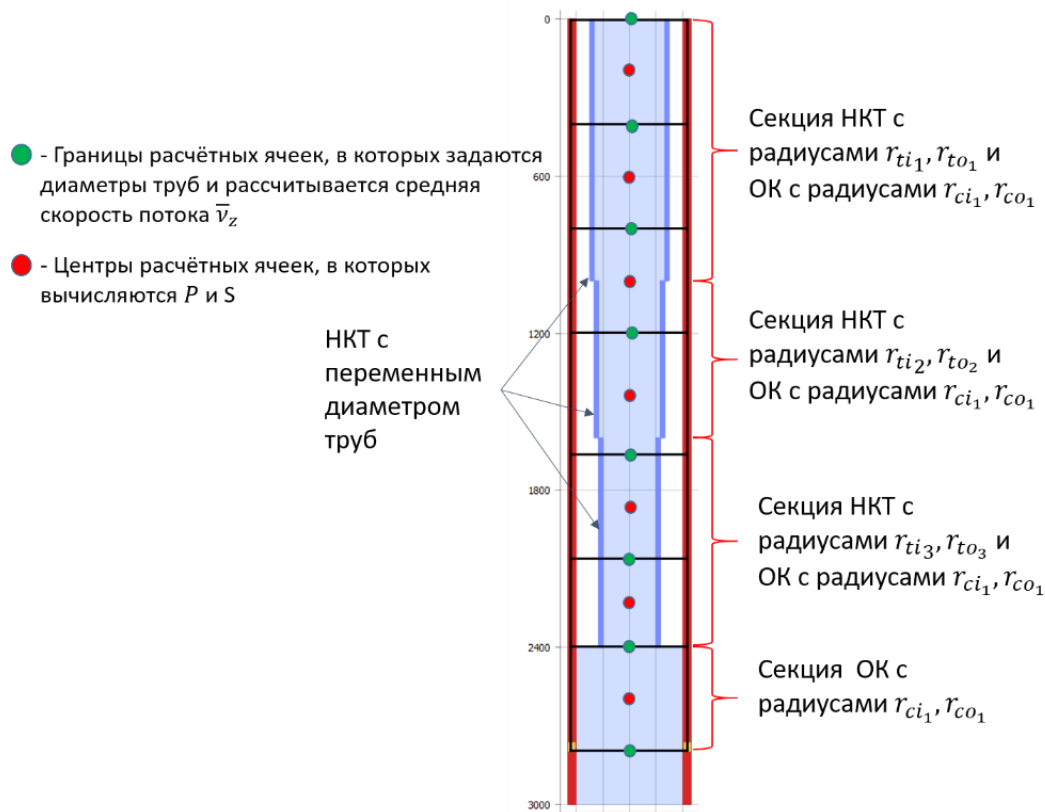


Рис. 5. Схема разбиения скважины расчётной сеткой

4. Совместное решение задачи «скважина–пласт»

Для объединения модели течения жидкости по стволу скважины с моделью кислотного воздействия необходимо сформулировать условие для гидродинамической связи пласта со скважиной. Граничные условия (18) для потоков водных компонент в модели пласта представим в виде

$$Q_i|_{\Gamma_w} = \frac{Q_{w,\Gamma_w} \cdot C_{i,\%}^{well}}{MW_i}, \quad (45)$$

где Q_{w,Γ_w} является известным входным параметром модели, который задает расход жидкости в скважине. Для определения потоков водных компонент на перфорациях решается задача течения жидкости в стволе скважины (19)–(37) со следующими граничными условиями:

- Q_{w,Γ_w} – входной поток на устье скважины;
- p_{res}^j – пластовое давление напротив j -й перфорации.

Модель скважины дополняется связующим уравнением на перфорациях для потоков водных компонент в пласт:

$$Q_i^j = A \cdot C_i^j \frac{k_{res}(p_{BH} - p_{res})}{\mu_{well} \Delta x}, \quad i = \overline{1, N}, \quad Q_i|_{\Gamma_w} = \sum_{j \in P} Q_i^j. \quad (46)$$

Здесь A – площадь контакта скважины с пластом, Δx – расстояние между точками в скважине и пласте, где известны давления p_{BH} , p_{res} , k_{res} – проницаемость пласта, $\mu_{well} = K\dot{\gamma}^{n-1}$ – вязкость жидкости в скважине, P – набор перфораций.

