



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 53 за 2025 г.

ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

А.Д. Кадиев, М.Б. Марков,  
А.В. Сысенко

О подготовке данных для  
моделирования  
радиационной эмиссии  
электронов

Статья доступна по лицензии  
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Кадиев А.Д., Марков М.Б., Сысенко А.В.  
О подготовке данных для моделирования радиационной эмиссии электронов // Препринты ИПМ  
им. М.В.Келдыша. 2025. № 53. 23 с. EDN: [EDKILX](https://doi.org/10.26907/2071-2898.2025.53.23)  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-53>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук**

**А.Д. Кадиев, М.Б. Марков, А.В. Сысенко**

**О подготовке данных для моделирования  
радиационной эмиссии электронов**

**Москва — 2025**

*Кадиев А.Д., Марков М.Б., Сысенко А.В.*

## **О подготовке данных для моделирования радиационной эмиссии электронов**

Рассмотрена эмиссия электронов с поверхности твердотельной преграды. Свободные электроны образуются при рассеянии фотонов в объеме преграды. Моделирование генерации и переноса электронов основано на прямой статистической обработке столкновений – упругого, ионизационного и радиационного рассеяния, а также возбуждения среды. Рассчитываются энерго-угловые распределения электронов, покидающих преграду. Распределения рассчитываются заранее для набора заданных импульсов падающих фотонов и помещаются в хранилище данных. Спектрально-угловое распределение электронов эмиссии, образующихся под действием произвольного потока фотонов, вычисляется путем свертки его характеристик с данными из хранилища.

**Ключевые слова:** фотон, электрон, рассеяние, тормозной путь, эмиссия

*Alan Dzhavidovich Kadiev, Mikhail Borisovich Markov,  
Alexandr Valerievich Sysenko*

## **On Data Preparing for Modeling Radiative Electron Emission**

Electron emission from the surface of a solid barrier is considered. Free electrons are generated by scattering photons in the volume of the barrier. Modeling of electron generation and transfer is based on direct statistical processing of collisions – elastic, ionization and radiation scattering, as well as excitation of the medium. Energy-angular distributions of electrons leaving the barrier are calculated. Distributions are calculated in advance for a set of specified momenta of incident photons and are placed in the data warehouse. Spectral-angular distribution of emission electrons formed under the action of an arbitrary photon flux is calculated by convolution of its characteristics with data from the warehouse

**Key words:** photon, electron, scattering, stopping distance, emission

## **Оглавление**

Введение .....	3
1. Постановка задачи.....	5
2. Характеристики эмиссии для элементарного источника.....	9
3. Спектрально-угловое распределение электронов для заданного потока фотонов .....	13
Заключение.....	21
Библиографический список.....	22

## Введение

Облучение твердотельных преград рентгеновским излучением сопровождается эмиссией электронов с их поверхностей в окружающую среду. Свободные электроны отдачи образуются в материале преграды при комптоновском рассеянии и фотопоглощении квантов [1]. Часть электронов отдачи, образовавшихся вблизи поверхности преграды, способна выйти за ее пределы. Толщина слоя, из которого возможен выход электрона, не превышает его тормозной путь [2]. Начальный импульс электрона отдачи определяется импульсом кванта, при рассеянии которого он образуется. До выхода из материала электрон испытывает множество столкновений, которые могут существенно изменить его импульс. По этой причине спектрально-угловое распределение электронов эмиссии определяется распределением падающего потока квантов, геометрией преграды и ее материалами.

Характеристики электронной эмиссии радиационного происхождения представляют интерес для ряда практических приложений. Наиболее показательной является ситуация, когда электроны эмитируются с геометрически сложной преграды в сильно разреженную среду или в вакуум. Если дебаевский радиус электронов в окружающей среде оказывается сопоставимым с размером преграды, то она приобретает избыточный положительный заряд (электризуется), а в ее окрестности образуется электромагнитное поле. Параметры этого поля и связанная с ними степень электризации преграды в существенной мере зависят от энергий и углов, с которыми электроны эмиссии покидают преграду. Начальные энергия и момент импульса определяют, преодолит ли электрон кулоновское притяжение положительно заряженной преграды, вернется ли он на ее поверхность или выйдет на устойчивую замкнутую траекторию движения в ее окрестности.

Эмиссия электронов в вакуум при воздействии жестких компонентов рентгеновского излучения солнечных вспышек в диапазоне длин волн квантов  $1-8 \text{ \AA}$  (энергия квантов  $\sim 10 \text{ кэВ}$ ) воздействует на космические аппараты гелиогеофизического назначения, проводящие измерения параметров излучений космического пространства и гамма-излучения Солнца [3,4].

Экспериментальное исследование электронной эмиссии с поверхности преграды осложнено рядом проблем, связанных с генерацией и регистрацией ионизирующего излучения. Наиболее перспективным подходом для решения рассматриваемой задачи является математическое моделирование: численное решение уравнений переноса для функций распределения квантов и образующихся при их рассеянии электронов отдачи.

Существует два основных подхода к моделированию электронно-фотонного каскада, образующегося при переносе квантов. Первый состоит в разностном решении уравнений переноса квантов и электронов [5,6], второй – в статистическом моделировании переноса и столкновений частиц методом Монте-Карло [7,8]. Второй подход можно рассматривать как численную

аппроксимацию обобщенных решений уравнений переноса с вероятностной интерпретацией импульсов и координат частиц при генерации, распространении и рассеянии частиц.

Математическая модель электронной эмиссии в интересующем диапазоне энергий рентгеновских квантов должна учитывать процессы: фотопоглощение, когерентное и некогерентное рассеяния квантов, образование электрон-позитронных пар. Для электронов отдачи необходимо учесть упругое рассеяние на атомах вещества, приводящее к отклонению электрона от первоначального направления движения, возбуждение атомов, сопровождающееся малыми потерями энергии электрона, ударную ионизацию с появлением в непрерывном спектре вторичного электрона, генерацию тормозного излучения [1, 2, 9-13].

