



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 78 за 2024 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

В.Е. Борисов,
Т.В. Константиновская,
А.Е. Луцкий

Исследование вихревых
структур при обтекании
треугольного крыла

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Борисов В.Е., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е. Исследование вихревых структур при обтекании треугольного крыла // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 78. 20 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2024-78>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-78>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

В.Е.Борисов, Т.В.Константиновская, А.Е.Луцкий

**Исследование вихревых структур
при обтекании треугольного крыла**

Москва — 2024

Борисов В.Е., Константиновская Т.В., Луцкий А.Е.

Исследование вихревых структур при обтекании треугольного крыла

Рассматриваются вихревые структуры, образующиеся за треугольным крылом при его обтекании сверхзвуковым потоком. Исследуется зависимость этих структур от угла атаки и от числа Маха набегающего потока, а также их влияние на аэродинамические свойства прямого крыла. Численные данные получены на многопроцессорной гибридной суперкомпьютерной системе К-60 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, треугольное крыло, концевой вихрь

Vitaly Evgenievich Borisov, Tatiana Vitalievna Konstantinovskaya, Alexander Evgenievich Lutsky

Vortex structures investigation in flow around delta wing

The vortex structures formed behind a triangular wing during a supersonic flow around it are considered. The dependence of these structures on the angle of attack and on the incoming flow Mach number is investigated. Numerical data were obtained on the multiprocessor hybrid supercomputer system K-60 at the KIAM of the Russian Academy of Sciences.

Key words: supersonic flow, delta wing, tip vortex

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 24-21-00230.

Оглавление

Введение	3
Постановка задачи.....	4
Влияние угла атаки на параметры вихревой системы.....	6
Влияние числа Маха на параметры вихревой системы.....	9
Влияние вихревой системы треугольного крыла на обтекание расположенного вниз по потоку прямоугольного крыла	14
Выводы	18
Библиографический список.....	18

Введение

Треугольные крылья широко применяются в авиации начиная с пятидесятых годов XX века. Хорошо известны такие летательные аппараты, как истребители МиГ-21 и Мираж III, которыми были оснащены ВВС многих стран. Среди аэрокосмических аппаратов необходимо отметить в первую очередь Буран и Space Shuttle.

В настоящее время интерес к треугольным крыльям в аэрокосмической отрасли усиливается в связи с разработкой многоразовых космических систем [1]. Здесь необходимо отметить космический аппарат Starship [2], вторая ступень которого имеет треугольные аэродинамические поверхности в носовой и хвостовой частях второй ступени.

Широкое использование треугольных крыльев стимулировало активные исследования их аэродинамики в нашей стране и за рубежом [3-12].

Самая ранняя попытка систематизировать сверхзвуковые потоки вокруг треугольных крыльев при различных условиях обтекания для различных геометрических форм крыльев была предпринята в работе [3]. Изучив все имеющиеся экспериментальные данные, Стэнбрук и Сквайр предложили классификацию моделей обтекания на основе составляющей угла атаки, нормальной к передней кромке α_N , и составляющей числа Маха, нормальной к передней кромке M_N . Они разделили потоки на два типа: присоединённый поток и поток с отрывом на боковой кромке. Граница между этими двумя типами существует вблизи $M_N = 1$ и известна как граница Стэнбрука-Сквайра. Граница $M_N = 1$ соответствует режимам с дозвуковой и сверхзвуковой кромками. В случае сверхзвуковой кромки возможно безотрывное обтекание. В последующих работах были выявлены различные характерные элементы течения и классификация была значительно усложнена с учетом новых деталей. Так, в работе [9] предложена классификация течений по шести типам в зависимости от α_N и M_N , а именно: (I) классический вихрь, (II) вихрь с ударной волной, (III) отрывной пузырь с ударной волной, (IV) отрыв, вызванный ударной волной, (V) ударная волна без отрыва и (VI) отрывной пузырь без ударной волны. В работе [10] предложена аналогичная классификация для крыльев значительно большей толщины. В работах [11,12] были обнаружены новые детали течения и выполнена классификация режимов. Основными особенностями течения на подветренной стороне крыла в широком диапазоне значений $M_N < 0.8$ являются вихревая пелена (первичный вихрь), сходящая с острых передних кромок крыла, которая сворачивается в пару основных вихрей, над, под и между которыми возможно появление внутренних ударных волн. Поток, отрываясь от передних кромок, присоединяется вдоль некоторой линии, которая является линией растекания. Присоединение потока вызывает повышение давления в месте присоединения. Под областью основного вихря формируется зона пониженного давления. Пик разрежения соответствует проекции ядра основного вихря на плоскость крыла. С увеличением угла атаки

интенсивность основного вихря увеличивается, разрежение на подветренной стороне крыла усиливается. Неблагоприятный градиент давления (рост давления на участке между пиком разрежения и передней кромкой) может оказаться достаточным для отрыва пограничного слоя вдоль линии стекания. Возникает вторичный отрыв потока (вторичный вихрь). Его присоединение происходит вдоль линии растекания. На распределение давления по поверхности крыла вторичный отрыв оказывает существенно меньшее влияние. Как правило, локальный минимум давления под вторичным вихрем и максимум давления, соответствующий линии присоединения, выражены слабо.

Активные исследования вихревых структур, образующихся при обтекании аэрокосмических аппаратов, фактически привели к формированию специальной области аэродинамики – аэродинамики концентрированных вихревых структур [13, 14].

Как видно из представленного краткого обзора, свойства течения непосредственно над подветренной стороной треугольного крыла достаточно хорошо изучены. Что касается эволюции вихревой системы на удалении от крыла, то здесь остается много открытых вопросов, хотя и есть публикации о взаимодействии основного вихря с ударной волной на задней кромке. Специального внимания требует вопрос о влиянии этой вихревой структуры на обтекание элементов конструкции, расположенных вниз по потоку.

В настоящей работе исследуются вихревые системы, образующиеся при сверхзвуковом обтекании (при числе Маха набегающего потока $M = 2, 3$) треугольного крыла с острыми кромками и углом стреловидности 78° [12]. Изучается влияние числа Маха и угла атаки на интенсивность вихрей и положение в пространстве их осей. Рассмотрено влияние вихревой системы треугольного крыла на обтекание прямоугольного крыла, расположенного на некотором расстоянии от задней кромки треугольного крыла.

Постановка задачи

Для исследования задачи рассматривалось сверхзвуковое обтекание треугольного крыла с острыми кромками и углом стреловидности 78° .

На рис. 1 представлена схема расчетной области. Используемая неструктурированная сетка содержала 7 315 200 ячеек – криволинейных гексаэдров.

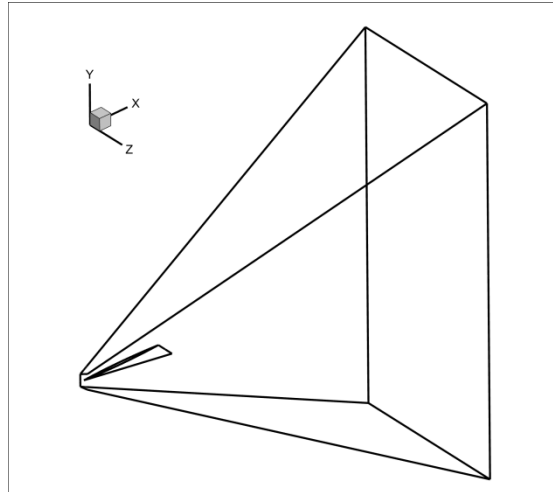


Рис. 1. Схема расчетной области

В рассматриваемом диапазоне чисел Маха и углов атаки вихревая система состоит из следующих основных элементов. Над подветренной стороной крыла формируются вихрь на боковой кромке (первичный вихрь), основной вихрь и вторичный вихрь – рис. 2. На этом рисунке показаны распределение x -й составляющей ротора скорости (завихренности) Ω_x и линии тока в поперечном сечении $x = 0.45$, пересекающем крыло вблизи задней кромки. Вторичный вихрь вызван отрывом пограничного слоя, который возникает из-за роста давления в направлении к боковой кромке. Вторичный вихрь имеет направление вращения, противоположное направлению вращения основного вихря.

