



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 76 за 2024 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А.Э. Бакир, [Ю.А. Повещенко](#),
Г.И. Казакевич, [В.О. Подрыга](#),
[П.И. Рагимли](#), Д.В. Амосов,
А.П. Терехов, [А.К. Гавриченко](#)

Двумерное моделирование
фильтрации в
гидратосодержащих пластах
при учете гравитации на
нерегулярных сетках

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Двумерное моделирование фильтрации в гидратосодержащих пластах при учете гравитации на нерегулярных сетках / А.Э. Бакир [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 76. 16 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2024-76>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-76>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

**А.Э. Бакир, Ю.А. Повещенко, Г.И. Казакевич,
В.О. Подрыга, П.И. Рагимли, Д.В. Амосов, А.П. Терехов,
А.К. Гавриченко**

**Двумерное моделирование фильтрации
в гидратосодержащих пластах при учете
гравитации на нерегулярных сетках**

Москва — 2024

Бакир А.Э., Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И., Подрыга В.О., Рагимли П.И., Амосов Д.В., Терехов А.П., Гавриченко А.К.

Двумерное моделирование фильтрации в гидратосодержащих пластах при учете гравитации на нерегулярных сетках

Работа посвящена применению нерегулярных вычислительных сеток к задачам подземной флюидодинамики при наличии газовых гидратов с учетом гравитации. Дискретизация уравнений фильтрации осуществляется с помощью метода опорных операторов. Тестирование полученных алгоритмов проведено на задаче гравитационной дифференциации газа и воды в пористой среде с учетом газовых гидратов. Одним из критериев, используемых при тестировании, является горизонтальность газовой воды контакта в стационарном случае. Расчеты разделены на два этапа. На первом этапе использована регулярная прямоугольная сетка, позволившая проверить соответствие этому критерию. На втором этапе расчеты проведены на нерегулярной сетке для системы неоднородных пластов сложного геометрического строения, соответствующего реальным геологическим структурам. Полученные результаты соответствуют физике процесса. Подход может быть использован для изучения миграции глубинного газа, выделяющегося при диссоциации газовых гидратов, к земной поверхности.

Ключевые слова: математическое моделирование, газовые гидраты, нерегулярные сетки, сила тяжести, пористая среда

Ahmed Elsaid Bakeer, Yury Andreevich Poveschenko, Grigory Ilich Kazakevich, Viktoriia Olegovna Podryga, Parvin Ilgar gizi Rahimly, Daniil Vadimovich Amosov, Anton Pavlovich Terekhov, Alexander Konstantinovich Gavrichenko

Two-dimensional modeling of filtration in hydrate-containing formations taking into account gravity on irregular grids

The work is devoted to the application of irregular computational grids to problems of underground fluid dynamics in the presence of gas hydrates taking into account gravity. Discretization of filtration equations is carried out using the support operator method. The obtained algorithms are tested on the problem of gravitational differentiation of gas and water in a porous medium taking into account gas hydrates. One of the criteria used in testing is the horizontality of the gas-water contact in the stationary case. The calculations are divided into two stages. At the first stage, a regular rectangular grid is used, which makes it possible to check compliance with this criterion. At the second stage, calculations are carried out on an irregular grid for a system of heterogeneous layers of complex geometric structure corresponding to real geological structures. The results obtained correspond to the physics of the process. The approach can be used to study the migration of deep gas released during the dissociation of gas hydrates to the earth's surface.

Keywords: mathematical modeling, gas hydrates, support operator method, irregular grids, gravity, porous media

1. Введение

Газовые гидраты в земной коре являются крупным потенциальным источником углеводородов, а также возможной причиной технологических и экологических катастроф, связанных с выделением газа. Значительная часть газогидратных залежей находится в пластах сложного геологического и литологического строения. Для численного моделирования задач фильтрации в подобных областях целесообразным является использование нерегулярных вычислительных сеток, позволяющих детально аппроксимировать искривленные неоднородные пласты. Для построения разностных схем на подобных сетках с сохранением основных свойств исходных уравнений в частных производных в задачах, связанных с изучением движения жидкости и газа в пористой среде, можно использовать метод опорных операторов [1], применение которого к задачам двухфазной фильтрации рассмотрено в работе [2], а с учетом газовых гидратов в пористой среде – в работе [3]. Ряд фильтрационных задач можно изучать без учета силы тяжести в рамках площадных моделей, но для многих процессов, связанных с вертикальной миграцией жидкости и газа, требуется учет гравитации [4]. Для исследования газовых гидратов это особенно актуально, поскольку их разложение приводит к выделению газа и его подъему, с чем ряд исследователей связывает мощные потоки газа с океанического дна в толщу воды [5]. Происхождение таких потоков в настоящее время недостаточно изучено. Помимо газогидратного генезиса они могут быть связаны, например, с глубинными разломами [6], и здесь зона гидратообразования может служить барьером для миграции газа из нижележащих слоев. Комплексное исследование взаимодействия флюидодинамических потоков в подобных регионах со сложными геологическими и термобарическими условиями, наличием разломов и низкопроницаемых областей, с существованием фазовых переходов требует учета влияния силы тяжести.

В настоящей работе строятся разностные схемы на нерегулярных сетках, позволяющие численно решать задачи фильтрации в газогидратосодержащих пористых средах сложного геологического строения с учетом силы тяжести. Проводятся расчеты характерных примеров.