Для совместного решения системы «скважина–пласт» в рамках моделирования кислотного воздействия предлагается следующий алгоритм:

1. Заполняется матрица Якоби системы уравнений (6)–(18). В частности, в ячейках пласта, граничащих со скважиной, определяется величина пластового давления p_{res} .
2. В рамках модели течения (19)–(37) в ячейки напротив интервалов перфораций записывается величина пластового давления;
3. Решается система уравнений (19)–(37). Результатом решения является поток водных компонент на границе «скважина–пласт» $Q_i|_{\Gamma_w}$.
4. Если не выполняется критерий сходимости решения (достижение значения относительной точности по динамическому сопротивлению трубы), то уменьшим шаг и переходим к пункту 3.
5. Система уравнений пласта (6)–(18) дополняется граничным условием потока водных компонент в пласт.
6. Решается система уравнений (6)–(18). Результатом решения является величина пластового давления p_{res} в ячейках, граничащих со скважиной.

7. Если не выполняется критерий сходимости для модели пласта (достижение значения относительной точности по давлению и концентрациям), то уменьшим шаг по времени и переходим к пункту 4.
8. При выполнении критериев сходимости в шагах 4, 7 производится обновление базовых переменных и переход на следующий временной шаг.

5. Результаты численных экспериментов

Для оценки работоспособности представленной методики было проведено численное исследование нескольких тестовых задач моделирования кислотного воздействия на призабойную зону пласта горизонтальных скважин при наличии трещин ГРП.

В первом тесте рассматривалась горизонтальная скважина, траектория которой пересекала 10 трещин ГРП. Предполагалось, что закачка происходит через НКТ.

Дизайн закачки состоял из трех стадий: жидкости глушения, соляной кислоты и продавки, представляющей собой техническую воду. Также предполагалось, что пласт полностью состоит из кальцита.

Ниже представлены результаты моделирования кислотного воздействия для данного теста (рис. 6). Рассматривается течение соляной кислоты по системе трещин на несколько моментов времени. Из представленных результатов видно, что происходит последовательная обработка каждой трещины за счёт учёта течения в стволе скважины.