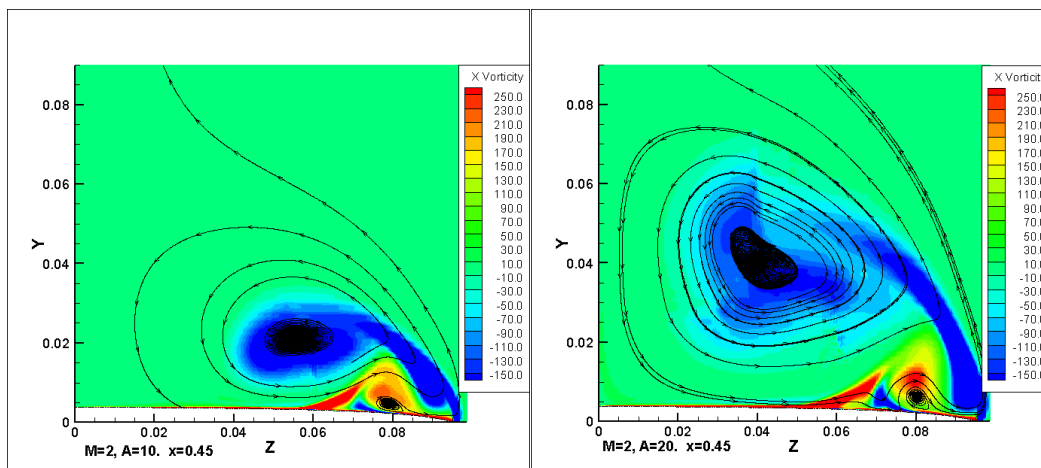


Рис. 2. Сечение $x = 0.45$. Распределение Ω_x , траектории частиц в проекции на плоскость $x = const$. $\alpha = 10^\circ$ слева, $\alpha = 20^\circ$ справа.

Влияние угла атаки на параметры вихревой системы

Рассматривается обтекание треугольного крыла при числе Маха набегающего потока $M = 2$ и углах атаки $\alpha = 10^\circ$ и $\alpha = 20^\circ$ (угол между вектором скорости набегающего потока и Ox).

На рис. 2 видно, что вихревая область при $\alpha = 20^\circ$ имеет несколько большие размеры, чем при $\alpha = 10^\circ$. Кроме того, для $\alpha = 20^\circ$ ось вихря располагается на большем расстоянии от поверхности крыла и ближе к плоскости симметрии. Последний факт будет дополнительно проиллюстрирован на последующих рисунках. Общий вид вихревых систем в пространстве для двух вариантов углов атаки представлен на рис. 3, где изображены изоповерхности модуля ротора скорости (завихренности).

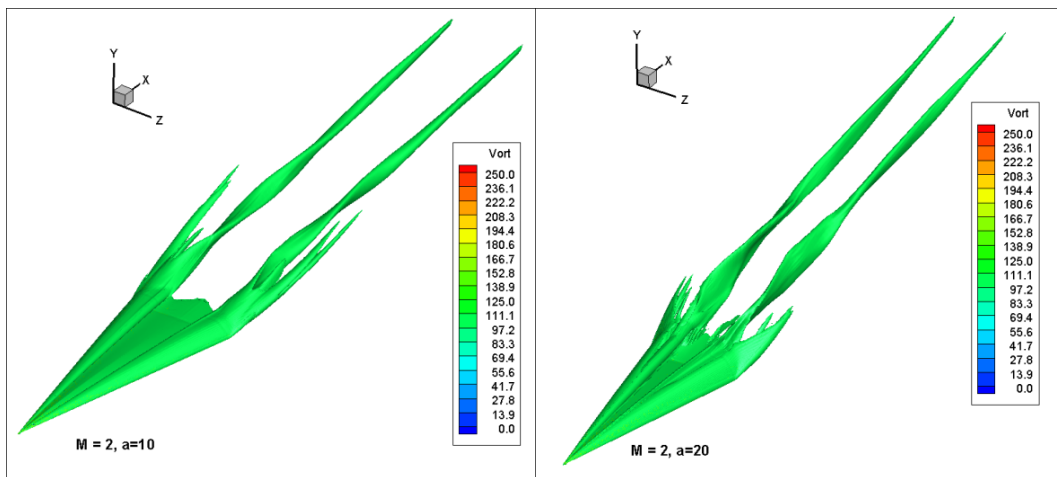


Рис. 3. Изоповерхности модуля ротора скорости; $\alpha = 10^\circ$ слева, $\alpha = 20^\circ$ справа

Как показали ранее выполненные исследования, во многих случаях ось основного вихря достаточно хорошо идентифицируется как 3D линия, на которой достигается минимум давления в сечениях $x = const$. Этот факт подтверждается также результатами других авторов, например [15]. Линия минимальной плотности соответствует оси вторичного вихря. Вихрь на кромке представлен линией максимальной завихренности. На рис. 4 положение осей вихрей в пространстве изображено для варианта $M = 2$, $\alpha = 10^\circ$.

Как видно на рис. 4, оси вторичного и вихря на боковой кромке претерпевают значительные деформации в области за крылом. На некотором расстоянии вниз по потоку все оси практически сливаются. Трансформация вихревой системы вызвана ударной волной на задней кромке крыла.

На рис. 5 показано распределение давления и завихренности вблизи задней кромки в плоскости, проходящей через ось основного вихря. Задача о взаимодействии сверхзвукового вихря с наклонным скачком к настоящему времени достаточно хорошо исследована – [16-18]. В частности, в работе [16] показано, что тип взаимодействия (слабый, умеренный, сильный) в значительной степени определяется дефицитом продольной скорости V_0/V_∞

вдоль оси вихря. На оси основного вихря скорость достаточно велика (даже превышает скорость набегающего потока). Поэтому для основного вихря реализуется слабый тип взаимодействия с ударной волной, при котором вихрь и ударная волна претерпевают незначительные изменения. Для вторичного вихря и вихря на кромке дефицит скорости составляет соответственно 0.05 и 0.43. Реализуется сильный тип взаимодействия с практически полным разрушением вихря и значительной деформацией поверхности ударной волны.

