

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 5 за 2025 г.</u>



А.В. Плеханов

ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Постановка задачи

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Плеханов А.В. Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Постановка задачи // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2025. № 5. 38 с. EDN: <u>JSVMDF</u> <u>https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-5</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

А.В. Плеханов

МЕХАНИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МЕТАЕМОГО ТЕЛА СО СТЕНКАМ КАНАЛА РЕЛЬСОВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО УСКОРИТЕЛЯ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

А.В. Плеханов

Механическое взаимодействие метаемого тела со стенками канала рельсового электромагнитного ускорителя. Постановка задачи

Рассмотрены некоторые особенности создания рельсовых электромагнитных ускорителей с силовой оболочкой из композиционных материалов. На примере ускорителей, созданных рядом фирм США и Европы, показано, что при надлежащем выборе материалов такие конструкции способны обеспечить высокую жесткость, необходимую для разгона метаемого тела до высоких скоростей. Отмечено, что при высоких скоростях возрастает роль нестационарных явлений, связанных с возникновением и распространением колебаний в элементах ускорителя и их взаимодействием с движущимся метаемым телом.

Описаны наиболее распространенные модели механического взаимодействия метаемого тела со стенками канала ускорителя, которые позволяют при некоторых упрощениях получить аналитические соотношения, связывающие прогиб рельса с основными характеристиками канала ускорителя и скоростью метаемого тела. Дан краткий обзор численных методов исследований колебания элементов канала ускорителя, возникающих при движении метаемого тела, и приведены некоторые результаты, полученные с их помощью. Рассмотрены пути снижения воздействия колебаний на работу ускорителя.

Ключевые слова: рельсовый электромагнитный ускоритель, композитная силовая оболочка, колебание рельсов

A.V. Plekhanov

Mechanical interaction of a projectile body with a bore walls of an electromagnetic accelerator. Formulation problem

Some features of creating rail electromagnetic accelerators with a power shell made of composite materials are considered. Using the example of accelerators created by a number of US and European companies, it is shown that with the proper choice of materials, such designs are capable of providing the high rigidity necessary to accelerate the projectile body to high velocities. It was found that at high velocities the role of non-stationary phenomena associated with the occurrence and propagation of vibrations in the accelerator elements and their interaction with the moving projectile body increases.

The most common models of mechanical interaction of the projectile body with the walls of the accelerator channel are described, which, with some simplifications, allow obtaining analytical relationships linking the rail deflection with the main characteristics of the accelerator channel and the velocity of the projectile body. A brief review of numerical methods for studying of the accelerator channel elements vibrations that occur during the movement of the projectile body is given, and some results obtained with their help are presented. Ways to reduce the impact of vibrations on the operation of the accelerator are considered.

Key words: rail electromagnetic accelerator, composite power shell, rail vibrations

1. Введение

Одним из перспективных устройств, позволяющих обеспечить телу высокие скорости, превосходящие скорости обычных метательных устройств на химических составах, является электромагнитный рельсовый ускоритель (ЭМРУ) [1], принципиальная схема которого приведена на рис. 1. Он состоит из токопроводящих параллельных рельсов, одновременно выполняющих роль направляющих для метаемого тела, межрельсовых изоляторов и силовой оболочки, удерживающей рельсы и изоляторы в процессе работы. Источник электрической энергии и системы коммутации и управления для простоты на схеме не показаны. Метаемое тело включает в свою конструкцию якорь, поддон и полезную нагрузку. Якорь может быть металлическим, в виде плазмы или комбинированным.

При протекании тока по рельсам вокруг них индуцируется магнитное поле (*B*), которое взаимодействует с током, протекающим в якоре (*J*). В результате этого взаимодействия возникает сила Ампера, которая действует на якорь, разгоняя его вместе с поддоном и полезной нагрузкой. Величина ускоряющей силы пропорциональна квадрату тока в якоре и градиенту индуктивности рельсов.



Рис. 1. Принципиальная схема рельсового электромагнитного ускорителя.

Силовая оболочка, охватывающая рельсы и изоляторы (основные элементы ЭМ ускорителя рельсового типа), должна противостоять высоким механическим напряжениям, возникающим в элементах конструкции ускорителя, удерживать геометрические размеры канала постоянными или почти постоянными в процессе разгона и обеспечивать их восстановление до близких к начальным после разгона, что является необходимым условием выполнения повторных ускорений без разборки конструкции.

К стендовым ЭМ ускорителям не предъявляется каких-либо требований по массе и габаритам и их силовая оболочка может представлять собой массивную конструкцию, например, из двух пластин из нержавеющей стали, скрепленных болтами. Целевые ЭМ ускорители должны в процессе эксплуатации иметь возможность вращаться вокруг своих осей в различных плоскостях и их масса может ограничиваться для уменьшения момента инерции вращающейся части конструкции. Кроме того, предполагается размещать установки на основе ЭМ ускорителей на подвижных платформах, что также налагает ограничения на массу и габариты как всей установки, так и ее отдельных элементов. В этой связи представляют интерес силовые оболочки, выполненные ИЗ композиционных материалов, имеющих плотность более чем в пять раз ниже плотности сталей.

2. Краткий обзор работ по созданию ускорителя с композитной силовой оболочкой

Работы по разработке ЭМ ускорителей с силовой оболочкой из композиционных материалов проводились и проводятся многими фирмами, исследовательскими центрами и лабораториями.

Из наиболее ранних можно отметить работы сотрудников Лос-Аламосской национальной лаборатории (ЛАНЛ), США, которые спроектировали, изготовили и испытали серию ЭМ рельсовых ускорителей с каналом большого калибра (до 110 мм) и силовой оболочкой из

4

композиционных материалов, предназначенных для разгона тяжелых тел до высоких скоростей при работе с токами до 4 МА [2].

Экспериментально получено, что в процессе разгона (рис. 2): а) наблюдалось взаимодействие метаемого тела со стенками канала и б) за счет неравномерного нагружения рельсов и боковых стенок канала между ними образовывались щели, в которых накапливались продукты эрозии материалов метаемого тела и стенок канала. Это приводило к изменению характера протекания тока на границе рельс–якорь при использовании металлического якоря и шунтированию тока, подведенного к ускорителю, и прорыву части плазмы в пространство перед метаемым телом в случае использования плазменного якоря.



Рис. 2. Иллюстрация вероятного механизма взаимодействия метаемого тела с рельсами [2].

Предположили, что отмеченные выше недостатки могут быть преодолены за счет повышения жесткости конструкции, которое достигается путем применения высокомодульных материалов и создания предварительного обжатия элементов, образующих канал ускорителя.

