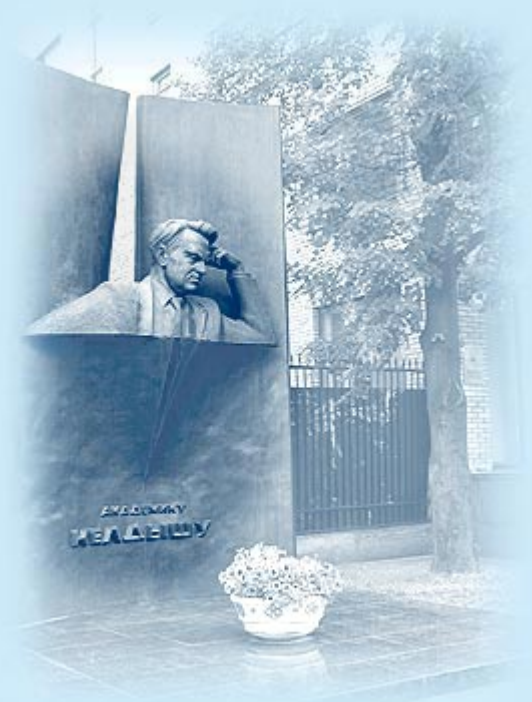




ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 34 за 2025 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

П.В. Соломенцева

Моделирование
термомеханического
контактного взаимодействия
топливной таблетки и
оболочки в ТВЭЛе методом
множителей Лагранжа с
независимой контактной
границей

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Соломенцева П.В. Моделирование термомеханического контактного взаимодействия топливной таблетки и оболочки в ТВЭЛе методом множителей Лагранжа с независимой контактной границей // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2025. № 34. 21 с. EDN: [CWCVQZ](https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-34)
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-34>

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша
Российской академии наук

П.В. Соломенцева

Моделирование термомеханического контактного
взаимодействия топливной таблетки и оболочки в твэле
методом множителей Лагранжа
с независимой контактной границей

Москва — 2025

Соломенцева П.В.

Моделирование термомеханического контактного взаимодействия топливной таблетки и оболочки в твэле методом множителей Лагранжа с независимой контактной границей

Рассмотрена задача о контактном взаимодействии топливных таблеток с оболочкой внутри твэла. В качестве базового численного метода выбран метод конечных элементов, для учета контактных условий выбрана модификация метода множителей Лагранжа с независимой контактной границей. Проведены расчеты задачи взаимодействия топливной таблетки с оболочкой твэла в нормальном и внештатном режимах. Показано, что во внештатном режиме работы имеет место механический контакт, вследствие которого происходит деформация таблетки и оболочки.

Ключевые слова: контактная задача, метод конечных элементов, метод множителей Лагранжа, независимая контактная граница, тепловыделяющий элемент.

Polina Vladimirovna Solomentseva

Simulations of the thermomechanical contact between the fuel pellet and the shell inside a fuel rod using the Lagrange multiplier method with a detached contact boundary

The problem of contact interaction between fuel pellets and the shell inside a fuel rod is considered. The finite element method is chosen as the basic numerical approach, and a modified Lagrange multiplier method with a detached contact boundary is used to account for contact conditions. Calculations are performed for the interaction between the fuel pellet and the fuel rod shell under normal and emergency operating conditions. It is shown that in emergency operating conditions, mechanical contact occurs, leading to deformation of both the pellet and the cladding.

Key words: contact problem, finite element method, Lagrange multiplier, detached boundary, fuel rode.

1. Введение

Моделирование контактного взаимодействия компонентов тепловыделяющего элемента (ТВЭЛ) атомного реактора играет ключевую роль в обеспечении его надежной и безопасной эксплуатации. Одним из критически важных процессов в работе ядерного топлива является контакт между топливной таблеткой и оболочкой. Характеристики этого взаимодействия напрямую влияют на теплоотвод, механическую целостность оболочки, поведение топлива при радиационных и тепловых нагрузках, а также на возможность возникновения повреждений в активной зоне.

Главным элементом конструкции активной зоны ядерного реактора является тепловыделяющая сборка (ТВС), представляющая собой пучок тепловыделяющих элементов длиной 2.5 - 3.5 метров. В одной ТВС может содержаться разное количество ТВЭЛов, например, в РБМК-1000 (реактор большой мощности канальный), созданном в СССР, содержится 18 стержневых ТВЭЛов в каждой сборке [1], а в реакторе ВВЭР-1200 (водо-водяной энергетический реактор) — уже 312 [2].

Сам тепловыделяющий элемент состоит из топливного сердечника, в который помещают ядерное топливо, и оболочки, служащей для предотвращения попадания осколков деления в теплоноситель. Сердечник может быть металлическим, металлокерамическим или керамическим. В первом случае часто используют в качестве основного материала уран, торий или плутоний, а также их сплавы с цирконием, хромом, алюминием или цинком [3].

Оболочка в ТВЭЛе играет не менее важную роль. Она нужна для предотвращения попадания продуктов деления топлива в теплоноситель, так как это может спровоцировать распространение радиоактивных элементов в активную зону и контур охлаждения реактора. Материал оболочки ТВЭЛа должен обладать в основном двумя фундаментальными свойствами: быть стойким к коррозии, эрозии и термической обработке, а также не должен существенно изменять характер поглощения нейтронов в атомном реакторе. В качестве такого материала часто используют цирконий, алюминий или нержавеющую сталь [4].

На рисунке 1 показано устройство ТВЭЛа ядерного реактора РБМК, состоящего из заглушки, столба топливных таблеток диоксида урана, циркониевой оболочки, пружины, втулки и наконечника.

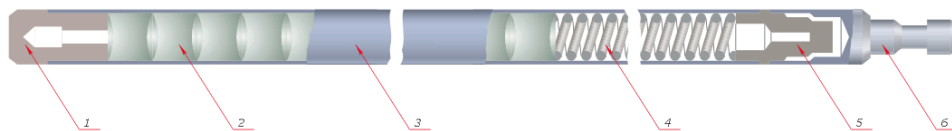


Рис. 1. Устройство ТВЭЛа реактора РБМК: 1 — заглушка, 2 — топливные таблетки, 3 — оболочка, 4 — пружина, 5 — втулка, 6 — наконечник

Контактные напряжения, возникающие на границе между топливом и обо-

лочкой, зависят от целого комплекса факторов — теплового расширения, ползучести материалов, газовыделения и радиационного изменения свойств [5]. При этом контакт может быть как полным, так и частичным, с наличием зазоров, которые со временем могут исчезать или вновь возникать. Корректное численное моделирование этого взаимодействия необходимо для оценки напряжённо-деформированного состояния элементов твэла и прогнозирования его ресурса.

Одной из основных трудностей в численном моделировании является необходимость определения контактной границы, что делает задачу нелинейной. В современной практике для моделирования контактных взаимодействий применяются различные подходы: методы множителей Лагранжа [6–8], penalty-методы [8, 9], а также методы семейства mortar [10, 11], каждый из которых имеет свои преимущества и ограничения.