2. Математическая модель и численная реализация

Рассматривается движение жидкости и газа в пористой среде с учетом газовых гидратов в предположении выполнения закона Дарси без учета капиллярных сил. Таким образом, давления в жидкой и газовой фазе считаются равными. Это предположение широко используется при изучении задач фильтрации [4]. Движение описывается на основе балансных соотношений механики сплошной среды, соответствующих законам сохранения массы, импульса и энергии, что приводит к системе уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m(S_v S_w \rho_w + (1 - S_v) \rho_v \beta_w) \right\} + \operatorname{div}[\rho_w \mathbf{V}_w] + q_w = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ m(S_v (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_v) \rho_v (1 - \beta_w)) \right\} + \operatorname{div}[\rho_g \mathbf{V}_g] + q_g = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ m(S_v (S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g) + (1 - S_v) \rho_v \varepsilon_v) + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s \right\} + \\ + \operatorname{div} \left\{ \rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w + \rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g + P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right\} + \operatorname{div} \mathbf{W} + q_s = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\mathbf{W} = - \left(m(S_v (S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g) + (1 - S_v) \lambda_v) + (1 - m) \lambda_s \right) \nabla T,$$

$$T = T_{dis}(P) = A \ln P + B, \quad (4)$$

$$\mathbf{V}_w = - \frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P - \mathbf{g} \rho_w), \quad (5)$$

$$\mathbf{V}_g = - \frac{k \cdot k_{rg}}{\mu_g} (\nabla P - \mathbf{g} \rho_g). \quad (6)$$

Индекс $l = g, w, v, s$ указывает фазу: соответственно газ, вода, гидрат, скелет пористой среды; P – давление, S_w – водонасыщенность, v – гидратонасыщенность, $S_v = 1 - v$ – растепленность, \mathbf{V} – скорость фильтрации, β_w – массовая доля воды в гидрате, \mathbf{r} – радиус-вектор, t – время, \mathbf{k} – вертикальный координатный орт, g – ускорение свободного падения, $k(\mathbf{r}, S_v, P)$ – абсолютная проницаемость, $m(\mathbf{r}, P)$ – пористость, $k_{rg}(S_w)$, $k_{rw}(S_w)$ – фазовые проницаемости, $\mu_g(P, T)$, $\mu_w(P, T)$ – вязкости, $\rho_l(P, T)$ – плотности фаз, $q_g(t, \mathbf{r}, S_w, S_v, P)$, $q_w(t, \mathbf{r}, S_w, S_v, P)$ – плотности источников, $\varepsilon_l(P, T)$ – внутренние энергии фаз, $\lambda_l(P, T)$ – коэффициенты теплопроводности, A и B – эмпирические константы, входящие в соотношение фазового равновесия для гидрата (4). В силу этого соотношения в выражениях для всех параметров, где встречается зависимость от T , ее можно свести к зависимости от P .

Внутренняя энергия гидрата выражается через энергии создающих его газа и воды следующим образом: $\beta_w i_w + (1 - \beta_w) i_g = i_v + h$, где h – скрытая теплота фазового перехода единицы массы гидрата, $i_l = \varepsilon_l + P / \rho_l$ – энтальпия.

Формулы (1), (2) соответствуют уравнениям неразрывности для воды и газа, (3) – уравнению энергии. Уравнение (4) выражает условие фазового равновесия для гидратов. Формулы (5), (6) выражают обобщенный закон Дарси для двухфазных систем.

Система уравнений преобразуется с использованием расщепления по физическим процессам. В результате выделяются два блока, один из которых

сводится к диссипативному уравнению типа уравнения пьезопроводности. Второй блок включает в себя уравнения, служащие для определения водонасыщенности S_w и растепленности S_v . Как показано в работе [7] для одномерного случая, из анализа характеристик для этой системы следует, что при отсутствии гравитации или при нахождении вертикального градиента давления вне интервала $(g\rho_g, g\rho_w)$ этот блок при фиксированном давлении обладает гиперболическими свойствами. При других значениях вертикального градиента давления уравнение для определения характеристик приведено в работах [8, 9].

Для аппроксимации полученной системы уравнений на нерегулярной сетке используется метод опорных операторов [1], основанный на согласованной аппроксимации дифференциальных операторов с применением интегральных тождеств. Для этого на основе выбранной сетки, образованной системой узлов и ребер, строятся ячейки, а также сопряженная сетка, состоящая из доменов вокруг узлов. Определяется самосопряженный и положительно определенный метрический оператор сетки. С его помощью проводится согласованная аппроксимация операторов градиента и дивергенции, с использованием которой дискретизируются уравнения (1)–(6). При этом для аппроксимации фазовых проницаемостей используется метод сноса вниз и вверх по потоку, основанный на потоково-характеристическом анализе переноса водо- и гидратонасыщенностей [9].

3. Результаты расчетов

3.1. Постановка задачи о гравитационной дифференциации газа и воды в пористой среде с учетом газовых гидратов

Рассмотрим стационарное решение системы уравнений (1)–(6). Оно может задаваться в качестве начального условия, а также использоваться для тестирования метода.

Условия стационарности имеют вид [4]:

$$\mathbf{V}_w = -\frac{k \cdot k_{rw}}{\mu_w} (\nabla P - \mathbf{g}\rho_w) = 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{V}_g = -\frac{k \cdot k_{rg}}{\mu_g} (\nabla P - \mathbf{g}\rho_g) = 0. \quad (8)$$

Отсюда следует, что область делится на две части, разделенные газовой контактом (ГВК). Проведем детализацию рассуждений работы [4] для задачи без капиллярных сил. Рассмотрим двумерную профильную задачу с системой координат (x, y) , где ось x горизонтальна, ось y направлена вниз.

