



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 28 за 2025 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Н.О. Савенко, Е.М. Урвачев

Численное моделирование
высокоскоростных
плазменных струй при
произвольном угле инъекции

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Савенко Н.О., Урвачев Е.М. Численное моделирование высокоскоростных плазменных струй при произвольном угле инъекции // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2025. № 28. 21 с. EDN: [QJIUBT](https://doi.org/10.26907/2071-2898.2025.28)
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-28>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

Н.О. Савенко, Е.М. Урвачев

**Численное моделирование
высокоскоростных плазменных струй
при произвольном угле инъекции**

Москва — 2025

Н.О. Савенко, Е.М. Урвачев

Численное моделирование высокоскоростных плазменных струй при произвольном угле инжекции

В работе приводятся результаты трехмерного численного моделирования высокоскоростного истечения плазменных струй. Использована расчетная методика на основе однородной разностной схемы с реализацией на неструктурированных сетках с тетраэдральными элементами. Для расчетов течения разреженного вещества с числом Кнудсена порядка единицы предложен экономичный вариант метода коррекции потоков в конечно-объемной разностной схеме. Изучен вопрос симметричности струйного течения при инжекции под различными углами. Обсуждаются перспективы использования предложенной методики для анализа множественной инжекции плазменных струй.

Ключевые слова: инжекция плазмы, симметрия течения, метод коррекции потоков, неструктурированные сетки, трехмерное моделирование

Savenko Nikita Olegovich, Urvachev Egor Mikhailovich

Numerical simulation of high-velocity plasma jets at arbitrary injection angles

The paper presents the results of three-dimensional numerical simulations of high-velocity plasma jet outflows. The computational approach is based on a homogeneous finite-volume scheme implemented on unstructured tetrahedral mesh. For simulating rarefied flows with a Knudsen number of the order of unity, an efficient variant of a flux-correction method is proposed. The study investigates the symmetry of jet flows under injection at various angles. The potential application of the proposed methodology to the analysis of multiple plasma jet injection scenario is also discussed.

Key words: plasma injection, flow symmetry, flux-correction technique, unstructured meshes, 3D modeling

Работа Урвачева Е.М. по разработке начальной постановки и анализу результатов моделирования динамики плазменных образований выполнена в рамках Проекта РФФ № 25-61-00018.

Оглавление

Введение	3
Физико-математическая модель и численная схема	5
Геометрия и дискретизация вычислительной области	7
Постановка начальных и граничных условий	8
Коррекция потоков в области сильноразреженного течения со сверхзвуковой скоростью	9
Результаты	12
Результаты сохранения симметрии	13
Результаты сравнения с лабораторным экспериментом	16
Заключение	17
Библиографический список	18

Введение

В 90-е годы XX века был проведен ряд уникальных активных геофизических ракетных экспериментов (АГРЭ), заключавшихся в инъекции высокоскоростных плазменных струй в ионосферу Земли [1, 2]. Одной из главных целей экспериментов было изучение взаимодействия плазмы с магнитным полем Земли. Характер такого взаимодействия может существенно зависеть от высоты над поверхностью Земли. Перспективным направлением является планирование активных экспериментов в экзосфере Земли [3, 4].

Параметры среды на высотах экзосферы (более 500 км) могут воспроизводить условия, близкие к астрофизическим, которые труднодостижимы в лабораторных условиях [5]. Свободный разлет плазмы в ионосфере позволяет исключить, например, эффекты поглощения излучения и перезамыкания магнитных полей на стенках лабораторной установки.

Планирование каждого эксперимента требует существенной теоретической и практической подготовки. В качестве финального этапа может рассматриваться тестовая инъекция струи в условиях технического вакуума (10^{-3} торр), создаваемого в барокамере [6]. Полученные при этом экспериментальные данные могут использоваться как основа для валидации расчетных методик, использованных при планировании и интерпретации данных соответствующего ионосферного эксперимента [7].

Характеристики одиночной плазменной струи (поток излучения, концентрации ионов и т.д.) могут оказаться недостаточными для их точного измерения, особенно на поздних временах развития (порядка секунд). В эксперименте «Северная звезда – I» основной инъекции струи предшествовал выпуск облака сухого воздуха [3]. Взаимодействие плазмы струи с таким

облаком привело к увеличению наблюдаемого потока излучения более чем на порядок по сравнению с экспериментом «Северная звезда – II» [8].

Другим вариантом увеличения характеристик плазменного образования является случай «множественной инъекции» [9], при котором две или больше струй сталкиваются под определённым углом. Численное моделирование такого процесса сопряжено с существенными трудностями. Часто можно столкнуться с тем, что, задавая струйное течение под углом на регулярной прямоугольной сетке, в итоге получаем структуру струи «размазанной» вдоль направляющих осей сетки. Наиболее доступным вариантом борьбы с данным эффектом является переход на неструктурированные сетки с треугольными/тетраэдральными ячейками, но для большинства численных схем характерно развитие неустойчивостей на подобных сетках [10, 11].

В данной работе описывается методика устранения численных неустойчивостей при моделировании истечения в разреженную среду высокоскоростных струй плазмы. Представленная методика позволит получать в численных расчетах симметричную (относительно оси инъекции) струю при произвольном расположении плазменного генератора. В расчетах будем использовать тетраэдральную сетку общего вида. Стоит отметить, что в этом случае вблизи источников структура течения может незначительно отличаться из-за различий сетки в их окрестностях.

Дополнительной проблемой высокоскоростного истечения струи в разреженную среду является наличие областей завихрения и отрыва течения в непосредственной близости от источника. В таких областях уже может быть неприменимо гидродинамическое приближение. В соответствующих ячейках могут возникать значительные забросы энергии и давления из-за накопившейся ошибки вычислений при крайне низких значениях плотности, а также значительной скорости течения. В работе описан вариант коррекции численной схемы в виде постобработки на каждом временном шаге, позволяющий минимизировать негативное воздействие подобных численных эффектов.

Представленные результаты вычислительных экспериментов получены на многопроцессорной гибридной суперкомпьютерной системе К-60 в ЦКП ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Физико-математическая модель и численная схема

Вариант уравнений для однотемпературной идеальной гидродинамики имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla(\rho w) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \rho w_l + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho w_l w_k + P \delta_{lk}) &= 0, \quad \delta_{lk} = \begin{cases} 1, l = k, \\ 0, l \neq k, \end{cases} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho w^2}{2} \right) + \nabla \left[\left(\rho \varepsilon + \frac{\rho w^2}{2} + P \right) w \right] &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ – плотность, w – скорость, P – давление, ε – внутренняя энергия. Для замыкания системы уравнений гидродинамики используются зависимости $P = P(T, \rho)$ и $\varepsilon = \varepsilon(T, \rho)$.