В данной работе рассматривается численное моделирование контактного взаимодействия между топливной таблеткой и оболочкой твэла. Целью исследования является анализ напряженно-деформированного состояния в зоне контакта. Для учета контактного взаимодействия выбран метод множителей Лагранжа с независимой контактной границей [12]. Работы по данной теме представлены в [5, 11, 13, 14].

2. Задача о контакте элементов конструкции тепловыделяющего элемента

Тепловыделяющий элемент является главным конструкционным элементом ядерного реактора. Он содержит внутри себя ядерное топливо, как правило, в виде топливных таблеток диоксида урана. В твэлах происходит деление тяжелых ядер, при котором высвобождается тепловая энергия, передаваемая потом теплоносителю. На рис. 2 представлена часть твэла, серым обозначены топливные таблетки, уложенные столбиком, желтым — зазор, заполненный газом, а синим — оболочка. Топливная таблетка может иметь отверстие в центре, а может и не иметь. Сверху топливные таблетки поджаты пружиной.

Моделирование термомеханического поведения твэла требует учета наличия зазоров между оболочкой и топливными таблетками, которые обычно заполнены газом. При нагреве расширение таблеток и оболочки приводит к уменьшению зазоров и возможному возникновению механического контакта. Этот контакт, в свою очередь, влияет на тепловую задачу внутри твэла. Таким образом, тепловая и механическая задачи оказываются тесно связаны, и их необходимо решать совместно.

Также необходимо учитывать, что геометрия контактирующих поверхностей может меняться в процессе работы атомного реактора. К тому же эти изменения заранее не определены и зависят от взаимодействия тепловыделения, температуры и деформации элементов конструкции во времени. Однако при нормальной эксплуатации твэла температура меняется медленно

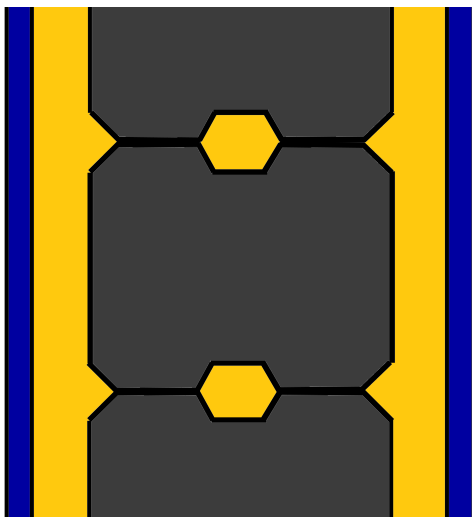


Рис. 2. Схема части конструкции тепловыделяющего элемента

по сравнению со скоростью распространения упругих возмущений, поэтому допустимо использовать квазистатическую модель. Кроме того, столбик таблеток в твэле может иметь значительную высоту и условия нагружения вдоль него меняются сравнительно медленно, поэтому можно рассматривать лишь отдельные "сечения" конструкции, например, 1-2 топливных таблетки и соответствующий им участок оболочки. Для этого необходимо наложить условия симметрии и периодичности на верхнюю и нижнюю расчетные границы.

Наконец, благодаря симметрии конструкции твэла относительно вертикальной оси в нормальных условиях эксплуатации и при отсутствии дефектов, задачу можно рассматривать в двумерной осесимметричной постановке.

В настоящей работе рассмотрены задачи механического и теплового контакта в двумерной осесимметричной постановке. В механической задаче учитывались только упругие деформации, а основное внимание уделено решению нелинейной задачи поиска контактной границы и реализации условий механического и неидеального теплового контакта (теплообмена).

3. Определяющие соотношения математической модели

В данной работе рассматриваются деформирование твердых тел в рамках исключительно теории упругости. Математическая модель контактной задачи состоит из двух составных частей: первая часть уравнений и соотношений отвечает за упругую деформацию тел, вторая — за их контактное взаимодействие. Рассмотрим их подробнее.

3.1. Фундаментальные соотношения теории упругости

Математическая модель задачи теории упругости включает в себя уравнения равновесия, соотношения Коши и обобщенный закон Гука. Так как

в данной работе рассматривается задача контактного взаимодействия элементов конструкции твэла в двумерной осесимметричной постановке, то для описания модели используются цилиндрические координаты r, θ, z с соответствующими компонентами перемещений u, v, w , а также учитывается, что v, u и w не зависят от θ . Тогда соотношения Коши для малых деформаций имеют вид [15]

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \\ \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{r\theta}, \gamma_{rz}, \gamma_{z\theta}$ — компоненты тензора деформаций. Компоненты $\gamma_{r\theta}$ и $\gamma_{z\theta}$ в силу осесимметричной постановки равны нулю.

Закон Гука для изотропного тела и с учетом температурных деформаций имеет вид

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta - \nu\sigma_z) + \alpha(T - T_0), \\ \varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r - \nu\sigma_z) + \alpha(T - T_0), \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \alpha(T - T_0), \\ \gamma_{rz} = \frac{2(1 + \nu)}{E}\tau_{rz}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$ — компоненты тензора напряжений, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, α — коэффициент линейного расширения, а T — температура в рассматриваемой точке, T_0 — начальная температура в рассматриваемой точке. Компоненты $\tau_{r\theta}$ и $\tau_{\theta z}$ в силу осесимметричной постановки равны нулю.

Оболочка твэла часто может быть изготовлена из анизотропных материалов, которые увеличивают ее износостойкость. Поэтому приведем также формулы для случая трансверсальной ортотропии [16]. В этом случае деформации имеют вид

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{1}{E_1}\sigma_r - \frac{\nu_{21}}{E_2}\sigma_\theta - \frac{\nu_{31}}{E_3}\sigma_z + \alpha(T - T_0), \\ \varepsilon_\theta = -\frac{\nu_{12}}{E_1}\sigma_r + \frac{1}{E_2}\sigma_\theta - \frac{\nu_{32}}{E_3}\sigma_z + \alpha(T - T_0), \\ \varepsilon_z = -\frac{\nu_{13}}{E_1}\sigma_r - \frac{\nu_{23}}{E_2}\sigma_\theta + \frac{1}{E_3}\sigma_z + \alpha(T - T_0), \\ \gamma_{rz} = \frac{1}{G_{12}}\tau_{rz}, \end{cases} \quad (3)$$

где $E_i, \nu_{ij}, G_{ij}, i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 3}$, — упругие постоянные для направлений r, θ, z соответственно.

Наконец, уравнения равновесия имеют вид

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + f_r = 0, \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + f_z = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где f_r, f_z — компоненты объемных сил.

3.2. Уравнение теплопроводности

При моделировании термомеханического состояния твэла также должны быть учтены процессы теплопроводности внутри тел и теплообмена между телами соответственно.