Следует отметить следующее. Для квантов характерны столкновения с большим изменением импульса. Поэтому до полного поглощения они испытывают относительно мало столкновений. При фотоэффекте, например, фотоны поглощаются в одном акте. При комптоновском рассеянии приблизительно за 1...5 столкновений кванты попадают в область интенсивного фотоэффекта. Напротив, для электронных столкновений характерны малые изменения импульса. Электрон с энергией 100 кэВ до термализации испытывает  $\sim 1000$  столкновений. Поэтому при моделировании переноса электронов используют усреднения процессов столкновений, основанные на приближении малой передачи импульса [2]. Данные приближения подразумевают большое количество столкновений на единице длины траектории электрона и используются как в разностных, так и в статистических методах. В задаче моделирования электронной эмиссии такие приближения неприменимы. Электрон эмиссии может образоваться вблизи поверхности преграды и испытать лишь малое число столкновений до выхода в окружающую среду.

Авторами данной работы используется модель, позволяющая исследовать радиационную эмиссию электронов [14]. Модель основана на едином статистическом описании всех процессов. Разыгрываются точки и типы взаимодействия частиц, импульсы рассеянных и вторичных частиц. Необходимые вероятностные распределения вычисляются с помощью табличных значений дифференциальных сечений рассеяния. Разыгрываются также параметры запускаемых частиц. Для каждой частицы (запускаемой или рассеянной) проводится трассировка среды, то есть строится луч в направлении ее движения и определяются оптические толщины отрезков пересечения с каждым встретившимся материалом. Для вычисления функционалов функций распределения частиц строится детектирующая система, структура которой определяется свойствами вычисляемого функционала, а также конструкцией объекта. Программная реализация модели ориентирована на многопроцессорные кластеры с центральными и графическими процессорами. Эффективно используются возможности гибридной архитектуры суперкомпьютеров серии К, эксплуатируемых в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Кванты «обрабатываются» на центральных процессорных устройствах (ЦПУ), электроны – на графических процессорных устройствах (ГПУ). Эффективность такого распределения вычислений достигается минимизацией объема данных, передаваемых на ГПУ и обратно, и исключением выполнения на них логических операций. На однородных кластерах без ГПУ применимость модели резко падает.

Модель обладает универсальностью, теоретически позволяющей решать почти любые задачи моделирования переноса фотонов и электронов с учетом каскадных процессов. С ее помощью решен ряд важных практических задач [15,16]. Однако опыт применения модели показал, что объем вычислений, требуемый для решения задач для реальных объектов с помощью данной модели, оказывается недопустимо большим. Огромный объем вычислений является платой за универсальность и полноту рассматриваемых физических процессов.

Данная работа представляет подход, позволяющий подготовить данные для моделирования начального распределения электронов эмиссии, образуемого рентгеновским излучением сложного спектра на поверхности сложной преграды. В качестве исходных данных используются характеристики падающего излучения, геометрия и свойства материалов поверхности.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим длины пробегов квантов и электронов с энергией 10 кэВ в типовом материале корпуса спутника. Такими материалами могут быть углепластик, алюминий, стекло [17]. Поскольку пробеги частиц в материале определяются его плотностью и зарядом ядра атома, в качестве типового материала рассмотрим углерод с атомным номером 6 и плотностью 1 г/см<sup>3</sup>. Пробег кванта до первого столкновения  $\lambda_\gamma \approx 0.4$  см примерно на три порядка превышает тормозной путь электрона той же энергии  $\lambda_e \approx 3.2 \cdot 10^{-4}$  см, который, в свою очередь, более чем на два порядка превышает пробег электрона до первого столкновения, примерно равный  $2.7 \cdot 10^{-6}$  см [18, 19]. Следует отметить, что ударная ионизация в рассматриваемом диапазоне энергий является наиболее вероятным процессом рассеяния электрона, а транспортная длина пробега электрона близка к тормозному пути [19]. Такие соотношения сохраняются в большом диапазоне энергий квантов от единиц кэВ до десятков МэВ.

Рассмотрим стационарные уравнения переноса для функций распределения квантов  $f_\gamma = f_\gamma(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  и электронов  $f_e = f_e(\mathbf{r}, \mathbf{p})$  в фазовом пространстве координат и импульсов  $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ :

$$\operatorname{div}(\mathbf{\Omega}f_\gamma) + \sigma_\gamma' f_\gamma = \int \sigma_{\gamma\gamma'}^c(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_\gamma(\mathbf{p}') d\mathbf{p}' + Q_\gamma, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}\mathbf{\Omega}f_e) + \sigma_e^t v f_e = \int \sigma_{ee}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_e(\mathbf{p}') d\mathbf{p}' + \int \sigma_{\gamma e}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_\gamma(\mathbf{p}') d\mathbf{p}', \quad (2)$$

где  $c$  – скорость света,  $\mathbf{v} \equiv v\mathbf{\Omega}$  – скорость электрона.

Полное макроскопическое сечение поглощения квантов  $\sigma_\gamma^t = \sigma_{comp} + \sigma_{ph}$  в уравнении (1) представляет собой сумму полных макроскопических сечений комптоновского  $\sigma_{comp}$  рассеяния и фотоэффекта  $\sigma_{ph}$ . Дифференциальное макроскопическое сечение  $\sigma_{\gamma\gamma}^c(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  описывает образование рассеянного кванта при комптоновском рассеянии.

Полное макроскопическое сечение поглощения электронов  $\sigma_e^t = \sigma_{im}^t + \sigma_{ex}^t + \sigma_{el}^t + \sigma_r^t$  в уравнении (2) представляет собой сумму полных макроскопических сечений ударной ионизации  $\sigma_{im}^t$ , упругого рассеяния  $\sigma_{el}^t$ , тормозного излучения  $\sigma_r^t$ , и возбуждения  $\sigma_{ex}^t$ . Дифференциальное сечение  $\sigma_{ee}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sigma_{ee}^{el}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \sigma_{ee}^{ex}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \sigma_{ee}^r(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + 2\sigma_{ee}^{im}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  описывает образование рассеянных электронов при упругом рассеянии, возбуждении, тормозном излучении и ударной ионизации. Символы  $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$  означают импульсы образующейся и падающей частиц, соответственно.

Второе слагаемое в правой части уравнения (2) описывает рождение свободных электронов при комптоновском рассеянии и фотопоглощении фотонов. Дифференциальное сечение образования электрона при рассеянии фотона  $\sigma_{\gamma e}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  представляет собой сумму  $\sigma_{\gamma e}^{ph}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') + \sigma_{\gamma e}^c(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  сечений образования фото- и комптоновского электронов.