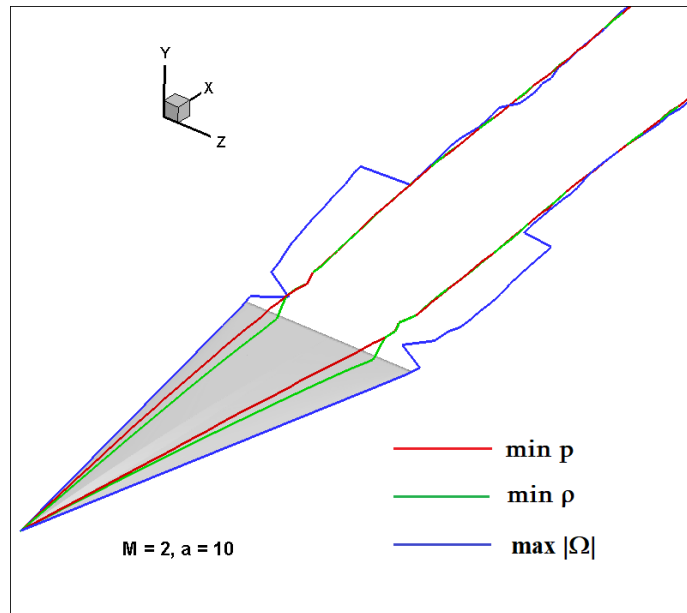


Рис. 4. Оси вихрей: первичного (на боковой кромке), основного и вторичного.
 $M = 2, \alpha = 10^\circ$

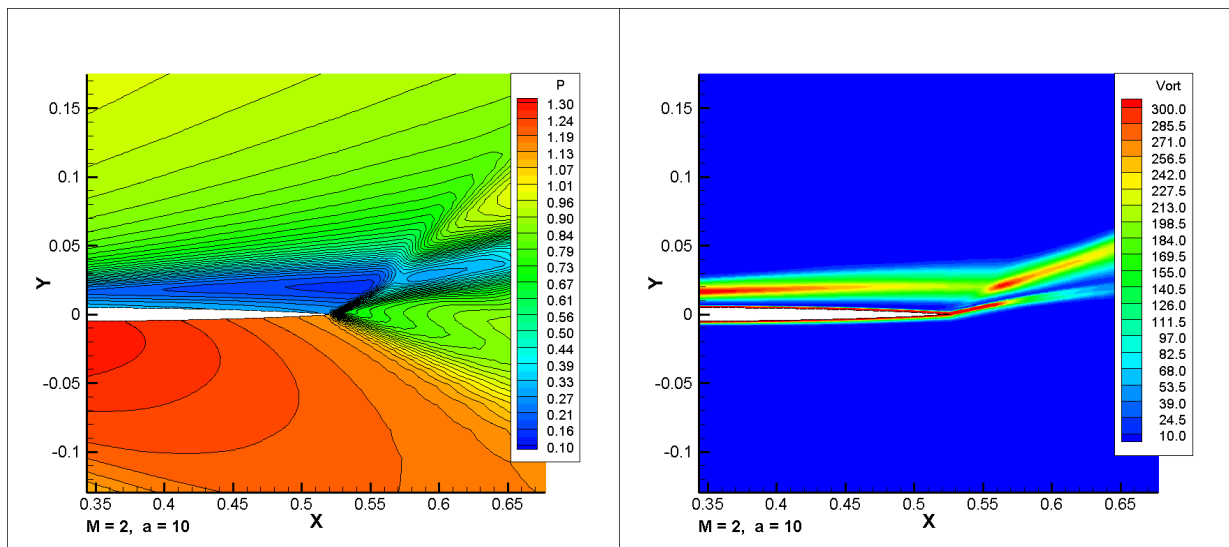


Рис. 5. Распределение давления (слева) и завихренности (справа) в плоскости, проходящей через ось основного вихря

Влияние угла атаки на вихревую систему иллюстрируется рис. 6, где изображены оси основного вихря в проекции на плоскости xOy и xOz . Видно, что для обоих режимов углы наклона осей в плоскости xOy увеличиваются под воздействием ударной волны. Ось основного вихря при большем угле атаки располагается значительно выше. Расстояние между осями в вертикальном направлении увеличивается при удалении от крыла. В плоскости xOz также наблюдается резкое изменение углов наклона осей. Расстояние от плоскости симметрии в поперечном направлении при удалении от крыла увеличивается очень медленно. Как уже упоминалось при анализе рис. 2, ось основного вихря при $\alpha = 20^\circ$ располагается ближе к плоскости симметрии.

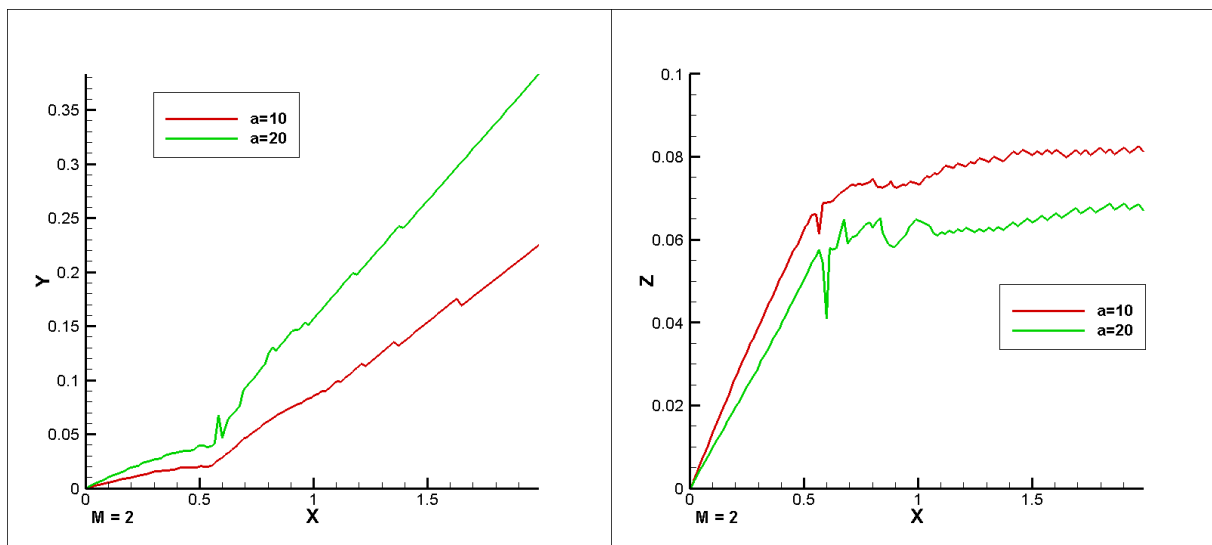


Рис. 6. Координаты осей основного вихря в плоскостях xOy (слева) и xOz (справа)

Для прямоугольного крыла в несжимаемом потоке существует простая линейная связь между подъемной силой и интенсивностью (циркуляцией) вихревой системы [19]. Для рассматриваемого случая сверхзвукового обтекания треугольного крыла вопрос значительно сложнее [14, 20, 21], однако зависимость, близкая к линейной, наблюдается. В таблице 1 представлены аэродинамические коэффициенты.

Таблица 1

Аэродинамические коэффициенты в зависимости от α

α	C_x	C_y
10°	6.978e-04	0.2446
20°	4.468e-04	0.5114

При увеличении угла атаки в 2 раза (с 10° до 20°) коэффициент подъемной силы увеличивается в 2.1 раза. При этом нормированный интеграл от продольной составляющей ротора скорости $\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$ в сечении $x = 1.2$ увеличивается по модулю в 2.2 раза – таблица 2.

Таблица 2

Величина $\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$ в сечении $x = 1.2$

α	$\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$
10°	-0.0452
20°	-0.1011

Как видно на рис. 7, основные вихри в сечении $x = 1.2$ отчетливо локализованы в виде областей низкого давления.