Нестационарное уравнение теплопроводности имеет вид [17]

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k\nabla T) + f(t), \quad (5)$$

где c — удельная теплоемкость, ρ — плотность тела, k — коэффициент теплопроводности, f — функция источника.

В осесимметричном случае получим

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k_r r \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k_z \frac{\partial T}{\partial z}) + f(t). \quad (6)$$

Также необходимо задать начальное распределение температуры

$$T(r, 0) = T_0(t) \quad (7)$$

и граничные условия первого и второго типа соответственно

$$T(r, t) = Q_1(t), \quad r \in \Gamma_1, \quad (8)$$

$$\frac{\partial T(r, t)}{\partial r} = Q_2(t), \quad r \in \Gamma_2, \quad (9)$$

где Γ_1, Γ_2 — участки границ моделируемых тел, $Q_1(t)$ — значение температуры, а $Q_2(t)$ — значение потока на соответствующем участке.

Кроме того, между внешним краем топливной таблетки и внутренним краем оболочки стоит условие теплообмена:

$$k_{r_1} \frac{\partial T(r_1, t)}{\partial n_1} = \beta(T(r_2) - T(r_1)), \quad r_1 \in \Gamma_3, \quad (10)$$

$$k_2 \frac{\partial T(r_2, t)}{\partial n_2} = \beta(T(r_1) - T(r_2)), \quad r_2 \in \Gamma_4, \quad (11)$$

где Γ_3 — внешний край топливной таблетки, Γ_4 — внутренний край оболочки, k_{r_1}, k_{r_2} — коэффициенты теплопроводности на соответствующих участках границ для таблетки и оболочки соответственно, β — коэффициент теплообмена.

3.3. Моделирование контактного взаимодействия

Рассмотрим модельную задачу для двух тел A и B , которые вследствие приложенных нагрузок P_A и P_B вошли в механический контакт (рис. 3). На поверхности контакта, которая обозначена Γ_C , должны быть выполнены два фундаментальных условия [8]:

1) Условие непроникновения тел друг в друга. Для выполнения этого условия введем понятие "зазора" между телами g и потребуем выполнения условия его неотрицательности [8]:

$$g^\alpha = \min_{\mathbf{x}^\beta \in \Gamma^\beta} (\mathbf{x}^\alpha - \mathbf{x}^\beta) \cdot \mathbf{n}^\alpha \geq 0, \quad \mathbf{x}^\alpha \in \Gamma^\alpha, \quad (12)$$

где Γ^α — поверхность тела A , обращенная к B , Γ^β — поверхность тела B , обращенная к A , $\mathbf{n}^\alpha$ — внешняя нормаль в точке $\mathbf{x}^\alpha$ к поверхности контакта для тела A , g^α — зазор между точкой $\mathbf{x}^\alpha$ и телом B . Контакт возникает тогда, когда хотя бы для одной точки тела A зазор равен нулю. Если же для всех точек A зазор положителен, то тела не находятся в контакте.

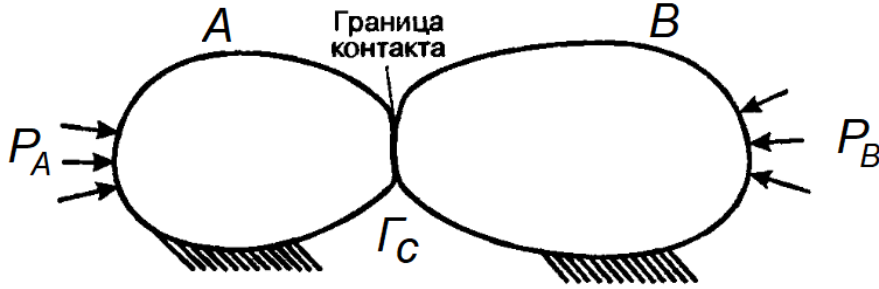


Рис. 3. Механический контакт двух тел

В случае если в начальной конфигурации тела уже касаются друг друга, то для учета первого контактного условия должно быть выполнено равенство нормальной компоненты перемещений на границе контакта Γ_C :

$$u_n^{(A)}|_{\Gamma_C} = u_n^{(B)}|_{\Gamma_C}. \quad (13)$$

2) Условие равного силового воздействия тел друг на друга вдоль Γ_C . Для учета второго контактного условия в случае отсутствия трения необходимо выполнение равенства нормальной компоненты напряжений вдоль контактной границы Γ_C :

$$\sigma_n^{(A)}|_{\Gamma_C} = \sigma_n^{(B)}|_{\Gamma_C}. \quad (14)$$

4. Численный метод

Основным численным методом, используемым в работе, является метод конечных элементов на треугольных элементах первого и второго порядков

[18, 19]. Согласно этому методу численное решение $\bar{u}$ представляется в виде разложения по базису конечномерного пространства: $\bar{u} = \sum_{i=1}^n N_i u_i$.

Определяющая система уравнений формируется с помощью принципа минимизации потенциальной энергии, в рамках которого исходную задачу можно представить в интегральной форме через функционал F . Функционал F зависит от искомых компонент перемещений и имеет следующий вид:

$$F = \Pi - A_1 - A_2 = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV - \int_V Q u dV - \int_S P u dS, \quad (15)$$

где A_1 — работа объемных сил Q , A_2 — работа поверхностных сил P , Π — потенциальная энергия деформации тел, u — вектор перемещений.

Первая вариация функционала (15) в рамках метода минимизации потенциальной энергии приравнивается к нулю. Тогда с учетом закона Гука и соотношений Коши в матричной форме первую вариацию от (15) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \delta F &= \delta \Pi - \delta A_1 - \delta A_2 = \delta \left(\frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T D \varepsilon dV \right) - \delta \left(\int_V Q \bar{u} dV \right) - \delta \left(\int_S P \bar{u} dS \right) = \\ &= \frac{1}{2} \delta \left(\int_V (\bar{u}^T B^T D B \bar{u} dV) \right) - \delta \left(\int_V Q \bar{u} dV \right) - \delta \left(\int_S P \bar{u} dS \right) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Разделим расчетную область на конечные элементы V_e , $e = \overline{1, m}$. Элементная матрица жесткости и элементный вектор правой части имеют вид

$$k^e = \int_{V^e} B_N^T D B_N dV, \quad (17)$$

$$f^e = \int_{V^e} (N^e)^T Q dV + \int_{S^e} (N^e)^T P dS, \quad (18)$$

где $B_N = B N$ — матрица производных от функций форм, а полная система линейных алгебраических уравнений примет вид

$$K u = F, \quad K = \sum_{e=1}^m k^e, \quad F = \sum_{e=1}^m f^e. \quad (19)$$

5. Учет контактного взаимодействия

Второй частью моделирования рассматриваемой задачи является учет контактного взаимодействия элементов конструкции твэла. Для этого в работе

использован метод множителей Лагранжа с независимой контактной границей. В рамках этого метода к функционалу потенциальной энергии Π из (15) добавляется интеграл вида

$$W_C = \int_{\Gamma_C} \Lambda \cdot (x^{(1)} - x^{(2)}) d\Gamma, \quad (20)$$

где Λ — функция множителей Лагранжа, Γ_C — контактная граница между контактирующими телами 1 и 2, $x^{(i)} = X^{(i)} + u^{(i)}$ — актуальные положения сходственных точек (то есть точек, между которыми минимальное расстояние) тел $i = 1, 2$ на поверхности контакта, $X^{(i)}$ и $u^{(i)}$ — исходные положения и получаемые перемещения сходственных точек соответственно.

