



**ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека**

**Препринты ИПМ • Препринт № 80 за 2024 г.**



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**А.В. Плеханов, С.Ю. Рыжов**

**Механическое  
взаимодействие метаемого  
тела со стенками канала  
рельсового  
электромагнитного  
ускорителя.  
Параметрические  
исследования**

Статья доступна по лицензии  
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Плеханов А.В., Рыжов С.Ю. Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Параметрические исследования // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2024. № 80. 28 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2024-80>  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-80>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**А.В. Плеханов, С.Ю. Рыжов**

**Механическое взаимодействие  
метаемого тела со стенками канала  
рельсового электромагнитного  
ускорителя. Параметрические  
исследования**

**Москва — 2024**

**А.В. Плеханов, С.Ю. Рыжов**

*Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Параметрические исследования*

Рассмотрено колебание рельсов ускорителя под действием электромагнитных сил, правая граница приложения которых движется по каналу ствола от входной части к дульному срезу. Рельсовый ускоритель упрощенно рассматривается как балка Бернулли–Эйлера конечной длины, лежащая на вязкоупругом основании, с консольной поддержкой со стороны казенной части ускорителя. Колебание рельса описывается дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка по пространству и второго порядка по времени. Уравнение решается численно комбинированным методом: конечных разностей по времени и конечных элементов по пространству. Исследовано влияние начальной скорости якоря и контактной силы между якорем и рельсами на динамику поведения рельса в процессе разгона с учетом силы трения.

Показано, что увеличение начальной скорости якоря сокращает время воздействия области контакта якорь/рельс на поверхность входной части канала ускорителя, смещает в сторону дульного среза положение максимального прогиба рельса при практически неизменной его амплитуде, а при превышении начальной скорости якоря критической скорости - приводит к существенному уменьшению амплитуды колебаний. В этом случае якорь обгоняет передний фронт колебаний все время разгона. Также с ростом начальной скорости якоря снижается амплитуда требуемого тока и сокращается время разгона, что может уменьшить массу и габариты источника электрической энергии и понизить требования к материалам рельса в связи с уменьшением интеграла действия, влияющим на стойкость материалов.

Коэффициент контактной силы  $m$  оказывает комплексное влияние на амплитуду колебаний рельса в связи с тем, что от него зависит как сила трения, так и величина расталкивающей силы. Последняя ответственна за существенное увеличение амплитуды колебаний при  $m > 1$ . Каких-либо особенностей в колебательный процесс рельса, как отмечалось в литературе, учет параметра  $m$  не внес. По всей видимости, это связано с тем, что более сложные процессы, отражающие неоднородное распределение тока, анализируемые с помощью трехмерного конечно-элементного метода, невозможно получить в рамках модели балки.

**Ключевые слова:** *рельсовый электромагнитный ускоритель, колебание рельса, движущаяся нагрузка, МКР+МКЭ, начальная скорость, контактная сила*

**A.V. Plekhanov, S.Yu. Ryzhov**

*Mechanical interaction of a projectile body with a bore walls of an electromagnetic accelerator. Parametric study*

The vibration of the accelerator rails under the action of electromagnetic forces, the right boundary of which is moving along with the armature along the barrel bore, is considered. The rail accelerator is simply considered as a Bernoulli-Euler beam of finite length, lying on a viscoelastic foundation, with cantilever support from the side of the accelerator breech. The rail vibration is described by a differential equation in partial derivatives of the fourth order in space and the second order in time. The equation is solved numerically by combined method: finite differences in time and finite elements in space. The influence of the armature injection velocity and the contact force between the armature and the rails on the rail dynamic behavior, taking into account the friction force, has been studied.

It is shown that an increase in the armature injection velocity reduces the time of action of the armature/rail contact area on the surface of the input part of the accelerator channel, shifts the position of the maximum rail deflection towards the muzzle with its amplitude practically unchanged, and when the armature injection velocity exceeds the critical speed, it leads to a significant decrease in the amplitude of vibrations. In this case, the armature overtakes the leading edge of the vibrations throughout the entire acceleration period. Also, with an increase in the armature injection velocity, the amplitude of the required current decreases and the acceleration time is reduced, which can reduce the mass and dimensions of the electric power source and reduce the requirements for the rail materials due to a decrease in the integral of action, which affects the durability of the materials.

The contact force coefficient  $m$  has a complex effect on the amplitude of rail vibrations due to the fact that both the friction force and the magnitude of the repulsive force depend on it. The latter is responsible for a significant increase in the amplitude of vibrations at  $m > 1$ . Taking into account the parameter  $m$  did not introduce any special features into the vibration process of the rail, as noted in the literature. This is likely due to the fact that more complex processes reflecting non-uniform current distribution analyzed using 3D finite element method cannot be obtained within the beam model.

***Key words: rail electromagnetic accelerator, rail vibration, moving load, FDM+FEM, injection velocity, contact force***

## Оглавление

	Стр.
1 Введение	5
2 Постановка задачи	7
3 Параметрические исследования	9
3.1 Исходные данные	9
3.2 Определение силы трения	11
3.3 Влияние силы трения на динамику разгона якоря	14
3.4 Влияние начальной скорости якоря	16
3.5 Влияние контактной силы	24
Заключение	25
Список литературы	26

## 1. Введение

Одной из установок, позволяющей обеспечить метаемому телу скорости, превосходящие скорости устройств на обычных химических топливах, является рельсовый ускоритель, в котором метаемое тело движется за счет действия электромагнитных сил. Технология электромагнитного разгона макротел активно развивается в последние десятилетия, но все еще остается много вопросов, требующих тщательных исследований.

Так, например, в работе [1] показано, что при движении фронта давления по метательному устройству в нем генерируются изгибные волны, которые распространяются в элементах, образующих канал конструкции. При достижении метаемым телом скорости, равной скорости распространения изгибных волн, наступает резонанс, приводящий к значительному усилению напряжений и деформаций в элементах конструкции. Это может привести к ускоренному износу или даже к разрушению ускорителя. В этой связи при проектировании метательных устройств с большими дульными скоростями важным становится учет динамических эффектов, в частности колебания рельсов.

Очевидно, что анализ колебаний рельсов должен строиться на основании связанной нестационарной трехмерной пространственной задачи определения электромагнитных полей и напряженно-деформированного состояния составной конструкции под действием динамических нагрузок, что является чрезвычайно затратным по усилиям, связанным как с подготовкой исходных данных и большим временем проведения расчетов, так и с интерпретацией полученных результатов. В этой связи при проектировании конструкции ускорителя для получения оценок решения могут применяться одномерные модели с приемлемыми упрощениями, позволяющими проводить исследования в широком диапазоне изменения параметров ускорителя за разумное время.

Упрощенные модели взаимодействия метаемого тела со стенками канала ускорителя основываются на идеализированном предположении, что рельс – это балка, расположенная на основании, которое моделирует поддержку рельса со стороны изоляционного материала и силовой оболочки. Задача взаимодействия сводится к исследованию отклика балки на воздействие подвижной нагрузки – в нашем случае – метаемого тела. Принятые допущения и предположение о постоянстве скорости движения нагрузки позволяют в некоторых случаях получить аналитические решения, связывающие прогиб с геометрическими размерами и свойствами материала балки, величиной скорости движения нагрузки и жесткостью основания (см., например, [2]-[6]). Полученные аналитические решения применяются для проведения широкого спектра исследований поведения модельной конструкции, которая отражает многие свойства реального ускорителя. Но при, например, изменении геометрических размеров рельса и свойств основания по длине ускорителя

получить аналитическое решение затруднительно. В этой связи требуется применение численных методов решения задачи.

В работе [7] предлагается комбинированная схема решения задачи численного определения прогиба рельса, применяющая конечно-разностную аппроксимацию по времени и конечно-элементную аппроксимацию по пространству, что оказалось удобным для проведения большого количества оценок. Там же с помощью разработанной методики проведено численное исследование влияния профиля тока в цепи ускорителя и параметров основания на особенности развития изгибных волн в рельсах и их взаимодействие с рельсами и якорем в процессе работы ускорителя. Показано, что варьирование профиля тока может привести к изменению положения и величины максимального прогиба рельсов. Также подтвердилась возможность существенного снижения амплитуды изгибной волны за счет увеличения жесткости и демпфирующей способности основания.

Данная работа является продолжением исследований, опубликованных в [7], и рассматривает влияние на процесс колебания рельсов ускорителя начальной скорости якоря и контактной силы между якорем и рельсом.

Обеспечение якорю начальной скорости решает несколько задач. Так, в работе [8] показано, что за счет теплового потока из плазменного якоря: 1) контактная поверхность рельсов в процессе разгона сильно прогревается и частично проплавляется, 2) наиболее существенно оплавляются участки рельсов на входе в канал, 3) с увеличением начальной скорости метаемого тела положение максимума проплавленного материала смещается по направлению к дульному срезу, а глубина расплава уменьшается с 60 мкм при нулевой начальной скорости до 20 мкм при начальной скорости 2 000 м/с и 4) повышение начальной скорости выше 2 000 м/с существенно не сказывается на распределении температуры в рельсах. Похожая картина будет наблюдаться и в случае твердого якоря за счет теплового потока из контактной поверхности якорь/рельс. Следовательно, начальная скорость на входе в канал позволяет снизить тепловое воздействие якоря на поверхность канала и таким образом повысить его ресурс.

В работе [9] выполнен численный анализ динамического поведения элементов канала, который показал следующее: 1) рельсы стремятся отделиться от изоляторов в процессе разгона метаемого тела, 2) при умеренно высокой начальной скорости (более 500 м/с) метаемое тело и сопровождающий фронт электромагнитного давления в канале будут двигаться быстрее, чем скорость распространения поперечного колебания в материале ствола, и якорь будет находиться перед местом разделения элементов канала, 3) малая начальная скорость (менее 200 м/с) может привести к сужению рельсов перед метаемым телом в дополнение к их разделению. Следовательно, вопрос ненулевой начальной скорости важен и с точки зрения динамического поведения канала ускорителя.

Для поддержания хорошего скользящего электрического контакта необходимо обеспечить некоторое прижатие контактирующих элементов друг к другу. Причем контактная сила должна быть достаточной для обеспечения электрического контакта, но не чрезмерной, чтобы не получить слишком большого трения.

В момент времени (старт), когда ток мал, прижатие обеспечивается вхождением якоря в канал с некоторым натягом. Далее делают специальную конструкцию якоря так, чтобы прижатие скользящих элементов якоря к рельсам обеспечивалось за счет электромагнитной силы. Так как на все элементы системы якорь – рельс, по которым течет ток в противоположных направлениях, действует расталкивающая сила, то конструктивно необходимо обеспечить дополнительную контактную силу, большую, чем расталкивающая.

В работах [10], [11] показано, что динамический отклик рельса под воздействием как расталкивающей, так и контактной сил более интенсивен и сложен, чем в случае воздействия только расталкивающей рельсы силы. А дополнительные осцилляции, вызванные контактной силой, могут увеличить возможность нарушения электрического контакта между якорем и рельсами. Это значит, что силу прижатия якоря к рельсу необходимо учитывать при анализе динамического отклика рельсового ускорителя, тем более если анализировать изменение скорости якоря, которое наблюдается в течение всего цикла работы ускорителя.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим колебание рельсов электромагнитного (ЭМ) ускорителя под воздействием движущегося якоря.