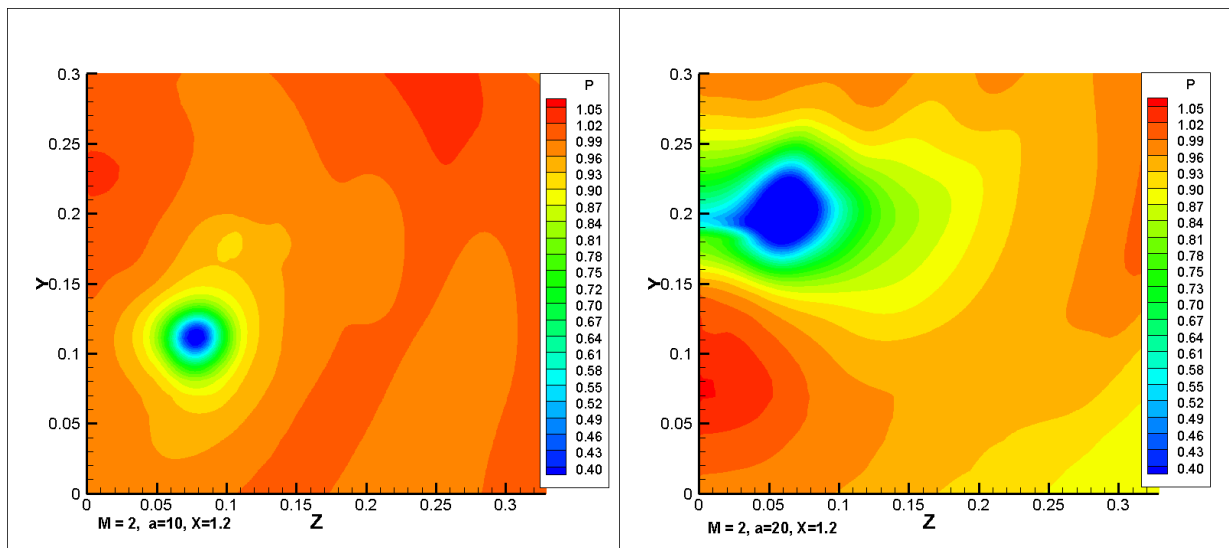


Рис. 7. Распределение давления в сечении $x = 1.2$, $\alpha = 10^\circ$ слева, $\alpha = 20^\circ$ справа

Влияние числа Маха на параметры вихревой системы

В этой части работы рассматривается обтекание треугольного крыла при угле атаки $\alpha = 14^\circ$ (угол между вектором скорости набегающего потока и Ox) и числах Маха набегающего потока $M = 2$ и $M = 3$.

Основная структура течения остается такой же, как и при обтекании дельтовидного крыла, рассмотренного в предыдущей секции.

На рис. 8 приведены оси структурообразующих вихрей: основного, вторичного и на боковой кромке – для значений числа Маха $M = 2$ (сверху) и $M = 3$ (снизу). Видно, что с ростом числа Маха слияние осей трех основных вихрей (основного, вторичного и с боковой кромки) происходит ближе к задней кромке крыла.

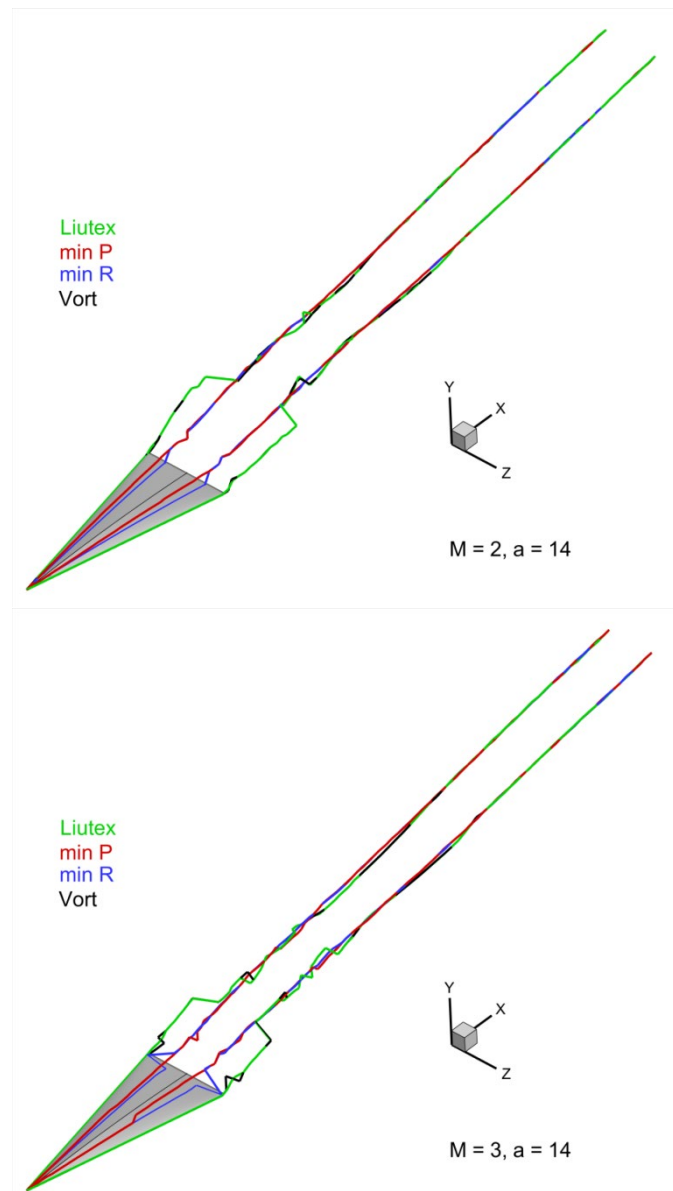


Рис. 8. Оси вихрей: первичного (на боковой кромке), основного и вторичного.
 $M = 2$ (сверху), $M = 3$ (снизу), $\alpha = 14^\circ$

На рис. 9 показано распределение плотности и завихренности в плоскости, проходящей через ось основного вихря. Видно, что основной вихрь продолжается далеко за концевую кромку крыла в виде отчетливой структуры.

При этом для течения с $M = 3$ вихревые структуры претерпевают несколько большие возмущения.