Тогда к δF в (16) добавляется вариация контактного интеграла W_C

$$\delta W_C = \int_{\Gamma_C} \delta \Lambda \cdot (x^{(1)} - x^{(2)}) d\Gamma - \int_{\Gamma_C} \Lambda \cdot (\delta x^{(1)} - \delta x^{(2)}) d\Gamma. \quad (21)$$

Чтобы учесть интеграл (21) численно, разлагаем функцию Λ в виде $\Lambda \approx \sum \lambda_i N_{\lambda i}$, $i = \overline{1, k}$ где коэффициенты λ_i — множители Лагранжа, а функции $N_{\lambda i}$ образуют базис на контактной границе Γ_C и могут быть выбраны различными способами [12].

Тогда дискретизацию (21) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \delta W_C \approx & \int_{\Gamma_C} \left(\sum_{j=1}^{n^{(1)}} N_j^{(1)} (X_j^{(1)} + u_j^{(1)}) - \sum_{s=1}^{n^{(2)}} N_s^{(2)} (X_s^{(2)} + u_s^{(2)}) \right) \sum_{i=1}^k N_{\lambda i} \delta \lambda_i d\Gamma - \\ & - \int_{\Gamma_C} \sum_{i=1}^k N_{\lambda i} \lambda_i \left(\sum_{j=1}^{n^{(1)}} N_j^{(1)} \delta (X_j^{(1)} + u_j^{(1)}) - \sum_{s=1}^{n^{(2)}} N_s^{(2)} \delta (X_s^{(2)} + u_s^{(2)}) \right) d\Gamma, \quad (22) \end{aligned}$$

где $n^{(1)}, n^{(2)}$ — размерность базиса для первого и второго тела соответственно, $N_i^{(1)}, N_i^{(2)}$ — функции формы для первого и второго тела.

Так как в (21) коэффициенты δu_i и $\delta \lambda_i$ не зависят друг от друга, то в вектор неизвестных добавляются новые переменные по количеству используемых множителей Лагранжа.

Реализация алгоритма расчета с независимой контактной границей более подробно описана в [12].

6. Результаты моделирования

6.1. Взаимодействие топливной таблетки с оболочкой твэла в нормальном режиме

Проведем расчет численной модели твэла в двумерной осесимметричной пространственной постановке. Геометрические параметры модели указаны в

таблице 1. Топливная таблетка состоит из спрессованного порошка диоксида урана. Это керамический материал, обладающий высокой температурой плавления. Обезразмеренные параметры таблетки указаны в таблице 2. Оболочка топливных таблеток твэлов играет критическую роль в безопасности ядерного реактора. Она должна быть устойчивой к высоким температурам, коррозии, радиационному излучению и иметь хорошую теплопроводность. Обезразмеренные параметры оболочки указаны в таблице 3.

Коэффициент теплопередачи между топливной таблеткой и оболочкой равен $\alpha = 2.0475 \cdot 10^{-3}$. Также оболочку с внешней стороны охлаждает теплоноситель температурой 350 градусов. Таблетка закреплена по оси z , так как считаем, что снизу и сверху ее удерживают соседние таблетки. Тепловой поток сверху и снизу нулевой. На внешнюю границу оболочки давит теплоноситель, величина давления 3.1395.

Название	Значение
Диаметр центрального отверстия:	0
Наружный диаметр таблетки:	7.785
Высота таблетки:	10.5
Внутренний диаметр оболочки:	7.96
Наружный диаметр оболочки:	9.1
Угол фаски:	25
Высота фаски:	0.2
Плечо лунки:	0

Таблица 1. Нормальный режим. Геометрические параметры задачи

Название	Значение
Модуль Юнга:	40755
Коэффициент Пуассона:	0.3
Теплоемкость:	80.9118
Плотность:	$8.424 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент теплопроводности:	$3.08014 \cdot 10^{-4}$
Коэффициент линейного расширения:	$1 \cdot 10^{-5}$
Энерговыделение:	2.925

Таблица 2. Нормальный режим. Параметры топливной таблетки

В силу симметрии взята половина расчетной области. Всего элементов в топливной таблетке 540, в оболочке — 560.

На рис. 4 дано трехмерное представление распределения температуры в расчетной области, а на рис. 5 представлено распределение температуры в центре топливной таблетки в зависимости от времени. Как можно заметить, процесс выходит на стационарный режим примерно через $108 \cdot 10^6$ временных единиц работы твэла.

Название	Значение
Модуль Юнга:	17550
Коэффициент Пуассона:	0.33
Теплоемкость:	72.5
Плотность:	$5.109 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент теплопроводности:	$2.61877 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент линейного расширения:	$6.5 \cdot 10^{-6}$
Энерговыделение:	0

Таблица 3. Нормальный режим. Параметры оболочки

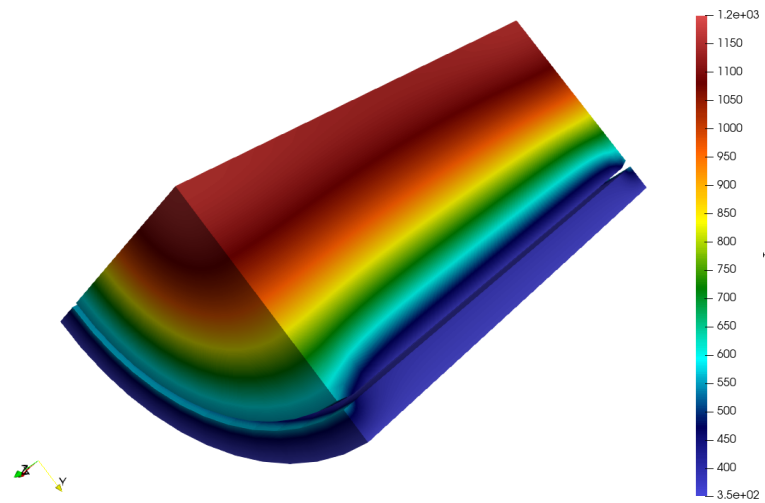


Рис. 4. Нормальный режим. Распределение температуры в расчетной области — трехмерное представление