Обычный электромагнитный рельсовый ускоритель состоит из двух проводящих рельсов, изолирующих пластин и внешней силовой оболочки. Для питания ускорителя в большинстве случаев используется импульсный источник электрической энергии (ИИЭ). На рис. 1 показана упрощенная механическая модель ЭМ рельсового ускорителя. Для анализа динамического поведения системы при разгоне якоря каждый из проводящих рельсов считается консольной балкой, расположенной на вязкоупругом основании Винклера, которое моделирует воздействие окружающих изоляционных пластин и силовой оболочки. На рельсы действуют электромагнитная расталкивающая сила, механическое контактное давление якоря и силы со стороны компонентов конструкции. Якорь, а вместе с ним правая граница приложения расталкивающей рельсы электромагнитной силы и контактного давления движутся слева направо от казенной части к срезу канала до момента разрыва электрической цепи при достижении якорем конца рельсов.

Проводящие рельсы в основном удерживают поперечные силы, а поперечные размеры рельсов малы по сравнению с его длиной. Так что рельсы могут упрощенно рассматриваться в рамках модели балки Бернулли –



Эйлера. В этом случае изгибная деформация является основной деформационной модой (видом деформации) балки.

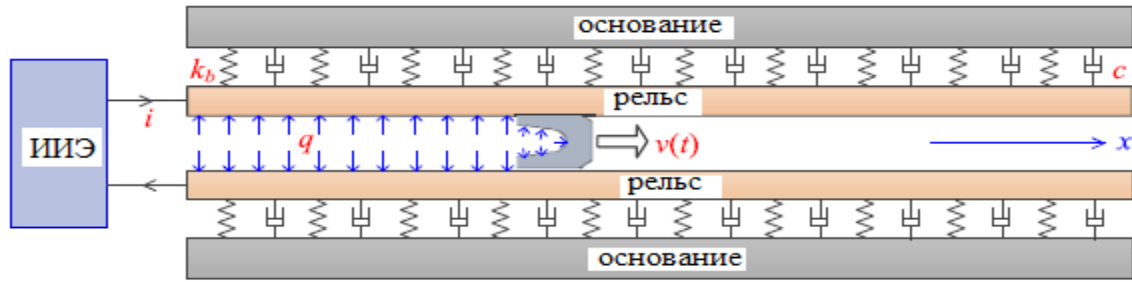


Рис. 1. Упрощенная схема электромагнитного рельсового ускорителя [12].

При сделанных предположениях уравнение, описывающее поведение балки (рельса), примет следующий вид [12]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_r \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} + k_b w = q(x, t), \quad (1)$$

где  $w(x, t)$  – прогиб рельсов в направлении, перпендикулярном оси движения якоря  $x$ ,  $E$  – модуль упругости материала рельсов,  $I$  – момент инерции поперечного сечения рельса на изгиб,  $m_r$  – погонная плотность рельса,  $k_b$  и  $c$  – коэффициенты упругости и демпфирования основания соответственно,  $q(x, t)$  – динамическая нагрузка, действующая на рельсы, которая содержит две части:  $q_1(t)$  – распределенная электромагнитная расталкивающая сила и  $q_2(t)$  – контактное давление со стороны якоря. Таким образом [12],

$$q(x, t) = q_1(t)[1 - H(x - u(t))] + q_2(t)H\{(0,5l)^2 - [x - (u(t) + 0,5l)]^2\}, \quad (2)$$

где  $u(t)$  – положение якоря,  $l$  – длина контактной зоны якоря, действующей на рельс,  $H$  – ступенчатая функция Хевисайда.

Для балки с консольной поддержкой со стороны казенной части справедливы следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } x=0: w(0, t) = 0, \partial w(0, t)/\partial x = 0, \\ \text{при } x=L: \partial^2 w(L, t)/\partial x^2 = 0, \partial^3 w(L, t)/\partial x^3 = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $L$  – длина балки.

Начальные условия:

$$\text{при } t=0: w(x, 0) = 0, \partial w(x, 0)/\partial t = 0. \quad (4)$$

Уравнение (1) является линейным дифференциальным уравнением в частных производных четвертого порядка по пространству и второго порядка по времени.

Система уравнений (1) - (4) решается численно, применяя конечно-разностную аппроксимацию производных по времени и конечно-элементную аппроксимацию производных по пространству. В работе [7] показано, что разработанная программа численного решения хорошо оценивает поведение рельса под воздействием движущейся по его длине ЭМ нагрузки на всей траектории движения разгоняемого тела. Ее можно применять для исследований влияния различных параметров на величину и характер колебания рельса в процессе разгона.

### 3. Параметрические исследования

#### 3.1. Исходные данные

Целью параметрических исследований является изучение влияния определяющих параметров ускорителя на характер взаимодействия метаемого тела со стенками канала в процессе разгона. При этом в задачу данной работы не входит определение условий, как эти параметры обеспечить за счет конструкции ускорителя, импульсного источника питания, метаемого тела или выбора материалов и так далее. Мы попытаемся понять, как изменение варьируемых параметров скажется на распространении и взаимодействии изгибных волн, положении и величине максимума амплитуды прогиба рельса и т.д. В качестве базового возьмем ускоритель из работы [12], схема которого показана на рис. 2, с параметрами, представленными в табл. 1. Выбранный профиль тока [12] позволяет разогнать в таком ускорителе длиной 3 метра якорь массой 0,2 кг до дульной скорости выше 2000 м/с. Величина выбранной скорости не является запредельной, реально достижима в современных рельсовых ЭМ ускорителях (см., например, [13], [14]) и выбрана таковой в методических целях.

В качестве изменяемых параметров могут быть выбраны: профиль тока в цепи ускорителя, параметры основания (коэффициенты жесткости  $k_b$  и демпфирования  $c$ ), начальная скорость якоря  $v(0)$  и коэффициент пропорциональности между расталкивающей рельсы силой  $q_1$  и контактной силой  $q_2$  ( $q_2 = t q_1$ ).

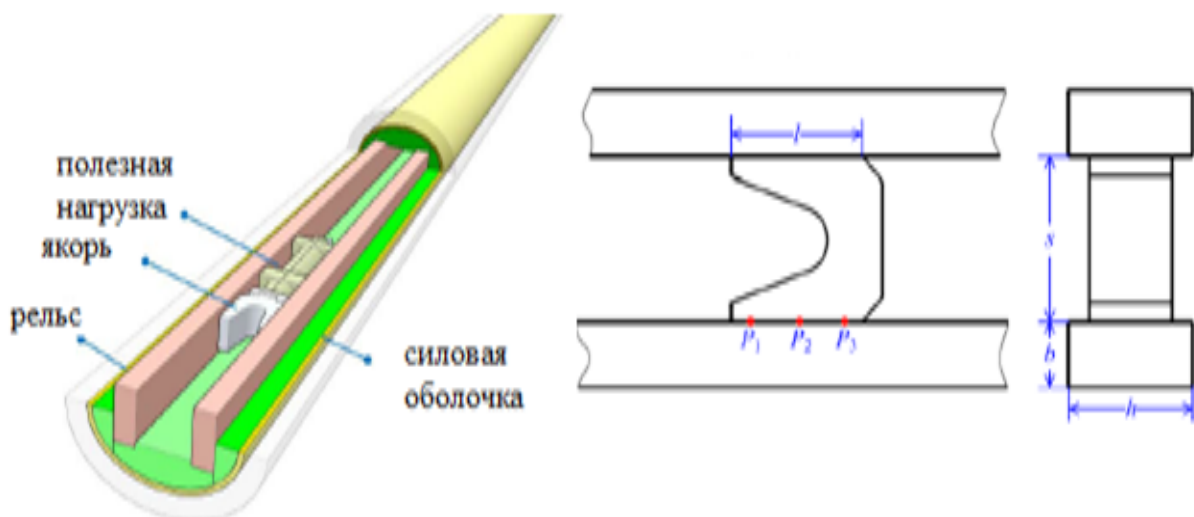


Рис. 2. Упрощенный вид ускорителя с размерами рельсов и якоря [12].

Таблица 1. Параметры рассматриваемого ускорителя [12]

Параметр	Значение	Обозначение
$s$	0,05 м	Расстояние между рельсами
$h$	0,04 м	Ширина рельса
$b$	0,02 м	Толщина рельса
$E$	115 ГПа	Модуль упругости материала рельса
$I$	$1,07 \times 10^{-7} \text{ м}^4$	Момент инерции поперечного сечения на изгиб
$u(0)$	0,20 м	Начальное положение якоря
$k_b$	10 ГПа	Коэффициент упругости основания
$c$	$1,0 \times 10^4 \text{ кг/(м с)}$	Коэффициент демпфирования на единицу длины
$L$	3,0 м	Длина рельса
$m_r$	8 кг/м	Погонная масса рельса
$L'$	0,45 мкГн/м	Градиент индуктивности рельсов
$l$	0,06 м	Контактная длина якоря с рельсом
$m_a$	0,20 кг	Масса якоря и нагрузки

Расталкивающая рельсы сила вычислялась из соотношения, полученного для взаимодействия двух параллельных проводников при протекании по ним тока  $i(t)$  в противоположных направлениях [15]:

$$q_1 = \frac{\mu i^2}{\pi h} \arctan\left(\frac{h}{2(s+b)}\right),$$

где  $\mu$  – магнитная проницаемость вакуума,  $h$  – средняя ширина рельса,  $s+b$  – расстояние между центрами рельсов (см. рис. 2).

Сила, прижимающая лепестки якоря к рельсам ( $q_2$ ), зависит от конструкции якоря, и для ее вычисления требуется рассмотрение детальной картины протекания тока в рельсах и якоре, что не входит в круг задач данной работы. Чаще всего ее принимают пропорциональной силе, расталкивающей рельсы.

Зависимость тока от времени в цепи ускорителя разбивается на три участка по времени  $t_1$ ,  $t_2$  и  $t_3$  и аппроксимируется кусочно-линейной функцией, показанной на рис. 3 [7]. Такое представление профиля тока позволяет с достаточно хорошей для практики точностью отразить основные участки изменения тока (нарастание тока, квазистационарный участок, спадание тока) в реальном ускорителе, используя пять параметров ( $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $i_{max}$ ,  $i_{end}$ ) [7]. Причем два из них исключаются из числа варьируемых параметров и методом итераций определяются из условий достижения якорем скорости 2000 м/с на выходе из ускорителя длиной 3 м. Таким образом, варьируемыми остаются три параметра [7].

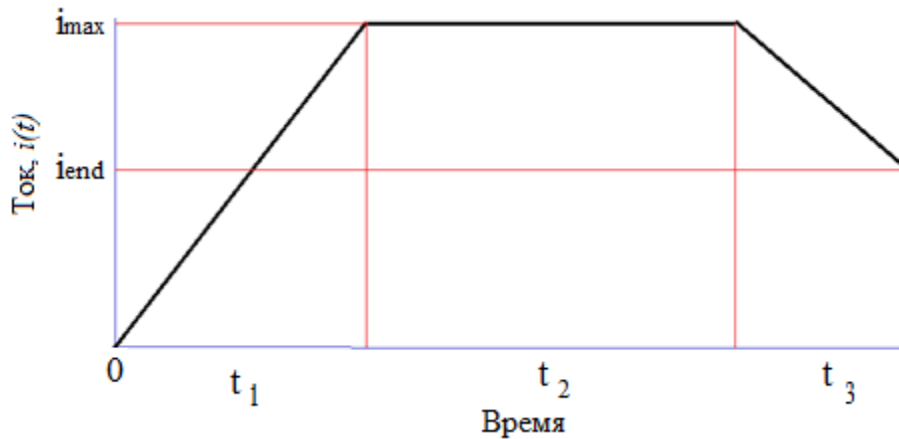


Рис. 3. Кусочно-линейная аппроксимация профиля тока в цепи ускорителя.