В области ниже ГВК неподвижным является газ ($k_{rg}=0$), и давление определяется из уравнения

$$\frac{dP}{dy} = g\rho_w, \quad (9)$$

а выше ГВК неподвижной является вода ($k_{rw}=0$), и давление определяется из уравнения

$$\frac{dP}{dy} = g\rho_g. \quad (10)$$

Поскольку $\rho_w(P) \neq \rho_g(P)$, то, если предположить ГВК не горизонтальным и взять две точки на ГВК с координатами (x_0, y_0) и (x_1, y_1) , где $x_0 < x_1$ и $y_0 < y_1$, то $P(x_1, y_1)$, выраженное через $P(x_0, y_0)$ по формуле (9), не совпадает с $P(x_1, y_1)$, выраженным через $P(x_0, y_0)$ по формуле (10). Отсюда следует, что $y_0 = y_1$, то есть ГВК является горизонтальной прямой.

Данный вывод относится к связным областям. Если область неподвижности одной из фаз оказывается несвязной, то ГВК будет горизонтальным в каждой связной компоненте этой области.

Далее рассмотрим двумерную профильную задачу о гравитационной дифференциации газа и воды в пористой среде с учетом процессов, связанных с образованием и разложением газовых гидратов в гидрато-равновесной зоне.

Следует учесть, что при достаточно сильном отклонении условий от гравитационного равновесия может возникать неустойчивость движения [10].

Поскольку на нерегулярной сетке из-за различия вертикальных координат соседних узлов горизонтальность ГВК может достигаться лишь приближенно, тестирование метода на такой задаче проводится в два этапа: 1) расчет на прямоугольной сетке, который в итоге должен привести к горизонтальной линии ГВК; 2) расчет на нерегулярной сетке, дающий горизонтальность ГВК в пределах возможности сетки.

3.2. Расчет на прямоугольной сетке

Выбирается область размерами 200 м × 200 м с условиями непроницаемости на всех границах. При достаточно малых скоростях, обеспечивающих устойчивость течения [10], будет сохраняться однородность движения вдоль оси x .

Предполагается, что поровое пространство содержит газовый гидрат с начальной гидратонасыщенностью $v=0.7$ и, соответственно, с растепленностью $S_v=0.3$. Начальная водонасыщенность $S_w=0.6$, давление определяется по гравитационному распределению для воды:

$$P = P_0 + \rho_w g y. \quad (11)$$

Уравнения состояния для газа, воды и гидрата:

$$\rho_g = \frac{PM}{z(P,T)RT}, \quad \rho_w = const, \quad \rho_v = const, \quad (12)$$

где M – молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная, $z(P, T)$ – коэффициент сверхсжимаемости газа.

Для расчета были выбраны следующие значения параметров:

$$z = 1, \beta_w = 0.9, \rho_w = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_v = 910 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_s = 2800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$g = 9.81 \text{ м/с}^2, P_0 = 0.1 \text{ МПа}, A = 7.28, B = 169.7 \text{ К},$$

$$\mu_w = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \mu_g = 0.014 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, c_w = 4165 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, c_g = 2500 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}},$$

$$c_s = 873 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, M = 0.016 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}, h = 514810 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}, R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}},$$

$$k(S_v) = \mu_0(S_v)^3, \mu_0 = 10^{-14} \text{ м}^2, k_{rg}(S_w) = 1.044 - 1.7 S_w + 0.6 S_w^2,$$

$$k_{rw}(S_w) = 1.477 S_w^5 - 1.587 S_w^6 + 1.11 S_w^7 - 0.0473.$$

Минимальное значение водонасыщенности $S_{w\min} = 0.55$.

$$k_{rw}(S_w) = 0, k_{rg}(S_w) = k_{rg}(S_{w\min}) \text{ при } S_w \leq S_{w\min}.$$

Максимальное значение водонасыщенности $S_{w\max} = 0.9$.

$$k_{rw}(S_w) = k_{rw}(S_{w\max}), k_{rg}(S_w) = 0 \text{ при } S_w \geq S_{w\max}.$$

На рис. 1–4 показано изменение давления, растепленности и водонасыщенности с течением времени. Их поля показаны в виде изолиний, горизонтальность которых показывает, что однородность процесса по оси x сохраняется. Это соответствует физическому смыслу и математической постановке задачи.

При начальном значении водонасыщенности газ и вода подвижны. Под действием силы тяжести газ поднимается вверх, вода опускается вниз. Из рис. 1 видно, что наверху давление увеличивается, внизу – уменьшается.

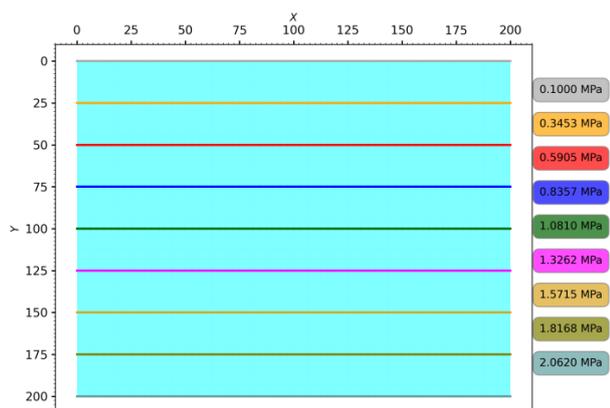


Рис. 1. Давление в начальный момент времени ($t=0$)