Различные конструкторские группы решали эти задачи разными путями.

Так ЛАНЛ при разработке ускорителей второго поколения HYMASS и HYMASS II (рис. 3) [3] необходимую жесткость конструкции намеревались обеспечить за счет расположения позади рельсов стальных пластин, которые, как предполагалось, должны были уменьшить отклонение рельсов за счет

увеличения инерции сборки «рельс/пластина», а предварительное обжатие элементов ускорителя достигнуть с помощью силовой оболочки из кевлара, изготовленной методом непрерывной намотки ленты из нитей под натяжением. На практике не удалось обеспечить требуемую конструкторами степень предварительного обжатия элементов конструкции, так как лента рвалась при большом натяжении, внутренние слои раздавливались и не работали с требуемой эффективностью.



Рис. 3. Поперечное сечение ускорителя HIMASS II [3].

Центр Электромеханики техасского университета (ЦЭМ УТ) при разработке стендового на один опыт ускорителя рельсового типа с дульной кинетической энергией полезной нагрузки 9 МДж при скорости 2,4 - 4,0 км/с предложил другие подходы для обеспечения предварительного обжатия сердцевины (под сердцевиной в данной работе подразумевается сборка, состоящая из рельсов и межрельсовых изоляторов): горячая посадка и Эксперименты гидравлическое обжатие. на полумасштабном макете показали, что при горячей посадке трение ускорителя на границе керамика/сталь и разница в коэффициентах температурного расширения рассматриваемых материалов могут затруднить обеспечение однородного предварительного обжатия набора керамических дисков. Также в этом случае могут возникнуть трудности разборки конструкции. Остановились на гидравлическом методе, который не обеспечивает такой жесткости, как метод горячей посадки, но свободен от тепловых проблем и обеспечивает возможность более легкой разборки конструкции после снятия давления. Поперечное сечение ускорителя показано на рис. 4 [4].



Рис. 4. Поперечное сечение стендового рельсового ускорителя ЦЭМ УТ [4].

В течение нескольких лет ЦЭМ УТ на ускорителе описанной выше конструкции длиной 10 м с диаметром канала 90 мм провел большое число испытаний различных типов полезной нагрузки, поддонов и якорей. Результаты 51 опыта обобщены в работе [5].

Проделанная работа показала высокую эффективность спроектированного и изготовленного стендового рельсового ускорителя и экспериментально подтвердила справедливость основных принципов, заложенных в его разработку.

С продвижением технологии рельсового ускорителя от стендовых установок к подвижным системам ЦЕМ УТ спроектировал новую более легкую и жесткую конструкцию. Целью работы являлась постройка ускорителя с диаметром канала 90 мм и дульной кинетической энергией метаемого тела 9 МДж при обеспечении сравнимой жесткости по отношению к 90 мм рельсовому ускорителю ЦЭМ УТ с гидравлическим предварительным обжатием при меньших массе и объеме конструкции [6], [7]. Фаза изготовления включала постройку полноразмерного ускорителя длиной 7 м с диаметром канала 90 мм и версии меньшего масштаба длиной 3 м с диаметром канала 30 мм.

90 мм канал рельсового ускорителя с силовой оболочкой из набора пластин спроектирован для работы с пиковым током 3,2 МА и общим интегралом тока 3×10^{10} A²c за опыт при работе от компульсатора в качестве источника электрической энергии в режиме проведения множества ускорений. Легкий ускоритель имел активную длину 7,2 м (общая длина 7,7 м) с номинальным внешним диаметром 32,5 см и массу около 3 300 кг (около 428 кг/погонный метр ускорителя). Эта конструкция обеспечила снижение массы на порядок и шестикратное уменьшение объема при близкой жесткости и выходных характеристиках конструкции по сравнению со стендовым ускорителем.

Изометрический вид конструкции целевого рельсового ускорителя с диаметром канала 90 мм показан на рис. 5 [6].

Предварительное обжатие элементов, формирующих канал ускорителя, обеспечивалось вулканизацией при повышенной температуре эпоксидной резины, нагнетаемой гидравлическим аккумулятором под давлением около 18 МПа в термоусадочную трубку из тефлона (рис. 5).

90 Ускорительная была система с каналом диаметром MM укомплектована отправлена В Научно-исследовательский Центр И Вооружений Армии США (U.S. Army Armament Research Development and Engineering - ARDEC) для проверки ее характеристик. О публикации результатов экспериментальных исследований ускорителя в открытых источниках автору данной работы неизвестно.



Рис. 5. Изометрический вид канала рельсового ускорителя ЦЭМ УТ для мобильной установки [6].

Фирма Дженерал Атомикс (General Atomics - GA), США, разработала конструкцию перспективного электромагнитного ускорителя (ПЭМУ) с применением запатентованного GA процесса изостатической нагрузки ее элементов [8]. Рис. 6 [9] показывает поперечное сечение ускорителя, состоящего из проводящих рельсов, изоляторов и внешней высокопрочной силовой оболочки, выполненной методом намотки стекловолокон. Элементы (рельсы И изоляторы) поддерживались канала с помощью гидроизоляционной мембраны И вставлялись BO внешнюю трубу. В пространство гидроизоляционной мембраной И внешней между сдерживающей трубой инжектировалась эпоксидная резина под высоким давлением, гидравлически предварительно обжимались элементы ствола. Это приводило внешнюю трубу в состояние растяжения, а элементы канала – в состояние высокого равномерного радиального обжатия. Предварительное

напряжение поддерживалось вулканизацией резины под давлением, а после повторяющихся ускорений восстанавливалось за счет упругой деформации внешней силовой оболочки.



Рис. 6. Структура ПЭМУ, построенная с помощью запатентованного GA процесса изостатической предварительной нагрузки элементов [9].

В открытом доступе размещены многочисленные фотографии ПЭМУ, но автору неизвестны результаты ее испытаний.

IAP Research, Incorporation, Дейтон, Оклахома, CIIIA (IAP), основываясь на разработанных и испытанных ею технологиях, представила конструкцию так называемого авторами «почти полностью металлического» ускорителя [10]. Название произошло из того факта, что примерно 98% массы конструкции и 95% его объема выполнены из металла. В ускорителе исключено применение керамик в качестве изоляторов и структурных элементов силовой оболочки из-за их хрупкости и плохой теплопроводности. Ускоритель имел канал квадратного сечения со стороной 90 мм и рассчитан на работу с током амплитудой 3,8 МА. При пиковых нагрузках максимальное начальных размеров превышало 1%. отклонение канала OT не что подтверждено конечно-элементными расчетами. Масса конструкции длиной 7 м оценивалась в 2 600 кг (370 кг/м).