Скорость якоря по длине канала вычислялись из второго закона Ньютона

$$v(t) = v(0) + \frac{1}{m_a} \int_0^t \left[ \frac{1}{2} L i^2(\tau) - F_f \right] d\tau,$$

а перемещение – из соотношения  $u(t) = u(0) + \int_0^t v(\tau) d\tau$ , где  $F_f$  – силы сопротивления, которые могут включать фрикционные, аэродинамические и другие потери,  $m_a$  – масса якоря,  $L$  – градиент индуктивности рельсов.

В данной работе исследуются влияние начальной скорости  $v(0)$  и коэффициента контактной силы  $m$  ( $q_2 = mq_1$ ).

Фиксация длины рельса и конечной скорости якоря позволяет корректно сравнивать между собой различные параметры и решать тем самым задачу поиска их значений, оптимизирующих требуемые функционалы, например, максимальную величину прогиба рельса.

За базовые приняты следующие параметры:  $i_{max} = 1$  МА,  $t_1 = 0,5$  мс,  $i_{end} = 0,5 i_{max}$ . Значения остальных параметров ускорителя приведены в табл. 1.

Так как в данной работе мы исследуем влияние контактной силы, то необходимо, по мнению авторов, при вычислении скорости и перемещения якоря по длине ускорителя учитывать силу трения между якорем и рельсами. Сила аэродинамического сопротивления в данной работе не учитывается ввиду ее незначительности при исследуемых скоростях.

### 3.2. Определение силы трения

Силу механического трения между якорем и рельсами можно записать в следующем виде [16]:

$$F_f = 2\mu(F_{N,me} + F_{N,em}), \quad (5)$$

где  $\mu$ ,  $F_{N,me}$ ,  $F_{N,em}$  – коэффициент механического трения, нормальные составляющие механической и электромагнитной (ЭМ) силы соответственно. Механическая сила образуется при вхождении якоря в канал ускорителя с натягом, и она обеспечивает контакт якоря с рельсами в начальный момент разгона, когда значение тока в цепи мало. Ее можно определить расчетным

путем или экспериментально. В частности, в работе [16] ее измерили экспериментально и получили, что  $F_{N,me} = 3,8$  кН. Нормальная составляющая ЭМ силы пропорциональна силе Лоренца, действующей на якорь, и зависит главным образом от геометрии якоря.

Коэффициент механического трения зависит от материалов скользящей пары, их относительной скорости, нормальной силы, приложенной к контактирующим материалам, и условий окружающей среды. В работе [17] показано, что для нормальной силы  $F_N = F_{N,me} + F_{N,em} > 100$  Н хорошее соответствие между расчетом и экспериментом получается, если коэффициент механического трения записать в следующем виде:

$$\mu(v) = (\mu_H - \mu_G)e^{-av} + \mu_G, \quad (6)$$

где  $\mu_H$  – статический коэффициент трения,  $\mu_G$  – ограничивающее значение динамического коэффициента трения,  $a$  – параметр и  $v$  – относительная скорость скольжения.

В работе [18] проводилось исследование износа якоря при разгоне в рельсовом ускорителе среднего калибра (высота рельсов  $h = 0,04$  м, расстояние между рельсами  $s = 0,05$  м, ширина рельсов  $w = 0,02$  м, длина канала 2,8 м, начальное положение якоря 0,20 м). Якорь изготавливали из сплава алюминия, рельс – из сплава меди (типа бронзы).

В опытах [18] амплитуда тока составляла 1 МА, экспериментальная дульная скорость достигала 2138 м/с. Расчетная дульная скорость якоря равнялась 2440 м/с без учета потерь на трение и 2153 м/с с учетом потерь.

Хорошее соответствие экспериментальной динамики разгона якоря в канале с экспериментальными результатами получено при следующих коэффициентах:  $\mu_H = 0,2$ ,  $\mu_G = 0,04$  и  $\alpha = 0,02$  с/м.

В работе [19] для канала квадратного сечения со стороной 0,03 м с якорем из сплава алюминия и рельсами из бронзы принимались другие значения коэффициентов трения:  $\mu_H = 0,3$ ,  $\mu_G = 0,1$ .

В работе [16] проведены исследования механического трения С-образного якоря, изготовленного из сплава алюминия, при разгоне в канале квадратного сечения со стороной 0,025 м с рельсами из электролитической меди.

На рис. 4 приведены кривые измеренной и вычисленной скоростей якоря в зависимости от времени и динамического коэффициента трения  $\mu_G$  при статическом коэффициенте трения  $\mu_H = 0,45$ . Видно, что при росте конечной скорости якоря величины динамического коэффициента трения снижаются. К сожалению, в работе [16] авторы не получили величины  $\mu_G$  и параметра  $\alpha$ , ссылаясь на недостаточную точность определения тока в эксперименте.

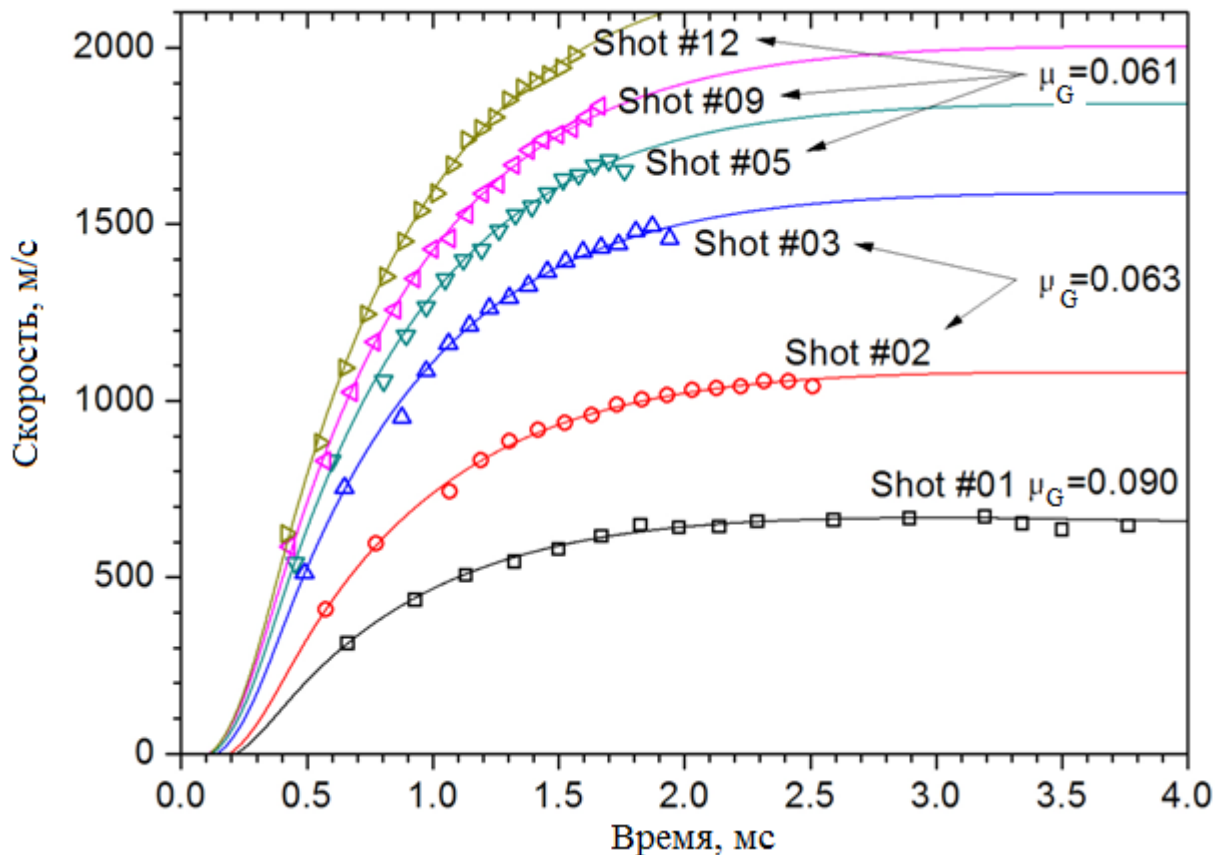


Рис. 4. Экспериментальные (точки) и расчетные (сплошные линии) скорости якоря [16].

В работе [20] описываются результаты, полученные совместным франко-германским центром на установке ЕМА-1 с каналом диаметром 0,015 м, разработанной для изучения поведения твердого якоря.

Предполагалось, что для расчета механического трения необходимо выбирать следующие коэффициенты: статический коэффициент  $\mu_H \approx 0,14$ , динамический коэффициент  $\mu_G \approx 0,10$ , коэффициент спада  $\alpha \approx 0,05$  с/м.

В табл. 2 приведены коэффициенты для расчета силы трения, полученные различными авторами. Видно, что величины коэффициентов сильно меняются в зависимости от размеров канала, материалов якоря и рельсов и условий проведения опытов. В дальнейших расчетах мы примем, что  $F_{N,me} = 4$  кН,  $\mu_H = 0,20$ ,  $\mu_G = 0,04$ ,  $\alpha = 0,02$  с/м, так как эти значения получены для ускорителя, наиболее близкого рассматриваемому нами в качестве примера.

Примем во внимание, что имеется следующее соотношение между  $F_{N,em}$  и  $q_2$ :

$$F_{N,em} = \int_0^l q_2 dx \approx l q_2, \quad (7)$$

где  $l$  – длина контактной части якоря.

Таблица 2. Параметры для вычисления силы трения

Источник	Размеры канала, мм	Материал рельса	Материал якоря	$F_{N,me}$ , кН	$\mu_H$	$\mu_G$	$\alpha$ , с/м
[16]	25x25	Cu	Сплав Al	3,8	0,45	-	-
[18]	40x50	Сплав Cu	Сплав Al	-	0,20	0,04	0,02
[19]	30x30	Сплав Cu	Сплав Al	-	0,30	0,10	-
[20]	Ø 15	-	-	-	0,14	0,05	0,05

Учет силы трения вызвал необходимость модификации алгоритма решения уравнений для вычисления скорости и перемещения якоря, так как их правые части стали зависеть от текущего значения скорости. При численном интегрировании дифференциальных уравнений методом конечных разностей [7] скорость и положение якоря на следующем шаге вычислялись по соотношениям  $v_{i+1} = v_i + \delta t * \dot{v}_i$ ,  $u_{i+1} = u_i + \delta t * v_i$ , здесь  $\delta t$  – величина шага по времени,  $\dot{v}_i$  – ускорение,  $\delta t = 10^{-6}T$ ;  $T$  – полное время разгона якоря. При этом если  $v_{i+1}$  становилась меньше нуля, то есть якорь не мог двигаться из-за сил трения, то  $v_{i+1}$  приравнивалось к нулю. Необходимо отметить, что  $\delta t$  на порядок меньше шага по времени, выбранного для решения системы уравнений (1)-(4), и обеспечивает среднеквадратичное отклонение  $3,4 \times 10^{-6}$  м при вычислении координаты и  $1,1 \times 10^{-3}$  м/с при вычислении скорости в модельной задаче, имеющей аналитическое решение.