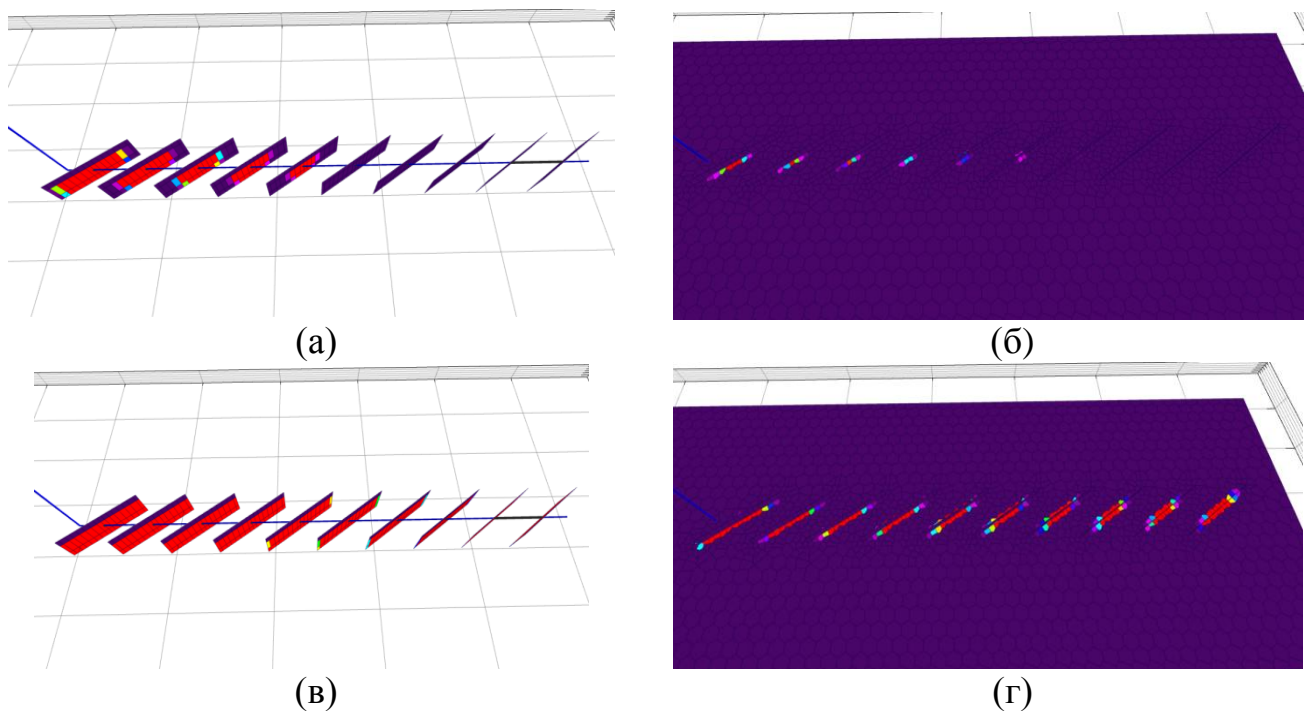


Рис. 6. Распределение соляной кислоты в трещинах ГРП (а, в) и продукта реакции в пласте $MgCl_2$ (б, г) на разные моменты времени

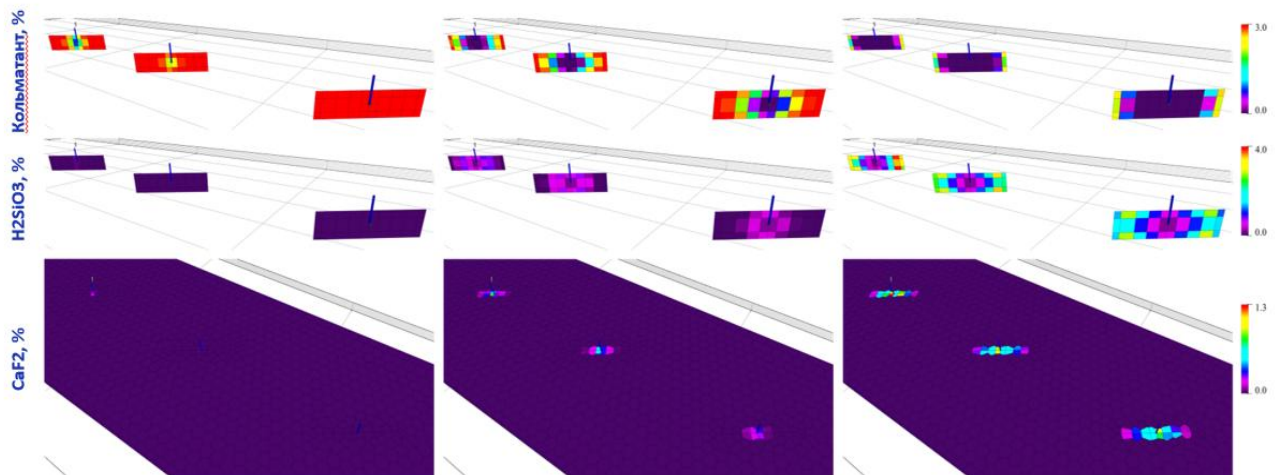


Рис. 7. Распределение свойств при очистке горизонтальной скважины с трещинами ГРП от кольматантов

В следующем тесте рассматривалась скважина с горизонтальным участком в 1 км. Интервал перфораций находился на глубине 3000-3500 м по стволу. Вдоль ствола скважины располагались 3 трещины ГРП, высота каждой составила 20 м, а полудлина – порядка 80 м. Предполагалось, что трещины заполнены пропантом, пористость в трещине при этом равнялась 75%. Проницаемость каждой трещины составляла 200 Д, расстояние между трещинами было равно 150 м. Все трещины были закольматированы двумя типами кольматантов: иллитом (5% порового пространства), а также кварцем (3% порового пространства). Пласт был заполнен кальцитом и доломитом.

Полученные результаты (рис. 7) демонстрируют растворение кольматантов в трещине за счёт первичных реакций с грязевой кислотой, а также выпадение осадка-силикагеля в трещинах ГРП за счёт вторичных и третичных реакций. Также происходит выпадение осадка в пласте за счёт того, что карбонаты реагируют с HF и происходит образование нерастворимого осадка CaF_2 . При этом обработка трещин происходит последовательно за счёт учёта течения в стволе скважины.

В качестве третьего теста моделировалась кислотная обработка горизонтальной скважины реального месторождения, расположенной на глубине около 1750 м с длиной горизонтального участка порядка 500 м. Призабойная зона пласта включала в себя 6 пропластков, порода состояла из двух минералов – кальцита и доломита. Дизайн представлял собой 3 стадии: жидкость глушения, соляную кислоту и продавку (техническую воду).