Для моделирования идеальной газовой динамики в программном комплексе MARPLE [12] используется двухэтапная (предиктор-корректор) разностная схема. Для вычисления газодинамических потоков будем использовать модифицированную схему Лакса:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \sum_{x,y,z}^i \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

где вектор консервативных величин, определённых в ячейках:

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho w_i \\ \rho E \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Вектор потока консервативных величин:

$$F_j = \begin{pmatrix} f^n[\rho] \cdot f^n[w_j] \\ f^n[\rho w_i] \cdot f^n[w_j] + f^n[P_i] \\ (f^n[\rho E] + f^n[P]) \cdot f^n[w_j] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho \cdot w_j \\ \rho w_i \cdot w_j + P_i \\ (\rho E + P_i) \cdot w_j \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $f[*]$ – значение на грани, определяемое как среднеарифметическое значение соответствующих величин из центров прилежащих к грани ячеек.

Интеграл дивергенции потока на каждом временном слое вычисляется следующим образом:

$$\frac{1}{V} \oint \frac{\partial F_i}{\partial x_i} dS \rightarrow g^{n+1}[q] = \sum_{x,y,z}^i \left(F_i[q] \cdot \frac{(\vec{n} \cdot S)_i}{V} \right), \quad (5)$$

где q – каждая последующая величина из вектора U , n – нормаль грани, S – площадь грани, V – объём ячейки.

Значение в ячейке на новом временном слое вычисляется как значение с прошлого временного слоя с добавкой в виде суммы всех потоков входящих и выходящих потоков через все её грани

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \sum_{N_{face}}^j g_j^{n+1}. \quad (6)$$

В настоящей работе рассмотрим случай двухтемпературной (различные температуры ионов T_i и электронов T_e) газовой динамики без учёта электромагнитных сил. Соответствующая система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla(\rho w) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho w_l) + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho w_l w_k + P \delta_{lk}) &= 0, \quad \delta_{lk} = \begin{cases} 1, & l = k \\ 0, & l \neq k \end{cases} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho w^2}{2} \right) + \nabla q &= 0, \quad q = \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho w^2}{2} + P \right) w \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon_e) + \nabla [(\rho \varepsilon_e + P_e) w] - P_e \nabla w &= Q_{ei} \end{aligned} \quad (7)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_i + \varepsilon_e$ – полная внутренняя энергия, $P = P_i + P_e$ – полное давление.

В случае двухтемпературной газовой динамики значения электронных компонент получаются из уравнений состояния как $P_e = P_e(T_e, \rho)$ и $\varepsilon_e = \varepsilon_e(T_e, \rho)$.

Здесь под Q_{ei} подразумевается учёт электрон-ионной релаксации, которая в нашем случае рассчитывается на основе метода расщепления по физическим процессам путем решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_e}{dt} = \frac{(T_i - T_e)}{\rho \cdot C v_e \cdot \tau_{ei}} \\ \frac{d\varepsilon_i}{dt} = \frac{(T_e - T_i)}{\rho \cdot C v_i \cdot \tau_{ei}} \end{cases}. \quad (8)$$

Данная система в соответствии решается итерационным методом аналогично методике, предложенной в [13].

Различие систем (1) и (7) заключается в дополнительном уравнении для расчета электронной энергии. В отличие от уравнения баланса полной энергии, уравнение баланса энергии электронов не является дивергентно-консервативным, т.к. включает учет работы сил давления $P_e \nabla w$. Это обстоятельство приводит к необходимости контроля баланса энергии во время расчета.

В нашем варианте дискретной модели, аналогично методике [12], дополнительный член $P_e \nabla w$ аппроксимируется следующим образом.

Введём вспомогательную величину $h[\rho\varepsilon_e]$, которая определена как

$$\frac{1}{V} \oint w \frac{\partial P_e}{\partial x_i} dS \rightarrow h[\rho\varepsilon_e] = c^n [w] \sum_{x,y,z}^i f_i [P_e] \cdot \frac{(\vec{n} \cdot S)_i}{V}.$$

В процессе вычислений выполняется коррекция вектора U :
 $U^{**}[\rho\varepsilon_e] = U^*[\rho\varepsilon_e] + \sum_{N_{face}}^j h[\rho\varepsilon_e]$, где U^* получено по формуле (6).

При расчете $U^{n+1}[\rho\varepsilon_e]$ учитывается вклад электрон-ионного обмена энергией Q_{ei} .

Численно решение системы (8) выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} U^{n+1}[T_e] = \left(U^{**}[T_e] \cdot \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{ei}} \cdot \frac{1}{Cv_i} \right) + U^{**}[T_i] \cdot \frac{\Delta t}{\tau_{ei}} \cdot \frac{1}{Cv_e} \right) \\ U^{n+1}[T_i] = \left(U^{**}[T_e] \cdot \frac{\Delta t}{\tau_{ei}} \cdot \frac{1}{Cv_i} + U^{**}[T_i] \cdot \left(1 + \frac{\Delta t}{\tau_{ei}} \cdot \frac{1}{Cv_e} \right) \right) \end{cases} \quad (9)$$

Для решения системы (9) значение температуры вычисляется из уравнения состояния газа, которое в практически значимых случаях представляется, как правило, в табличной форме. Далее значение $U^{n+1}[\varepsilon_e] = U^{n+1}[\varepsilon_e](U^{n+1}[T_e], U^{n+1}[\rho])$ вычисляется согласно уравнению состояния, для чего используются скорректированное значение температуры и значение плотности в соответствующей ячейке разностной сетки.

Полная система уравнений плазмодинамики аппроксимируется по времени явной двухэтапной схемой «предиктор-корректор». При расчете релаксации температур электронов и ионов может возникнуть ситуация, когда значение характерного обменного времени τ_{ei} оказывается меньше гидродинамического шага по времени. В таком случае применяется упрощенный вариант расчета релаксации, в котором система (9) учитывается не однократно, а в количестве $\Delta t / \tau_{ei}$, в качестве новых значений U^{**} берётся значение, полученное на прошлой итерации.

Геометрия и дискретизация вычислительной области

Для исследования возьмем две геометрические области, вид которых представлен на рисунке 1. В области расчета вводится тетраэдральная сетка. Вблизи источников-генераторов (схематически соответствуют ранее опубликованной геометрии [2], рис. 2) выполняется измельчение сетки до характерного размера 0.5 см, далее на расстоянии до 100 см от источника характерный размер ячеек 1 см, а дальше метра характерный размер 2 см. В данной работе дискретизация выполняется сеточным генератором Salome [14].

Применяемый нами вариант дискретизации области расчета может быть использован в дальнейших исследованиях, посвященных множественной инжекции плазмы.