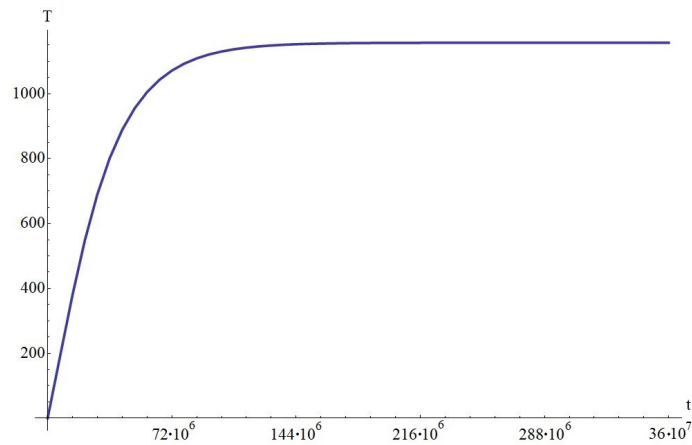
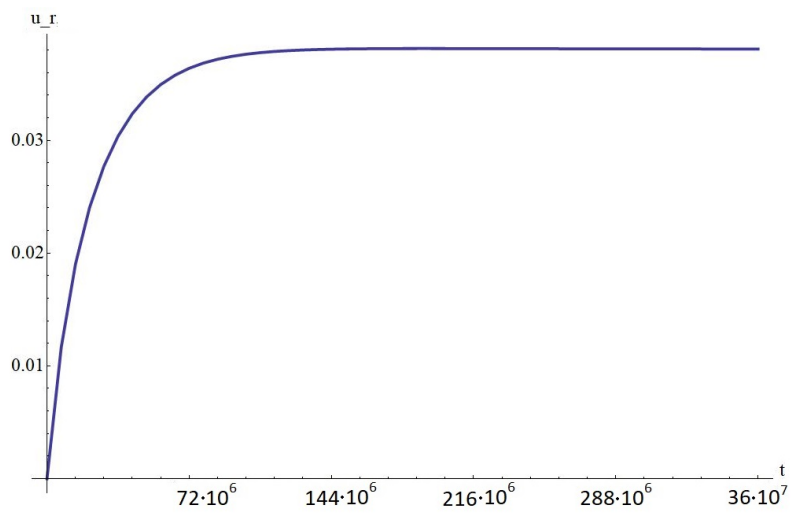


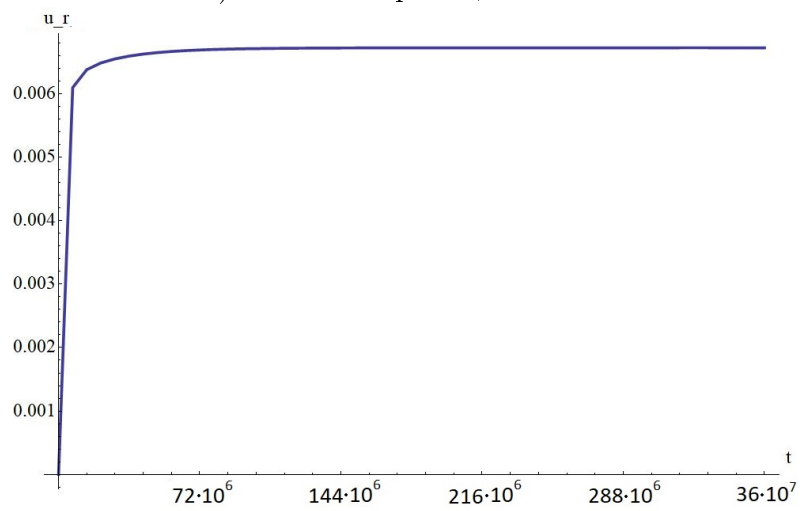
Рис. 5. Нормальный режим. Распределение температуры в центре топливной таблетки

На рис. 6 показано изменение радиальных перемещений на наружной границе топливной таблетки (верхняя панель), внутренней границе оболочки (средняя панель) и внешней границе оболочки (нижняя панель), в) в зависимости от времени.

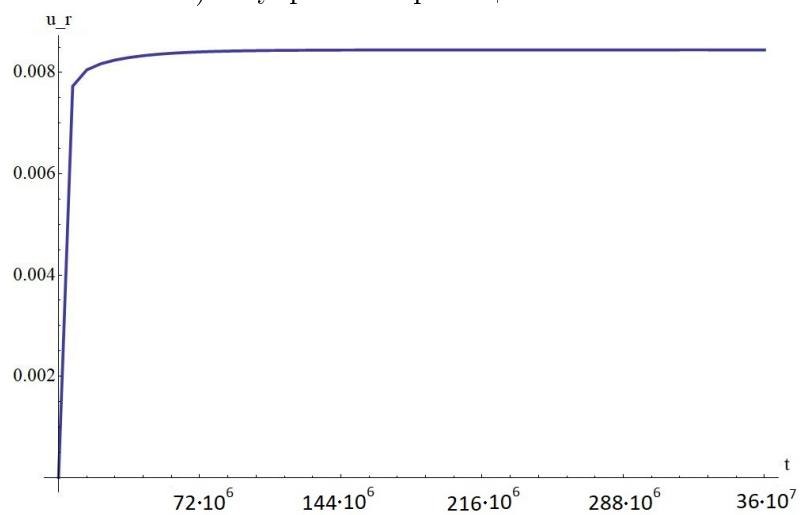
Аналогично на рис. 7 показано изменение радиальных напряжений на