Из результатов моделирования (рис. 8) можно увидеть последовательную обработку ствола горизонтальной скважины: за счёт трения жидкости о стенки труб происходит возникновение перепада давления на сегментах скважины, что приводит к последовательной обработке скважины. Скин-фактор в данном случае принял значение -0.59 – происходит только растворение кальцита и доломита, выпадение осадков отсутствует.

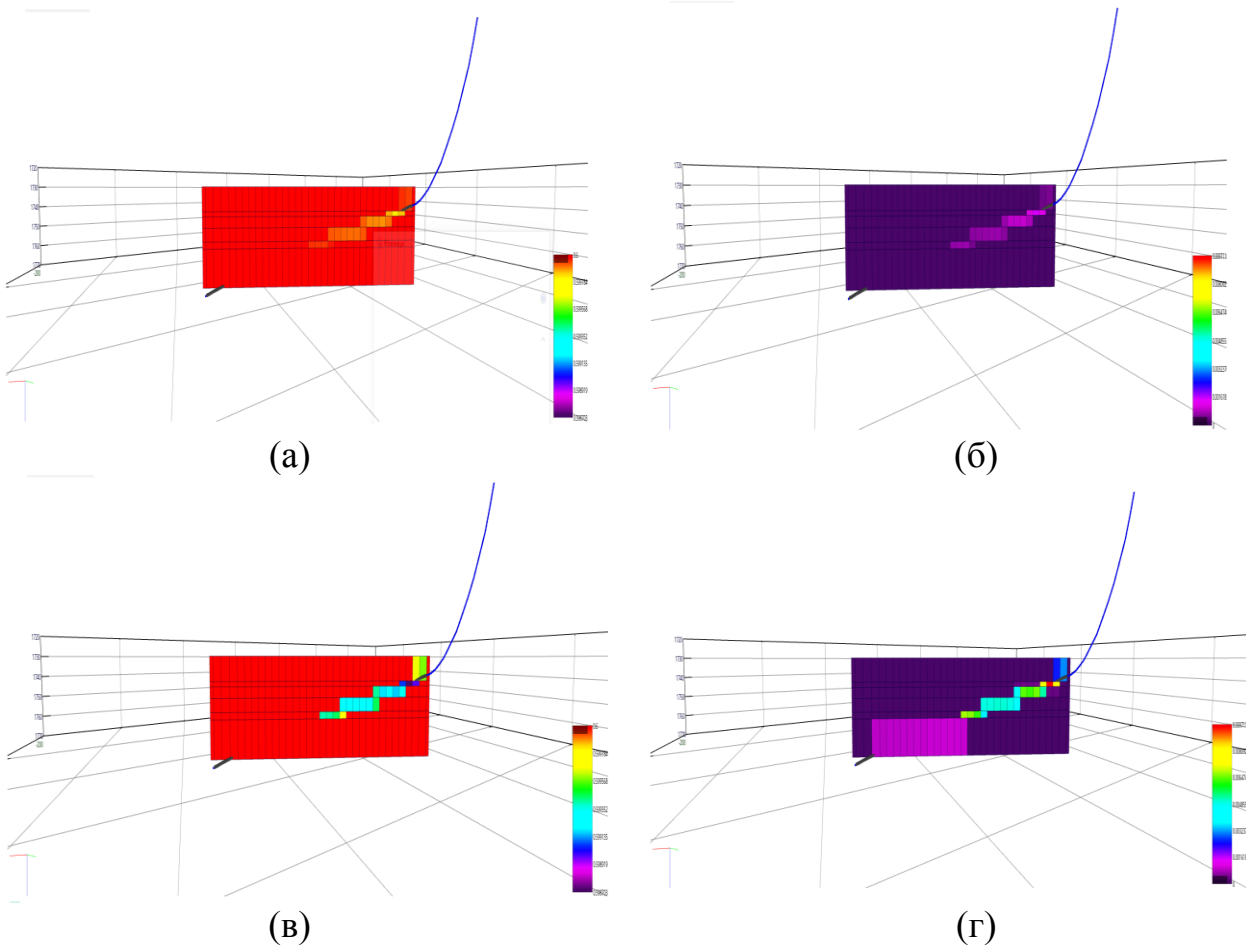


Рис. 8. Распределение соляной кислоты (а, в) и кальцита (б, г) в разные моменты времени для горизонтальной скважины (разрез)

Заключение

В рамках данной работы разработана двухфазная многокомпонентная модель кислотного воздействия в трещиновато-поровом коллекторе, явно описывающая ключевые физические процессы в матрице породы и трещинах ГРП. Использование 3D-сеток Вороного позволяет геометрически разрешать ключевые особенности заканчиваний скважин в случаях наличия трещин ГРП и горизонтальных участков. Созданы вычислительные алгоритмы течения неньютоновских жидкостей в скважине на основе метода узловых потенциалов. Модель позволяет учитывать свойства конструкции и компоновки скважины, неньютоновских свойств жидкостей и наличия сложных заканчиваний. Реализована стыковка модели пласта и скважины в рамках неявной схемы численного решения системы уравнений.