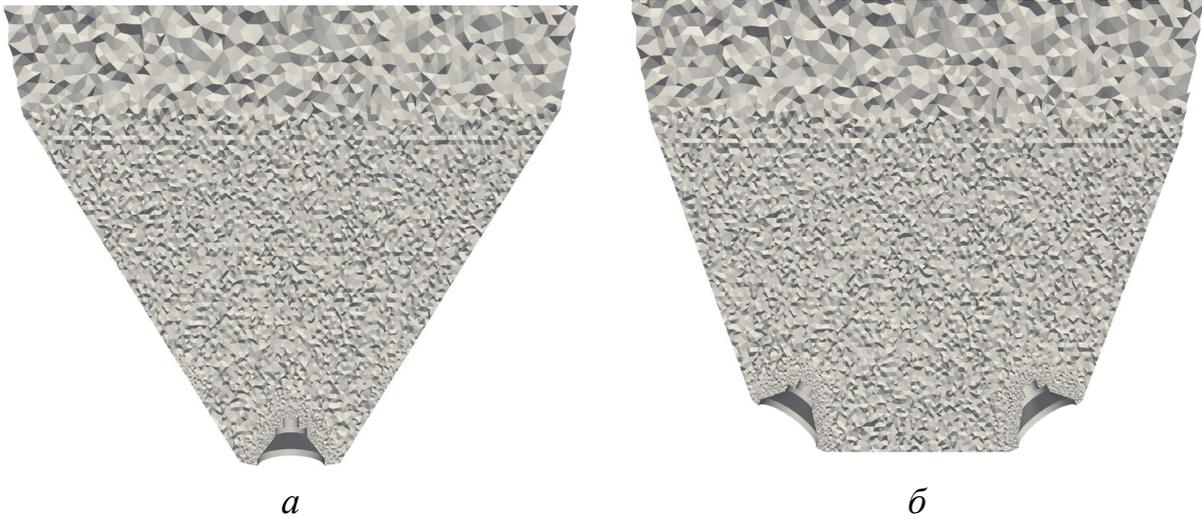


Рис. 1. Геометрия области и дискретизация: *а)* центральный источник, *б)* источники расположены под углом 30 градусов к плоскости симметрии



Рис. 2. Внешний вид генератора.
Рисунок из работы [13]

Постановка начальных и граничных условий

Далее рассматриваются результаты моделирования лабораторного эксперимента с параметрами среды: $\rho = 2.8 \cdot 10^{-8}$ г/см³ $P = 45$ Па.

На вход будем подавать плазму алюминия с параметрами, соответствующими сценарию инъекции генератора ВГПС 400 (рис. 3), восстановленному с помощью одномерных расчетов [15]. Радиус выходного канала генератора составляет 1 см.

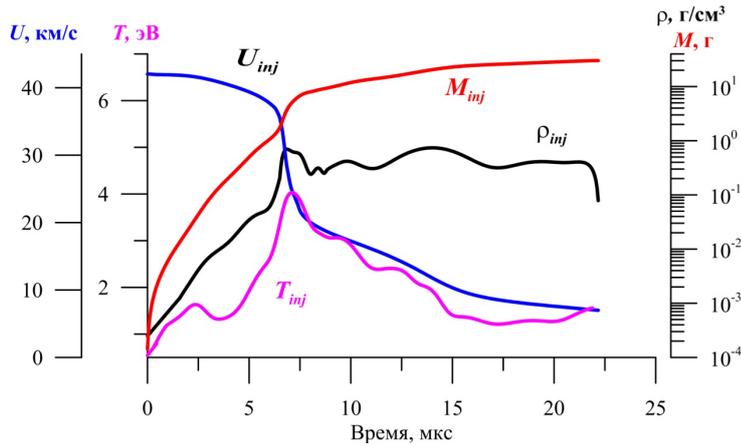


Рис. 3. Используемые в расчетах зависимости от времени газодинамических параметров струи при вылете из сопла генератора. Рисунок из работы [15]

Рабочий газ среды и струй – алюминиевая плазма, описываемая уравнением состояния реального алюминия. Поскольку во внешней среде малая плотность, то отличия в прохождении струи по такому сильно разреженному газу будут практически незаметны как для алюминиевого фона, так и для воздушного.

Кроме этого, в реальности фоновое давление среды составляло 0.1 Па. Тем не менее данная разница не повлияет на начальную динамику движения струи, обладающей существенно более высоким кинематическим давлением.

На поверхности плазменных генераторов заданы граничные условия неотражающей стенки. На остальных границах – условия свободного потока, описанное в [16].

Коррекция потоков в области сильноразреженного течения со сверхзвуковой скоростью

При истечении высокоскоростной струи в сильноразреженную среду возникает ситуация, при которой в области расширяющейся плазмы непосредственно сбоку от источника может нарушаться гидродинамическое приближение. Проблема моделирования течений с высокими числами Кнудсена нередко затрагивает самые различные этапы моделирования, от размельчения сетки в случаях, где заведомо ожидается высокое значение числа Кнудсена [17], до оценки целесообразности применения привычных способов моделирования течений в областях, где происходит смена режима течения [18].

Для определения, применимо ли в данной подобласти приближение сплошной среды, следует установить величину числа Кнудсена. В данной работе будем оценивать число Кнудсена как $Kn = \frac{M}{Re} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{2}}$, где M – число Маха, Re – число Рейнольдса.

Преобразуем выражение к виду, не зависящему от скорости в точке и показателя адиабаты:

$$Kn = \frac{M}{\text{Re}} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{2}} \rightarrow \frac{C_s}{\rho\omega l} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{2}} \sim \frac{\mu}{\rho l \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{2}} \rightarrow \frac{\mu}{l} \sqrt{\frac{\gamma\pi}{2} \cdot \frac{\rho}{\gamma P} \cdot \frac{1}{\rho^2}} \rightarrow \frac{\mu}{l} \sqrt{\frac{\pi}{2P\rho}}. \quad (10)$$

Здесь давление и плотность берутся из параметров текущей счетной ячейки, l – характерный размер (в данном случае ячейки). Порядок значения динамической вязкости оценим однократно в соответствии с газокинетическими представлениями $\mu \sim \frac{\sqrt{M_a} \Gamma^{5/2}}{L_c}$, где $L_c = \ln\left(1 + \frac{3\sqrt{2}}{\Gamma}\right)$ – упрощенный кулоновский логарифм, предложенный в работе [19], M_a – атомная масса, Γ – Γ -функция, для оценки можно грубо принять $\Gamma = 1$.

В фоновой среде в рассматриваемом эксперименте число Кнудсена оценивается в 1.8, в теле струи $Kn \ll 1$, а в области кромки выходного отверстия и на малом отдалении $Kn \gg 1$. Таким образом, приближение сплошной среды для данного малого участка неприменимо. В этой области могут развиваться численные неустойчивости, приводящие к нефизичному нарушению структуры течения. Особенно остро эта проблема встает на тетраэдральных сетках, поскольку они не имеют четко выраженной ориентации по направляющим осям. Следовательно, накопление численной ошибки при расщеплении потока по осям происходит быстрее, чем на регулярной квадратно-кубической сетке.

Область высокого значения $Kn \gg 1$ обладает некорректной температурой, в несколько раз меньшей скоростью звука, чем в ячейках с меньшим Kn , а также высокой скоростью. Тем не менее масса, сосредоточенная в такой области, много меньше массы струи. В таком случае область с $Kn \gg 1$ не оказывает существенного влияния на общую динамику движения. Для коррекции ячеек, в которых Kn больше фонового значения, в расчетах предлагается искусственно поднять давление до величины, при которой $Kn = Kn_{\text{фона}}$. Подъем давления производится согласовано с внутренней энергией, не меняя плотность участка и, таким образом, удовлетворяя сохранению массы во всей области. Кроме этого, необходимо обнулить скорость потока между такими ячейками: поскольку в них практически отсутствует масса и давление стремится к нулю, учет обмена потоками не имеет большого смысла, так как не вносит изменений в параметры среды, при этом накапливая ошибку вычислений.