Рассмотрим поверхность твердотельной преграды, с которой происходит эмиссия электронов в окружающую среду. Покроем ее максимально плотно плоскими дисковыми детекторами (пластинами) толщины  $h$ . Поток фотонов, падающих на пластину после переноса и рассеяния в материалах преграды и в окружающей среде, представим в виде суммы составляющих, пропорциональных величинам

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m) \delta(\mathbf{r} - \Gamma_p) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_m), \quad (3)$$

где  $\Gamma_p$  – поверхность детектора с номером  $p$ . Обобщенная функция  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m)$  ставит в соответствие функции основного пространства ее значение в точке  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$ , если  $\mathbf{r}_m \in \Gamma_p$ , и ноль, если  $\mathbf{r}_m \notin \Gamma_p$ . Обобщенная функция  $\delta(\mathbf{r} - \Gamma_p)$  ставит в соответствие функции основного пространства значение ее интеграла по поверхности  $\Gamma_p$ . Отнесем поток квантов, падающий на детектор, к его центру, положив  $\mathbf{r}_m = \mathbf{r}_p$  в (3). Это заведомо возможно, если радиус детектора

мал по сравнению с длиной пробега кванта. Будем рассматривать уравнения (1, 2) отдельно для каждого значения индекса  $m$ , то есть для элементарного источника

$$Q_{\gamma m} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) \delta(\mathbf{r} - \Gamma_p) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_m). \quad (4)$$

Такое рассмотрение возможно в силу линейности уравнений (1-2). Для источника (4) уравнение (1) примет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{\Omega} f_\gamma) + \sigma_\gamma^t f_\gamma = \\ + \int \sigma_\gamma^c(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_\gamma(\mathbf{p}') d\mathbf{p}' + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) \delta(\mathbf{r} - \Gamma_p) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_m). \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим решение уравнения (5) в объеме детектора с номером  $p$ .

Толщину пластины  $h$  выберем равной удвоенному тормозному пути электрона  $\lambda_e(p_m)$ , имеющего энергию  $E_{ph} = E(p_m)$ , соответствующую модулю импульса  $\mathbf{p}_m$ . Каждому детектору соответствует бесконечная плоская пластина с поверхностями, в которых лежат его основания. Таким образом, каждой точке  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p$  соответствует бесконечная пластина. Электроны, образовавшиеся вне ее объема при рассеянии фотона с импульсом  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_m$ , преодолеть такую пластину не могут. Эмиссия с поверхности пластины определяется переносом фотонов и электронов только в ее объеме.

Электрону для пересечения поверхности пластины необходимо обладать достаточной начальной энергией. Его тормозной путь  $\lambda_e(p)$  должен превышать расстояние от точки рождения до поверхности детектора. Электроны, не имеющие достаточной энергии, из рассмотрения можно исключить априори.

Пусть  $\alpha$  – угол между нормалью к поверхности пластины и направлением импульса падающего фотона  $\mathbf{p}_m$ . Длина трассы распространения фотона в пластине составит величину  $\lambda_e(p_m)/\cos\alpha$ . Будем считать, что фотоны падают на пластину под такими углами  $\alpha$ , при которых выполняется условие

$$\lambda_e(p_m)/\cos\alpha \ll \lambda_\gamma. \quad (6)$$

При выполнении условия (6) не только толщина пластины, в которой образуются электроны эмиссии, но и размер «пятна» на поверхности пластины, с которого они ее покидают, оказываются малы по сравнению с пробегом фотона. Это означает, что корректно не только приравнение  $\mathbf{r}_m = \mathbf{r}_p$  в уравнении (3), но и предположение о том, что все электроны эмиссии, рождаемые данными квантами, относятся к точке  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_p$ .

Рассмотренные приближения позволяют рассмотреть постановку задачи для разработки алгоритма моделирования радиационной эмиссии в следующем виде.

Поток рентгеновского излучения с энергией фотонов  $E_{ph}$  падает в заданную точку бесконечной пластины из заданного материала (см. рис. 1). Толщина пластины определяется длиной тормозного пути  $\lambda_e$  электронов с энергией  $E_{ph}$  в материале пластины.

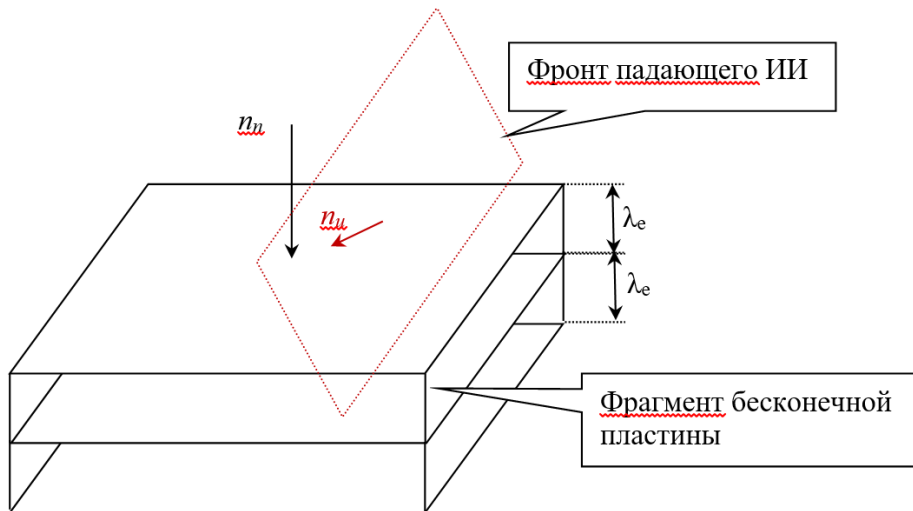


Рис. 1. Падение потока фотонов на бесконечную пластину толщиной  $2\lambda_e$  из заданного материала

Направление падения потока фотонов задаётся единичным вектором нормали к фронту фотонов  $\mathbf{n}_u$ . Направление единичного вектора нормали к поверхности пластины  $\mathbf{n}_n$  выбираем таким образом, чтобы угол между ним и вектором нормали к фронту потока фотонов оказался в интервале  $[0, \pi/2]$ . При таком выборе направления вектора нормали к поверхности пластины выход электронов в направлении падения потока фотонов (выход «вперёд») будет соответствовать выходу электронов с нижней поверхности пластины, а выход электронов в направлении, противоположном падению потока фотонов (выход «назад»), будет соответствовать выходу электронов с верхней поверхности пластины.