а) Внешняя граница таблетки

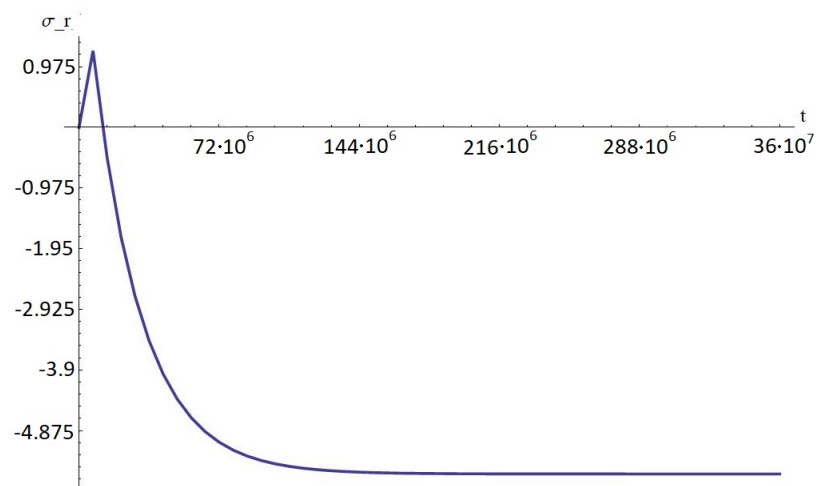


б) Внутренняя граница оболочки

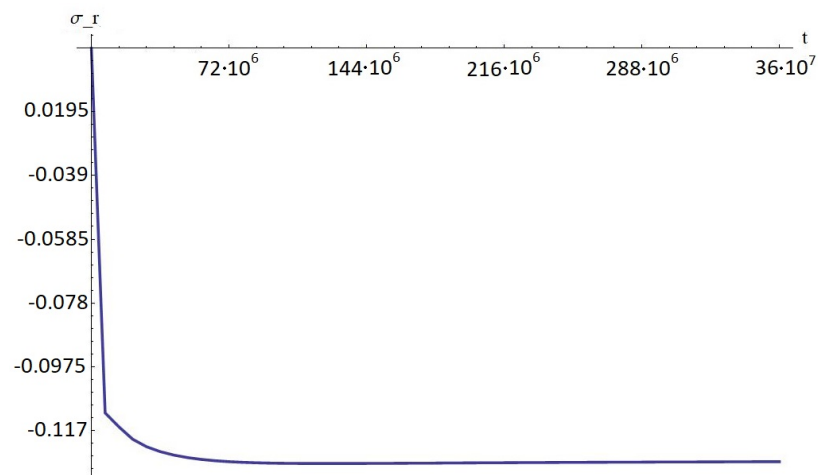


в) Внешняя граница оболочки

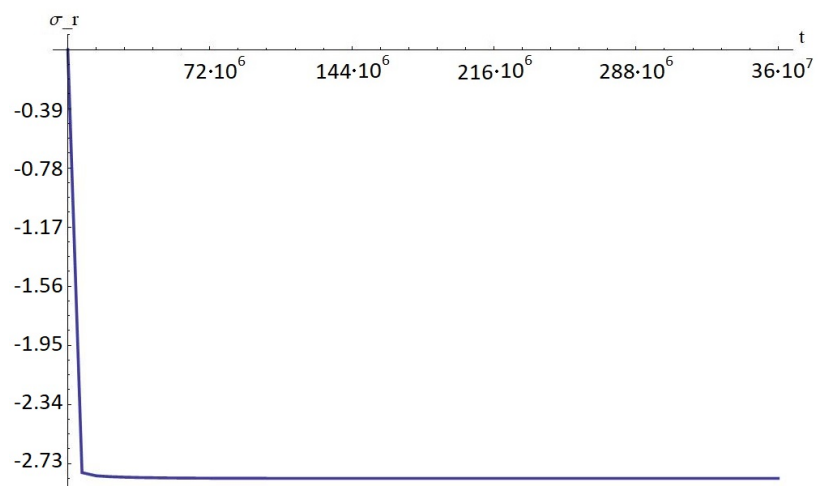
Рис. 6. Нормальный режим. Изменение радиальной компоненты перемещений в зависимости от времени



а) Внешняя граница таблетки



б) Внутренняя граница оболочки



в) Внешняя граница оболочки

Рис. 7. Нормальный режим. Изменение радиальной компоненты напряжений в зависимости от времени

внешней границе топливной таблетки (верхняя панель), внутренней границе оболочки (средняя панель) и внешней границе оболочки (нижняя панель) в зависимости от времени.

Заметим, что в указанном режиме тепловое расширение таблетки и оболочки не приводит к механическому контакту, что соответствует нормальным условиям эксплуатации твэла.

6.2. Взаимодействие топливной таблетки с оболочкой твэла во внештатном режиме

Исследуем внештатный режим работы твэла. Для этого проведем аналогичный предыдущему расчет с увеличенным диаметром топливной таблетки. Входные геометрические параметры остались прежними (таблица 1) за исключением наружного диаметра топливной таблетки, здесь он равен 7.94.

Коэффициент теплопередачи между топливной таблеткой и оболочкой и граничные условия также указаны выше.

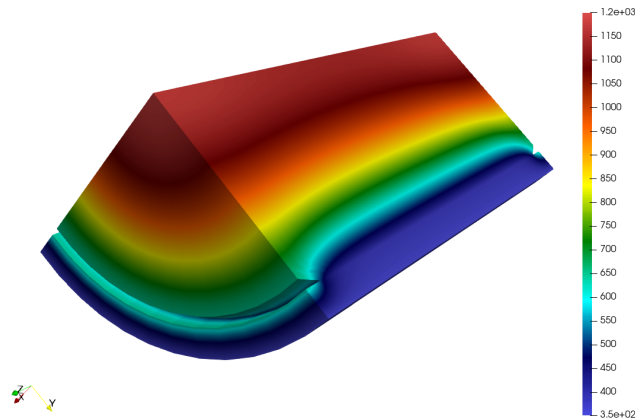


Рис. 8. Внештатный режим. Распределение температуры в расчетной области — трехмерное представление

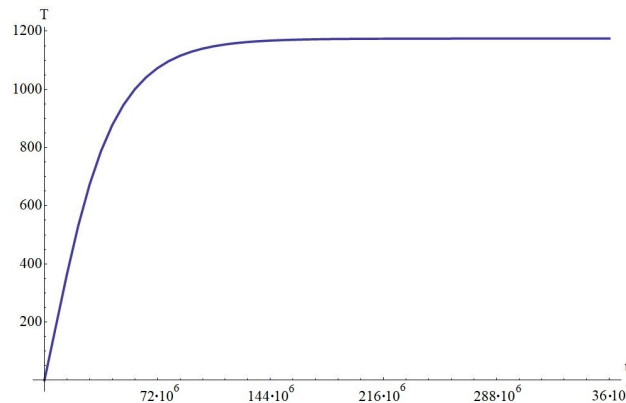
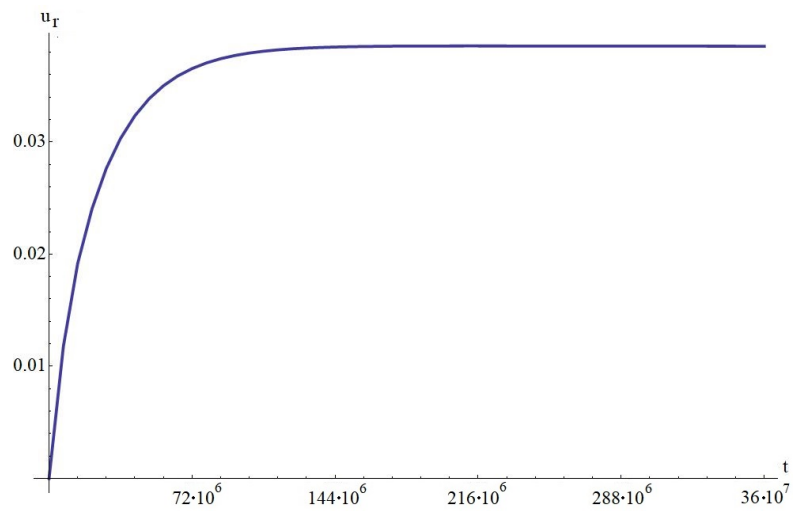
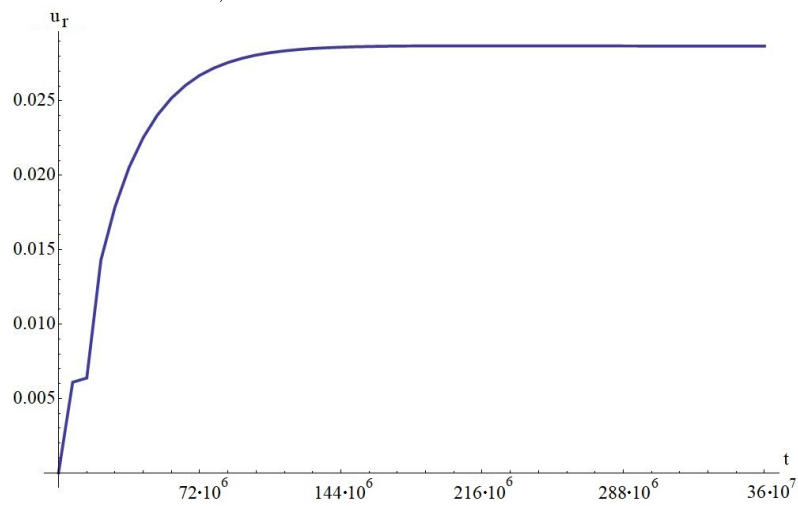