Идея устранения обмена между такими ячейками происходит из соображений принудительного приведения всей области к приближению сплошной среды. При $Kn < 0.01$ в полной мере реализуется режим течения в приближении сплошной среды. Интервал $0.1 < Kn < 1$ соответствует умеренно разреженной среде, в которой, тем не менее, приближение сплошной среды еще позволяет получать корректные результаты. В интервале же $1 < Kn < 10$ начинается значительное накопление ошибки вычислений, а при $Kn > 10$ и вовсе нельзя использовать привычный подход и следует переходить к кинетическим моделям [20, 21].

При проведении двухтемпературных расчетов необходимо определить, как наиболее эффективно корректировать поток: по давлению ионов, электронов или суммарно. Наилучшим оказался вариант, при котором Kn_i и Kn_e учитываются отдельно и есть возможность корректировать как ионное, так и электронное давление.

Если $Kn > Kn_{\text{фона}}$, то давление в ячейке пересчитывается согласно (10) с последующим пересчетом внутренней энергии и температуры согласно уравнению состояния с использованием нового значения давления:

$$P_\alpha = \frac{\pi}{2\rho} \left(\frac{\mu}{Kn_\alpha \cdot l} \right)^2, \quad (11)$$

где P_α и Kn_α – соответственно давление и число Кнудсена для ионной и электронной компоненты.

С физической точки зрения имеем ситуацию, при которой корректировка давления приводит к его значительному повышению (вплоть до нескольких порядков), которое, в свою очередь, бесконечно мало по сравнению с областями, где $Kn < 1$, тем самым происходит рост внутренней энергии в ячейке. Как показала практика, увеличение внутренней энергии при сохранении концентрации частиц позволяет лучше вычислять потоки между ячейками и предотвращает возникновение критических ошибок вычисления.

Отметим, что существуют методы, позволяющие корректно рассчитывать истечение плазмы в вакуум даже в гидродинамическом приближении (предполагающем $Kn \ll 1$), например, [22, 23]. Тем не менее при высоких скоростях потока такие подходы также требуют корректировок. Подобные поправки позволяют избежать ситуаций, когда численная схема предсказывает поток массы и энергии из «вакуумных» ячеек в области бокового течения плазмы [3]. Другой возможной причиной нестабильного поведения численного расчета может быть недостаточная схемная вязкость базового варианта используемой схемы. В результате в области завихрения течения происходит образование больших градиентов физических величин из-за недостаточного перераспределения энергии, которое в реальности обеспечивается турбулентностью. В качестве альтернативного пути решения указанной проблемы можно рассматривать схемы с коррекцией потока типа Бориса и Бука [24, 25], адаптивной искусственной вязкостью [26] и др., см., например, обзор [27]. Также следует отметить схемы годуновского типа с римановскими решателями для случая высокоскоростных течений [28]. Все перечисленные подходы имеют высокую вычислительную стоимость. Предложенный же в настоящей работе вариант корректировки потоков является эффективным и вычислительно недорогим методом стабилизации численных расчетов инъекции плазмы в разреженную среду.

В областях чрезмерного расширения газа плотность не всегда уменьшается до предельных значений, а значит, число Кнудсена не превышает ограничений, наложенных предыдущим условием, но при этом при низком давлении

температура может опуститься в пределах одной ячейки много ниже 1К, что не имеет смысла в рамках рассматриваемых процессов. В связи с этим, помимо ограничений по числу Кнудсена, в расчетах накладывается ограничение на нижнюю границу температуры (соответственно и внутреннюю энергию). Будем считать, что в области не может существовать областей с температурой, например, ниже 100К. Возможен случай, при котором ячейка проходит проверку по первому критерию, однако является источником неустойчивости из-за сверхнизкой внутренней энергии. В таком случае будем искусственно поднимать температуру до установленного минимума, при этом пересчитывая новые значения давления и энергии по используемому в расчете уравнению состояния.

Проблема отслеживания внутренней энергии в случаях, когда она становится малой по сравнению с кинетической, до сих пор широко обсуждается в литературе. В качестве альтернативных путей ее решения можно выделить переход к записи уравнений лишь на внутреннюю энергию, а не полную с учетом кинетической [29], или к их комбинации [30]. Также существует ряд методик моделирования без расщепления потока по базисным направлениям [31, 32], использование которых также позволяет стабилизировать численные расчеты [33].

Результаты

Использование предложенных корректировок позволило получить полноценные результаты численных исследований. Поскольку развитие численной неустойчивости происходит практически мгновенно, визуально отобразить полученный результат не всегда представляется возможным. По этой причине в работе представлены только результаты скорректированного расчета.

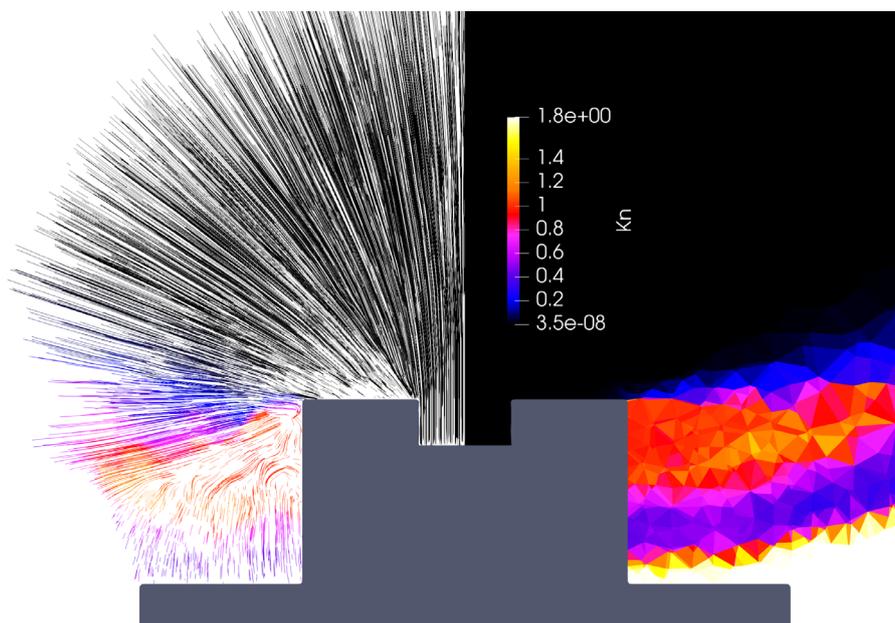


Рис. 4. Линии тока (слева) и распределение значений числа Кнудсена (справа) вблизи источника на момент времени 14 мкс

На рисунке 4 показан вариант скорректированного истечения. В левой части рисунка изображены линии тока, проходящие геометрически ниже уровня источника, описывающие вихревые структуры. Скорость в таких ячейках сохраняется на уровне 1-5 км/с (при скорости истечения около 30 км/с), а плотность опускается до значений на порядок меньше фоновой. В правой части рисунка изображено распределение чисел Кнудсена. В области завихренности течения наблюдается локальный подъём Kn в более чем 3-5 раз относительно уровня Kn на границе струи. Без предлагаемой корректировки давления и энергии в этой области число Кнудсена стремилось к бесконечности. Происходит образование подобласти из нескольких десятков ячеек, в которых свободный пробег частиц газа многократно превышает характерный размер ячеек. В таком случае некорректно применять приближение сплошной среды, это неминуемо приводит к образованию «карбункул»-неустойчивости, приводящей к полной потере достоверности решения. Происходит это по причине того, что по мере накопления ошибки при расчете импульса и энергии мы получим в одной из затронутых ячеек направленный в произвольном направлении вектор скорости с нефизично большими для данной подобласти скалярными параметрами, что приведёт к расхождению расчета.