Зададим систему координат следующим образом. Ось  $oZ$  направим по выбранному вектору нормали к поверхности пластины, единичный базисный вектор для оси  $oY$  определим через векторное произведение выбранного вектора нормали к поверхности пластины и вектора нормали к фронту потока фотонов:

$$\mathbf{n}_y = \mathbf{n}_n \times \mathbf{n}_u / \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\mathbf{n}_n$  и  $\mathbf{n}_u$ .

Ось  $oX$  зададим так, чтобы получившаяся система координат  $XYZ$  была правосторонней декартовой (см. рис. 2 и 3).

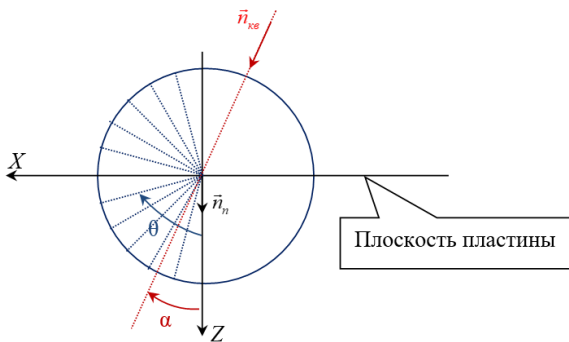


Рис. 2. Сечение «розетки» выходов электронов с поверхностей пластины плоскостью  $XoZ$

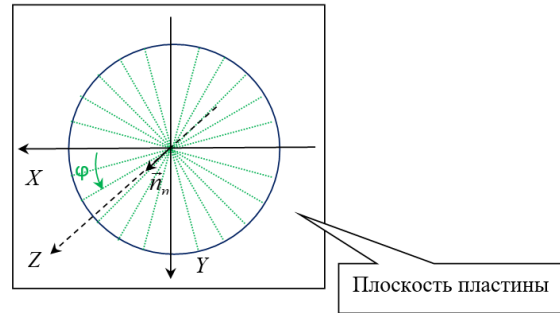


Рис. 3. Сечение «розетки» выходов электронов с поверхностей пластины плоскостью  $XoY$

Если векторы нормалей  $\mathbf{n}_n$  и  $\mathbf{n}_u$  совпадают (угол  $\alpha = 0$ ), то направления осей  $oX$  и  $oY$  в плоскости пластины могут быть произвольными, лишь бы система координат  $XYZ$  оставалась правосторонней декартовой.

Направления эмиссии электронов с поверхностей пластины будем описывать с помощью «розетки», сформированной парами углов  $0 \leq \theta \leq \pi$  (полярным) и  $0 \leq \varphi < 2\pi$  (азимутальным) (см. рис. 2 и 3). При этом диапазон полярных углов  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  соответствует выходу электронов с нижней поверхности пластины (выход «вперёд»), диапазон полярных углов  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$  соответствует выходу электронов с верхней поверхности пластины (выход «назад»). В силу наличия в рассматриваемой задаче плоскости симметрии  $XoZ$  «розетка» также должна быть симметрична относительно  $XoZ$ .

Разобьём диапазоны изменения углов  $\theta$  и  $\varphi$  на сектора с углом  $\pi/12$ . Получим по углу  $\theta$  12 секторов ( $i$ -й сектор –  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12]$ ), а по углу  $\varphi$  – 24 сектора ( $j$ -й сектор –  $[\pi(j-1)/12; \pi j/12]$ ). Электроны, выходящие из материала пластины в пределах одного углового сектора, будем считать сонаправленными по соответствующим углам.

Для описания энергетического спектра выходящих электронов разобьём диапазон их энергий на интервалы  $\Delta E$  во всём диапазоне допустимых энергий.

## 2. Характеристики эмиссии для элементарного источника

Перенос фотонов и электронов в материале пластины рассчитывается методом Монте-Карло путем прямого статистического моделирования всех столкновений. Рассеивающие свойства материала пластины задаются сечениями столкновений фотонов и электронов, обрабатываемыми плагином

ТАБЛИЦА [19]. Толщина пластины (детектора) выбирается автоматически, исходя из условия:  $h = 2\lambda_e$ . «Бесконечность» пластины имитируется путём моделирования фотонов и электронов в трёхмерной постановке. Рассмотрение процесса переноса частицы завершается, если она полностью «поглодилась» в материале пластины или покинула ее, то есть ее координата  $z$  перестала удовлетворять условию  $0 \leq z \leq h$ . Если покинувшей пластину частицей является электрон, то фиксируются его энергия  $E_e$  и углы  $\theta_e, \varphi_e$ .

Фактическими детекторами для рассматриваемой задачи являются верхняя и нижняя поверхности пластины. Для записи результатов моделирования используется 4 «куба» (трёхмерных массива):  $VE(i, j, k)$  – общий выход электронов с пластины, то есть их количество в расчёте на один упавший на пластину фотон;  $TET(i, j, k)$  – средние значения полярных углов  $\theta$  выходящих электронов;  $FI(i, j, k)$  – средние значения азимутальных углов  $\varphi$  выходящих электронов;  $E(i, j, k)$  – средние значения энергий выходящих электронов. Индексы принимают значения соответственно:  $i$  от 1 до  $I = 12$  – количество секторов по углу  $\theta$ ;  $j$  от 1 до  $J = 24$  – количество секторов по углу  $\varphi$ ;  $k$  от 1 до  $K = N$  – количество интервалов по энергии.

Физический смысл элемента массива  $VE(i, j, k)$  – это количество электронов, вышедших из пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  с энергией в диапазоне  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$  в расчёте на один упавший на пластину фотон. Физический смысл элемента куба  $TET(i, j, k)$  – среднее значение полярного угла  $\theta$  для электронов, выходящих из пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  с энергией в диапазоне  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$ . Физический смысл элемента куба  $FI(i, j, k)$  – среднее значение азимутального угла  $\varphi$  для электронов, выходящих из пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  с энергией в диапазоне  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$ . Физический смысл элемента куба  $E(i, j, k)$  – среднее значение энергии электронов, выходящих из пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  с энергией в диапазоне  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$ .