Поперечное сечение предлагаемой конструкции показано на рис. 7. Для распределения тока и ускоряющей силы по длине ускоряемой сборки применялись многослойные рельсы вместе со сдвоенным якорем.



Рис. 7. Поперечное сечение «почти металлического» ускорителя фирмы IAP [10].

Продольная жесткость обеспечивалась за счет предварительного напряжения структурных пластин ускорителя при сжатии растяжками, как показано на рис. 8. В этом случае пластины ведут себя, как если они были бы одним твердым элементом. Это обеспечивало прямолинейность канала лучше, чем 3 мм/1м.

Предварительное обжатие элементов ускорителя обеспечивалось гидравлическими клиньями.

Эксперименты, проведенные с макетом рельсового ускорителя длиной примерно 1 м и каналом квадратного сечения со стороной 60 мм [11], валидировали концепцию конструкции, предложенную фирмой IAP.



Рис. 8. Обеспечение сжатия слоистой структуры приводит к тому, что она ведет себя как монолитная твердая система [10].

Фирма СПАРТА (SPARTA), США, спроектировала, изготовила и испытала перспективный рельсовый ЭМ ускоритель для Армии США [12]. Его длина равнялась 7 м, а диаметр канала составлял 90 мм. Особенностями конструкции ускорителя являлись чрезвычайно высокая жесткость канала и обеспечение высокого предварительного напряжения элементов конструкции. Указанные уникальные характеристики достигались за счет применения перспективных материалов и инженерных решений, которые включали: применение высокомодульных материалов для изоляторов, высокопрочных материалов для силовой оболочки на основе углепластиков и применение межтрубной гидравлики при давлениях 138 МΠа ЛЛЯ предварительного обжатия элементов конструкции. Это позволило

уменьшить массу ускорителя на 50-80% по сравнению с традиционными стендовыми конструкциями.

Рис. 9 иллюстрирует осевое поперечное сечение рельсового ускорителя. Гидравлическая система высокого давления обеспечивала необходимую предварительную нагрузку для сдерживания динамического давления плазмы и расталкивания рельсов в течение ускорения.



Рис. 9. Поперечное сечение ускорителя фирмы СПАРТА [12].

В работе [13] проведено сравнение возможностей силовых оболочек различных конструкций. Показано, что силовые оболочки из стекловолокон хорошо подходят для малокалиберных ускорителей (диаметр канала 15 мм) с малой величиной вводимой энергии (погонная расталкивающая сила между рельсами ниже 3 МН/м; погонная расталкивающая сила определена в упомянутой работе как величина, равная $\frac{F_y}{z} = \frac{LJ^2}{(2z)}$, где F_y – сила,

расталкивающая рельсы, *L*` – градиент индуктивности рельсов, *J* – ток в цепи ускорителя, *z* – калибр канала ускорителя).

Для рельсовых ЭМ ускорителей среднего калибра (диаметром 30 – 50 мм), работающих в условиях погонной расталкивающей силы порядка 20 МН/м, применение силовой оболочки из стекловолокон приводит к возникновению малого по величине, но постоянного от опыта к опыту изменения геометрических размеров канала ускорителя после каждого разгона, и это изменение связано с деформацией оболочки. Для повышения жесткости ЭМ ускорителя в работе [13] предложена конструкция силовой оболочки, выполненная из трех слоев композиционного материала: внутренний и внешний слои толщиной по 5 мм каждый изготовлены из стекловолокон, средний толщиной 25 мм – из углеволокон. Вид ускорителя с упомянутой силовой оболочкой показан на рис. 10. Эксперимент с ускорителем длиной 6 м и калибром 50 мм с трехслойной силовой оболочкой при величине погонной расталкивающей силы 17 МН/м показал, что после опыта калибр канала увеличился на 1,8 мм. Авторы полагают, что применение перспективных волокон Zylon фирмы Toyobo Co., LTD, имеющих высокие прочность на разрыв (5,8 ГПа) и модуль упругости (280 ГПа), позволит повысить жесткость ускорителя. Конечно-элементные расчеты показали, что трехслойная силовая оболочки из волокон Zylon (слои намотаны под разными углами) толщиной 40 мм позволит обеспечить максимальное перемещение оболочки не выше 0,8 мм при погонной расталкивающей силе 21 МН/м.

Таким образом, расчетами и экспериментами показано, что силовые оболочки из композиционных материалов способны обеспечить высокую жесткость ЭМ ускорителя при надлежащем выборе материалов и конструкции устройства.



Рис. 10. Поперечное сечение ЭМ ускорителя с силовой оболочкой, выполненной из трех слоев композиционного материала (стекловолокно, углеволокно, стекловолокно) [13].

Проведенный краткий анализ различных подходов к проектированию ЭМ ускорителя рельсового типа показал, что основное внимание разработчиков обращено на создание жестких ускорителей, априори считается, что чем большей жесткостью обладает конструкция, тем лучше. При этом большинство численных анализов напряженно-деформированного состояния конструкции выполнено с использованием стационарных методов подход) без рассмотрения (консервативный расчета нестационарных явлений. Однако известно, что при движении фронта давления по метательному устройству [14] в нем генерируются волны изгиба, которые распространяются в элементах, образующих канал конструкции. При достижении метаемым телом скорости распространения изгибных волн наступает резонанс, приводящий к значительному усилению напряжений и деформаций, возникающих в элементах конструкции. Это может привести к ускоренному износу или даже к разрушению конструкции. Следовательно, нестационарные процессы важны при проектировании ускорителей, особенно если они представляют составную конструкцию, сложную выполненную ИЗ материалов с различными физико-механическими свойствами. Сказанное также относится к ЭМ рельсовому ускорителю, где инициатором возникновения волн является движущаяся граница приложения электромагнитных сил, толкающих якорь и расталкивающих рельсы.

В последнее время вопросам нестационарного взаимодействия метаемого тела с рельсами ЭМ ускорителя уделяется большое внимание. Развиваются как аналитические, так и численные подходы.

3. Аналитические модели механического взаимодействия метаемого тела со стенками канала ускорителя

Развитие аналитических подходов основывается на идеализированном предположении, что рельсовый ускоритель можно представить как балку, лежащую на упругом основании (рис. 11), где рельс – это балка, а поддержка со стороны изоляционного материала и силовой оболочки моделируется как упругое основание. Исследуется реакция балки на воздействие подвижной нагрузки. Обычно предполагается, что скорость нагрузки постоянная. Принятые допущения позволяют В некоторых случаях получить аналитические решения, связывающие прогиб балки с геометрическими размерами и свойствами материала балки, величиной и скоростью движения нагрузки и жесткостью основания.