Результаты сохранения симметрии

Для исследования свойств симметрии течения будем рассматривать значения плотности вдоль радиуса струи на различном расстоянии от источника в противоположных направлениях. Характерный размер ячейки в рассматриваемых областях равен 1 см.

Будем рассматривать 3 разнонаправленные струи: центральная (рис. 1 (а)) и две под углом (рис. 1 (б)). При этом стоит отметить, что вокруг каждого источника сеточное разбиение отличается и рассматривается в общем виде, не производя дополнительных сеточных построений для наилучшего геометрического соответствия.

На рисунке 5 представлено распределение плотности на расстоянии 10 и 30 см от источника на момент времени 8 мкс. Рассматриваемые профили плотности изображены в логарифмическом масштабе, что позволяет оценить распространение вещества на краю струи, где плотность стремится к плотности фона.

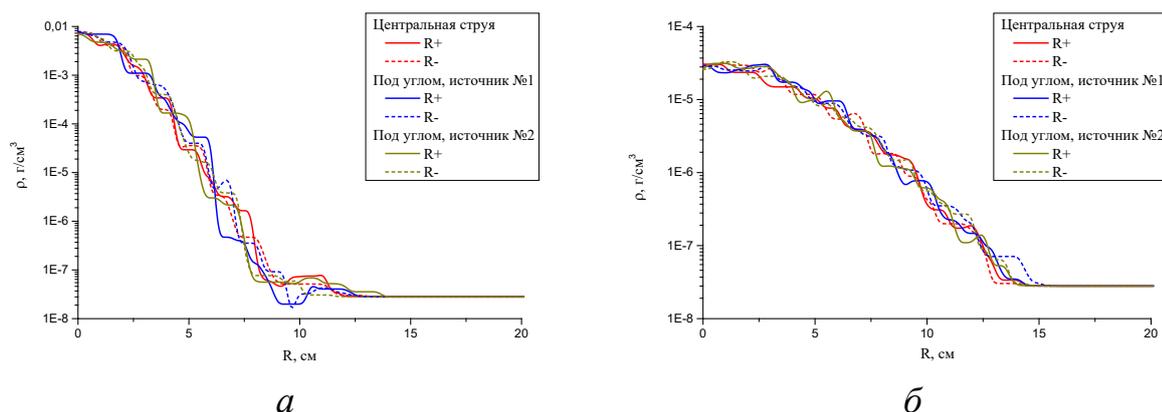


Рис. 5. Радиальное распределение плотности на момент времени 8 мкс в противоположных направлениях от оси течения (+/-):

а) на расстоянии 10 см от источника;

б) на расстоянии 30 см от источника

На расстоянии 10 см заметна разница для трех рассмотренных струй в пределах 2-4 ячеек, в которых фиксируется более ранний/поздний приход вещества в ячейку. На расстоянии 30 см разница нивелируется, и геометрическое отличие составляет не более 1 ячейки.

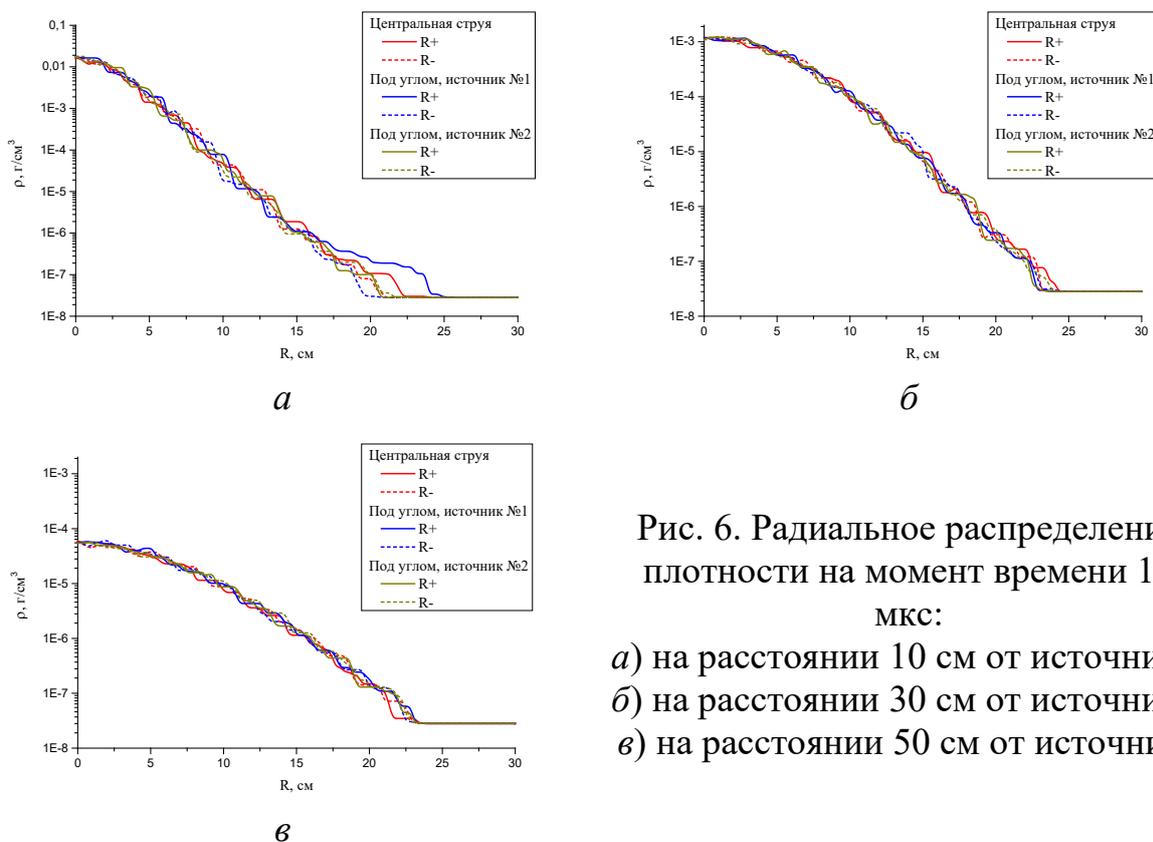


Рис. 6. Радиальное распределение плотности на момент времени 14 мкс:

а) на расстоянии 10 см от источника;

б) на расстоянии 30 см от источника;

в) на расстоянии 50 см от источника

На рисунке 6 рассмотрен момент времени 14 мкс и 3 различных расстояния: 10, 30 и 50 см от источника. Как и в случае 8 мкс, видна небольшая

асимметрия на расстоянии 10 см, но на 30 и 50 см разница почти полностью отсутствует.