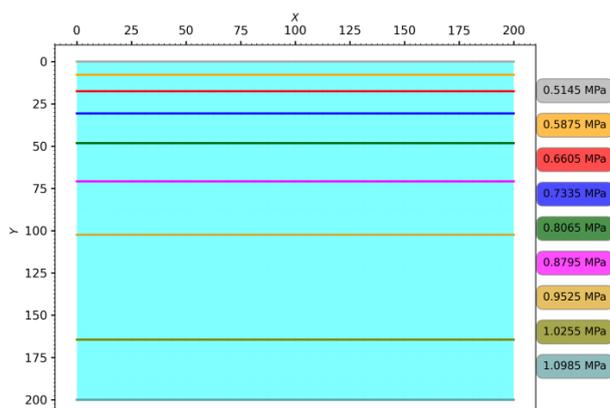


Рис. 2. Давление при $t=1.1 \cdot 10^8$ с

Поскольку повышение давления способствует образованию гидрата, а понижение – его диссоциации, растепленность наверху должна уменьшаться, а внизу – расти, что и видно из рис. 3.

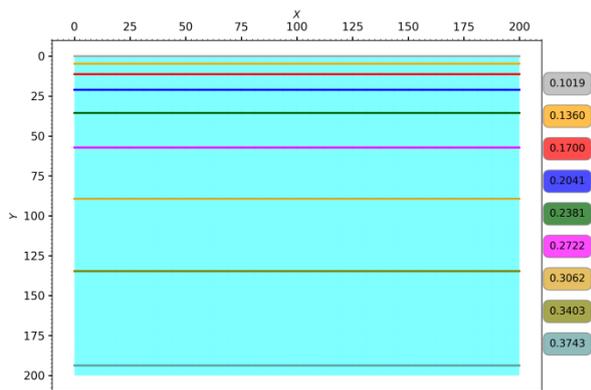


Рис. 3. Растепленность при $t=1.1 \cdot 10^8$ с

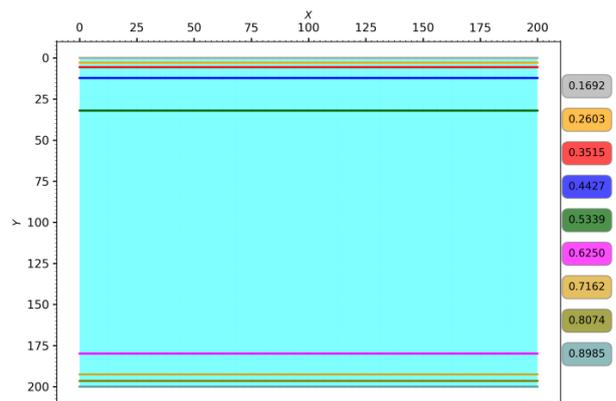


Рис. 4. Водонасыщенность при $t=1.1 \cdot 10^8$ с

Так как газ движется вверх, а вода – вниз, водонасыщенность наверху уменьшается, внизу растет (рис. 4). При достижении водонасыщенностью значения $S_w = 0.55$ в силу заданных фазовых проницаемостей вода становится неподвижной. Если бы рассматривалась двухфазная фильтрация без учета гидрата, дальнейшее понижение водонасыщенности оказалось бы невозможным. Но в результате гидратообразования часть воды переходит в газогидрат, и водонасыщенность опускается ниже значения $S_w = 0.55$.

3.3. Расчет на нерегулярной сетке

Выбирается область, соответствующая типичной геологической структуре. В качестве примера взят регион Южно-Китайского моря, в котором обнаружена залежь газовых гидратов и ведутся ее интенсивные исследования [11]. Расчетные параметры выбираются по аналогии с этой областью, вертикальный разрез которой с распределением проницаемостей дан на рис. 5, взятом из работы [11].

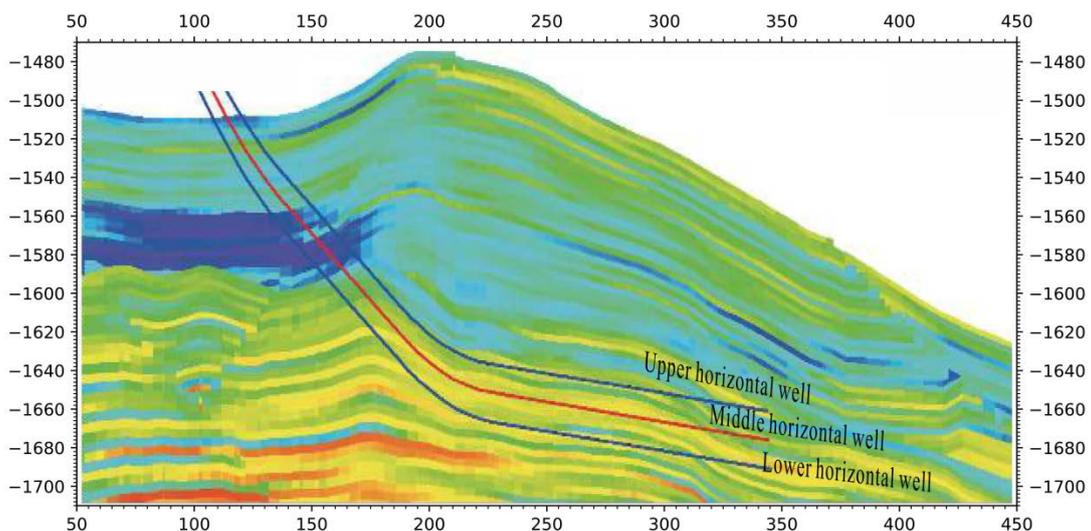


Рис. 5. Распределение проницаемостей по вертикальному разрезу [10]

Предполагается, что в направлении, ортогональном разрезу, размеры области постоянны. Используя результаты работ [11, 12], делим область на три слоя (верхний, средний и нижний, с базовыми значениями проницаемостей порядка 2.8, 1.8 и 5.8 мД соответственно), которые далее разбиваются на 26 более мелких сегментов с небольшими отклонениями от базовых значений проницаемостей, а эти сегменты аппроксимируются более мелкой сеткой (Рис. 6, Таблица 1) [13].