Рис. 11. Система координат и расчетная модель (*w*-прогиб по координате *y*, *q* – давление, *V* – скорость метаемого тела в направлении оси *x*, *k* – жесткость поддержки).

Обычно рассматривают три модели балки (см., например, [15]): Бернулли-Эйлера, Рэлея и Тимошенко.

В классической теории Бернулли - Эйлера предполагается, что: 1) поперечные сечения балки, плоские и перпендикулярные оси балки до деформации, во время изгиба остаются плоскими и перпендикулярными деформационной оси стержня, 2) нормальные напряжения на площадках, параллельных оси, пренебрежимо малы, то есть продольные сечения сопротивляются изгибу независимо, не оказывая влияния друг на друга, 3) инерцией вращения элемента балки при изгибе пренебрегается. В теории Рэлея учитывается инерция вращения элемента балки при изгибе, что приводит к изменению выражения для ее кинетической энергии, а в теории Тимошенко дополнительно предполагается, ЧТО поперечные сечения остаются плоскими, но не перпендикулярными деформированной оси балки. Последнее обстоятельство приводит к дополнительным слагаемым при расчете потенциальной энергии балки.

Упругое основание чаще всего моделируется в соответствии с гипотезой Винклера, согласно которой если балка лежит на упругом основании, то последняя развивает реактивное давление (p) тем больше, чем больше прогиб балки (p = -kw, где k – модуль упругости основания, w – прогиб балки).

Уравнения динамики однородной балки, покоящейся на упругом основании, могут быть получены из вариационного принципа Гамильтона-Остроградского и для каждой из рассматриваемых моделей имеют следующий вид (к уравнениям работы [15], полученным для свободных колебаний балки, добавлена расталкивающая рельсы сила, возникающая за счет протекания в них токов в противоположных направлениях):

для модели Бернулли – Эйлера

$$\rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + IE \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + kw = q[1 - H(x - Vt)], \qquad (1)$$

для модели Рэлея

$$\rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + IE \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \rho I \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + kw = q[1 - H(x - Vt)], \qquad (2)$$

для модели Тимошенко

$$\begin{cases} \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \chi GF \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + kw = q[1 - H(x - Vt)], \\ \rho I \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - IE \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \chi GF \left(\varphi - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0. \end{cases}$$
(3)

Здесь введены следующие обозначения: F, ρ – площадь поперечного сечения и плотность материала балки соответственно, w(x,t) – поперечный прогиб средней линии балки, $\varphi(x,t)$ – угол поворота сечения, I – момент инерции сечения балки на поворот, E, G – модули упругости на сжатие и сдвиг соответственно, k – модуль упругости основания (при моделировании основания в соответствии с гипотезой Винклера), q – нагрузка, действующая на единицу длины балки, H – ступенчатая функция Хевисайда,

 $H(x-Vt) = \begin{cases} 1, ecnu \ x > Vt \\ 0, ecnu \ x \le Vt', \ \chi - коэффициент Тимошенко (для балки постоянного поперечного сечения <math>\chi = 5/6 \cong 0.83$), V – скорость перемещения фронта нагрузки, t время, x – координата, вдоль которой происходит движение якоря.

Если рассматривать неоднородную балку с изменяющимися по длине параметрами, на которую действует дополнительно продольная сжимающая (отрицательное значение) или растягивающая (положительное значение) сила интенсивностью T(x,t), то уравнение колебаний для, например, модели Бернулли - Эйлера примет вид

$$\rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(IE \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + kw = q \left[I - H(x - Vt) \right].$$
(1a)

В одной из первых известных автору работ, в которой исследовано динамическое поведение рельса ЭМ ускорителя [16] на основании модели Бернулли – Эйлера, получено выражение для критической скорости подвижной нагрузки (якоря с метаемым телом):

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{2\sqrt{EIk}}{\rho F}}.$$
(4)

Под критической подразумевается скорость нагрузки, равная скорости распространения волн изгиба в балке. Из уравнения (4) видно, что величина критической скорости зависит от свойств материала рельса (\sqrt{E}/ρ), модуля упругости основания (*k*) и геометрии рельса (\sqrt{I}/F). С точки зрения конструктора, чтобы в процессе разгона не достичь критической скорости, необходимо проектировать ускоритель, обладающий высокой жесткостью, легкий и с большим моментом инерции.

Аналитические подходы позволяют получить некоторые качественные соотношения, связывающие прогиб рельса с основными характеристиками канала ускорителя и рельса и полезны при проектировании установки. Основные результаты, позволяющие изучить более тонкие моменты взаимодействия метаемого тела с каналом ствола, получены численно.

4. Численные исследования колебаний рельсов ускорителя

В работе [17] на основе модели Тимошенко исследуется возможность перехода вида контакта (от металлического к квазиметаллическому или дуговому) между твердым якорем и рельсами в ЭМ ускорителях за счет нестационарных упругих волн, возникающих в рельсах, подвергнувшихся воздействию движущегося метаемого тела при достижении им критической скорости. Прогиб балки рассчитывался методом конечных элементов (МКЭ) с помощью пакета прикладных программ ANSYS. Анализ результатов расчетов показал, что даже в очень жестком ускорителе генерируются упругие волны, распространяющиеся вдоль рельсов, которые взаимодействуют с якорем, вызывая существенное изменение распределения давления в области скользящего контакта. Изменение величины критической скорости за счет повышения жесткости конструкции неэффективно, так как она зависит как корень четвертой степени из жесткости. Введение демпфирования элементов конструкции более считается авторами перспективным направлением снижения влияния волн, но не решающим

полностью проблему. Делается вывод о необходимости проектирования ускорителя и якоря как одной системы таким образом, чтобы исключить возможность потери контакта при динамическом взаимодействии. Для этого, по мнению авторов, требуется учитывать изменение электромагнитного поля в процессе разгона и введение более реалистической модели метаемого тела.