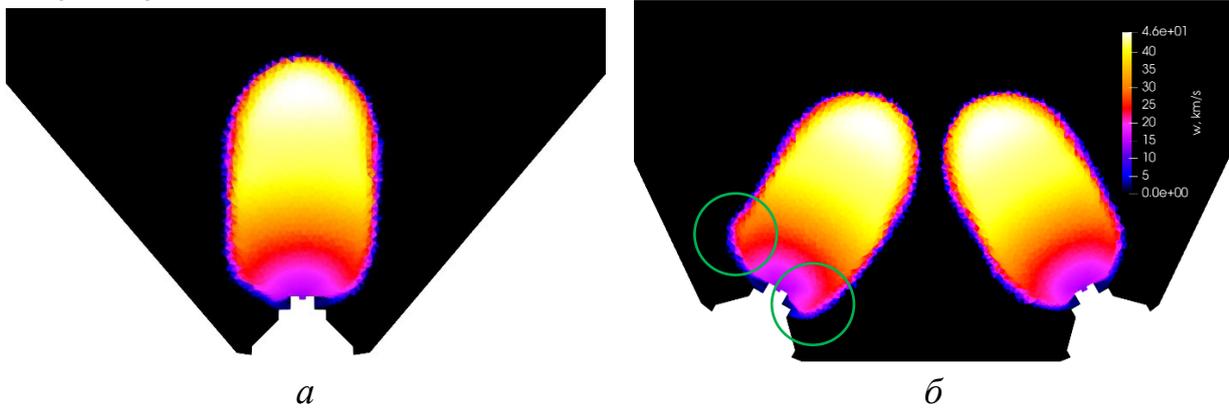


Рис. 7. Профиль модуля скорости для одиночной (а) и пары струй, направленных под углом (б)

На рисунке 7 показано распределение скорости для всех трех струй. Хорошо видна асимметрия одной из струй при расширении в сторону вблизи источника (отмечена зелеными кружками на рис. 7). Данная асимметрия – неразвившаяся неустойчивость, справиться с которой удалось с помощью предложенной коррекции потока.

Из представленных результатов можно заключить, что, даже имея незначительные отклонения в окрестности задней части струи, основное тело струи сохраняет хорошую симметрию и является пригодным для изучения дальнейшего взаимодействия.

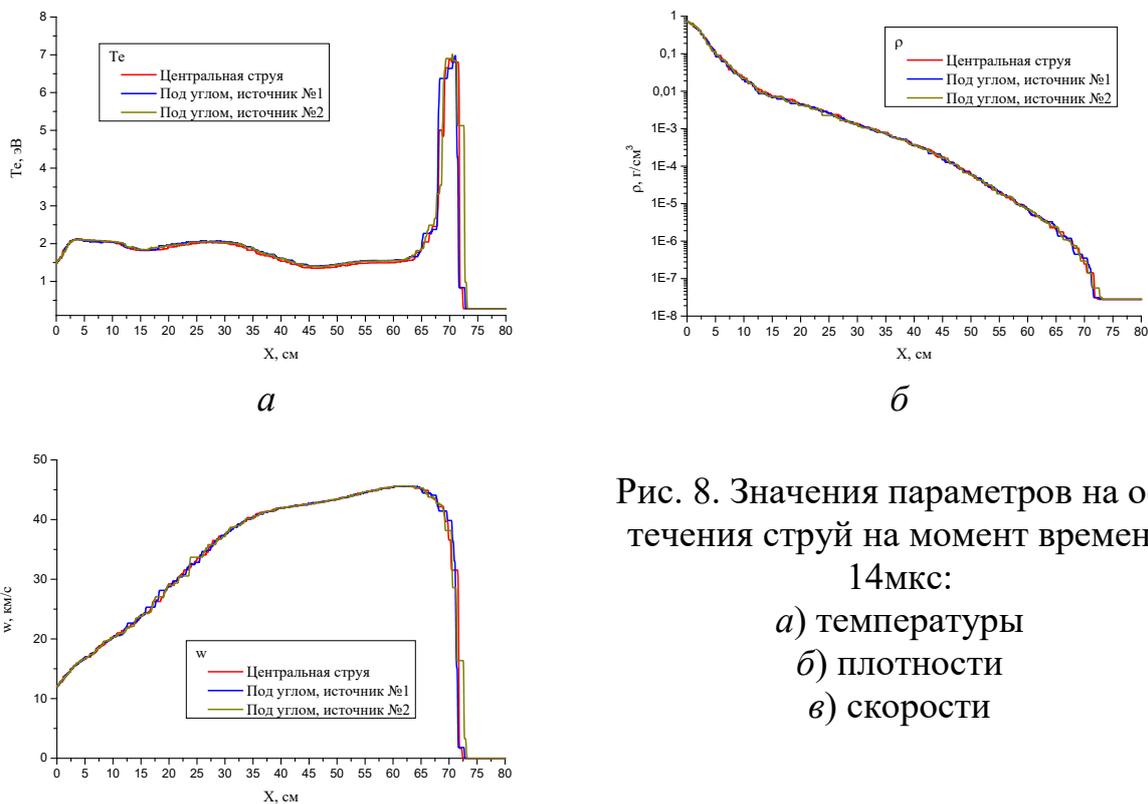


Рис. 8. Значения параметров на оси течения струй на момент времени 14мкс:
 а) температуры
 б) плотности
 в) скорости

6

На рисунке 8 показано распределение параметров вдоль оси течения для всех трех струй. Из показанного распределения очевидна почти полная идентичность для каждой из струй.

Таким образом, с применением ряда корректировок потока в областях с $Kn > 1$ получаем корректные для дальнейшего исследования распределения параметров плазменных струй. Основная область таких струй совпадает с точностью до 1 счетной ячейки, а пространственные зависимости параметров на оси течения являются идентичными.

В качестве иллюстрации будущих вычислительных экспериментов прилагается момент времени 30 мкс, когда взаимодействие двух струй уже происходит (рис. 9).

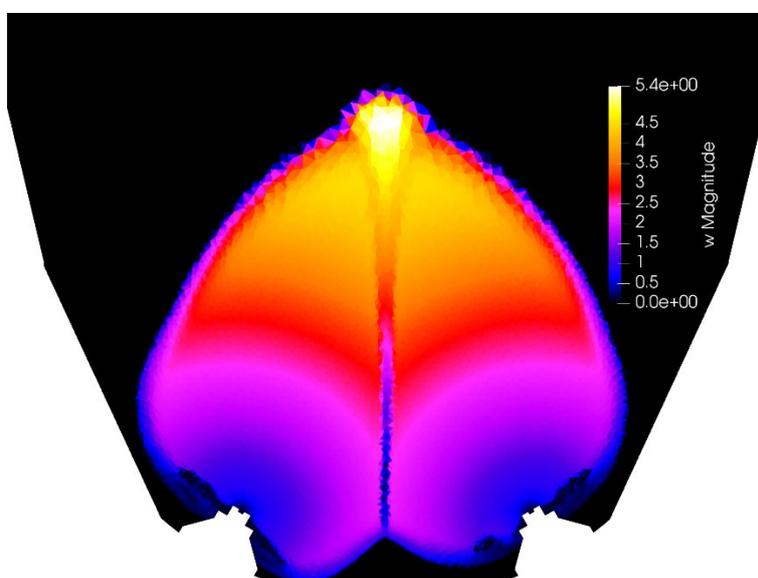


Рис. 9. Взаимодействие двух струй на момент времени 30 мкс

Результаты сравнения с лабораторным экспериментом

Наземные испытания генератора ВГПС-400 проводились в специальной вакуумной установке и в качестве выходных данных имеют временные зависимости электронной температуры, плотности и скорости. Значения температуры были получены в точке на удалении 4.8 см от источника (выходного отверстия), а значения плотности и скорости потока – в точке 55.2 см [7, 15].