Пусть на пластину падает фотон с энергией  $E_{ph}$  под углом  $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ . При моделировании электрон-фотонного каскада фиксируются полярный  $\theta_e$  и азимутальный  $\varphi_e$  углы электрона, выходящего с поверхности пластины, и его энергия  $E_e$ . Определяются номера угловых секторов и номер интервала энергии для этого электрона:

$$i_n = \llbracket 12\theta_e/\pi \rrbracket, 0 \leq \theta_e \leq \pi, \quad j_n = \llbracket 12\varphi_e/\pi \rrbracket, 0 \leq \varphi_e \leq 2\pi, \quad k_n = \llbracket E_n/\Delta E \rrbracket,$$

где  $\llbracket \dots \rrbracket$  – целая часть числа. Данные электрона записываются в массивы:

$$VE(i_n, j_n, k_n) := VE(i_n, j_n, k_n) + 1, \quad TET(i_n, j_n, k_n) := TET(i_n, j_n, k_n) + \theta_n,$$

$$FI(i_n, j_n, k_n) := FI(i_n, j_n, k_n) + \varphi_n, \quad E(i_n, j_n, k_n) := E(i_n, j_n, k_n) + E_n.$$

Знак «:=» здесь и в дальнейшем используется в качестве оператора присваивания. Моделирование завершается по достижении требуемого значения относительной погрешности рассчитываемых величин (например, меньше  $\varepsilon$ ) для всех элементов куба  $VE$ . Если значения относительной

погрешности для некоторых элементов куба превышают  $\varepsilon$ , то необходимо просуммировать значения всех элементов куба, для которых значения относительной погрешности превышают  $\varepsilon$ , и соотнести их с суммой всех элементов куба, для которых значения относительной погрешности меньше  $\varepsilon$ . Если это соотношение оказывается меньше  $\varepsilon$ , то моделирование может быть также завершено.

При завершении моделирования кубы следует пронормировать в соответствии с количеством полученных электронов в каждом секторе:

$$TET(i, j, k) := TET(i, j, k) / VE(i, j, k).$$

Для углов  $\alpha \neq 0$  учитывается симметрия относительно плоскости  $XoZ$ :

$$TET(i, j, k) := (TET(i, j, k) + TET(i, 25 - j, k)) / 2, j = 1, \dots, 12,$$

$$TET(i, 25 - j, k) := TET(i, j, k), j = 1, \dots, 12.$$

Для угла  $\alpha = 0$  учитывается симметрия относительно оси  $oZ$ :

$$TET(i, 1, k) := \sum_{j=1}^{24} TET(i, j, k) / 24,$$

$$TET(i, j, k) := TET(i, 1, k).$$

Массив полярных углов нормируется следующим образом:

$$FI(i, j, k) := FI(i, j, k) / VE(i, j, k).$$

Для углов  $\alpha \neq 0$  с учётом симметрии относительно плоскости  $XoZ$ :

$$FI(i, j, k) := (FI(i, j, k) + FI(i, 25 - j, k)) / 2, j = 1, \dots, 12,$$

$$FI(i, 25 - j, k) := FI(i, j, k), j = 1, \dots, 12.$$

Для угла  $\alpha = 0$  с учётом симметрии относительно оси  $oZ$ :

$$FI(i, 1, k) := \sum_{j=1}^{24} FI(i, j, k) / 24,$$

$$FI(i, j, k) := FI(i, 1, k).$$

Массив энергий нормируется следующим образом:

$$E(i, j, k) := E(i, j, k) / VE(i, j, k).$$

Для углов  $\alpha \neq 0$ :

$$E(i, j, k) := (E(i, j, k) + E(i, 25 - j, k)) / 2, j = 1, \dots, 12,$$

$$E(i, 25 - j, k) := E(i, j, k), j = 1, \dots, 12.$$

Для угла  $\alpha = 0$  с учётом симметрии относительно оси  $oZ$ :

$$E(i, 1, k) := \sum_{j=1}^{24} E(i, j, k) / 24,$$

$$E(i, j, k) := E(i, 1, k).$$

Массив общего выхода электронов нормируется так:

$$VE(i, j, k) := VE(i, j, k) / N,$$

где  $N$  – общее количество фотонов, попавших в пластину за всё время моделирования.

Для углов  $\alpha \neq 0$  с учётом симметрии относительно плоскости  $XoZ$ :

$$VE(i, j, k) := (VE(i, j, k) + VE(i, 25 - j, k)) / 2, j = 1, \dots, 12,$$

$$VE(i, 25 - j, k) := VE(i, j, k), j = 1, \dots, 12.$$

Для угла  $\alpha = 0$  с учётом симметрии относительно оси  $oZ$ :

$$VE(i, 1, k) := \sum_{j=1}^{24} VE(i, j, k) / 24,$$

$$VE(i, j, k) := VE(i, 1, k).$$

Фотоны с энергией  $E_{ph}$  рождают электроны с энергией  $E_e < E_{ph}$ . Поэтому для интервалов энергий  $k\Delta E > E_{ph}$  в массивы будут записываться нулевые значения, которые могут быть исключены из кубов.

В соответствии с данными [20] выход электронов в диапазоне энергий  $E_e < 0,02E_{ph}$  является несущественным. Поэтому возможна корректировка кубов по энергетическому разрезу ( $k$ ) для исключения элементов, не дающих реального вклада в совокупный выход электронов. Возможен следующий алгоритм. Вычисляем сумму всех элементов куба  $VE$ :

$$S_{VE} = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{24} \sum_{k=1}^K VE(i, j, k).$$

Вычисляем сумму элементов куба  $VE$  для последнего (нижнего) энергетического интервала:

$$S_{\Delta} = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{24} VE(i, j, N).$$

Если  $S_{\Delta}/S_{VE} < \varepsilon$ , то добавляем к  $S_{\Delta}$  сумму всех элементов куба  $VE$  для предпоследнего энергетического интервала:

$$S_{\Delta} := S_{\Delta} + \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{24} VE(i, j, N-1).$$

Если  $S_{\Delta}/S_{VE} < \varepsilon$ , то добавляем к  $S_{\Delta}$  сумму всех элементов куба  $VE$  для третьего снизу энергетического интервала и т.д. до тех пор, пока продолжает выполняться соотношение  $S_{\Delta}/S_{VE} < \varepsilon$ .