Исследование критической скорости и влияние ее на динамическое поведение элементов рельсового ЭМ ускорителя проведено в работе [18]. Для вычисления критической скорости и визуализации динамических деформаций ускорителя авторы разработали два альтернативных подхода, используя аналитическую и конечно-элементную модели. Первый подход использовал аналитическое решение для определения критической скорости, которое базируется на модели Бернулли – Эйлера для балки, покоящейся на упругом основании и подвергнувшейся воздействию движущейся нагрузки. Жесткость поддерживающей структуры находилась из двумерной (2D) КЭ модели с помощью пакета прикладных программ ABAQUS/Explicit. Во втором подходе авторы применяли конечно-элементную модель для балки и 3D объемную конечно-элементную модель для визуализации и измерения «собственной» и «вынужденной» изгибных волн, распространяющихся вдоль рельсов.



Рис. 12. Поперечное сечение исследуемого рельсового ускорителя [18].

Для рельсового ускорителя, поперечное сечение которого показано на рис. 12, исследован широкий диапазон изменения скорости и ускорения нагрузки (метаемого тела). Использовалась плоская конечно-элементная модель нагружения. Учитывалось частичное демпфирование сдерживающей структуры. Рис. 13 и 14 показывают динамическое усиление, то есть отношение пикового перемещения к квазистатическому перемещению, для области скоростей и ускорений с учетом и без учета демпфирования. Как можно видеть из рис. 13, балка испытывает большое усиление перемещения вблизи критической скорости; однако максимум усиления, как было найдено, происходит при 1 185 м/с, а не при 1 240 м/с, как предсказывало уравнение (4). При более высоких скоростях нагрузки усиление равно двум и оно снижается, когда учитывается демпфирование.



Рис. 13. Динамическое усиление перемещения для движущейся нагрузки при постоянной скорости [18].

Расчеты также выполнены для скоростей нагрузки, близких к скорости распространения волны сдвига ($\sqrt{\gamma E/\rho} = \sqrt{0.3 \times 69 \times 10^9/2750} = 2.744$ м/с) и скорости распространения продольных волн в стержне ($\sqrt{E/\rho} = 5.009$ м/с). Результаты расчетов не выявили какого-либо резонанса при этих скоростях, показывая тот же самый коэффициент усиления, равный 2. Это позволяет утверждать, что важной и физически значащей критической скоростью

является только самая низкая скорость, которая является скоростью распространения волны изгиба в балке.



Рис. 14. Динамическое усиление перемещения для движущейся нагрузки с постоянным ускорением [18].

Найдено, что демпфирование может обеспечить смягчение влияния критической скорости. Конструкция ЭМ ускорителей имеет больше элементов, чем традиционные пороховые устройства, а наличие контакта между элементами может благоприятно добавить демпфирование. Из рис. 14 можно сделать вывод о том, что увеличенное ускорение может также применяться для снижения влияния критической скорости. При более высоком ускорении время, в течение которого фронт нагрузки движется вблизи критической скорости, снижается, таким образом уменьшая время, необходимое балки для отклика в резонансном режиме.

Результаты более поздней работе авторов [19], в которой исследовалась динамическая деформация рельсов и труб под воздействием поперечной нагрузки, перемещающейся со скоростями, близкими к критическим, подтвердили выводы работы [18] о том, что «демпфирование, закрепление рельсов, режимы с более высокими ускорениями и улучшенные геометрия и материалы могут применяться для минимизации наносящих ущерб эффективных резонансных режимов И изготовления ПО стоимости конфигураций конструкции гиперскоростных рельсовых ускорителей».

Дальнейшие результаты исследования авторов [20] помогли лучше понять переходные резонансные режимы в компонентах ускорителя для того, чтобы предложить способы изменения свойств материалов и геометрии ускорительного устройства для снижения влияния критической скорости. Исследования выполнены в трехмерном приближении (как в [19]) для рельсового ускорителя, поперечное сечение которого показано на рис. 12. Менялись физико-механические характеристики материалов рельса, силовой оболочки и межрельсовых изоляторов (на рис. 12 обозначены как внутренняя поддержка).

Анализ результатов расчетов показал, что: 1) величины критических скоростей в рельсах, силовой оболочке и поддерживающей структуре разные и возможен групповой резонанс, выражающийся в существовании перемещающейся выпуклости с большой деформацией одновременно в рельсе, оболочке и поддержке; 2) увеличение модуля Юнга поддержки и оболочки не приводит к снижению прогибов и напряжений в рельсе; также увеличенный модуль Юнга поддержки привел к росту напряжения в ней.

Исследование влияния осевой силы (уравнение типа (1а)) на критическую скорость и динамическую реакцию однородного рельса выполнено в работе [21]. При этом предполагалось, что нагрузка состояла из двух составляющих, учитывающих расталкивающую рельсы ЭМ силу и силу контактного давления якоря на рельсы.

Получено уточнение для выражения критической скорости подвижной нагрузки (метаемого тела), учитывающее действие продольной силы:

$$V_{cr} = \sqrt{\frac{2\sqrt{EIk}+T}{\rho F}}.$$
(5)

Из уравнения (5) видно, что критическая скорость рельса растет с увеличением осевого растяжения и уменьшается с ростом осевой сжимающей силы. Более детальные исследования, выполненные в работе [21], показали, что амплитуда колебаний рельса существенно уменьшается при росте осевой растягивающей силы, когда скорость якоря близка к

критической скорости. То есть существует еще один механизм, позволяющий влиять на величину критической скорости конструкции.

В работе [22] проанализировано влияние различных факторов на динамическое поведение ускорителя. Рельсовый ускоритель представлялся моделью балки Бернулли – Эйлера. Сравнивались результаты расчетов по аналитической, двумерной конечно-элементной (2DFE) и трехмерной конечно-элементной (3DFE) моделям. Исследовалось влияние на поведение конструкции расталкивающей рельсы силы, контактной силы, возникающей на границе якорь–рельс, движущихся источников тепловой энергии (омического нагрева рельсов, тепловыделения в контакте на границе рельс– якорь, нагрева за счет трения якоря о рельсы) и структурного демпфирования материала рельса (модель Рэлея).

При этом сила, действующая на рельсы, записывалась в следующем виде:

$$q = q_1(t)[1 - H(x - Vt)] + q_2(t)[H(x - Vt) - H(x - Vt - d)],$$

где q_1 – ЭМ расталкивающая рельсы сила, q_2 – контактная сила между якорем и рельсом, d – длина якоря.

То есть

$$q = \begin{cases} q_{1.} \ e c \pi u \ x < V t, \\ q_{2,} \ e c \pi u \ V T \le x < V t + d, \\ 0, \ e c \pi u \ x \ge V t + d. \end{cases}$$

Расчеты выполнены для модельного рельсового ускорителя, параметры которого приведены в таблице (обозначения общепринятые).