Исходя из того, что для любого направления струи имеем идентичные профили вдоль оси, для сравнения с экспериментальными данными будем рассматривать временные зависимости только для центральной струи.

Согласно представленным на рисунке 10 данным, скорость распространения струи в численном расчете соответствует экспериментальной с хорошей точностью. Значения температуры в значительной степени зависят от уравнений состояния, а также методики моделирования. В ряде

вычислительных экспериментов было установлено, что выбор численной схемы оказывает влияние на конечное значение температуры.

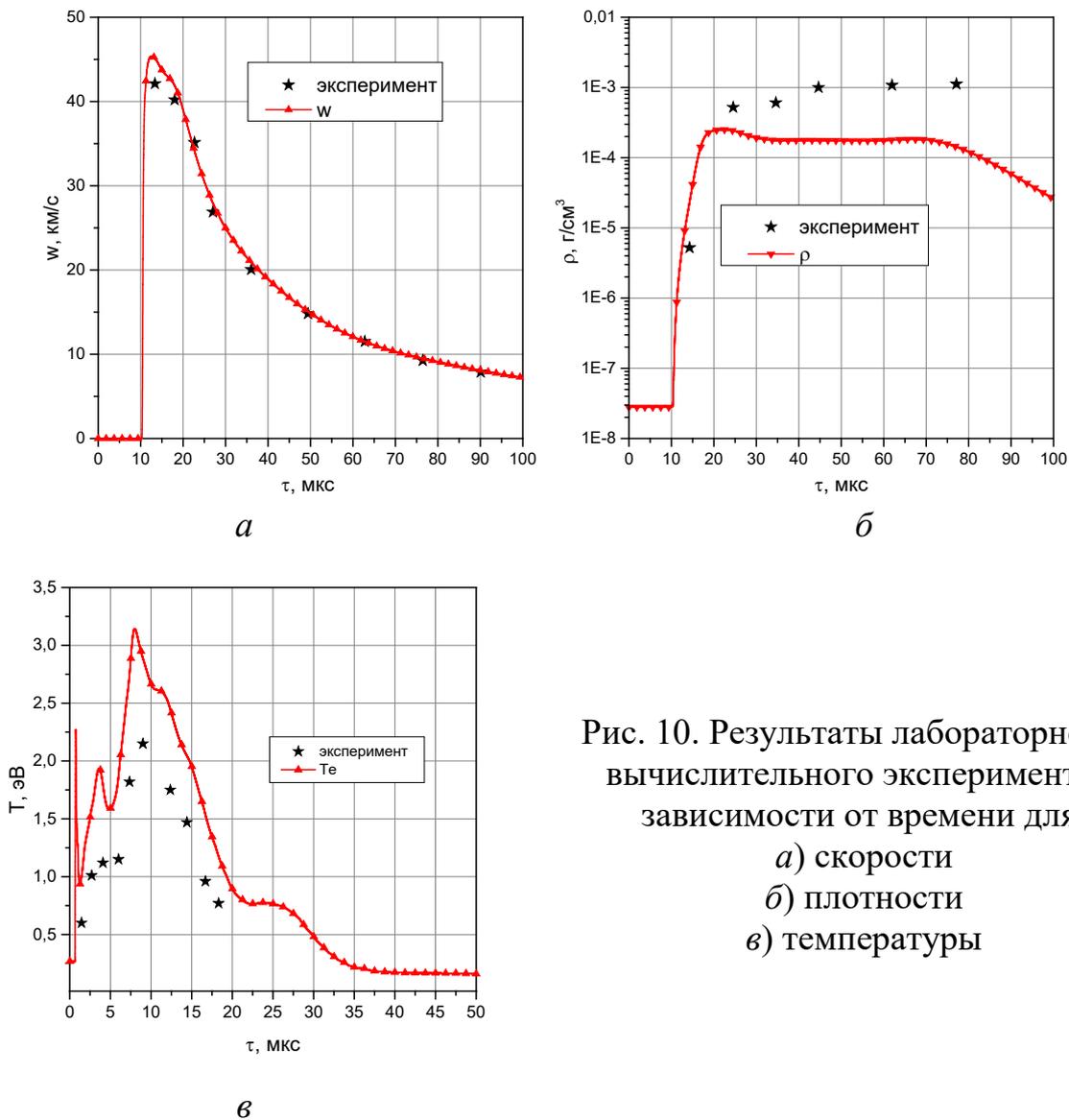


Рис. 10. Результаты лабораторного и вычислительного экспериментов, зависимости от времени для:

- а) скорости
- б) плотности
- в) температуры

Значения плотности соответствуют экспериментальным данным с момента прихода потока и ещё 10 мкс после, далее значения, полученные в ходе расчета, оказываются на порядок ниже экспериментальных. Такое различие может объясняться выбором конкретного сценария инжекции, полученного на основе одномерных расчетов с учетом модельного конусообразного расширения струи [15]. В реальности же форма струи скорее имеет вид факела. Кроме этого, существует предположение о влиянии на сценарий инжекции деформации выходного канала генератора для отделения продуктов взрыва [7]. Изучение этих вопросов будет являться предметом будущих исследований.

Заключение

В работе представлены результаты численного моделирования лабораторного эксперимента по высокоскоростной инжекции струи плазмы в

разреженную среду. При расчетах использовалась модифицированная схема Лакса для двухтемпературной гидродинамики, реализованная в программном комплексе MARPLE. Для стабилизации численных неустойчивостей в областях завихрений и отрыва течения предложена корректировка давления по числу Кнудсена и по минимальной температуре среде. Продемонстрирована эффективность предложенных корректировок потока при описании истечения струи в сильно разреженный газ. Разделение корректировки по числу Кнудсена для электронной и ионной компонент плазмы позволило наиболее эффективно стабилизировать решение.

Полученные на тетраэдральной сетке структуры течений при различных углах инъекции имеют очень хорошее соответствие в области основного тела струи. Различия в области бокового расширения вызваны совокупностью следующих факторов: значительное отличие дискретизации в окрестности кромки сопла и плоского переднего торца источника для каждого из источников; наличие области отрывного течения в окрестности боковой части струи при условиях сильно разреженного газа с большими значениями числа Кнудсена.

Полученные результаты показывают, что незначительные отличия течения в окрестности источника не влияют на корректность формы основного тела струи, что позволяет проводить исследования по столкновению струй с помощью описанной методики. Зависимости от времени температуры, плотности и скорости показывают, что, несмотря на незначительные отличия, можно рассчитывать на близкий к фактическому результат, получаемый при расчете столкновения двух и более струй.