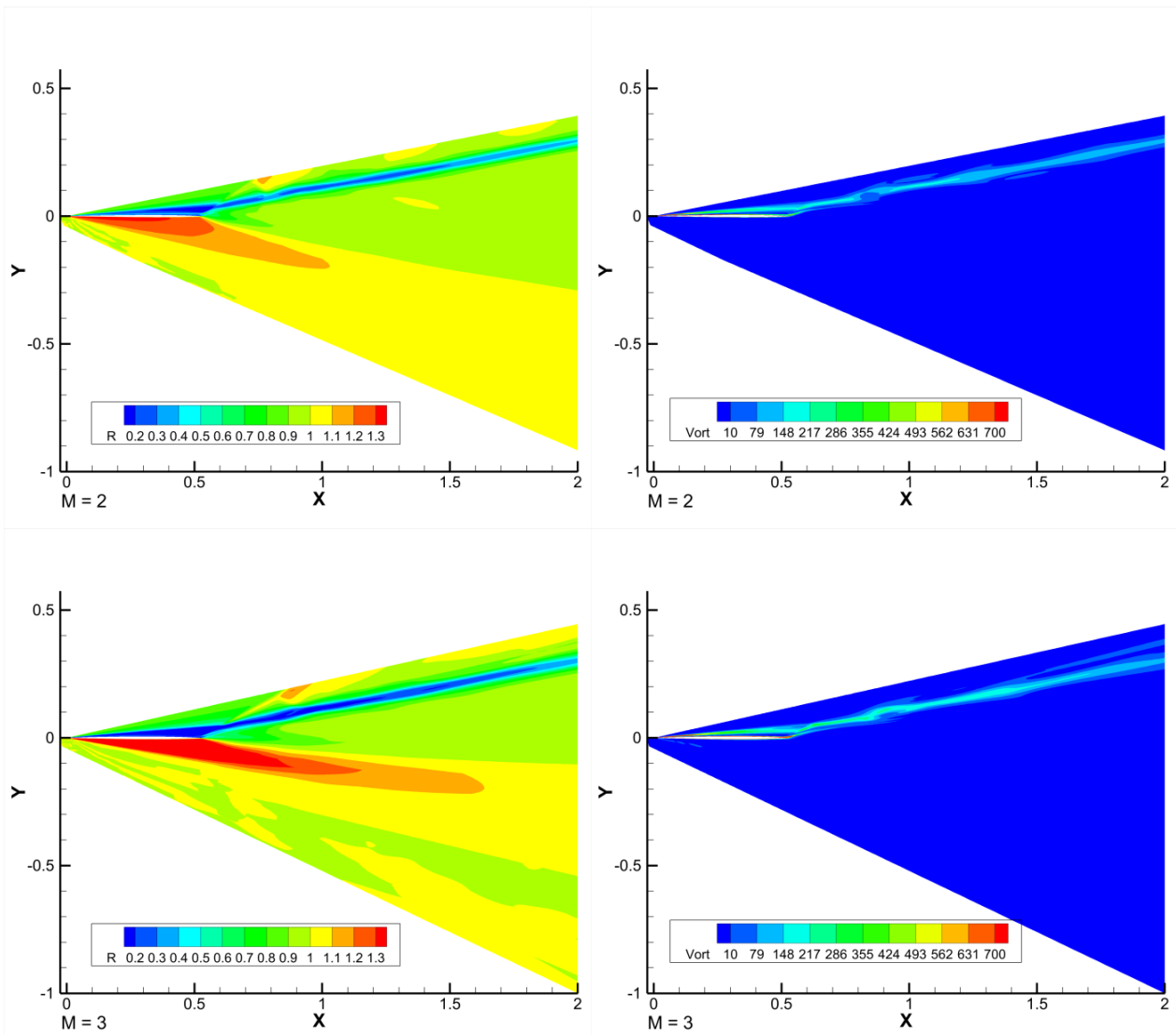


Рис. 9. Распределение плотности (слева) и завихренности (справа) в плоскости, проходящей через ось основного вихря. $M = 2$ (сверху), $M = 3$ (снизу), $\alpha = 14^\circ$

На рис. 10 изображены оси основного вихря в проекции на плоскости xOy и xOz , изменение положения которых иллюстрирует влияние числа Маха на вихревую систему. Так, с увеличением числа Маха координата y изменяется незначительно, происходит небольшое смещение положения оси основного вихря в основном по координате z . При увеличении числа Маха ось становится ближе к плоскости симметрии. При этом угол наклона оси остается практически неизменным с изменением числа Маха.

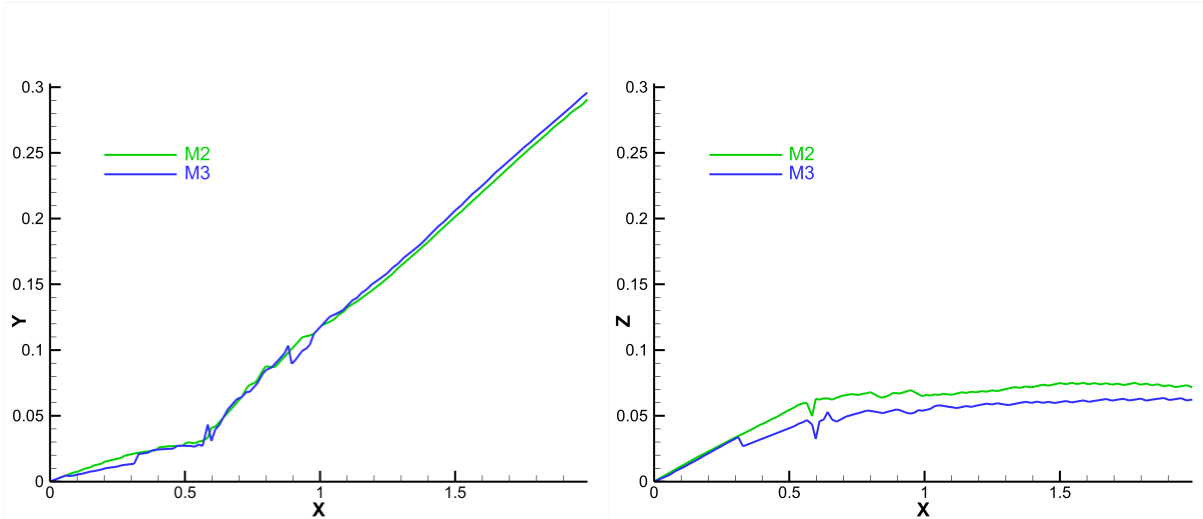


Рис. 10. Координаты осей основного вихря в плоскостях xOy (слева) и xOz (справа) для $M = 2$ и $M = 3$, $\alpha = 14^\circ$

В таблице 3 представлены аэродинамические коэффициенты при разных числах Маха набегающего потока для крыла под углом атаки $\alpha = 14^\circ$. При увеличении числа Маха в 1.5 раза (с 2 до 3) коэффициент подъемной силы уменьшается в 1.3 раза, а коэффициент сопротивления увеличивается в 1.26 раза. Одновременно с этим интеграл от продольной составляющей нормированного ротора скорости $\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$ в представленных сечениях по x

(таблица 4) уменьшается по модулю в 1.25 раза.

Весьма важно отметить, что величина $\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$ изменяется очень

незначительно от сечения к сечению, что свидетельствует о достаточно слабом проявлении диссипативных эффектов (табл. 4). Кроме того, приведенные данные таблиц 3 и 4 показывают, что, как и для выше рассмотренного влияния угла атаки крыла, зависимости в сверхзвуковых течениях значительно сложнее, чем для несжимаемых течений. В частности, в данном случае наблюдается следующий эффект: при росте числа Маха M интеграл от продольной составляющей нормированного ротора скорости уменьшается по модулю вместе с коэффициентом подъемной силы, а коэффициент сопротивления растет.

На рис. 11 показано распределение давления в сечении $x = 1.2$ при $M = 2$ (слева) и $M = 3$ (справа). Основные вихри в сечении $x = 1.2$ (рис. 11) отчетливо локализованы в виде областей низкого давления, как и в предыдущем разделе. Также можно отметить, что для меньшего числа Маха структура (распределения давления) вихревого следа более однородна.

На рис. 12 показаны изоповерхности модуля завихренности. Видно, что влияние хвостового скачка на вихри возрастает с ростом числа Маха.