Сначала сравнивались результаты вычисления вертикальной деформации рельса, полученные с применением вышеперечисленных трех моделей. Результаты показаны на рис. 15 и 16 для случая нахождения нагрузки на расстоянии 1,345 м от казенной части ускорителя для двух скоростей: докритической (500 м/с) и близкой к критической (1 060 м/с).

Длина канала, <i>l</i> , м	2,75	ρ, KΓ/M ³	8 900
Модуль упругости, Е,	120	$k, \mathrm{H/M}^2$	5×10 ⁹
ГПа			
Ширина канала, <i>b</i> , м	0,03	<i>h</i> , м	0,015
Площадь поперечного	$4x10^{-4}$	<i>I</i> , м ⁴	3×10 ⁻⁹
сечения рельса, A , M^2			
<i>q</i> ₁ , МН/м	4,22	<i>q</i> ₂ , МН/м	8,44
Высота канала, <i>d</i> , м	0,012	Калибр, м	0,03×0,015
<i>L</i> `, мкГн/м	0,461	Пиковый ток, МА	1,5

Таблица. Параметры модельного ускорителя [22]



Рис. 15. Вертикальная деформация рельса в случае скорости разгона 500 м/с и расстояния 1,375 м от казенной части ускорителя [22].



Рис. 16. Вертикальная деформация рельса в случае скорости разгона 1 060 м/с на расстоянии 1,375 м от казенной части ускорителя [22].

В принципе, получены два очевидных факта: 1) амплитуда деформации рельса при критической скорости намного больше, чем при некритической скорости и 2) результаты вычислений по 3D КЭ модели более точны и надежны. Последнее проявилось в том, что применение 3D КЭ модели приводит к различию по фазе примерно на половину периода колебаний в области действия движущейся нагрузки. Это связано с неравномерным распределением напряжения в рельсе по его толщине – оно больше на поверхности и меньше в середине рельса. В результате этого волна напряжения неравномерно передается в рельс, реакция рельса слегка уменьшается, что ведет к запаздыванию фазы колебаний 3D КЭ модели и значительному уменьшению амплитуды колебаний в области, где нагрузка отсутствует. После этого все вычисления проводились по 3D КЭ модели.

Влияние контактной силы на колебания рельса при скорости нагрузки 1 060 м/с показано на рис. 17. Видно, что, когда контактная сила существует в области действия нагрузки, максимальная амплитуда деформации рельса в 1,67 раз больше, чем при отсутствии контактной силы. Контактная сила

26

между рельсом и якорем мало влияет на фазу и период колебания деформации рельса. При скорости нагрузки 500 м/с контактная сила слабо влияет на амплитуду, фазу и период колебания деформации рельса в области действия нагрузки.



Рис. 17. Вертикальная деформация рельса в случае скорости 1 060 м/с на расстоянии 1,375 м от казенной части ускорителя [22].

Рис. 18 показывает вертикальную деформацию рельса при учете и без учета демпфирования Рэлея при скорости 1 060 м/с на расстоянии 1,375 м от казенной части ускорителя. Очевидно, что амплитуда деформации без демпфирования больше, чем в случае демпфирования, от 3 до 8 раз, а период флуктуации деформации рельса Поэтому сильно уменьшается. при проектировании структурное демпфирование является эффективным путем снижения воздействия критической скорости на динамическую реакцию рельсового ускорителя, когда скорость процессе разгона якоря В преодолевает критическую скорость в канале ствола.



Рис. 18. Вертикальная деформация рельса при скорости 1 060 м/с на расстоянии 1,375 м [22].

Общеизвестно, что для защиты электродов от эрозии их контактные поверхности покрывают тугоплавкими материалами, толщина которых меняется в зависимости от материала покрытия, способа нанесения покрытия на поверхность и пр. В работе [23] исследовано влияние такого защитного слоя на колебания рельса под воздействие подвижной нагрузки – фронта ЭМ давления. При этом рельс с покрытием моделировался как «двухъярусная балка», лежащая на упругом основании, подчиняющаяся модели Бернулли – Эйлера. Схема модели показана на рис. 19.



Рис. 19. Схема модели двухъярусного рельса [23].

Уравнения движения рельсов, подвергнувшихся воздействию подвижной распределенной нагрузки, имеют следующий вид:

для верхнего рельса

$$E_{u}I_{u}\frac{\partial^{4}w_{u}}{\partial x^{4}} + \rho_{u}F_{u}\frac{\partial^{2}w_{u}}{\partial t^{2}} + k_{u}(w_{u} - w_{d}) = -N\delta[x - l(t)] + q[1 - H(x - l(t)]; (6)]$$

для нижнего рельса

$$E_d I_d \frac{\partial^4 w_d}{\partial x^4} + \rho_d F_d \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} - k_u (w_u - w_d) + k_d w_d = 0.$$
(7)

Здесь обозначения как в уравнениях (1) – (3), индексы "u" и "d" относятся к верхнему и нижнему рельсам соответственно, N – концентрированная сила, действующая на рельс, генерируемая способным к деформированию якорем, δ – функция Дирака, l(t) – положение якоря в заданное время.

Очень важен способ соединения слоев. В указанной работе рассматривались два варианта: сварка и скрепление винтами. В первом случае предполагалось, что интерфейсные узлы слоев жестко скреплены друг с другом и отсутствует перемещение между ними. Скрепление винтами упрощенно моделировалось с помощью пружин.

Показано, что при жестком соединении ярусов колебания рельсов намного меньше, чем при соединении с помощью пружин. Изменение расстояния между пружинами влияет на характер колебания рельсов.

Исследование влияния материала ярусов (алюминий, медь, сталь) выявило, что соответствующий их подбор способен повлиять на величину критической скорости в двухъярусном рельсе, но также может изменить состояние контакта между якорем и рельсом.

Следовательно, появился еще один механизм влияния на колебания рельсов в процессе ускорения.

Таким образом, проведенные исследования показали, что повышение жесткости основания и оболочки необязательно является наилучшим путем минимизации деформации рельса. Необходимо проводить дальнейшие исследования по поиску оптимальных конструкторских решений, включающих в том числе использование трения между элементами конструкции для демпфирования их отклонений, изменения свойств балки по ее длине, применения продольной силы и др. Встает вопрос: как преодолеть или смягчить влияние резонанса.

5. Некоторые пути смягчении резонанса

В целом, видятся три способа не допустить работу ускорителя в режиме резонанса или ослабления его влияния на конструкцию.