### 3.3. Влияние силы трения на динамику разгона якоря

В работе [7] исследование влияния профиля тока и параметров основания выполнено без учета силы трения. По этой причине целесообразно, на наш взгляд, посмотреть, как учет силы трения повлияет на динамику разгона якоря при базовых параметрах ( $m = 1$ ,  $v(0) = 0$ , остальные параметры как в табл. 1).

На рис. 5 и 6 приведены некоторые результаты расчетов разгона якоря, выполненных без учета трения (пунктирные линии) и с учетом трения (сплошные линии). Можно отметить, что динамика разгона якоря и колебаний рельса в целом с учетом и без учета трения близка. Также видно, что учет трения привел к повышению амплитуды колебаний на участке рельса начиная с  $x > \sim 0,75$  м. Отмеченный эффект можно объяснить увеличением амплитуды тока в цепи ускорителя (удлинение участка  $i = i_{max}$  и изменение градиента спада тока), вызванным необходимостью выполнения условия достижения дульной скорости 2000 м/с на длине 3 м при снижении общей силы, действующей на метаемое тело.

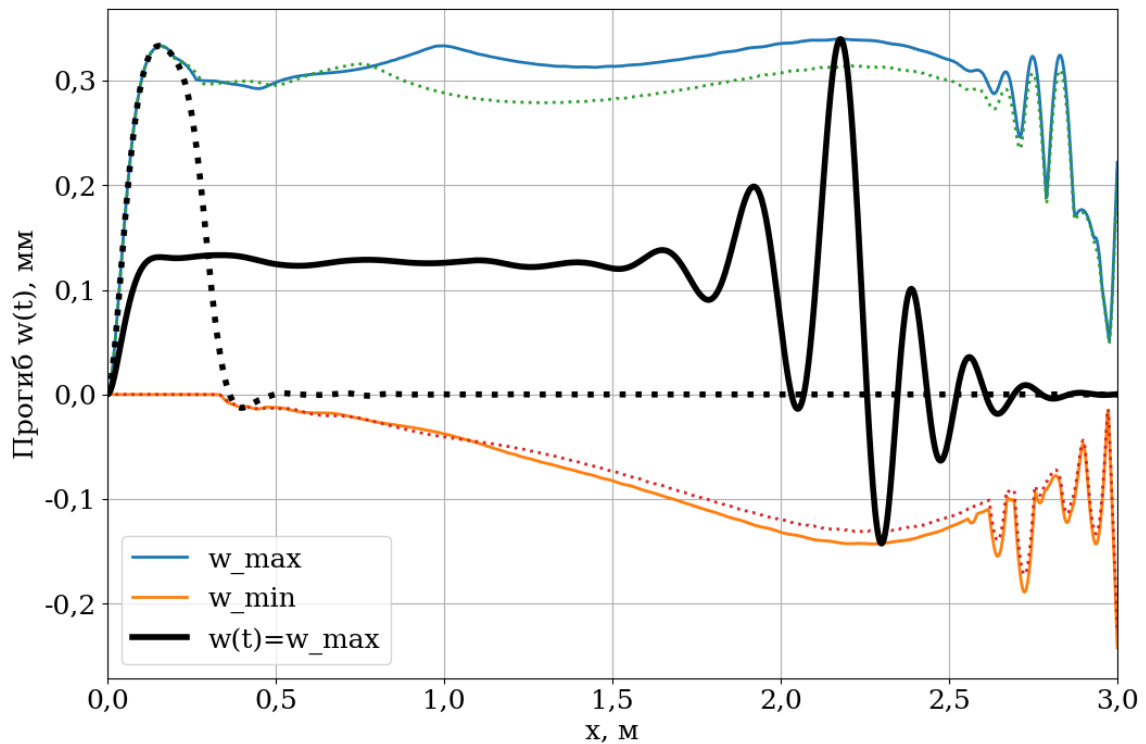


Рис. 5. Изменение максимального и минимального прогибов по длине рельса; пунктирные линии – без учета трения, сплошные – с учетом трения. Толстая сплошная линия представляет случай, соответствующий максимальному прогибу.

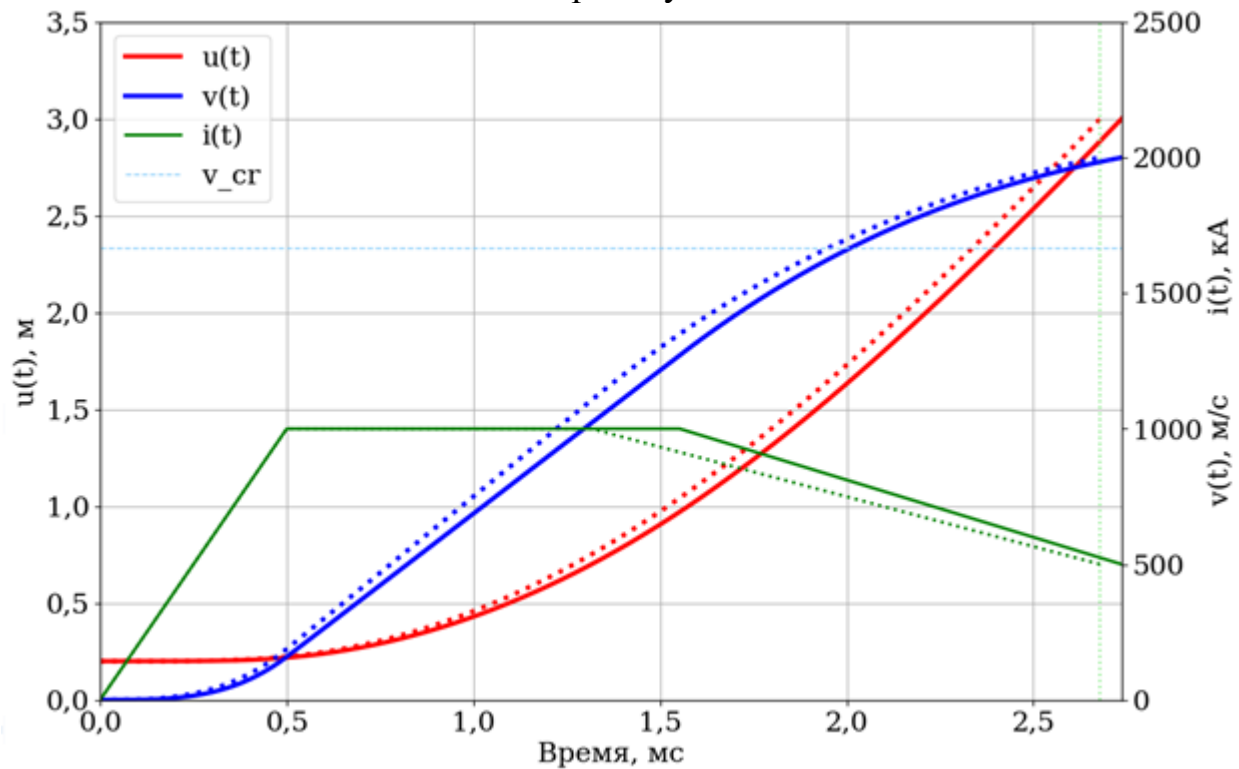


Рис. 6. Изменение положения и скорости якоря и тока от времени в процессе разгона в канале ускорителя; пунктирные линии – без учета трения, сплошные – с учетом трения.



В целом приведенные результаты расчетов показывают, что модифицированная методика корректно отражает процессы разгона якоря и колебания рельса и может применяться для дальнейших исследований влияния определяющих параметров.

### 3.4. Влияние начальной скорости якоря

Аналогично работе [7] будем анализировать максимум прогиба балки на четырех временных участках траектории:

*участок 1:* от начала движения якоря до середины стационарной части профиля тока ( $0 \leq t \leq t_1 + 0,5 t_2$ );

*участок 2:* от конца первого участка до момента достижения якорем критической скорости;

*участок 3:* от конца второго участка до момента обгона якорем изгибной волны (определяется как момент, когда за якорем появляется отрицательный прогиб рельса);

*участок 4:* от конца третьего участка до момента вылета якоря из канала ускорителя.

Интуитивно ясно, что для каждой начальной скорости якоря должен существовать свой оптимальный профиль тока, который, например, обеспечивает минимальный прогиб рельса в течение всего процесса разгона якоря. В данной работе не рассматривается задача оптимизации профиля тока. Вместо этого возьмем набор некоторых пар параметров, определяющих профиль тока в канале ускорителя, и изучим их влияние на распространение волн изгиба. Выберем следующий набор варьируемых параметров профиля тока:  $(t_2, t_3)$ ,  $(t_1, t_3)$  и  $(t_3, i_{max})$  (см. рис. 3). Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 7 – 12.

Как видно из рис. 7 и 9, вариацией первых двух пар параметров  $(t_2, t_3)$  и  $(t_1, t_3)$  удастся подобрать требуемые профили тока только для начальных скоростей якоря не выше 950 м/с и 1000 м/с соответственно, которые далеки от критической скорости (1665 м/с [7]). Дальнейшее повышение начальной скорости требует изменения базовых параметров, определяющих профиль тока, так как якорь не успевает набрать требуемую скорость до момента вылета из ускорителя. На рис. 8 и 10 показаны максимальные прогибы для разных участков траектории в зависимости от начальной скорости якоря. Видно, что в диапазоне начальных скоростей, далеких от критической скорости, влияние начальной скорости на амплитуду колебаний рельса незначительно, так как основные явления, влияющие на амплитуду колебаний, происходят в области, где скорость якоря близка к критической скорости ускорителя.

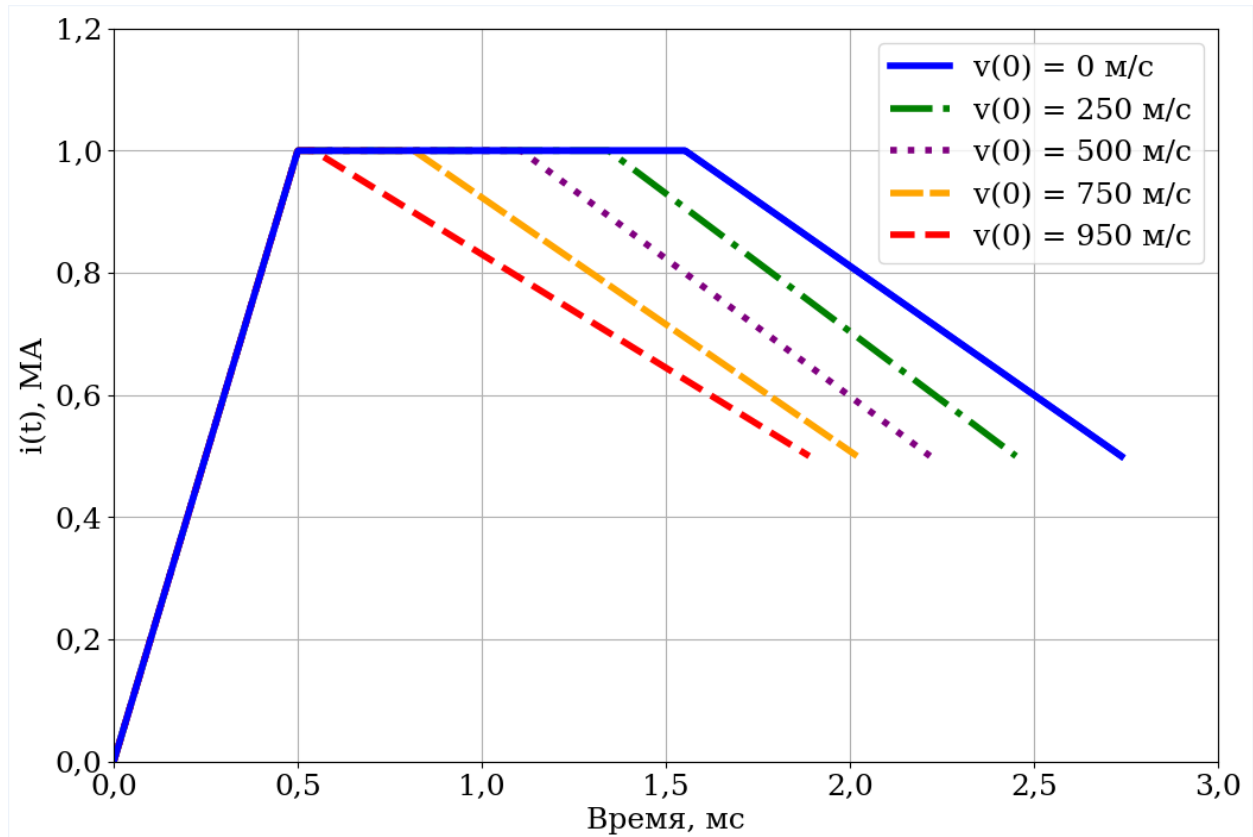


Рис. 7. Изменение профиля тока в цепи ускорителя для различных начальных скоростей якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_2, t_3)$ ).