Таблица 3

Аэродинамические коэффициенты в зависимости от α

M	C_x	C_y
2	0.001173625	0.701340175
3	0.001482401	0.529791879

Таблица 4

Величина $\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$ в сечениях $x = 0.7$, $x = 1.2$ и $x = 1.7$

α	$\int \Omega_x dS / M\sqrt{\gamma}$
10°	-0.0452
20°	-0.1011

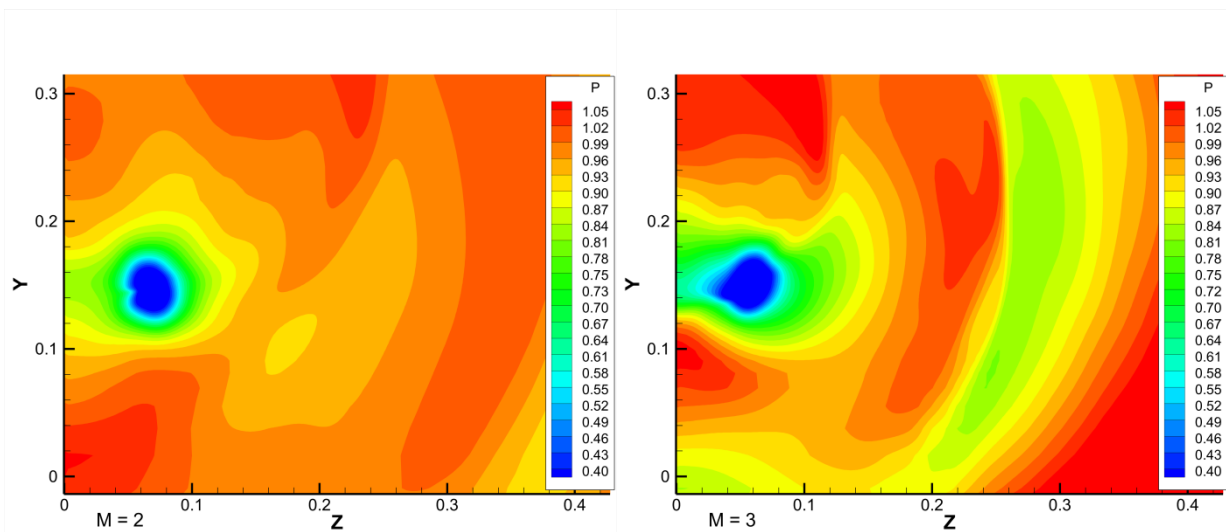


Рис. 11. Распределение давления в сечении $x = 1.2$, $\alpha = 14^\circ$, $M = 2$ (слева), $M = 3$ (справа)

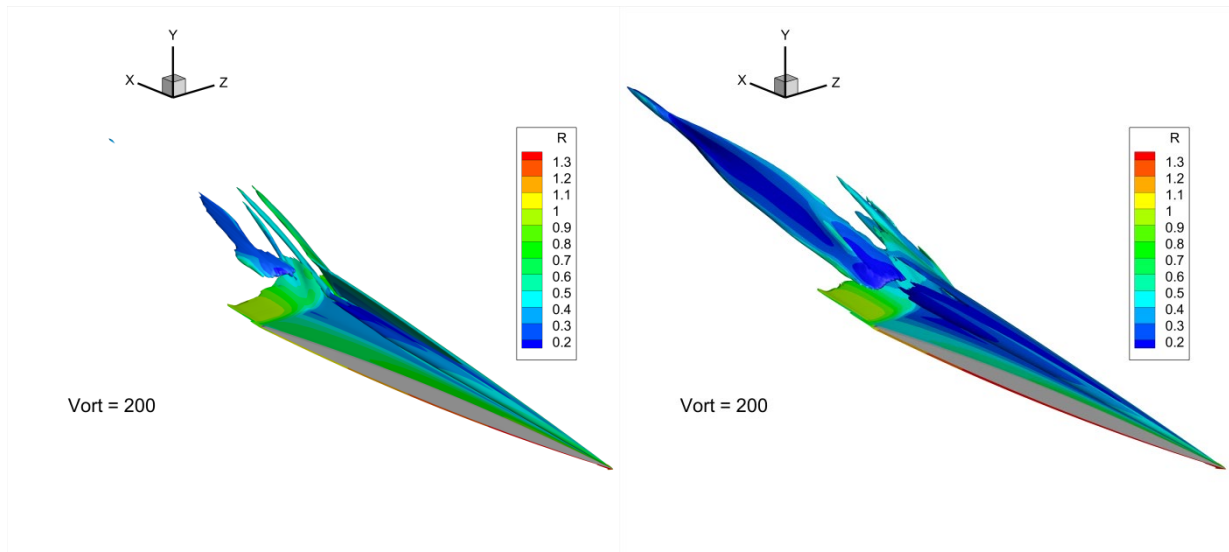


Рис. 12. Исоповерхности завихренности: $\alpha = 14^\circ$, $M = 2$ (слева), $M = 3$ (справа)

Влияние вихревой системы треугольного крыла на обтекание расположенного вниз по потоку прямоугольного крыла

В предыдущих разделах показано, что вихревая система треугольного крыла простирается на достаточно большие расстояния от его задней кромки. Поэтому возникает задача о ее влиянии на расположенные вниз по потоку элементы конструкции летательного аппарата.

Для исследования этой задачи прямоугольное крыло с ромбовидным профилем было размещено на расстоянии 0.5 корневой хорды треугольного крыла от задней кромки треугольного крыла (рис. 13). Средняя линия поднята на высоту 0.124 хорды по отношению к треугольному крылу. Рассматривался режим обтекания $M = 2$, угол атаки $\alpha = 14^\circ$.

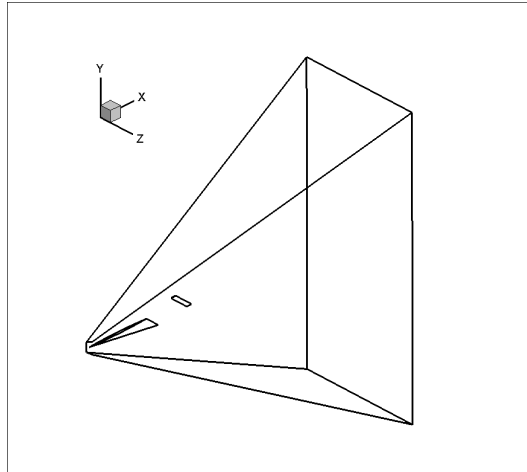


Рис. 13. Схема расчетной области

Неструктурированная сетка содержала 12465000 ячеек – криволинейных гексаэдров.

Взаимодействие вихревой системы с прямоугольным крылом представлено на рис. 14. Основной вихрь пересекается с поверхностью крыла. Первичный вихрь пересекается с крылом вблизи боковой кромки и влияет на формирование концевой вихря. На некотором расстоянии вниз по потоку от прямоугольного крыла остаются его концевой вихрь и деформированный основной вихрь треугольного крыла. Эти два вихря имеют одинаковые направления вращения. Видно также образование вторичных вихрей противоположного направления вращения.

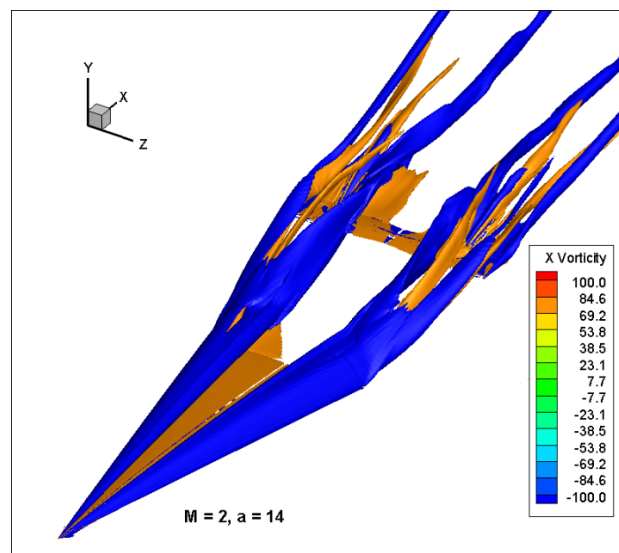


Рис. 14. Вихревая система. Изоповерхности продольной составляющей ротора скорости (завихренности). Взаимодействие с прямоугольным крылом

Дополнительную информацию можно получить из анализа рис. 15.