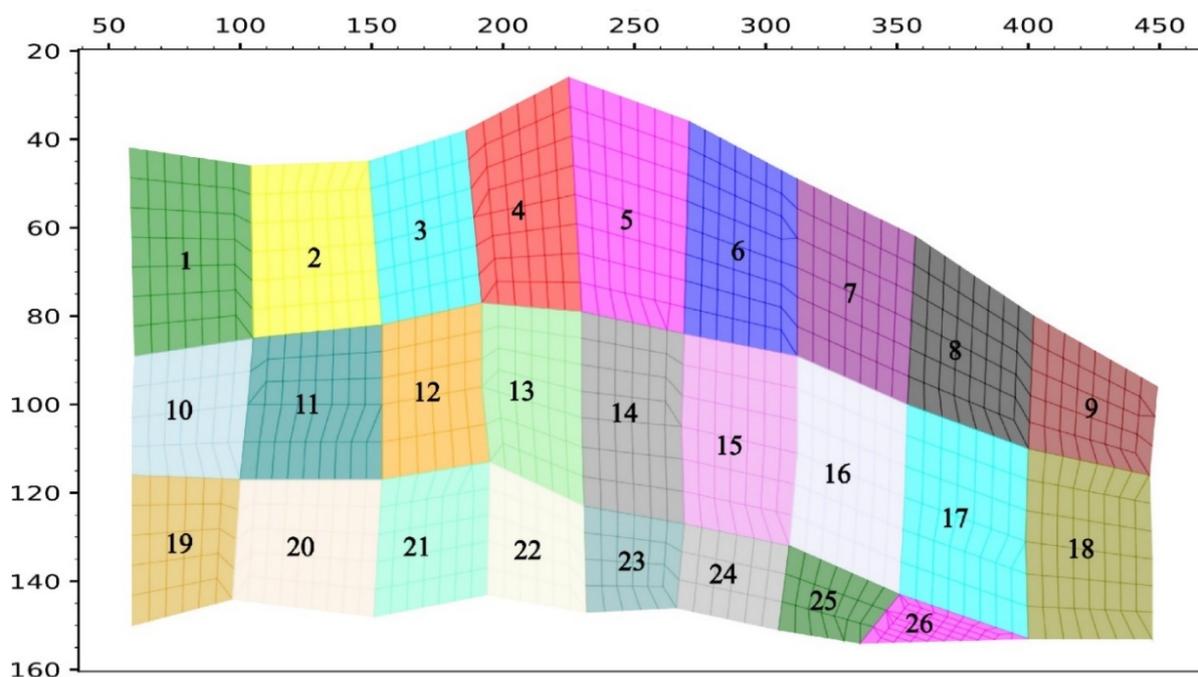


Рис. 6. Сеточная аппроксимация расчетной области

Номер сегмента	Пористость	Абсолютная проницаемость	Номер сегмента	Пористость	Абсолютная проницаемость
1	0.35	2.60	14	0.33	2.00
2	0.35	2.65	15	0.33	1.95
3	0.35	2.70	16	0.33	1.90
4	0.35	2.80	17	0.33	1.85
5	0.35	3.00	18	0.33	1.80
6	0.35	2.95	19	0.32	5.60
7	0.35	2.90	20	0.32	5.65
8	0.35	2.85	21	0.32	5.70
9	0.35	2.80	22	0.32	5.80
10	0.33	1.60	23	0.32	6.00
11	0.33	1.65	24	0.32	5.95
12	0.33	1.70	25	0.32	5.90
13	0.33	1.80	26	0.32	5.85

Таблица 1. Значения проницаемостей для сегментов

На всех границах берется условие непроницаемости. Остальные параметры соответствуют параметрам расчета, описанным в разделе 3.2, за исключением формулы распределения давления для воды:

$$P = P_0 + \rho_w g (y + \Delta h), \Delta h = 1550 \text{ .}$$

Результаты расчета показаны для давления на рис. 7–11, для растепленности на рис. 12-13 и для водонасыщенности на рис. 14-15.

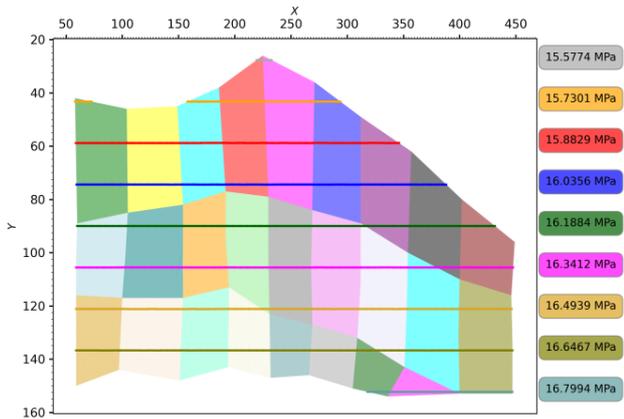


Рис. 7. Давление в начальный момент времени ($t=0$)