Причем вариант, когда варьируются  $(t_1, t_3)$ , оказался хуже варианта варьирования  $(t_2, t_3)$  из-за появления увеличенного прогиба рельсов на первом и втором участках траектории, вызванного необходимостью более резкого набора тока (уменьшения  $t_1$ ) при подборе профиля для выполнения условия достижения дульной скорости 2 000 м/с в первом случае [7].

Как показывают рис. 11 и 12, вариант варьирования  $(t_3, i_{max})$  позволил подобрать подходящие профили тока для любых начальных скоростей в диапазоне от 0 до 1950 м/с. Видно, что с увеличением начальной скорости выполнение требования обеспечения заданной величины дульной скорости происходит за счет снижения амплитуды максимального тока в цепи ускорителя, уменьшения квазистационарного участка и роста градиента спада тока в конце процесса разгона. Вследствие этих трех факторов зависимость изменения максимального прогиба рельса от начальной скорости, за исключением участка нарастания тока, имеет немонотонный вид: сначала примерно до начальной скорости 1000 м/с – 1250 м/с повышение начальной скорости вызывает рост максимального прогиба рельса, а затем – резкое уменьшение.

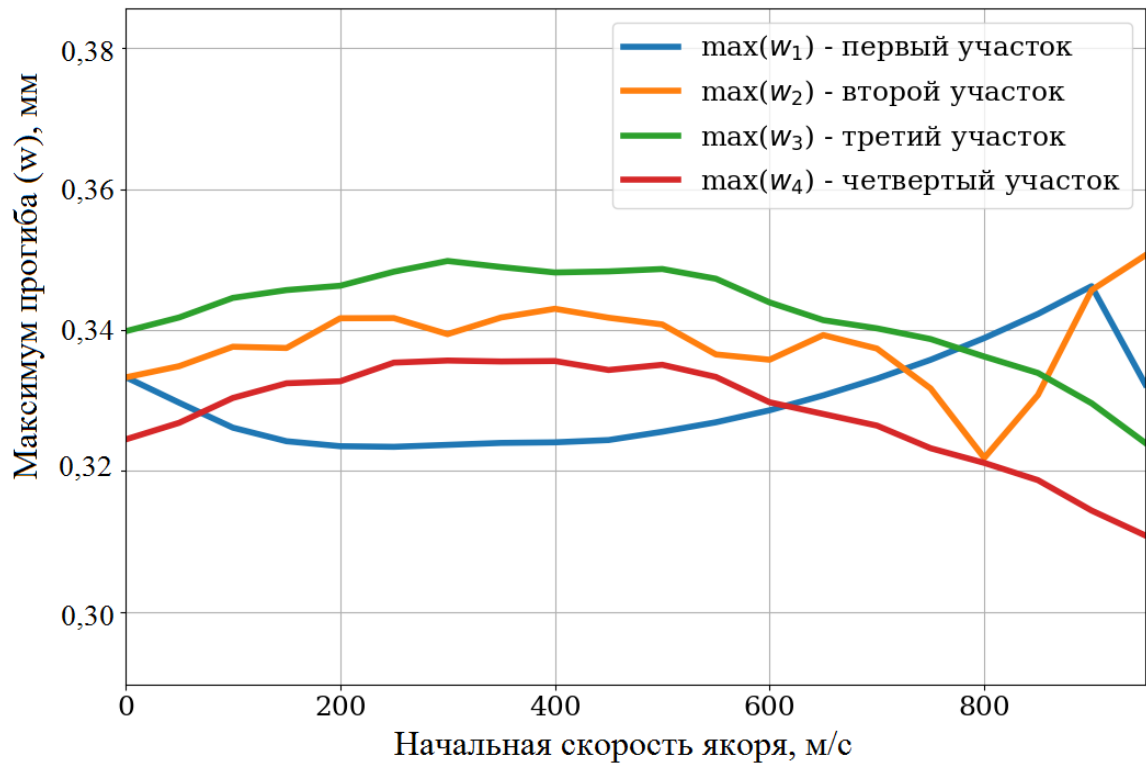


Рис. 8. Максимум прогиба рельса для различных участков траектории в зависимости от начальной скорости якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_2, t_3)$ ).

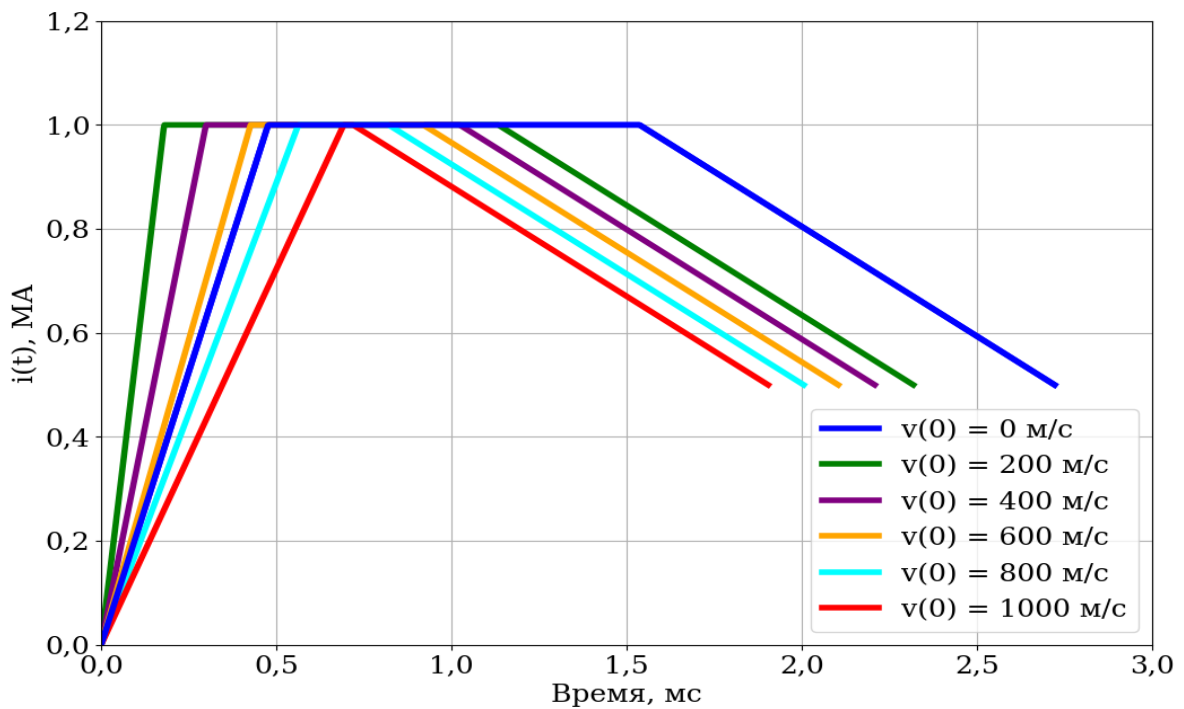


Рис. 9. Изменение профиля тока в цепи ускорителя для различных начальных скоростей якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_1, t_3)$ ).

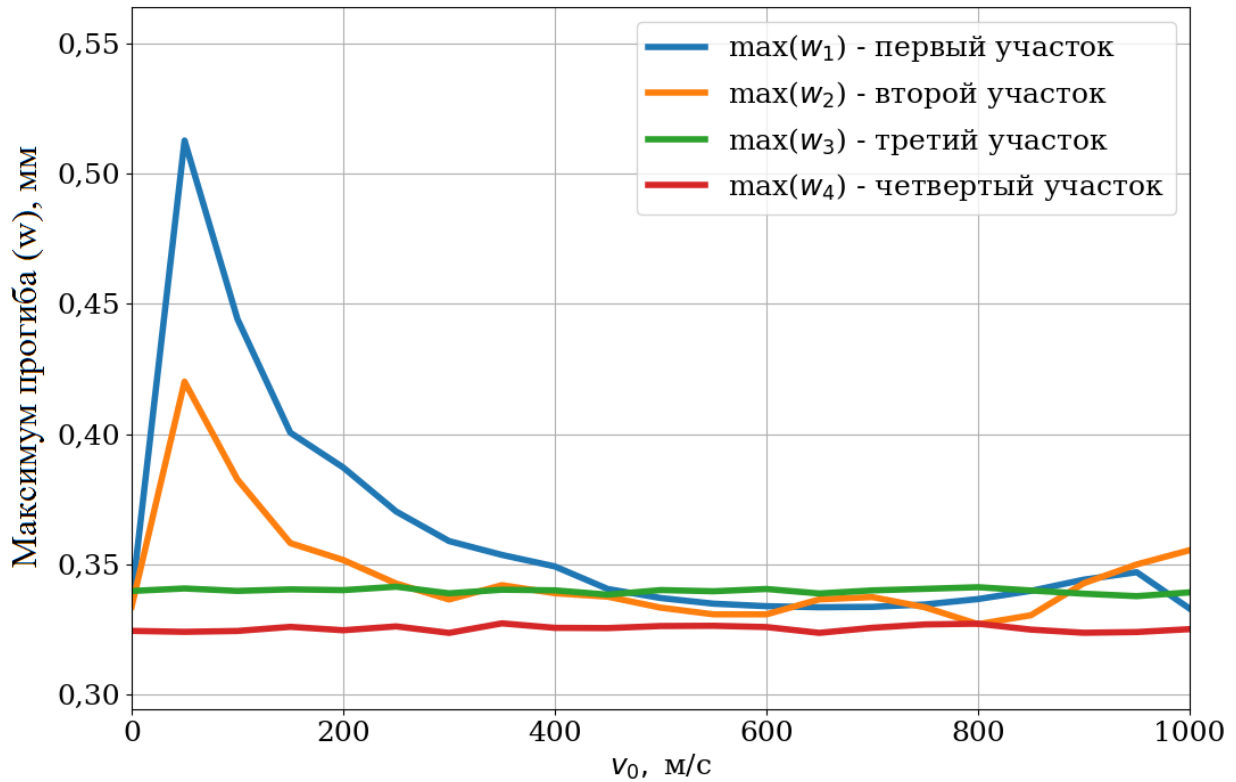


Рис. 10. Максимум прогиба рельса для различных участков траектории в зависимости от начальной скорости якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_1, t_3)$ ).