Наличие вихревой системы треугольного крыла приводит к тому, что прямоугольное крыло обтекается весьма неоднородным потоком – рис. 16.

В частности, отметим наличие области высокого числа Маха в окрестности сечения $z = 0.5$, что само по себе могло бы приводить к росту давления на поверхности крыла. Однако здесь же имеется область низкого давления. Поэтому общий эффект будет достаточно сложным, и общая схема течения будет существенно отличаться от обтекания крыла равномерным потоком с параметрами $M = 2$, $\alpha = 14^\circ$.

Распределение давления на поверхности крыла представлено на рис. 17 и рис. 18. Как видно, в сравнении с обтеканием равномерным потоком, появляются зоны как пониженного, так и повышенного давления. Суммарный эффект представлен в таблице 5.

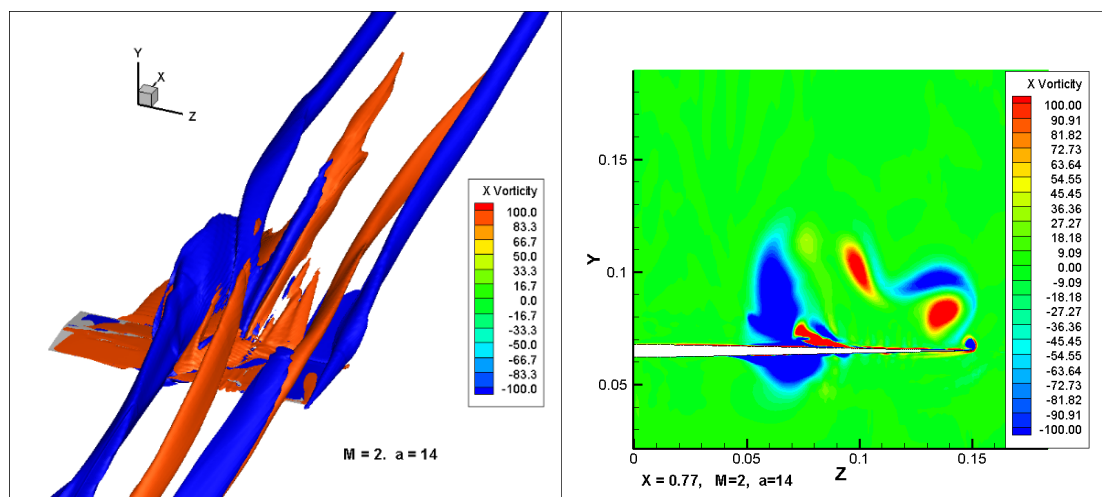


Рис. 15. Вихревая система вблизи крыла - слева. Распределение изоповерхности продольной составляющей ротора в сечении $x = 0.77$

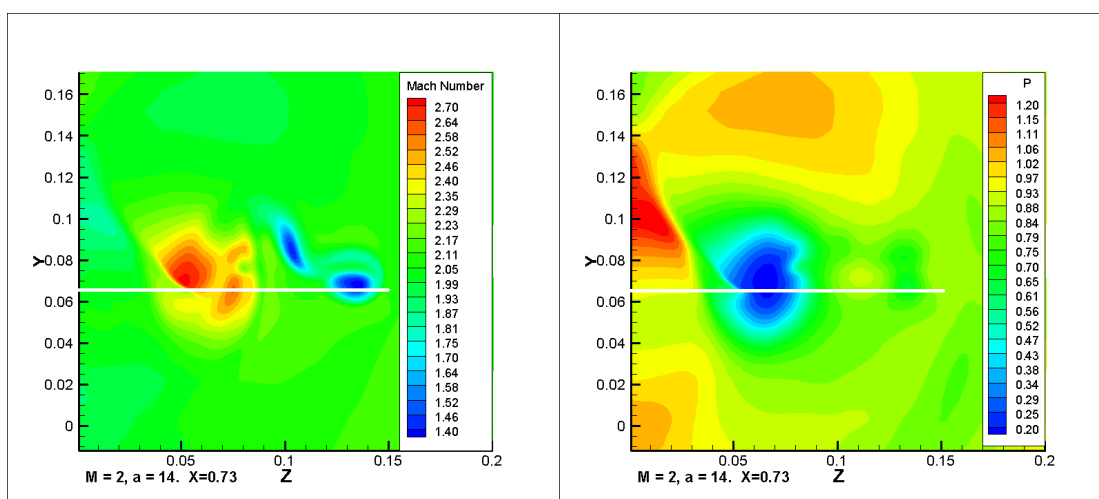


Рис. 16. Распределение числа Маха и давления перед передней кромкой прямоугольного крыла

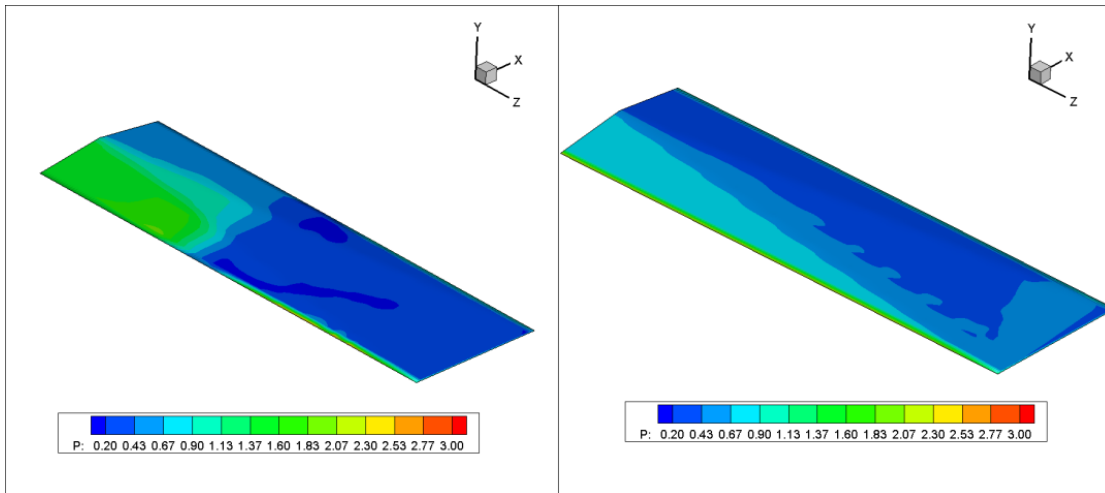


Рис. 17. Распределение давления на подветренной стороне прямого крыла. Обтекание равномерным потоком – справа

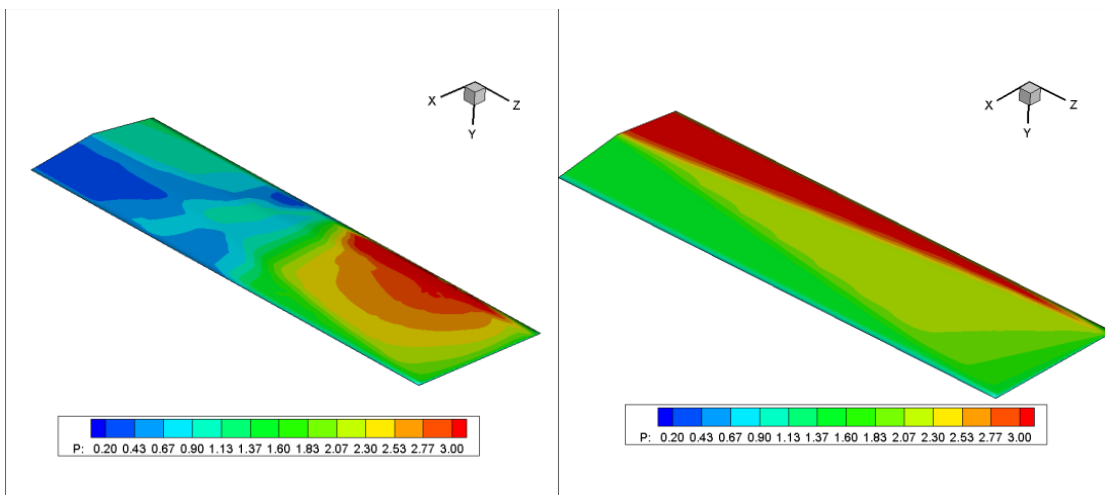


Рис. 18. Распределение давления на наветренной стороне прямого крыла. Обтекание равномерным потоком – справа