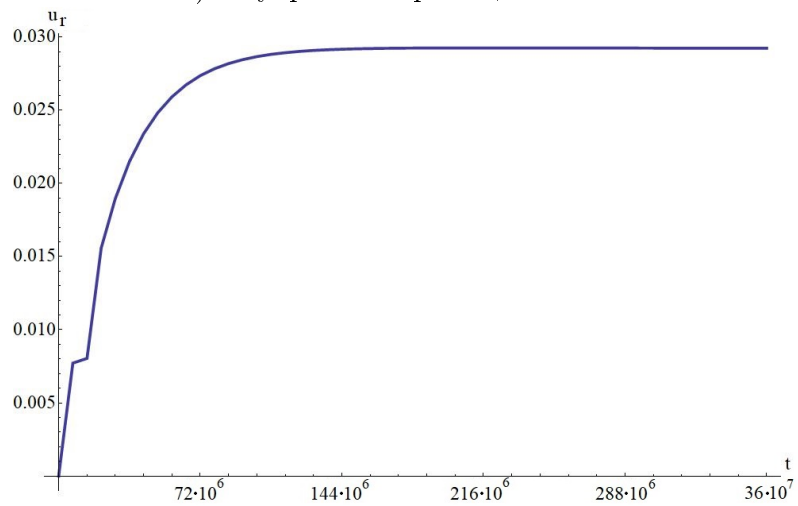
Рис. 9. Внештатный режим. Зависимость температуры в центре топливной таблетки от времени



а) Внешняя граница таблетки

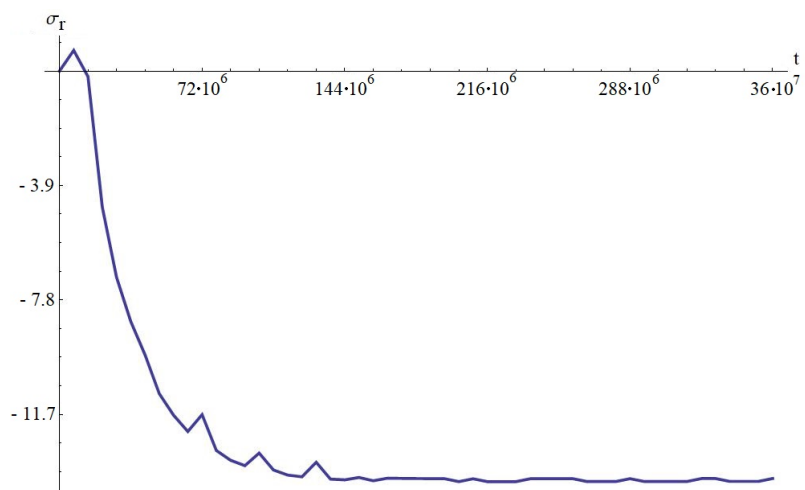


б) Внутренняя граница оболочки

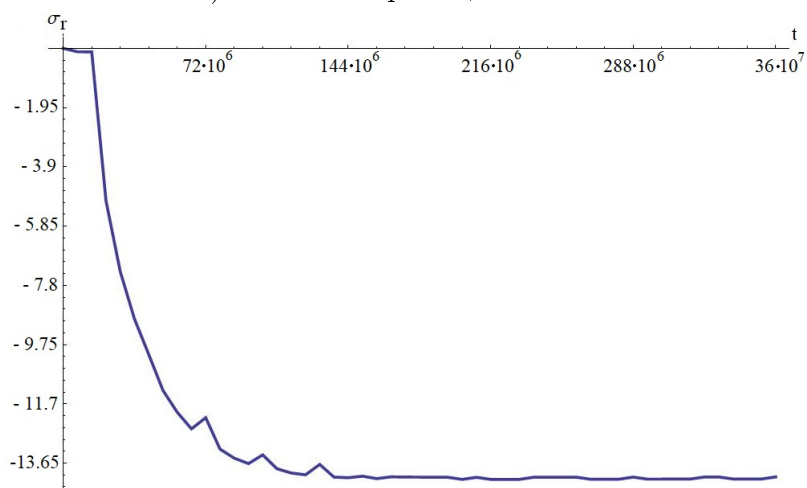


в) Внешняя граница оболочки

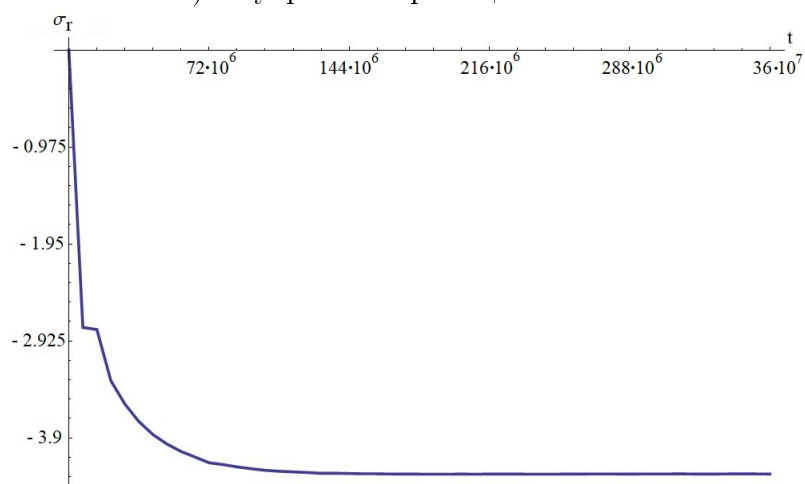
Рис. 10. Внестатный режим. Изменение радиальной компоненты перемещений в зависимости от времени



а) Внешняя граница таблетки



б) Внутренняя граница оболочки



в) Внешняя граница оболочки

Рис. 11. Внештатный режим. Изменение радиальной компоненты напряжений в зависимости от времени

В силу симметрии рассмотрена половина расчетной области. Всего элементов в топливной таблетке 914, в оболочке — 560.