Пусть  $n$  – последний из добавляемых энергетических интервалов, для которого  $S_{\Delta}/S_{VE} < \varepsilon$ . Тогда из куба  $VE$  можно исключить все элементы  $VE((i, j, k))$ , для которых выполняется условие  $k = n, \dots, N$ . Аналогично и для кубов  $TET$ ,  $FI$ ,  $E$  можно исключить все элементы, для которых выполняется условие  $k = n, \dots, N$ .

На основе созданной модели разработан программный комплекс, включающий следующие компоненты:

- программа расчёта полного набора кубов, которая формирует массивы  $VE_n^m, TET_n^m, FI_n^m, E_n^m$ , где  $n = 1, \dots, N$ ,  $m = 1, \dots, M$ , соответствующие заданным перечням энергий фотонов ( $E_{phn}$ ) и углов падения излучения ( $\alpha_m$ ) для заданного материала;
- хранилище данных, обеспечивающее визуализацию перечней материалов, а также энергий и углов падения фотонов, для которых сформированы кубы. Хранилище позволяет:

- инкорпорировать новые кубы, построенные для новых материалов,
- экстрагировать кубы для выбранного материала, энергии фотонов и угла падения излучения;
- визуализировать распределения электронов эмиссии.

### 3. Спектрально-угловое распределение электронов для заданного потока фотонов

Рассмотрим поток фотонов, падающий на детектор с номером  $p$  после рассеяния в преграде. Он задается как взвешенная сумма элементарных источников (4)

$$Q_p = \sum_m Q_{pm} = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p) \delta(\mathbf{r} - \Gamma_p) \sum_m F_m \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_m).$$

По значениям  $\mathbf{p}_m$  формируется куб спектрально-углового распределения падающего фотонного излучения  $VF_p(i, j, k)$ , где  $i = 1 \dots I, I = 12, j = 1 \dots J, J = 24, k = 1 \dots K, K = 23$ . Физический смысл элемента куба  $VF_p(i, j, k)$  – это количество фотонов, попавших в детектор в пределах телесного угла  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  в диапазоне энергий  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$  в расчёте на одно испытание метода Монте-Карло, т.е. на один фотон, запущенный для вычисления характеристик потока, падающего на детектор с номером  $p$  (см. рис. 4 и 5).

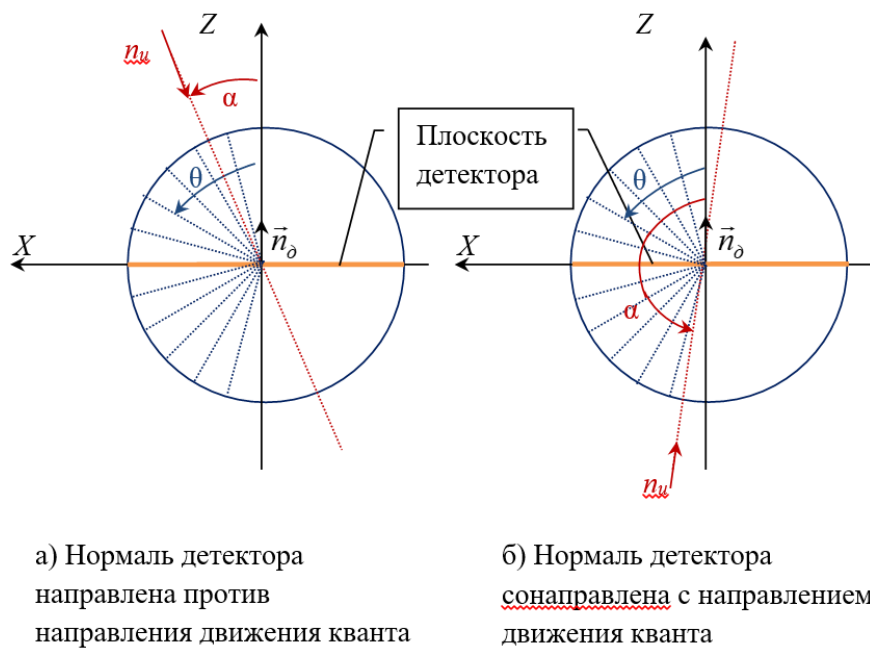


Рис. 4. Сечение «розетки» входа фотонов в детектор плоскостью  $XoZ$

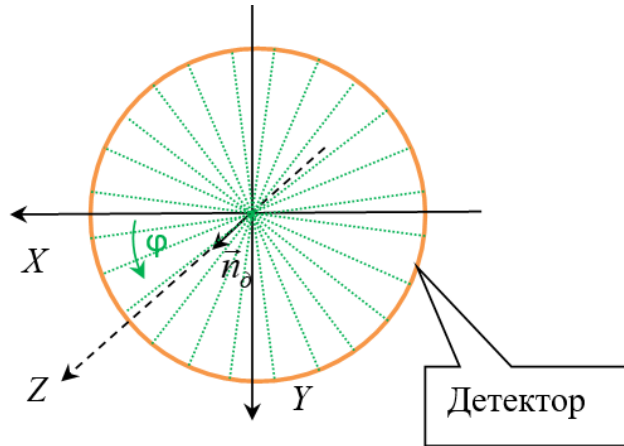


Рис. 5. Сечение «розетки» входа фотонов в детектор плоскостью ХоУ

Секторы по полярному углу  $\theta$  аналогичны соответствующим секторам предыдущего раздела, то есть  $i$ -й сектор –  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12]$ ,  $i=1\dots 12$ ). Секторы по азимутальному углу  $\varphi$  смещены на половину размера сектора относительно соответствующих секторов из предыдущего раздела, то есть 1-й сектор –  $[47\pi/24; \pi/24]$ ,  $j$ -й сектор –  $[\pi/24+\pi(j-2)/12; \pi/24+\pi(j-1)/12]$ ,  $j=2,\dots,24$ . При дальнейшем использовании куба  $VF_p(i, j, k)$ , предполагается, что полярный угол  $\theta$  для всех фотонов в пределах одного сектора одинаков и равен полусумме значений границ сектора. Энергия фотонов в пределах одного интервала одинакова и равна полусумме значений границ интервала. Диапазон полярных углов  $0 \leq \theta \leq \pi/2$  соответствует входу фотонов в детектор со стороны материала, в который происходит эмиссия электронов, а диапазон полярных углов  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$  соответствует входу фотонов в детектор со стороны материала, из которого будет происходить эмиссия электронов.