В работе [24] предлагается за счет изменения конструкции рельсового ускорителя обеспечить непрерывное повышение величины критической скорости в осевом направлении. Это можно выполнить, повышая от казенной части до дульного среза ускорителя соотношения, входящие в выражение для критической скорости (4) и зависящие от свойств материалов \sqrt{E}/ρ , геометрии рельса \sqrt{I}/F и коэффициента упругости основания *k*.

На наш взгляд технически это принципиально возможно (за счет применения сегментированных рельсов и изоляторов, набранных из материалов с различными плотностями и модулем Юнга рельсов и с изменяющимся видом поперечного сечения по длине ускорителя), но канал усложнится конструктивно, встанет вопрос о росте джоулевых потерь, так как придется применять материалы с плохой электропроводностью.

Анализ динамического поведения элементов ускорителя [9] показал, что если обеспечить метаемому телу на входе в ЭМ ускоритель некоторую начальную скорость, величина которой больше скорости распространения колебаний в материалах ствола, то это обезопасит процесс разгона от возможных динамических последствий, а именно от образования щели между рельсами и боковыми изоляторами, уменьшения расстояния между рельсами перед метаемым телом и прочего. Для предлагаемой в работе [9] конструкции начальная скорость составляла около 500 м/с.

Другой подход, позволяющий решить проблему с резонансом, – разделить ЭМ ускорителя на (минимум) две части [25]. Первую назовем предускорителем, а вторую – основным ускорителем. Ускорители должны быть электрически изолированы один от другого и соединяться прокладкой, которая не пропускает волны от одного к другому. Обе части ускорителя проектируются таким образом, чтобы критическая скорость распространения в них изгибных волн была различной: в первой части по возможности намного больше, чем во второй части. Тогда изгибная волна, как наиболее медленная и приносящая наибольшие проблемы конструкции, будет в течение всего процесса разгона метаемого тела оставаться в пространстве за метаемым телом и не будет оказывать влияния на его взаимодействие со стенками канала.

Третий способ уменьшения влияния резонанса связан, как показывают работы [18], [22], с проектированием конструкции, использующей демпфирование основания.

Для проектирования конструкции ЭМ рельсового ускорителя следующего поколения необходимо уметь рассчитывать связанные напряженно-деформированные (HДC) нестационарные состояния конструкции ствола ускорителя и метаемого тела, ЭМ и температурных полей, состояния скользящего контакта [26]. Они взаимосвязаны. Причем расчет НДС конструкций должен проводиться с учетом механического взаимодействия элементов конструкций друг с другом (проскальзывание) для оценки требуемой демпфирующей силы, которая связана со свойствами материалов и конструкцией демпфера. Расчет температурных полей требуется для оценки параметров системы охлаждения, необходимой для ускорителя, производящего множество ускорений. И, как показывают результаты работы [19], все это необходимо выполнять в трехмерном приближении, что является нетривиальной проблемой само по себе.

С другой стороны, можно попробовать подойти к этой проблеме с другой стороны, а именно, в рамках одномерной модели ускорителя получить качественные выводы о возможных способах уменьшения колебаний системы с точки зрения теории динамического гашения колебаний, широко развитой в различных областях техники, применяя более сложные модели основания, включающие, например, эффекты демпфирования, трения и другие, способные поглощать энергию колебаний.

В частности, помимо модели Винклера возможны и другие модели основания. Так, в работе [27] исследуется поведение рельса ЭМРУ, упрощенной до балки Бернулли – Эйлера, покоящейся на вязкоупругом основании (рис. 20).



Рис. 20. Диаграмма упрощенной механической модели ЭМРУ с вязкоупругим основанием. ИИЭ – импульсный источник электроэнергии [27].

При такой постановке уравнение, описывающее колебание рельса, принимает вид [27], [28]:

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho F\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c\frac{\partial w}{\partial t} + kw = q[1 - H(x - Vt)], \qquad (8)$$

где *с* – коэффициент демпфирования основания.

Результаты анализа модели (8) [27] показали, что амплитуда колебаний рельсов может эффективно подавляться за счет увеличения жесткости и коэффициента демпфирования поддерживающей структуры.

Тогда задача будет звучать следующим образом: как должны изменяться параметры основания (коэффициенты жесткости И демпфирования), чтобы минимизировать отклонения балки в процессе выстрела. To есть задача сводится к минимизации отклонения, а управляющими функциями будут изменение упомянутых коэффициентов по длине балки. Вопрос, как это выполнить конструктивно, выходит за рамки данной работы. Остается выяснить, можно ли это выполнить принципиально.

При этом необходимо учитывать изменение скорости по длине ускортеля. Тогда уравнение (8) должно дополняться уравнениями для скорости и движения якоря. В качестве управляющей функции появится вид тока в цепи ускорителя, а чтобы задача имела физический смысл, необходимо потребовать, чтобы для заданной массы разгоняемого тела его дульная скорость была максимальной для данной длины ствола при ограничении максимальной величины тока.

Заключение

На примере рельсовых электромагнитных ускорителей с силовой оболочкой из композиционных материалов, созданных рядом фирм США и Европы, показано, что такие конструкции способны обеспечить высокую жесткость, необходимую для разгона метаемых тел до высоких скоростей. Отмечено, что при этом возрастает роль учета нестационарных явлений, связанных с возникновением и распространением колебаний в элементах ускорителя и их взаимодействия с движущимся метаемым телом.

Показано, что для описания механического взаимодействия метаемого тела со стенками ускорителя в настоящее время применяются модели балки Бернулли-Эйлера, Рэлея и Тимошенко, которые позволяют при некоторых упрощениях получить аналитические соотношения, связывающие величину прогиба рельса с основными характеристиками канала ускорителя и скоростью метаемого тела. При численных исследованиях применяются методы конечных элементов с помощью пакета прикладных программ ANSYS и ABAQUS/Explicit. Получено, что при достижении скоростью метаемого тела скорости распространения изгибных волн в рельсе наступает резонанс, в результате которого резко возрастают напряжение в рельсе и возможно нарушение работы ускорителя или даже разрушение конструкции. Для предотвращения наступления резонанса или ослабления его воздействия на конструкцию предлагаются несколько решений. Одно из них связано с созданием рельса с изменяющимися по длине параметрами таким образом, чтобы скорость метаемого тела не достигала критического значения до вылета из канала. Второе решение предлагает комплектовать ускоритель специальным устройством, обеспечивающим метаемому телу скорость на входе в ускоритель, превышающую критическое значение. Третье решение предлагает применять специальные вязкоупругие основания, демпфирующие колебания.