Также показано согласие численного расчета и лабораторного эксперимента. При небольшом отклонении температуры в начальной области имеется хорошее соответствие скорости потока на удалении 55.2 см. Причина же недооценки плотности в вычислительном эксперименте подлежит дальнейшему анализу.

Авторы благодарны Ю.В. Покладу за предоставленные экспериментальные данные, А.С. Грушину – за предоставленное уравнение состояния алюминиевой плазмы. Авторы благодарят Т.В. Лосеву и В.А. Гасилова за полезные обсуждения хода работы и полученных результатов.

Библиографический список

1. Erlandson R.E. et al. North star Plasma-jet space experiment // *Journal of Spacecraft and Rockets*. – 2004. – Т. 41. – №. 4. – P. 483-489.
2. Zetser J.I., Poklad Y.V., Erlandson R.E. Active Experiments in the Ionosphere at Altitudes of 140–360 km. Optical Observations Results Reanalysis // *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*. – 2021. – Т. 57. – P. 745-760.
3. Urvachev E.M. et al. Numerical Simulation of the Injection of High-Speed Plasma Jets into a Vacuum // *Plasma Physics Reports*. – 2023. – Т. 49. – №. 11. – P. 1300-1308.

4. Гаврилов Б.Г., Зецер Ю.И. Экспериментальное исследование в активных геофизических ракетных экспериментах физических эффектов, возникающих при движении плазменных потоков в ионосфере и магнитосфере земли // Динамические процессы в геосферах. – 2024. – Т. 16. – №. 3. – С. 146-161.
5. Beskin V.S., Krauz V.I., Lamzin S.A. Laboratory modeling of jets from young stars using plasma focus facilities // Uspekhi Fiz. Nauk. – 2023. – Т. 193. – P. 345-381.
6. Гаврилов Б.Г. и др. Взаимодействие потоков плазмы с геомагнитным полем в экспериментах «Флаккус» // Динамические процессы в геосферах под действием внешних и внутренних потоков энергии и вещества (геофизика сильных возмущений). Сб. научн. тр. М.: ИДГ РАН. – 1998. – С. 168-180.
7. Лосева Т.В. и др. Начальная стадия развития плазменной струи в активных геофизических ракетных экспериментах // Динамические процессы в геосферах. – 2021. – №. 9. – С. 102-110.
8. Losseva T.V. et al. Dynamics of the Expansion of Artificial Plasma Formations in Earth's Ionosphere // Plasma Physics Reports. – 2024. – Т. 50. – №. 11. – P. 1411-1420.
9. Losseva T.V. et al. Numerical Simulation of the Interaction of High-Velocity Plasma Jets Injected in the Earth's Ionosphere // Plasma Physics Reports. – 2023. – Т. 49. – №. 8. – P. 991-999.
10. Родионов А.В., Тагирова И.Ю. Искусственная вязкость в схемах типа Годунова как метод подавления «карбункул»-неустойчивости // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2015. – № 2. – С. 3-11.
11. Nishikawa H., Kitamura K. Very simple, carbuncle-free, boundary-layer-resolving, rotated-hybrid Riemann solvers // Journal of Computational Physics. – 2008. – V. 227. – № 4. – P. 2560-2581.
12. Gasilov V.A. et al. MARPLE: software for multiphysics modelling in continuous media // Numerical Methods and Programming. – 2023. – V. 24. – № 4.
13. Лебо И.Г., Тишкин В.Ф. Исследование гидродинамической неустойчивости в задачах лазерного термоядерного синтеза методами математического моделирования // М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2006. – С. 304.
14. www.salome-platform.org
15. Losseva T.V. et al. Numerical Simulations of the First Stage of Dynamics of a High-Speed Plasma Jet in Fluxus and North Star Active Geophysical Rocket Experiments // Plasma Physics Reports. – 2022. – Т. 48. – № 10. – P. 1106-1110.
16. Савенко Н.О. О разностной аппроксимации газодинамических потоков на свободной границе расчетной области // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2023. – № 51.
17. Liu C. et al. Limitation principle for computational fluid dynamics // Shock Waves. – 2019. – V. 29. – P. 1083-1102.

18. Kovacic K., Bajt S., Sarler B. Numerical Analysis of Knudsen Number of Helium Flow Through Gas-Focused Liquid Sheet Micro-Nozzle // *Fluids*. – 2024. – Т. 9. – № 12.
19. Хомкин А.Л., Шумихин А.С. Кулоновский логарифм при расчете проводимости плазмы: аналитическая теория и численное моделирование // *Теплофизика высоких температур*. – 2022. – Т. 60. – № 4. – С. 483-487.
20. Karpov S.A., Potapenko I.F. Direct discrete simulation of the kinetic Landau-Fokker-Planck equation with an alternating external electromagnetic field // *Plasma Physics Reports*. – 2015. – Т. 41. – P. 820-831.
21. Chetverushkin B.N. Kinetic schemes and quasi-gas-dynamic system of equations // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. – 2005. – Т. 20. – № 4. – P. 337-351.
22. Munz C.D. A tracking method for gas flow into vacuum based on the vacuum Riemann problem // *Mathematical methods in the applied sciences*. – 1994. – Т. 17. – № 8. – С. 597-612.
23. Subramaniam V., Raja L.L. A plasma–vacuum interface tracking algorithm for magnetohydrodynamic simulations of coaxial plasma accelerators // *Journal of Computational Physics*. – 2018. – Т. 366. – P. 207-225.
24. Book D.L., Boris J.P., Hain K. Flux-corrected transport II: Generalizations of the method // *Journal of Computational Physics*. – 1975. – Т. 18. – № 3. – P. 248-283.
25. Zalesak S.T. Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids // *Journal of computational physics*. – 1979. – Т. 31. – № 3. – P. 335-362.
26. Попов И.В., Фрязинов И.В. Метод адаптивной искусственной вязкости для уравнений газовой динамики на треугольных и тетраэдральных сетках // *Математическое моделирование*. – 2012. – Т. 24. – № 6. – С. 109-127.
27. Тишкин В.Ф. и др. Современные методы математического моделирования развития гидродинамических неустойчивостей и турбулентного перемешивания // *Математическое моделирование*. – 2020. – Т. 32. – № 8. – С. 57-90.
28. Qu F. et al. A review of Riemann solvers for hypersonic flows // *Archives of Computational Methods in Engineering*. – 2022. – P. 1-30.
29. Козлов А.Н., Коновалов В.С. 3D модель переноса излучения в потоках ионизирующегося газа и плазмы // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН*. – 2016. – № 86.
30. Roussel-Hard L. et al. HERACLES++: A multidimensional Eulerian code for exascale computing // *Astronomy & Astrophysics-A&A*. – 2025.
31. Colella P. Multidimensional upwind methods for hyperbolic conservation laws // *Journal of computational physics*. – 1990. – Т. 87. – № 1. – P. 171-200.
32. Smith M. R., Macrossan M. N., Abdel-Jawad M. M. Effects of direction decoupling in flux calculation in finite volume solvers // *Journal of Computational Physics*. – 2008. – Т. 227. – №. 8. – P. 4142-4161.

33. Урвачев Е.М., Бай А.А. Подавление сеточных возмущений при моделировании переноса излучения в М1-приближении // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. – 2025. – № 12.