Куб  $VF_p(i, j, k)$  может считаться построенным, если достигнуто требуемое значение относительной погрешности для его элементов (меньше  $\varepsilon$ ). Если значения относительной погрешности для некоторых элементов куба превышают  $\varepsilon$ , то необходимо просуммировать значения всех элементов куба, для которых значения относительной погрешности превышают  $\varepsilon$ , и соотнести их с суммой всех элементов куба, для которых значения относительной погрешности меньше  $\varepsilon$ . Если это соотношение оказывается меньше  $\varepsilon$ , то куб  $VF_p(i, j, k)$  также может считаться построенным.

Особенностью размещения данных в кубе  $VF_p(i, j, k)$  является привязка локальной системы координат, связанной с плоскостью детектора, в которой отсчитываются углы  $\theta$  и  $\varphi$ , к абсолютной системе координат, в которой рассматривается вся преграда. Ось  $oZ$  локальной системы координат всегда направлена по нормали к плоскости детектора в сторону материала, в который происходит эмиссия электронов. Пусть единичный вектор нормали к плоскости детектора имеет координаты  $\mathbf{n}_d = (n_x, n_y, n_z)$ . Ось  $oX$  находится в плоскости детектора и задаётся единичным вектором  $(n_y/\sqrt{n_x^2 + n_y^2}, -n_x/\sqrt{n_x^2 + n_y^2}, 0)$ . Ось

$oY$  также находится в плоскости детектора и задаётся единичным вектором  $(n_x n_z / \sqrt{n_x^2 + n_y^2}, n_y n_z / \sqrt{n_x^2 + n_y^2}, -\sqrt{n_x^2 + n_y^2})$ . Соответственно, полярный угол  $\theta$  отсчитывается от положительного направления оси  $oZ$ , а азимутальный угол  $\varphi$  – от положительного направления оси  $oX$  против часовой стрелки.

Длина тормозного пути электрона существенно меньше длины свободного пробега фотона соответствующей энергии. Поэтому полученное спектрально-угловое распределение фотонного излучения не изменится, если все детекторы будут перемещены вглубь материала, из которого происходит эмиссия электронов, на расстояние, равное тормозному пути электрона. Таким образом, можно считать, что полученный для каждого детектора куб  $VF_p(i, j, k)$  описывает падение фотонов на этот детектор, который, в свою очередь, можно рассматривать как пластину равновесной толщины, рождающую электроны. Падение фотонного излучения, характеристики которого описываются элементами куба  $VF_p(i, j, k)$ , на детектор-пластину эквивалентно суперпозиции падений всех пар  $(E_{ph}^k, \theta_i)$ , содержащихся в кубе. В свою очередь, спектрально-угловое распределение электронов эмиссии для падения каждой такой пары  $(E_{ph}^k, \theta_i)$  уже содержится в хранилище данных в виде полного набора кубов  $VE_n^m, TET_n^m, FI_n^m, E_n^m$ , поскольку сектора для полярного угла  $\theta$  и интервалы энергии выбраны так, что они полностью соответствуют перечням энергий фотонов  $(E_{ph}^n)$  и углов падения излучения  $(\alpha_m)$ , которые использовались при построении хранилища данных.

Под описанием спектрально-углового распределения электронов для каждого детектора будем понимать следующий набор кубов:  $VE_p(i, j, k), TET_p(i, j, k), FI_p(i, j, k), E_p(i, j, k)$ , где  $i = 1 \dots I, I = 12, j = 1 \dots J, J = 24, k = 1 \dots K, K = 81$ .

Куб  $VE_p$  описывает спектрально-угловое распределение электронов с поверхности детектора-пластины в направлении построенной нормали в расчёте на один упавший на объект фотон излучения:  $VE_p(i, j, k)$  – это количество электронов, вышедших из детектора-пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  в диапазоне энергий  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$  в расчёте на один упавший на преграду фотон.

Куб  $TET_p$  содержит средние значения полярных углов  $\theta$  выходящих с поверхности детектора-пластины в направлении построенной нормали электронов:  $TET_p(i, j, k)$  – среднее значение полярного угла  $\theta$  для электронов, выходящих из детектора-пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  в диапазоне энергий  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$ .

Куб  $FI_p$  содержит средние значения азимутальных углов  $\varphi$  выходящих с поверхности детектора-пластины в направлении построенной нормали

электронов:  $FI_p(i, j, k)$  – среднее значение азимутального угла  $\varphi$  для электронов, выходящих из детектора-пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  в диапазоне энергий  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$ .

Куб  $E_p$  содержит средние значения энергий выходящих с поверхности детектора-пластины в направлении построенной нормали электронов:  $E_p(i, j, k)$  – среднее значение энергии электронов, выходящих из детектора-пластины в телесный угол  $[\pi(i-1)/12; \pi i/12] \times [\pi(j-1)/12; \pi j/12]$  в диапазоне энергий  $[\Delta E(k-1); \Delta E k]$ .