Автор выражает искреннюю благодарность главному научному сотруднику, и.о. зав. отделом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН доктору физ.мат. наук профессору Галанину Михаилу Павловичу за научное руководство и помощь при подготовке данной работы.

Список литературы

1. Rashleigh S.C., Marshall R.A., "Electromagnetic acceleration of macroparticles to high velocities" // Journal of Applied Physics, 1978, vol. 49, no. 4, pp. 2540-2542.

2. Peterson D.R., Fowler C.M., Cummings C.E., Kerrisk J.F., Parker J.V., Marsh S.P., "Design and testing of high-pressure railguns and projectiles" // IEEE Transactions on Magnetics, 1984, vol. 20, no. 2, pp. 252-255.

3. Zimmermann E.L., Fowler C.M., Foley E., Parker J.V., "HIMASS electromagnetic launcher at Los Alamos" // IEEE Transactions on Magnetics, 1986, vol. 22, no. 6, pp. 1823-1825.

4. Peterson D.R., Price J.H., Weldon W.F., Zowarka R.C., Jr., Fulcher C.W., Hahne J.H., "Design and operation of a high – energy railgun facility" // EEE Transaction on Magnetics, 1989, vol. 25, no. 1, pp. 438-442.

5. Hahne J.J., Hayes R.J., "Operating experience with the 90 mm railgun at CEM-UT" // IEEE Transaction on Magnetics, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 407-412.

6. Laughlin R.L., Bacon J.L., Zowarka R.C., Price J.H., "Design, Analysis, and Fabrication of Two Lightweight, High L' Railguns" // IEEE Transactions on Magnetics, 1993, vol 29, no. 1, pp. 451-456.

7. Hahne J.H., Herbst J.H., Upshaw J.L., "Fabrication and testing of a 30 mm and 90 mm laminated, high L' railgun designed and built at CEM-UT" / /IEEE Transactions on Magnetics, 1995, vol. 31, no. 1, pp. 303-308.

 Creedon R.L., Railgun barrel assembly, US Patent No. 4 624 173, November 25, 1986.

9. Hurn T.W., D'Aoust J., Sevier L., Jonson R., Wesley J., "Development of an advanced electromagnetic gun barrel"//IEEE Transaction on Magnetics, 1993, vol. 29, no. 1, pp. 837-842.

10. Juston J.M., Bauer D.P., "A High performance railgun launcher design" // IEEE Transaction on Magnetics, 1997, vol. 33, no. 1, pp. 566-570.

11. Noel A.P., Bauer D.P., "Electromagnetic and thermal performance validation of finned rails for EM launch" // IEEE Transaction on Magnetics, 2001, vol. 37, no. 1, pp. 450-453.

12. Vrable D.L., Rosenwasser S.N., Korican J.A., "Design & fabrication of an advanced, lightweight, high stiffness, railgun barrel concept" // IEEE Transactions on Magnetics, 1991, vol. 27, no. 1, pp. 470-475.

13. Lehmann P, Vo M.D., Wenning W. "Comparative study of railgun housings made of modern fiber-wound materials, ceramic or insulated steel plates" // IEEE Transactions on Magnetics, 2005, vol. 41, no. 1, part II, pp. 200-205.

14. Simkins T.E. "Amplification of flexural waves in gun tubes" // Journal of Sound and Vibration, 1997, vol. 172, no. 2, pp. 145-154.

15. Ерофеев В.И., Кажаев В.В., Лисенкова Е.Е., Семерикова Н.П., «Динамическое поведение балок моделей Бернулли-Эйлера, Рэлея и Тимошенко, лежащих на упругом основании (сравнительный анализ)» // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, №5(3), с. 274-278.

16. Tzeng J.T., "Dynamic response of electromagnetic railgun due to projectile movement" // IEEE Transactions on Magnetics, 2003, vol. 39, no. 1, pp.472-475.

17. Johnson A.J., Moon F.C., "Elastic waves and solid armature contact pressure in electromagnetic launchers" // IEEE Transactions on Magnetics, 2006, vol. 42, no. 3, pp.422-429.

18. Nechitailo N.V., Lewis K.B., "Critical velocity for rails in hypervelocity launchers" // International Journal of Impact Engineering, 2006, vol. 33, pp 485–495.

19. Lewis K.B., Nechitailo N.V., "Transient resonant dynamics of components in hypervelocity launchers at critical speeds" // IEEE Transactions on Magnetics, 2007, vol. 43, no. 1, part II, pp. 157–162.

20. Nechitailo N.V., Lewis K.B., "Influence of the critical velocity on deformation of launcher components" // International Journal of Impact Engineering, 2008, vol. 35, pp. 1683–1687.

21. Wang J., Li B., "Dynamic response and critical velocity of rails in electromagnetic rail launcher due to axial force" // IEEE Transactions on Plasma Science, 2020, vol. 48, no. 10, pp. 3714-3719.

22. Du P., Lu J., Feng J., Li X., Li K., "Analysis of the factors influencing the dynamic response of electromagnetic rail launcher" // IEEE Transactions on Plasma Science, 2019, vol. 47, no. 5, pp. 2151-2158.

23. Yang L., Nie Y., Jiao O., Li J., Ren M., "Study of properties of the double-deck rail in the electromagnetic launching system" // IEEE Transactions on Plasma Science, 2015, vol. 43, no. 5, pp. 1531-1535.

24. Nechitailo N.V., Lewis K.B., Rails for electromagnetic hypervelocity launcher. US Patent No. 7 409 900, August 12, 2008.

25. Плеханов А.В. Рельсовый электромагнитный ускоритель. Патент РФ № 2 726 393 от 22.10.2019 / Изобретения. Полезные модели. Бюллетень №20 от 13.07.2020 г.

26. Галанин М.П. Попов Ю.П. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах – Математическое моделирование. Монография. - М.: Наука, Физматгиз, 1995 – 315 с.

27. Jinguo Wu, Bin Yang, Pan Zhou, Shaobo Wen, and Qinghua Lin, "Dynamic response analysis of rails on viscoelastic support stimulated by superspeed moving loads", IEEE Transactions on Plasma Science, vol. 50, no. 4, 2022, pp. 1018-1025.

28. L. Fryba, Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, Thomas Telford, London, UK, 1999.

Оглавление

		Стр.
1	Введение	3
2	Краткий обзор работ по созданию ускорителя с композитной силовой оболочкой	4
3	Аналитические модели механического взаимодействия метаемого тела со стенками канала ускорителя	16
4	Численные исследования колебаний рельса ускорителя	19
5	Некоторые пути смягчения резонанса	30
	Заключение	33
	Список литературы	35