На рис. 8 дано трехмерное представление распределения температуры в расчетной области, а на рис. 9 представлено распределение температуры в центре топливной таблетки в зависимости от времени. Как можно заметить, процесс выходит на стационарный режим примерно через $108 \cdot 10^6$ временных единиц работы твэла.

На рис. 10 показано изменение радиальных перемещений на наружной границе топливной таблетки (верхняя панель), внутренней границе оболочки (средняя панель) и внешней границе оболочки (нижняя панель), в зависимости от времени.

Аналогично на рис. 11 показано изменение радиальных напряжений на внешней границе топливной таблетки (верхняя панель), внутренней границе оболочки (средняя панель) и внешней границе оболочки (нижняя панель) в зависимости от времени.

В указанном режиме тепловое расширение таблетки и оболочки приводит к механическому контакту, а также деформациям топливной таблетки и оболочки. Таблетка через $14.4 \cdot 10^6$ временных единиц работы твэла вступает в механический контакт, сам момент вступления замечен в виде "ступеньки" (рис. 10, б, в). Так как добавилось контактное взаимодействие таблетки и оболочки, расширение первой замедлилось, но ненадолго, около $108 \cdot 10^6$ временных единиц работа вышла на стационарный режим.

7. Заключение

Рассмотрена математическая модель фрагмента тепловыделяющего элемента ядерного реактора, включающего топливную таблетку и оболочку, в двумерной осесимметричной постановке. Модель включает в себя уравнения теории упругости, уравнение теплопроводности, а также условия термомеханического контакта на поверхности таблетки и оболочки. Для численного моделирования напряженно-деформированного состояния системы разработан численный метод решения контактных задач механики деформируемого твердого тела, основанный на методе множителей Лагранжа и построении независимой контактной границы между телами. Метод разработан в вариантах для конечных элементов разного порядка, различных пространственных постановок задачи. Расчеты моделируют два режима эксплуатации тепловыделяющего элемента: нормальный и внештатный. Проведенные расчеты показали, что при внештатном режиме возникает механический контакт между топливной таблеткой и оболочкой твэла, который ведет к деформации обоих элементов конструкции и существенному изменению тепловых полей.

Список литературы

- [1] Черепнин Ю.С., Слободчиков А.В. и др. Работоспособность ТВС РБМК-1000 первой очереди после восстановления ресурсных характеристик // Атомная энергия. 2017. Т. 123, вып. 5. С. 296–300.
- [2] Сальников Л.И. Оценка технических возможностей использования отработавших тепловыделяющих сборок реактора ВВЭР-1200 в качестве источника гамма-излучения для радиационно-технологических процессов / Л.И. Сальников, И.Е. Рубин, Н.А. Тетерева и др // Весці НАН Беларусі, сер. фіз.-тэхн. навук. 2014. № 2. С. 39–44.
- [3] Бойко В.И., Колпаков Г.Н., Селеванникова О.В. Топливные материалы в ядерной энергетике. Томск: Изд-во Томск. политехн. ун-та, 2008. 185 с.
- [4] Колпаков Г.Н., Селиваникова О.В. Конструкции твэлов, каналов и активных зон энергетических реакторов. Томск: Изд-во Томск. политехн. ун-та, 2009. 118 с.
- [5] Тутнов Ан.А., Тутнов А.А., Ульянов А.И. PULSAR-2: Математическое моделирование теплофизических процессов в твэлах реакторов // Атомная энергия. 1994. Т. 76. № 5. С. 411–417.
- [6] Алехин В.В., Аннин Б.Д., Коробейников С.Н. Численное решение нелинейных осесимметричных задач с учетом контактных взаимодействий // Прикладные задачи механики сплошных сред: Сб. статей / Воронеж: Воронеж. гос. ун-т. 1999. С. 21–28.
- [7] Алехин В.В., Коробейников С.Н. Алгоритм решения трехмерных контактных задач методом конечных элементов // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы 13 Межреспубл. конф. Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. механики СО РАН, 1995. С. 4–12.
- [8] Wriggers P. Computational Contact Mechanics. Berlin: Springer, 2006. 521 p.
- [9] Chandrasekaran N., Haisler W.E., Goforth R.E. Finite element analysis of Hertz contact problem with friction // Finite Elements in Analysis and Design, 1987. V.3. Pp. 39–56.
- [10] Галанин М.П., Лукин В.В., Родин А.С., Глизнуцина П.В. Сравнение вариантов метода множителей Лагранжа для решения двумерных контактных задач // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия "Естественные науки". 2017. № 5. С. 35–48.
- [11] Аронов П.С., Галанин М.П., Родин А.С. Математическое моделирование контактного взаимодействия элементов твэла с учетом ползучести на основе mortar-метода // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 110. 24 с.

- [12] Галанин М.П., Лукин В.В., Соломенцева П.В. Сравнение способов аппроксимации функции множителей Лагранжа при решении контактных задач методом с независимой границей контакта // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2022. № 6(105). С.17–32.
- [13] Козлов А.В. Разработка усовершенствованного дисперсионного ТВЭЛа для высокопоточного реактора СМ: Дис. канд. техн. наук 05.14.03 / Козлов А.В. Москва. 2016. 140 с.
- [14] Галанин М.П., Родин А.С. Решение связанной задачи о термомеханическом контакте элементов твэла // Прикл. мех. техн. физ. 2024. Т. 65, вып. 2. С. 99–109.
- [15] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 560 с.
- [16] Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 416 с.
- [17] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во Московского университета, 2013. 798 с.
- [18] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 543 с.
- [19] Сагдеева Ю.А., Копысов С.П., Новиков А.К. Введение в метод конечных элементов. Ижевск: Изд-во «Удмуртский университет», 2011. 44 с.
- [20] Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: СО РАН, 2000. 262 с.
- [21] Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974. 319 с.
- [22] Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высш. школа, 1979. 432 с.

Содержание

1. Введение	3
2. Задача о контакте элементов конструкции тепловыделяющего элемента	4
3. Определяющие соотношения математической модели	5
3.1. Фундаментальные соотношения теории упругости	5
3.2. Уравнение теплопроводности	7
3.3. Моделирование контактного взаимодействия	8
4. Численный метод	8
5. Учет контактного взаимодействия	9
6. Результаты моделирования	10
6.1. Взаимодействие топливной таблетки с оболочкой ТВЭЛа в нормальном режиме	10
6.2. Взаимодействие топливной таблетки с оболочкой ТВЭЛа во внештатном режиме	15
7. Заключение	18
Список литературы	19