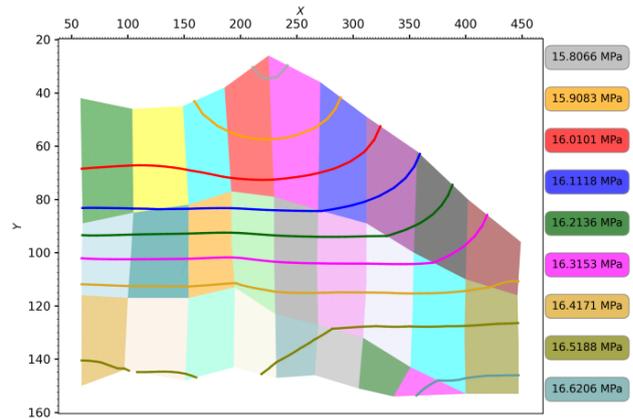


Рис. 8. Давление при $t=9500$ с

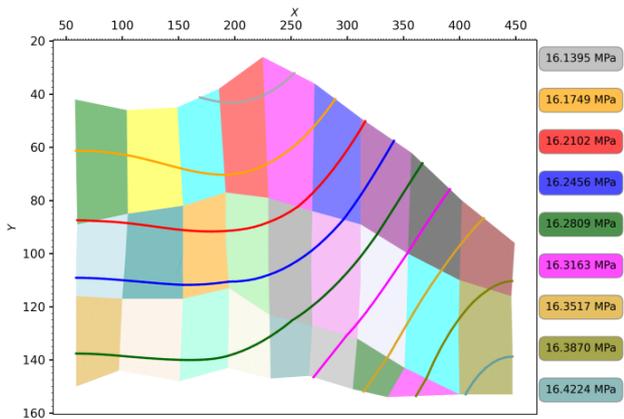


Рис. 9. Давление при $t=99500$ с

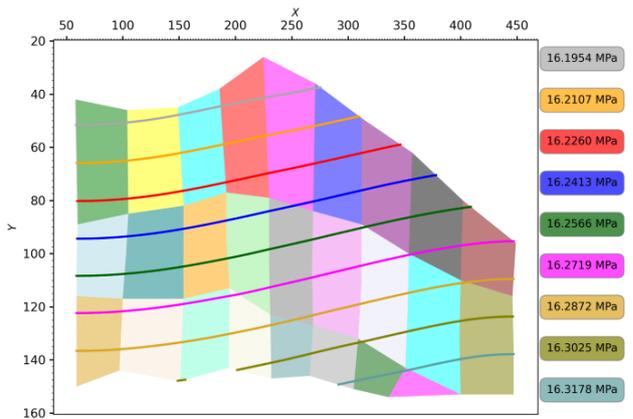


Рис. 10. Давление при $t=499500$ с

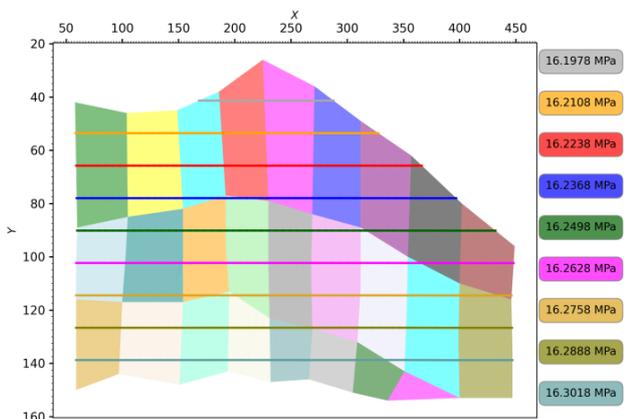


Рис. 11. Давление при $t=2449500$ с

Из рис. 7–11 видно, что на первом этапе основные процессы происходят вблизи наиболее высоко расположенной, изолированной сверху и с боков области. Это соответствует известному в геологии механизму образования газовых месторождений путем перетекания газа в литологические ловушки. В дальнейшем, в результате сложных течений, отраженных на рис. 8–10, давление приближается к стационарному, соответствующему вертикальному распределению для газа (10) (рис. 11). Это связано с тем, что, как показано на рис. 15, зона неподвижного газа, образовавшаяся внизу, будет иметь малые размеры.

Рис. 12–13 показывают, что растепленность в данном случае меняется очень слабо.