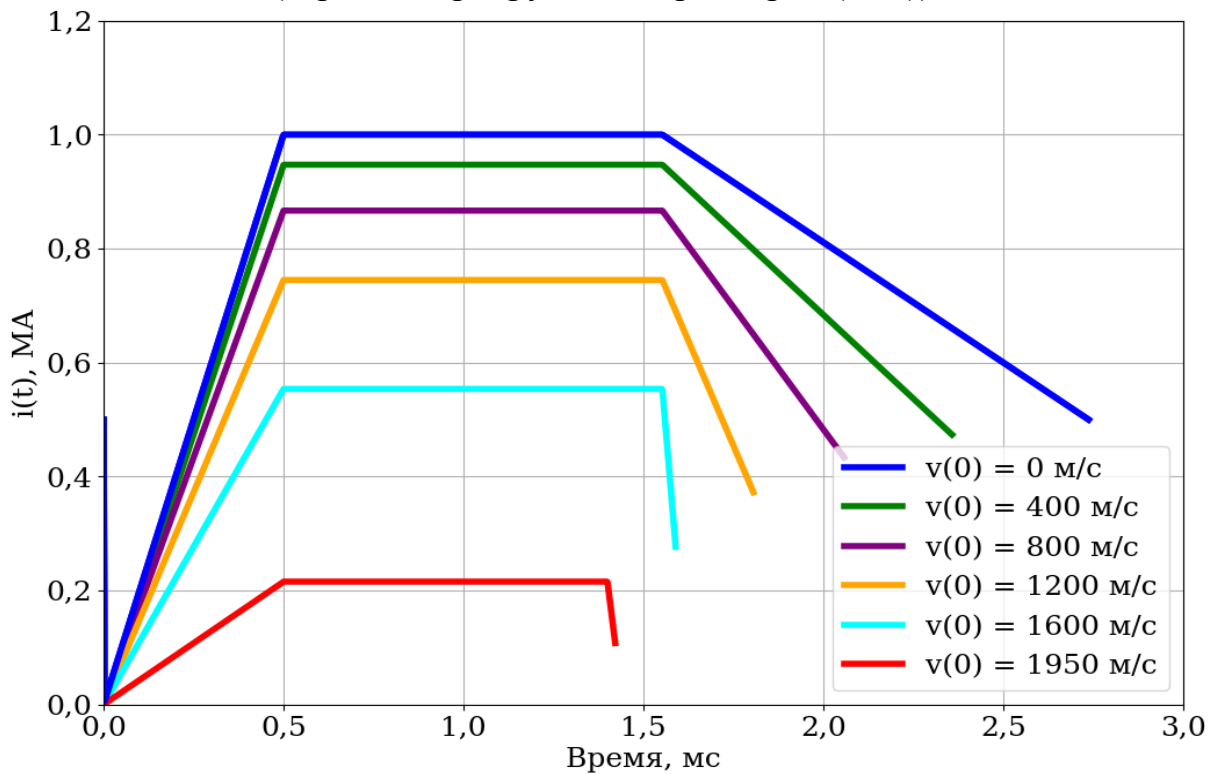


Рис. 11. Изменение профиля тока в цепи ускорителя для различных начальных скоростей якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_3, i_{max})$ ).

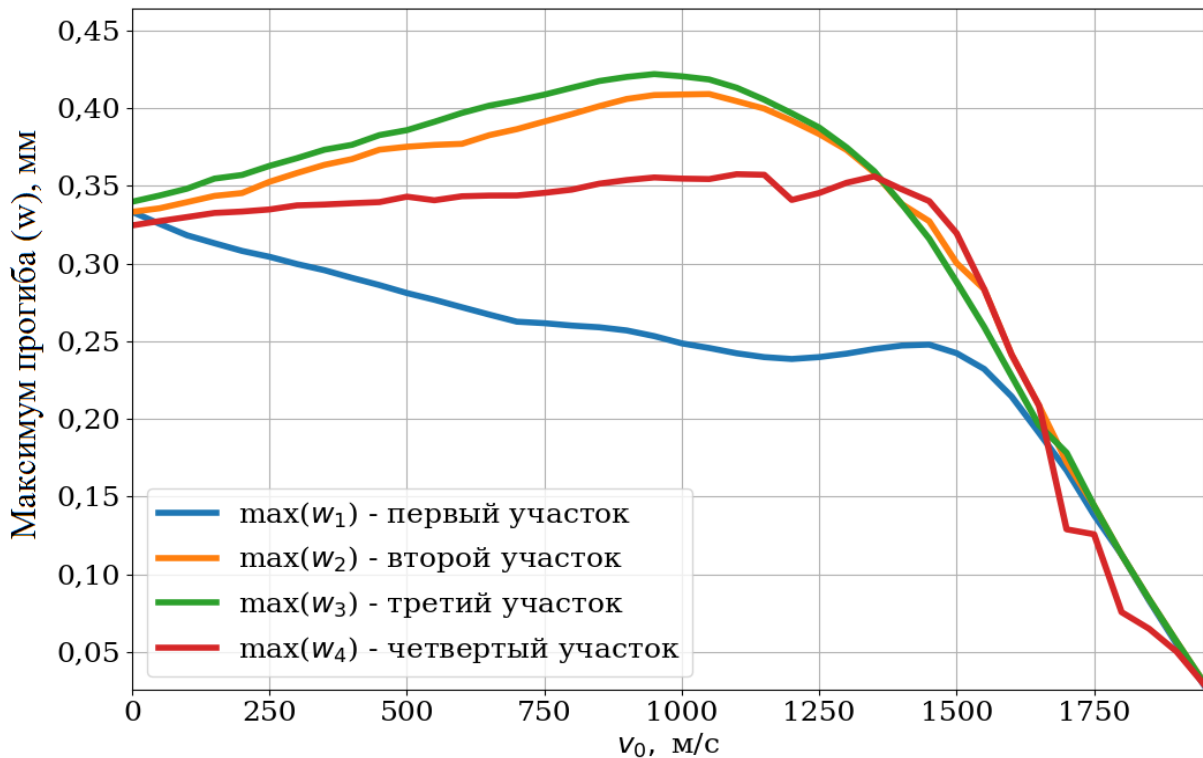


Рис. 12. Максимум прогиба рельса для различных участков траектории в зависимости от начальной скорости якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_3, i_{max})$ ).

Для пояснения особенностей взаимодействия движущегося якоря со стенками канала ускорителя при различных значениях начальных скоростей на рис. 13 – 15 показаны некоторые результаты расчетов при разгоне без начальной скорости, с докритической начальной скоростью (1500 м/с) и сверхкритической начальной скоростью (1700 м/с) для случая варьирования  $(t_3, i_{max})$ .

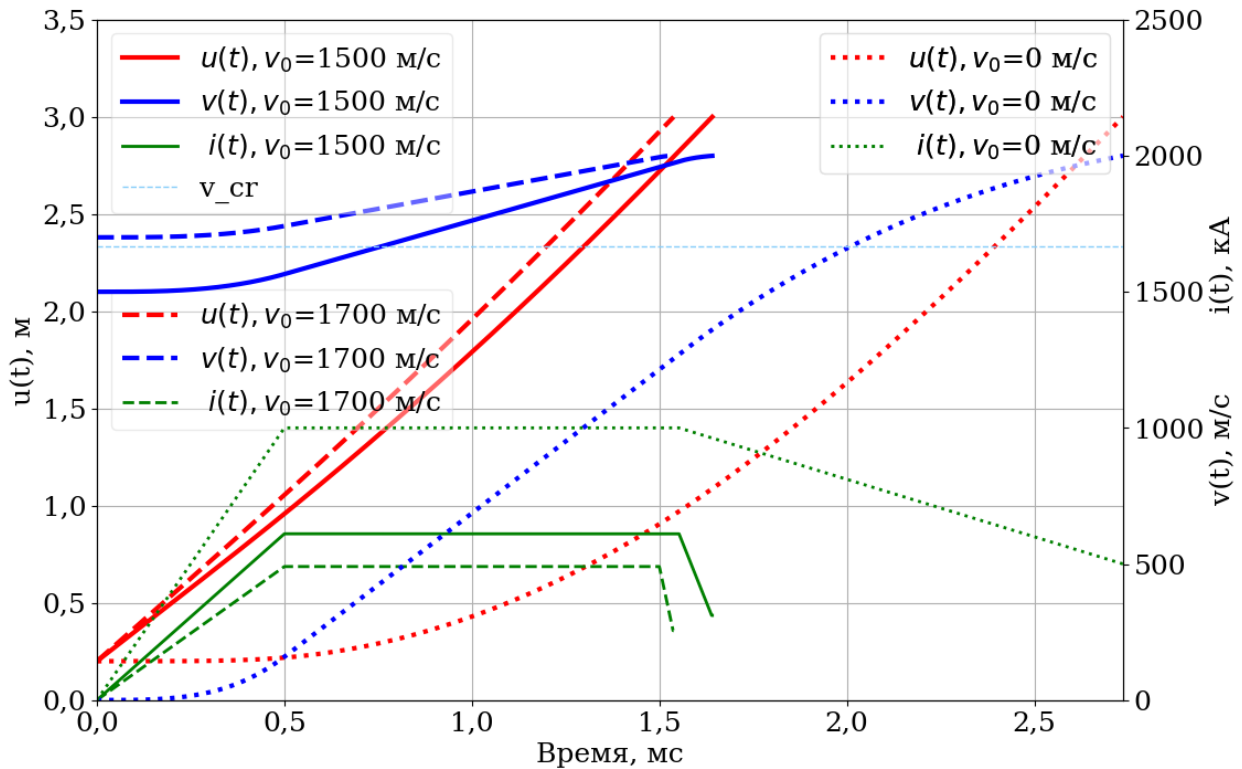


Рис. 13. Изменение тока в цепи ускорителя  $i(t)$ , координаты  $u(t)$  и скорости  $v(t)$  якоря в процессе разгона с различными начальными скоростями (вариант варьируемых параметров  $(t_3, i_{max})$ ).

На рис. 13 показаны профили тока в цепи ускорителя и зависимости координаты и скорости якоря от времени для различных начальных скоростей. Видно, что повышение начальной скорости якоря приводит к уменьшению амплитуды тока и сокращению времени разгона якоря. Оба эти фактора должны положительно отразиться на массогабаритных параметрах источника электрической энергии и требованиях к материалам рельса в связи с уменьшением интеграла действия (интеграла от квадрата тока за время разгона).