На нескольких примерах рассмотрены результаты применения описанного подхода для моделирования кислотного воздействия на призабойную зону пласта горизонтальных скважин при наличии трещин ГРП.

Библиографический список

- [1] Quinn M.A., Lake L.W., Schechter R.S. Designing Effective Sandstone Acidizing Treatments Through Geochemical Modeling // SPE Prod & Oper. 2000, 15 (1): 33–41. SPE-60846-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/60846-PA>.
- [2] Schechter R.S. Oil well stimulation. 1992.
- [3] Economides M.J., Nolte G.K. Reservoir stimulation, Third Edition, J. Wiley and Sons, New York, 2000. 862 p.
- [4] Walsh M.P. et al. A description of chemical precipitation mechanisms and their role in formation damage during stimulation by hydrofluoric acid // Journal of Petroleum Technology. 1982. V. 34. № 9. P. 2097–2112.
- [5] Liu X. et al. A general-purpose, geochemical reservoir simulator // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers, 1996.
- [6] Sevougian S.D., Schechter R.S., Lake L.W. Effect of partial local equilibrium on the propagation of precipitation/dissolution waves // Industrial & engineering chemistry research. 1993. V. 32. №10. P. 2281–2304.
- [7] Sevougian S.D., Lake L.W., Schechter R.S. KGEOFLOW: A new reactive transport simulator for sandstone matrix acidizing // SPE Production and Facilities (Society of Petroleum Engineers). 1995. V.10. №1.
- [8] Panga M.K.R., Ziauddin M., Balakotaiah V. Two-scale continuum model for simulation of wormholes in carbonate acidization // AIChE journal. 2005. V. 51. №12. P. 3231–3248.
- [9] Баренблатт Г. И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // Прикладная математика и механика. Т. XXIV. 1960.
- [10] Warren J.E. Root P.J. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. 1963.
- [11] Gilman J.R. Practical aspects of simulation of fractured reservoirs. 2003.
- [12] Van Lingen P., Daniel J.-M., Cosentino L., Sengul M. Single Medium Simulation of Reservoirs with Conductive Faults and Fractures // Paper SPE 68165, SPE Middle East Oil Show, Bahrain. 2001.
- [13] Bratland O. Pipe flow 2: Multi-phase flow assurance. 2009. <https://drbratland.com/PipeFlow2/>.
- [14] Zuber N. On the dispersed two-phase flow in the laminar flow regime // Chem. Eng. Sc. 1964. V. 19. №11. P. 897–917.
- [15] Жучков С.Ю. Моделирование кислотного воздействия на призабойную зону горизонтальной скважины: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18. М., 2013. 100 с.

- [16] De Souza G., Pires A.P., De Abreu E. Well-Reservoir Coupling on the Numerical Simulation of Horizontal Wells in Gas Reservoirs // Paper SPE 169386 presented at the SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Maracaibo, Venezuela, May 2014. <https://doi.org/10.2118/169386-MS>.
- [17] Filippov D.D., Kudryashov, I.Y., Maksimov D.Y., Mitrushkin, D.A., Vasekin B.V., Roshchektaev A.P. Reservoir Modeling of Complex Structure Reservoirs on Dynamic Adaptive 3D Pebi-Grid // Paper SPE 187799 presented at the SPE Russian Petroleum Technology Conference, Moscow, Russia, 16–18 October 2017. SPE-187799-MS. <https://doi.org/10.2118/187799-MS>.
- [18] Wei W., Varavei A., Sepehrnoori K. Modeling and Analysis on the Effect of Two-Phase Flow on Wormhole Propagation in Carbonate Acidizing // SPE Journal. 2017. V. 22. №06. P. 2067–2083. <https://doi.org/10.2118/186111-PA>.

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи	4
2. Модель кислотного воздействия в коллекторе	5
3. Модель течения в стволе скважины	13
4. Совместное решение задачи «скважина–пласт»	19
5. Результаты численных экспериментов	20
Заключение	22
Библиографический список	23