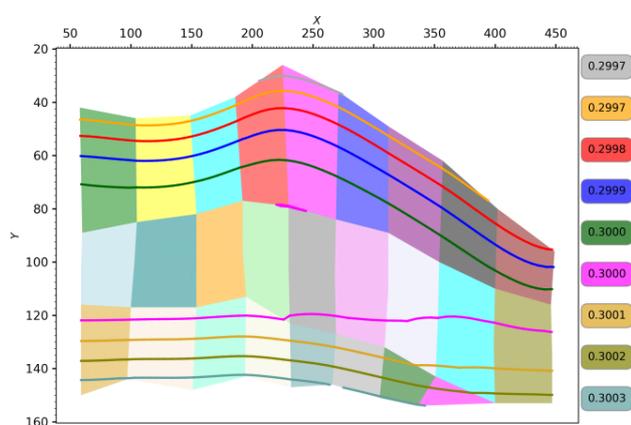


Рис. 12. Растепленность при $t=9500$ с

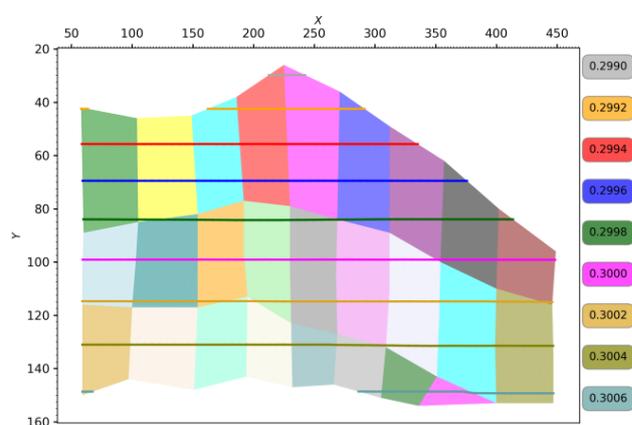


Рис. 13. Растепленность при $t=2449500$ с

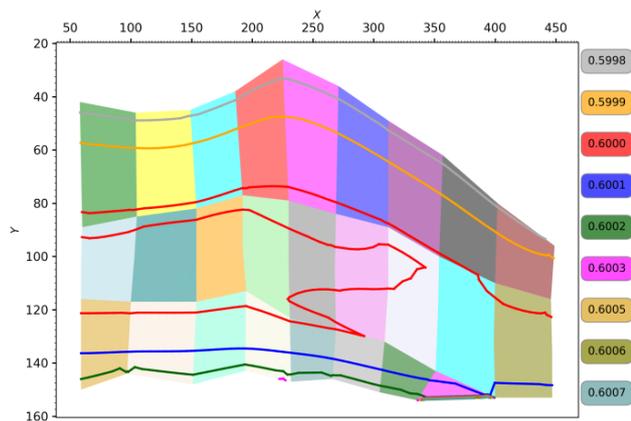


Рис. 14. Водонасыщенность при $t=9500$ с

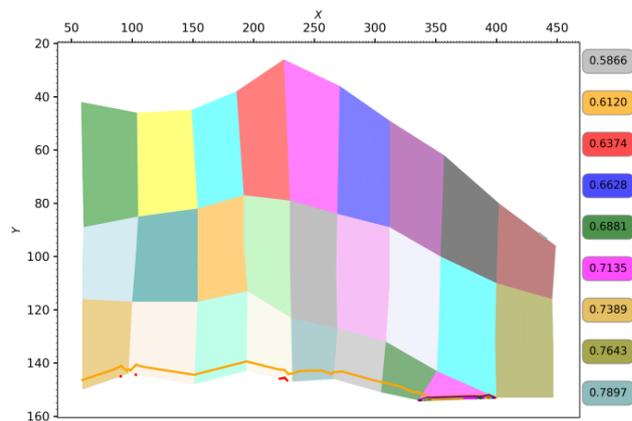


Рис. 15. Водонасыщенность при $t=2449500$ с

На рис. 14–15 изображена динамика водонасыщенности. Видно постепенное стекание воды вниз. Изолинии на рис. 15 не являются горизонтальными, а повторяют форму нижней части границы области. Это не противоречит выводам п. 3.1, поскольку процесс не вышел на стационарное

решение, а также отклонения от горизонтали для каждой ячейки не выходят за пределы ее вертикальных размеров, являющихся естественными ограничителями точности для нерегулярных сеток. Ограничение точности определения ГВК размерами ячейки даже для прямоугольных сеток отмечалось в работе [4]. Несмотря на это, в данных расчетах на участках, где сетка имеет структуру, близкую к прямоугольной (нижняя правая часть области (рис. 6)), изолинии приближаются к горизонтальным, а резкие изменения водонасыщенности происходят в узкой зоне, расположенной у нижней границы области.

Из расчетов видно, что, несмотря на сложность геометрической и литологической структуры региона, модель описывает процесс гравитационного разделения газа и воды в пластовой структуре с учетом газовых гидратов.

4. Направления дальнейшего развития метода

В данной работе рассматриваются фильтрационные течения, подчиняющиеся закону Дарси. Но в ряде случаев, в том числе связанных с газовыми гидратами, он может нарушаться. Например, интенсивное выделение газа способно приводить к разрушению скелета пористой среды, созданию зон очень высокой проницаемости, движение флюидов по которым будет происходить с большой скоростью и, соответственно, с нарушением закона Дарси. Аналогичные эффекты связаны с гидроразрывом пласта, где также значительная скорость течения способна привести к нелинейности закона фильтрации [14], неучет которой, как отмечено в работе [15], способен привести к существенным ошибкам. Другой тип нарушения закона Дарси может возникать из-за низкой проницаемости гидратосодержащих пород, наличия в их составе глинистых фракций. Подобное часто наблюдается в природе. Характерным примером является регион Южно-Китайского моря, в котором обнаружена залежь газовых гидратов и ведутся ее интенсивные исследования [11, 12]. Там применены горизонтальные скважины с многочисленными ответвлениями, называемые «рыбья кость» (англ. fishbone). Для расчета фильтрации в подобной геометрически сложной структуре использовались нерегулярные сетки [16]. Комплексное исследование взаимодействия флюидодинамических потоков в подобных регионах со сложными геологическими и термобарическими условиями, наличием разломов и низкопроницаемых областей, с существованием фазовых переходов требует учета влияния силы тяжести, а также возможных отклонений закона фильтрации от классического закона Дарси в области как высоких, так и малых скоростей фильтрации, причем в некоторых случаях в рамках одной задачи.

Подход, основанный на методе опорных операторов, позволяет производить дискретизацию уравнений флюидодинамики в гидратосодержащих пористых средах с нелинейными законами фильтрации. Для низкопроницаемых гидратосодержащих пористых сред с наличием

начального градиента давления без учета гравитации это сделано в работе [17]. Дальнейшее развитие представленных методов позволит распространить этот подход на другие законы фильтрации с учетом силы тяжести.