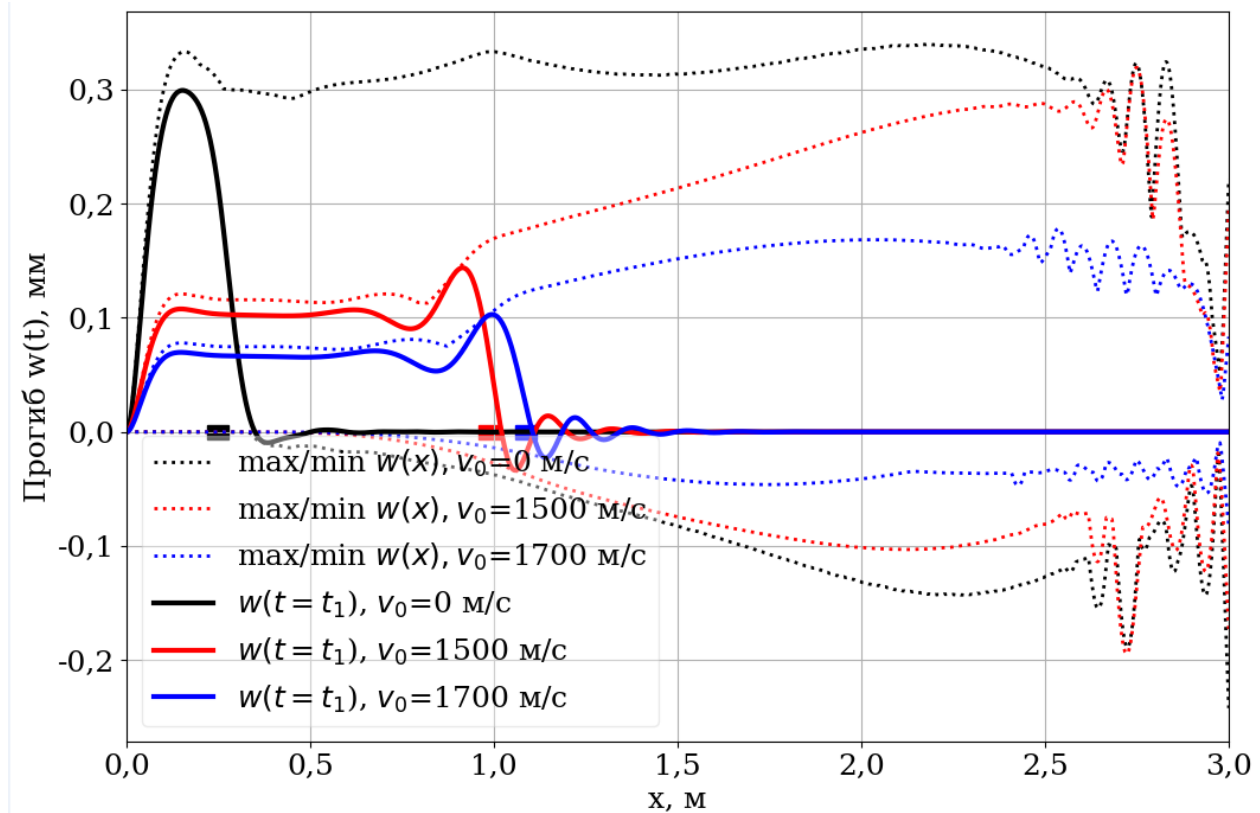


Рис. 14. Распределение прогиба по длине рельса в момент времени  $t = t_1$  и максимальные/минимальные прогибы рельса для различных начальных скоростей якоря (вариант варьируемых параметров  $(t_3, i_{max})$ ). Прямоугольниками показаны положения якоря.

На рис. 14 приведены распределения прогиба по длине в момент первого излома кривой тока ( $t = t_1$ ) и максимальные/минимальные прогибы рельса для различных начальных скоростей якоря, а на рис. 15 – аналогичные зависимости для момента времени, когда прогибы рельса максимальны. Цветными прямоугольниками показаны положения якоря. Можно отметить, что с повышением начальной скорости вплоть до критического значения максимум прогиба смещается в сторону дульного среза. При этом максимальные значения прогиба практически не зависят от начальной скорости якоря. В случае, когда начальная скорость якоря превышает критическую скорость, картина распространения изгибной волны меняется принципиально: якорь все время разгона обгоняет переднюю границу изгибной волны, амплитуда колебаний намного ниже амплитуды колебаний для случаев докритической начальной скорости, что согласуется с выводами работ [9], [21].

На рис. 16 показаны времена пролета якорем первых 0,5 м рельса в зависимости от начальной скорости. Как и ожидалось, повышение начальной скорости якоря существенно сокращает время воздействия области контакта якорь/рельс на поверхность входной части канала ускорителя, что должно привести к увеличению его ресурса.

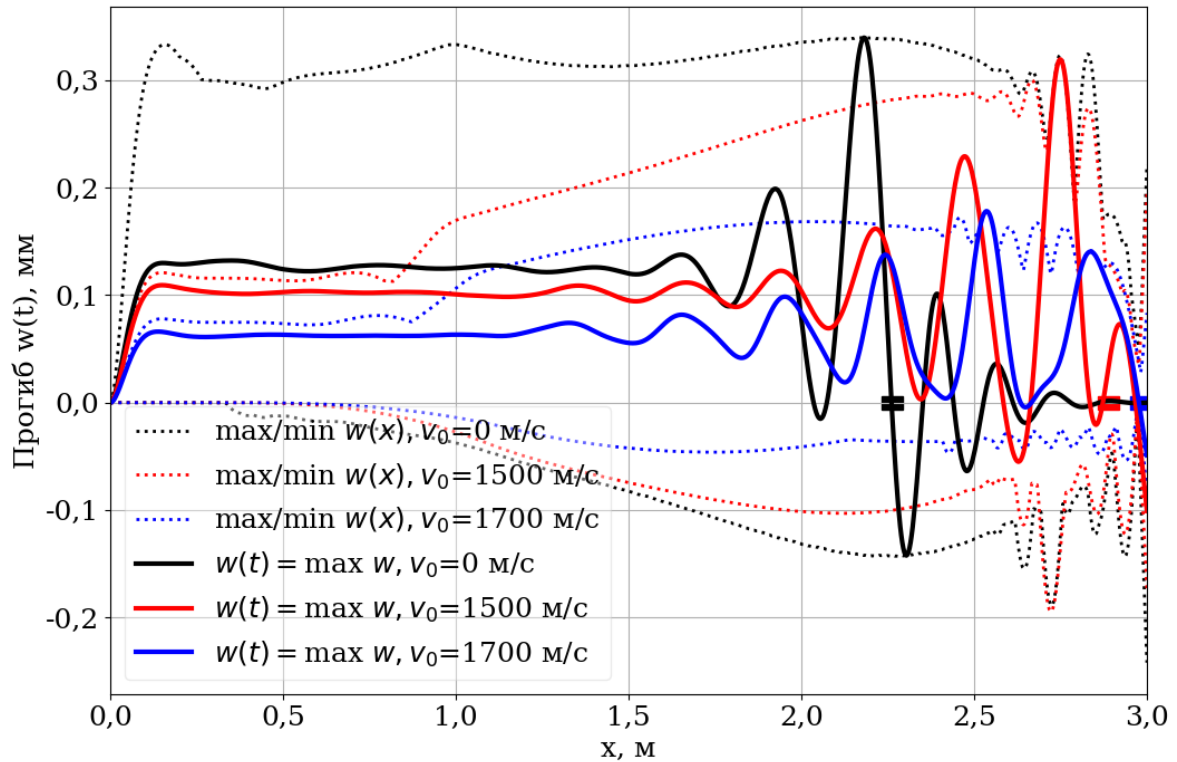


Рис. 15. Распределение прогиба по длине рельса в момент его максимального значения и максимальные/минимальные прогибы рельса для случаев различных начальных скоростей (вариант варьируемых параметров  $(t_3, i_{max})$ ). Прямоугольниками показаны положения якоря.

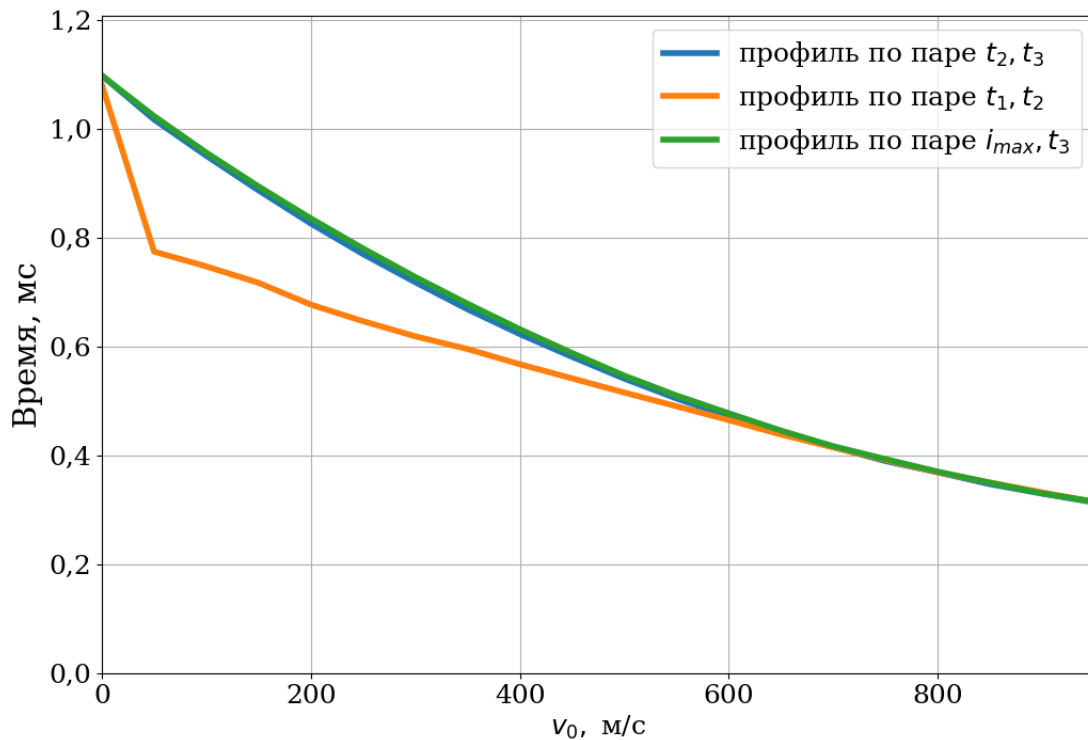


Рис. 16. Время пролета якорем первых 0,5 м канала в зависимости от начальной скорости якоря.



Таким образом, показано, что увеличение начальной скорости якоря сокращает время воздействия области контакта якорь/рельс на поверхность входной части канала ускорителя, смещает в сторону дульного среза положение максимального прогиба рельса при практически неизменной его амплитуде, а при превышении начальной скоростью якоря критической скорости – к существенному уменьшению амплитуды колебаний. Причем в последнем случае якорь обгоняет передний фронт колебаний в течение всего времени разгона. Также с ростом начальной скорости якоря снижается амплитуда требуемого тока в цепи ускорителя и сокращается время разгона, что может благоприятно сказаться на массогабаритных параметрах источника электрической энергии и требованиях к материалам рельса в связи с уменьшением интеграла действия, влияющего на стойкость материалов.

### 3.5. Влияние контактной силы

На рис. 17 показаны максимальные прогибы рельса в зависимости от коэффициента контактной силы  $m=q_2/q_1$ . Видно, что при увеличении данного параметра прогиб увеличивается на всех участках траектории. При этом на третьем и четвертом участках активный рост начинается при меньших значениях  $m$ , а на первом – при больших.