Таблица 5

Аэродинамические коэффициенты

Вариант	C_x	C_y	$K = C_y/C_x$
Невозмущенный поток	0.0256	0.605	23.6
Вихревая система	0.0166	0.363	21.9

При рассмотренных значениях параметров задачи (в первую очередь следует учитывать относительное расположение крыльев) можно говорить об отрицательном влиянии вихревой системы – происходит некоторое

уменьшение аэродинамического качества. Этот факт важен, если прямоугольное крыло рассматривается как несущая поверхность летательного аппарата. Если прямоугольное крыло является органом управления, то факт уменьшения нормальной силы имеет самостоятельное значение.

Выводы

В работе исследована вихревая система, образующаяся за треугольным крылом в сверхзвуковом потоке. Получена зависимость образованных вихревых структур от угла атаки треугольного крыла и от числа Маха набегающего потока. Исследовано их влияние на аэродинамические свойства прямого крыла, расположенного вниз по потоку.

С ростом угла атаки получены рост ширины основного вихря с треугольного крыла и смещение его оси дальше от поверхности крыла и ближе к плоскости симметрии, также увеличивается угол наклона основного вихря по оси y . При увеличении числа Маха набегающего потока координата y оси основного вихря изменяется незначительно, но происходит небольшое ее смещение по координате z .

Вопрос зависимости между подъемной силой и интенсивностью (циркуляцией) вихревой системы значительно сложнее для рассмотренного сверхзвукового течения, нежели для несжимаемого потока, однако зависимость, близкая к линейной, наблюдается. Действительно, при увеличении угла атаки в 2 раза (с 10° до 20°) коэффициент подъемной силы увеличивается в 2.1 раза. При этом нормированный интеграл от продольной составляющей ротора скорости в сечении $x = 1.2$ увеличивается по модулю в 2.2 раза. При росте числа Маха набегающего потока в 1.5 раза (с 2 до 3) коэффициент подъемной силы уменьшается в 1.3 раза, а коэффициент сопротивления увеличивается в 1.26 раз. Одновременно с этим интеграл от продольной составляющей нормированного ротора скорости уменьшается по модулю в 1.25 раза, т.е. примерно как коэффициент подъемной силы. Планируются дальнейшие исследования этих зависимостей.

При рассмотренных значениях параметров задачи зафиксировано отрицательное влияние вихревой системы треугольного крыла на аэродинамические характеристики прямого крыла, выражающееся в некотором уменьшении его аэродинамического качества. В интересах практических приложений необходимы дальнейшие исследования. В частности, для других вариантов относительного расположения генератора вихрей и основного крыла.

Библиографический список

[1] Dietlein I., Bussler L., Stappert S. *et al.* Overview of system study on recovery methods for reusable first stages of future European launchers // *CEAS Space J* (2024). <https://doi.org/10.1007/s12567-024-00557>

- [2] <https://www.youtube.com/watch?v=j2BdNDTIWbo>
- [3] Stanbrook A., Squire L. C. Possible types of flow at swept leading edges // *Aeronaut. Quart.* 1964. V. 15, N 2. P. 72-82.
- [4] Башкин В.А. Экспериментальное исследование обтекания плоских треугольных крыльев при числе $M = 5$ в диапазоне углов атаки от 0 до 70° // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1967. № 3. С. 102-108.
- [5] Squire L. C. Flow regimes over delta wings of supersonic and hypersonic speeds // *Aeronaut Quart.* 1976. V. 27, N 1. P. 1-14.
- [6] Боровой В.Я., Иванов Б.А., Орлов А.А., Харченко В.Н. Исследование обтекания сверхзвуковым потоком крыльев различной формы в плане методом лазерного ножа // *Труды ЦАГИ*, вып. 1793, 1977.
- [7] Келдыш В.В., Лапина Н.Г. Экспериментальное исследование течения в окрестности треугольных крыльев с острой и закругленной передней кромкой при сверхзвуковых скоростях // *Труды ЦАГИ*, вып. 2074, 1980.
- [8] Майкапар Г.И. Отрывные течения у подветренной стороны треугольного крыла и тела вращения в сверхзвуковом потоке // *Ученые записки ЦАГИ* 1982, Т.13, № 4, С. 22-33.
- [9] Wood R. M., Miller D. C. Lee side flow over delta wings at supersonic speeds // *J. Aircraft.* 1984. V. 21. P. 680-686.
- [10] Szodruch J. G., Peake D. J. Leeward flow over delta wings at supersonic speeds // *Rep. NASA TM.* 1980. N 81187.
- [11] Seshadri S. N., Narayan K. Y. Possible types of flow on lee-surface of delta wing at supersonic speeds // *Aeronaut. J.* 1988. N 5. P. 185-199.
- [12] Бродецкий М.Д., Краузе Э., Никифоров С.Б., Павлов А.А., Харитонов А.М., Шевченко А.М. Развитие вихревых структур на подветренной стороне треугольного крыла // *ПМТФ* 2001, Т.42, №2, С. 68-80
- [13] Алексеенко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. – *Ин-т компьютерных исслед.*, 2005. – 503 с.: ISBN 5-93972-397-7.
- [14] Luckring J.M., Rizzi A. Prediction of concentrated vortex aerodynamics: Current CFD capability survey // *Progress in Aerospace Sciences* 147 (2024) 100998, <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2024.100998>
- [15] Holzäpfel F., Misaka T., Hennemann I. Wake-Vortex Topology, Circulation, and Turbulent Exchange Processes // *AIAA Paper* 2010-7992, *AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, 2-5 August 2010, Toronto, Ontario, Canada, 16 p.

- [16] Зудов В.Н., Пимонов Е.А. Взаимодействие продольного вихря с наклонной ударной волной // ПМТФ, 2003. Т. 44, № 4, С. 10-21.
- [17] Settles G. S., Cattafesta L. Supersonic shock wave/vortex interaction. – 1993. – №. NAS 1.26: 192917.
- [18] Magri V., Kalkhoran Iraj M. Numerical investigation of oblique shock wave/vortex interaction // Computers & Fluids 86 (2013) 343–356
- [19] Голубев А.Г., Епихин А.С., Калугин В.Т. [и др.] Аэродинамика: учебник для вузов / ред. В.Т. Калугин. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. - 607 с.
- [20] Luckring J.M. The discovery and prediction of vortex flow aerodynamics // The Aeronautical Journal June 2019 Volume 123 No1264 p. 729-803.
- [21] Genta Imai, Kozo Fujii, Akira Oyama. Computational Analyses Of Supersonic Flows Over A Delta Wing At High Angles Of Attack // ICAS 2006, 25th International congress of the aeronautical sciences.