Дополнительная сложность расчета процессов фильтрации в ряде случаев может заключаться в анизотропии проницаемости, которая способна приводить к различным режимам течения в пласте [18]. Особенность метода опорных операторов заключается в том, что его применение позволяет учесть анизотропию проницаемости, ее тензорный характер, и развитие предложенного подхода к моделированию в этом направлении даст возможность расширить круг решаемых задач.

5. Заключение

В работе показано, что вычислительные схемы, основанные на методе опорных операторов, позволяют осуществлять математическое моделирование на нерегулярных сетках газогидратных процессов в пористой среде с учетом силы тяжести. Получены результаты, соответствующие физике процесса, с приближением газовой контактной поверхности к горизонтальной (с учетом принципиальных ограничений нерегулярной сетки на выделение горизонтальных линий) или к нижней границе области с локализацией в очень узкой зоне. Рассматриваемый подход может быть использован для изучения миграции глубинного газа, выделяющегося при диссоциации газовых гидратов, к земной поверхности. С помощью разработанных алгоритмов и программ можно исследовать сложные подземные потоки жидкости и газа, в том числе со значительной вертикальной компонентой скорости, что является существенным для изучения миграции глубинного газа, выделяющегося при диссоциации газовых гидратов, к земной поверхности и, соответственно, исследовать влияние газовых гидратов на образование крупномасштабных потоков газа с океанического дна, на выделение парниковых газов в зоне вечной мерзлоты и на другие процессы. Разработанные методы могут быть также применены к математическому моделированию добычи газа как из газогидратных залежей, так и из газовых месторождений, находящихся в северных регионах, где гидратообразование является осложняющим фактором.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 22-71-10109).

Библиографический список

1. Самарский А.А., Колдоба А.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф., Фаворский А.П. Разностные схемы на нерегулярных сетках. Минск: ЗАО «Критерий», 1996.
2. Дмитриевский А.Н., Лобковский Л.И., Казакевич Г.И., Повещенко Ю.А. и др. Численное моделирование движения флюидов в процессе формирования залежей углеводородов на примере Предверхооянского прогиба // Геология, геофизика и разработка нефтяных месторождений, 1995, №7, С. 2-6.
3. Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли П.И. Об одном подходе свободно-объемной аппроксимации пьезопроводной среды с газогидратными включениями // *Mathematica Montisnigri*, 2017, т. 40, С. 68-89.
4. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М.: Недра, 1982.
5. Сергиенко В.И., Лобковский Л.И., Семилетов И.П. и др. Деграция подводной мерзлоты и разрушение гидратов шельфа морей Восточной Арктики как возможная причина «метановой катастрофы» // Доклады Академии наук, 2012, т.446, №3, С. 330-335.
6. Богоявленский В.И., Кишанков А.В., Казанин А.Г. Распространение субаквальной мерзлоты в море Лаптевых по данным сейсморазведки методом преломленных волн // Арктика: экология и экономика, 2023, т.13, №4, С. 501-515.
7. Повещенко Ю.А., Казакевич Г.И. Математическое моделирование газогидратных процессов // *Математические машины и системы*, 2011, №3, С. 105-110.
8. Гасилова И.В. Моделирование диссипативных процессов в пористых средах с газогидратными отложениями. Дис. ... канд. физ.-мат. наук — М., 2016.
9. Poveshchenko Yu.A., Rahimly P.I., Rahimly O.R., Podryga V.O., Gasilova I.V. A Numerical Approach to Study the Thermal Influence on Gas Hydrates by Physical Process Splitting // *Int. J. Numer. Anal. Model.*, 2020, v.17, №3, p. 404-433.
10. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972.
11. Ye J.L., Qin X.W., Xie W.W., Lu H.L., Ma B.J., Qiu H.J. et al. The second natural gas hydrate production test in the South China Sea // *China Geol.* 2020, v.3, p. 197-209.
12. Li J.F., Ye J.L., Qin X.W., Qiu H.J., Wu N.Y., Lu H.L., Kou B.B. The first offshore natural gas hydrate production test in South China Sea // *China Geol.* 2018, v.1, №1, p. 5-16.
13. Бакир А.Э. Комплекс программ для двумерного моделирования флюидодинамических процессов в гидратосодержащей среде осадочных

- бассейнов // Вычислительные Методы и Программирование, 2024, т.25, С. 197-213.
14. Holditch S.A., Morse R.A. The effects of non-Darcy flow on the behavior hydraulically fractured gas wells // J. Petrol. Technol., 1976, v.28, №10, p. 1169-1178.
 15. Каневская Р.Д. Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта — М.: ООО "Недра-Бизнесцентр", 1999.
 16. He J. Numerical Simulation of a Class I Gas Hydrate Reservoir Depressurized by a Fishbone Well // Processes, 2023, v.11, p. 771.
 17. Бакир А.Э., Повещенко Ю.А., Подрыга В.О., Рагимли П.И. Об одной пространственной фильтрационной модели с неклассическим законом движения в гидратосодержащей среде // Математическое моделирование, 2024, т.36, №2, С. 77-98.
 18. Чернова А.А., Афанасьев А.А. Режимы вытеснения жидкости из анизотропного пласта в поле силы тяжести // Изв. РАН. МЖГ, 2023, №6, С. 95-109.

Оглавление

1. Введение	3
2. Математическая модель и численная реализация.....	3
3. Результаты расчетов.....	5
3.1. Постановка задачи о гравитационной дифференциации газа и воды в пористой среде с учетом газовых гидратов.....	5
3.2. Расчет на прямоугольной сетке	6
3.3. Расчет на нерегулярной сетке	8
4. Направления дальнейшего развития метода	12
5. Заключение	13
Библиографический список	14