Влияние коэффициента контактной силы  $m$  на динамику колебания рельса проявляется в двух аспектах. Во-первых, согласно соотношению (7) от него зависит сила трения и, как было отмечено выше, учет силы трения приводит к росту амплитуды прогиба рельса на 2-4 участках траектории. Поэтому рост величины прогиба рельса отмечается на указанных участках уже при  $m < 1$ . Во-вторых,  $q_2$  является расталкивающей силой, действующей на рельс в области якоря согласно соотношению (2). Поэтому величина прогиба рельса увеличивается на всех участках траектории при  $m > 1$ .

Стоит отметить, что данный параметр оказывает значительное влияние на величину максимального прогиба. При  $m = 2$  максимум прогиба уже в два раза выше его значения в базовом случае. Такое влияние объясняется не столько увеличением сил трения, сколько увеличением расталкивающей силы, действующей на рельс.

Каких-либо особенностей в колебательный процесс рельса, как отмечалось в работах [10], [11], учет параметра  $m$  не внес. По всей видимости, это связано с тем, что более сложные процессы, связанные с неоднородным распределением тока, анализируемые с помощью трехмерного конечно-элементного метода [11], невозможно получить в рамках модели балки.

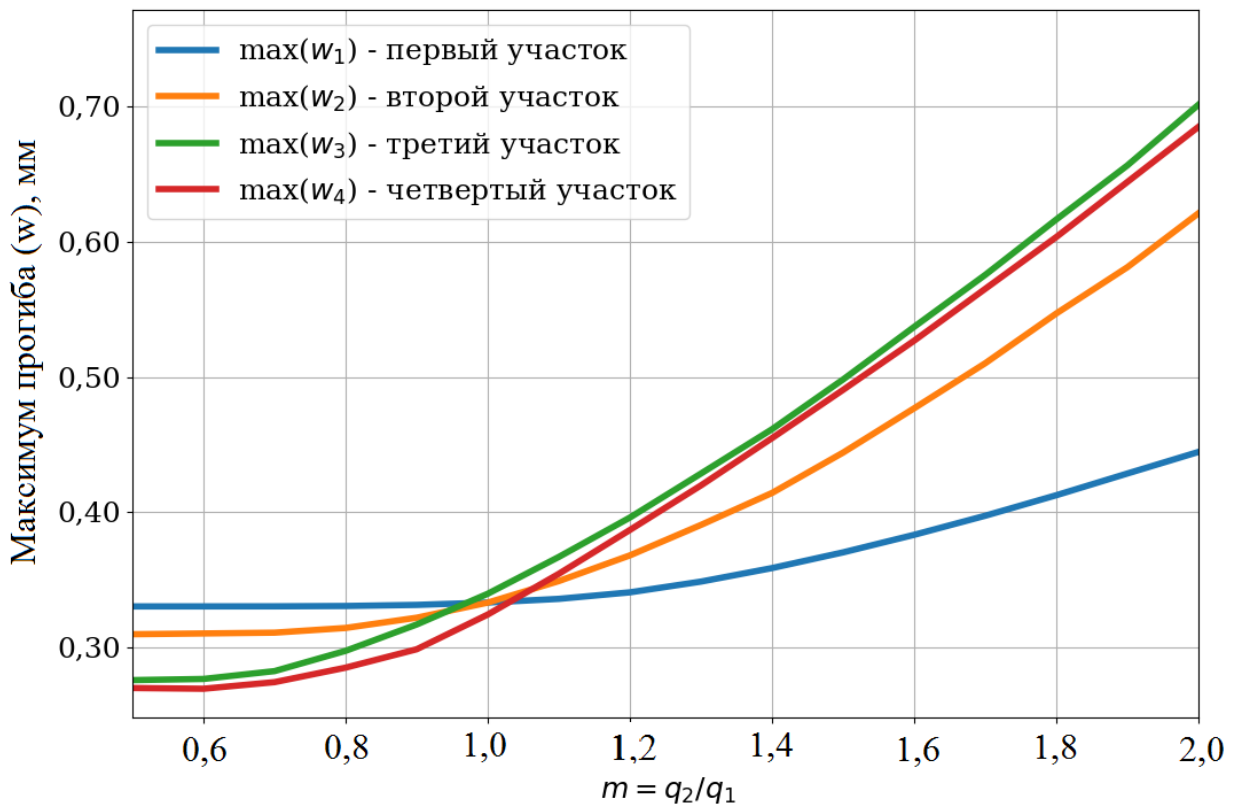


Рис. 17. Максимальные прогибы рельса для различных участков траектории в зависимости от коэффициента контактной силы (вариант варьируемых параметров  $(t_2, t_3)$ ).

## Заключение

В работе рассмотрено колебание рельсов ускорителя под действием электромагнитных сил, правая граница приложения которых вместе с якорем движется по каналу ствола. Рельсовый ускоритель упрощенно рассматривается как балка Бернулли–Эйлера конечной длины, лежащая на вязкоупругом основании Винклера, с консольной поддержкой со стороны казенной части ускорителя. Уравнение колебания рельса решается комбинированным методом: конечных разностей по времени и конечных элементов по пространству. В качестве базиса взяты эрмитовы конечные элементы.

Проведено исследование влияния начальной скорости якоря и коэффициента контактной силы между якорем и рельсом на характер колебания рельса в процессе работы ускорителя с учетом силы трения.

Показано, что увеличение начальной скорости якоря сокращает время воздействия области контакта якорь/рельс на поверхность входной части канала ускорителя, смещает в сторону дульного среза положение максимального прогиба рельса при практически неизменной его амплитуде, а при превышении начальной скоростью якоря критической скорости – к существенному уменьшению амплитуды колебаний. Причем в последнем

случае якорь обгоняет передний фронт колебаний все время разгона. Также с ростом начальной скорости якоря снижается амплитуда требуемого тока и сокращается время разгона, что может благоприятно сказаться на массогабаритных параметрах источника электрической энергии и требованиях к материалам рельса в связи с уменьшением интеграла действия, влияющего на стойкость материалов.

Коэффициент контактной силы  $m$  оказывает комплексное влияние на амплитуду колебаний рельса в связи с тем, что от него зависит как сила трения, так и величина расталкивающей силы. Последняя ответственна за существенное увеличение амплитуды колебаний при  $m > 1$ .

Каких-либо особенностей в колебательный процесс рельса, что отмечалось в работах [10],[11], учет параметра  $m$  не внес. По всей видимости, это связано с тем, что более сложные процессы, отражающие неоднородное распределение тока, анализируемые с помощью трехмерного конечно-элементного метода [11], невозможно получить в рамках модели балки.

## Список литературы

1. Simkins T.E. Amplification of flexural waves in gun tubes // *Journal of Sound and Vibration*, 1997, vol. 172, no. 2, pp. 145-154.
2. Tzeng J.T. Dynamic response of electromagnetic railgun due to projectile movement // *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 1, 2003, pp.472-475. DOI: 10.1109/TMAG.2002.806384.
3. Nechitailo N.V., Lewis K.B. Influence of the critical velocity on deformation of launcher components // *International Journal of Impact Engineering*, vol. 35, 2008, pp. 1683–1687. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2008.07.052.
4. Lee Young-Hyun, Kim Sung-Soo. Combined analytical and numerical solution for an elastically supported Timoshenko beam to a moving load // *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 28, no.7, 2014, pp. 2549-2559. DOI: 10.1007/s12206-014-0612-6.
5. Jin L., Lei B., Li Zh., Zhang Q. Dynamic response of rails due to armature movement for electromagnetic railguns // *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 47, 2015, pp. 75–82. DOI: 10.3233/JAE-130168.
6. Lee Young-Hyun, Kim Seong-Ho, An S., Bae Y., Lee B. Dynamic response of an electromagnetic launcher accelerating a C-shaped armature // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 45, no.7, 2017, pp.1639-1643. DOI: 10.1109/TPS.2017.2706746.
7. Плеханов А.В., Рыжов С.Ю. Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Численное решение // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2024. № 25. 31 с. <https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2024-25>.

8. Жигар Т.А., Кудрявцев А.В., Кучерявая И.Н., Плеханов А.В., Подольцев А.Д., Чемерис В.Т. Математическое моделирование электромеханических и тепловых переходных процессов в магнито-плазменном ускорителе // Теплофизика высоких температур, 1991, том 29, №2, С. 360-364.
9. Hurn T.W., D'Aoust J., Sevier L., Jonson R., Wesley J. Development of an advanced electromagnetic gun barrel // IEEE Transaction on Magnetics, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 837-842. DOI: 10.1109/20.195685.
10. Jin L., Lei B., Li Z., Zhang Q. Dynamic response of rails due to armature movement for electromagnetic railguns // International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 47, no. 1, 2015, pp. 75–82. DOI: 10.3233/JAE-130168.
11. Du P., Lu J., Feng J., Li X., Li K. Analysis of the factors influencing the dynamic response of electromagnetic rail launcher // IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 47, no. 5, 2019, pp. 2151-2158. DOI: 10.1109/TPS.2019.2902694.
12. Wu J., Yang B., Zhou P., Wen S., Lin Q. Dynamic response analysis of rails on viscoelastic support stimulated by superspeed moving loads // IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 50, no. 4, 2022, pp. 1018-1025. DOI: 10.1109/TPS.2022.3161317.
13. Babakov Yu.P., Plekhanov A.V., Zhelezny V.B. Range and railgun development results at LS&PA “SOYUZ” // IEEE Transactions on Magnetics, 1995, vol. 31, no. 1, pp. 259-262. DOI: 10.1109/20.364691.
14. McNab I.R., Crawford, M.T., Satapathy S.S., Stefani F., Watt T.J. IAT armature development // IEEE Transactions on Plasma Science, 2011, vol. 39, no. 1, pp. 442-451. DOI: 10.1109/TPS.2010.2082568.
15. Daneshjoo K., Rahimzadeh M., Ahmadi R. Dynamic response and armature critical velocity studies in an electromagnetic railgun // IEEE Transactions on Magnetics, 2007, vol. 43, no. 1, pp. 126-131. DOI: 10.1109/TMAG.2006.887668.
16. Young-Hyun Lee, Seong-Ho Kim, Byung-Ha Lee, Sanghyuk An, Kyung-Seung Yang. Experimental tests of a 25mm square-bore railgun / 16<sup>th</sup> International Symposium on Electromagnetic Launch Technology – Beijing, China, May 15-19, 2012, 6p. DOI: 10.1109/EML.2012.6325124.
17. Aigner S., Igenbergs E. Friction and ablation measurements in a round bore railgun // IEEE Transactions on Magnetics, vol. 25, no. 1, 1989, pp. 33-39. DOI: 10.1109/20.22500.
18. Wu J., Wan G., Cheng N., Li L., Li B. Research on Armature's wearing and dynamic interior ballistic of a railgun // IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 45, no. 7, 2017, pp. 1202-1207. DOI: 10.1109/TPS.2017.2701414.
19. Qiang Yin, He Zhang, Hao-jie Li, Yu-xin Yang. Analysis of in-bore magnetic field in C-shaped armature railguns // Defence Technology, 2019, no. 15, pp. 83-88. DOI: 10.1016/j.dt.2018.07.009.
20. Lehmann P., Peter H., Wey J. Experimental study of solid armatures for EML applications”// IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, part 2, 1993, pp. 848-852. DOI: 10.1109/20.195687

21. Плеханов А.В. Рельсовый электромагнитный ускоритель. Патент РФ № 2 726 393 от 22.10.2019 / /Изобретения. Полезные модели. Бюллетень № 20 от 13.07.2020.