Спектрально-угловое распределение электронов для каждого детектора строится в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Выбирается куб  $VF_p(i, j, k)$ , где  $i = 1 \dots I, I = 12, j = 1 \dots J, J = 24, k = 1 \dots K, K = 23$ , описывающий спектрально-угловое распределение входящего в  $p$ -й детектор фотонного излучения как со стороны материала, в который эмитируются электроны ( $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ), так и со стороны материала, из которого эмитируются электроны ( $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ );

2. Из хранилища данных извлекается полный набор кубов  $VE_n^m, TET_n^m, FI_n^m, E_n^m$ , где  $n = 1 \dots 23, m = 1 \dots 6$ , соответствующий материалу, с границы которого происходит эмиссия электронов. Они содержат данные, соответствующие как выходу электронов «вперёд» (для диапазона углов  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ), так и выходу электронов «назад» (для диапазона углов  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ );

3. Создаётся набор пустых кубов  $VE_p(i, j, k), TET_p(i, j, k), FI_p(i, j, k), E_p(i, j, k)$ , где  $i = 1 \dots I, I = 6, j = 1 \dots J, J = 24, k = 1 \dots K, K = N$ , в которых будет сформировано спектрально-угловое распределение электронов, выходящих из  $p$ -го детектора. Индекс  $I = 6$  вследствие того, что необходимо получить спектрально-угловое распределение электронов только для диапазона полярных углов  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ , соответствующего стороне материала, в который происходит эмиссия электронов.

Поскольку вычисляется эмиссия электронов в направлении построенной к детектору нормали, то для фотонов, попавших в детектор в диапазоне углов  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ , необходимо использовать данные из кубов  $VE_n^m, TET_n^m, FI_n^m, E_n^m$ , относящиеся к выходу электронов «назад» (диапазон углов  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ ). Для фотонов, попавших в детектор в диапазоне углов  $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ , необходимо использовать данные из кубов  $VE_n^m, TET_n^m, FI_n^m, E_n^m$ , относящиеся к выходу электронов «вперёд» (диапазон углов  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ).

Элементы куба  $VF_p$  перебираются следующим образом: сначала фиксируется энергетический интервал, затем номер полярного сектора, а

затем – номер азимутального сектора. Обработав все азимутальные секторы для зафиксированного полярного сектора, переходим к следующему полярному сектору и обрабатываем все его азимутальные секторы и т.д. Завершив обработку всех полярных секторов, переходим к следующему энергетическому интервалу и т.д.

Рассмотрим процесс для  $k = 1$ . Фиксируем 1-й сектор полярного угла ( $i = 1$ , средний угол падения  $\pi/24$ ). Из хранилища данных потребуются следующие кубы:  $VE_1^1, TET_1^1, FI_1^1, E_1^1$ , которые соответствуют фотонам максимальной энергии, падающим под углом  $\pi/24$  к поверхности. Перебираем элементы куба  $VF_p(1, j, 1)$  по азимутальным углам, учитывая, что секторы  $j$  ( $j = 1, \dots, 6$ ) и сектор  $(13-j)$  ( $j = 1, \dots, 6$ ) соответствуют одному и тому же углу падения фотона на детектор, но с противоположных сторон. Для фотонов сектора  $j$  ( $j = 1, \dots, 6$ ) вклад в результат даёт выход «назад», а для фотонов сектора  $(13-j)$  ( $j = 1, \dots, 6$ ) вклад в результат даёт выход «вперёд». Для элементов  $VF_p(1, 1, 1)$  и  $VF_p(12, 1, 1)$ , соответствующих 1-му азимутальному сектору, вектор скорости фотона лежит в плоскости  $XoZ$  локальной системы координат, связанной с детектором. Поэтому выход электронов, обусловленный элементами  $VF_p(1, 1, 1)$  и  $VF_p(12, 1, 1)$  (падение фотонов с максимальной энергией под углом  $\pi/24$  к поверхности), будет полностью соответствовать кубу  $VE_1^1$ , элементы которого должны быть умножены на «весовые» коэффициенты  $VF_p(1, 1, 1)$  и  $VF_p(12, 1, 1)$ :

$$VE_p(i, j, k) := VF_p(1, 1, 1) \times VE_1^1(13-i, j, k) + \\ + VF_p(12, 1, 1) \times VE_1^1(i, j, k).$$

Первое слагаемое – это вклад выхода «назад» от фотонов, упавших на детектор со стороны направления нормали к детектору, а второе слагаемое – это вклад выхода «вперёд» от фотонов, упавших на детектор со стороны, противоположной направлению нормали к детектору.

Для формирования кубов  $TET_p, FI_p, E_p$  необходимо суммировать усредняемые величины с их «весовыми» коэффициентами:

$$TET_p(i, j, k) := VF_p(1, 1, 1) \times VE_1^1(13-i, j, k) \times TET_1^1(13-i, j, k) + \\ + VF_p(12, 1, 1) \times VE_1^1(i, j, k) \times TET_1^1(i, j, k), \\ TET_p(i, j, k) = VF_p(1, 1, 1) \times VE_1^1(13-i, j, k) \times TET_1^1(13-i, j, k) + \\ + VF_p(12, 1, 1) \times VE_1^1(i, j, k) \times TET_1^1(i, j, k), \\ FI_p(i, j, k) = VF_p(1, 1, 1) \times VE_1^1(13-i, j, k) \times FI_1^1(13-i, j, k) + \\ + VF_p(12, 1, 1) \times VE_1^1(i, j, k) \times FI_1^1(i, j, k), \\ E_p(i, j, k) = VF_p(1, 1, 1) \times VE_1^1(13-i, j, k) \times E_1^1(13-i, j, k) + \\ + VF_p(12, 1, 1) \times VE_1^1(i, j, k) \times E_1^1(i, j, k).$$

Для элементов  $VF_p(1, 2, 1)$  и  $VF_p(12, 2, 1)$ , соответствующих 2-му азимутальному сектору, вектор скорости фотона не лежит в плоскости  $XoZ$  локальной системы координат, связанной с детектором, поэтому, чтобы воспользоваться данными из кубов  $VE_1^1, TET_1^1, FI_1^1, E_1^1$ , необходимо осуществить «поворот» системы координат, в которой представлены данные в кубах  $VE_1^1, TET_1^1, FI_1^1, E_1^1$ , относительно оси  $oZ$  на угол  $\pi/12$  против часовой стрелки. Этот поворот эквивалентен перенумерации азимутальных секторов:  $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, \dots, 24 \rightarrow 1$  в кубах  $VE_1^1, TET_1^1, FI_1^1, E_1^1$  и корректировке содержания куба  $FI_1^1$ , поскольку при «повороте» азимутальных секторов должно происходить и добавление корректирующего угла  $\pi/12$  к значениям элементов этого куба:

$$\begin{aligned} \hat{FI}_1^1(i, j, k) &:= FI_1^1(i, j+1, k), & j=1, \dots, 23, \\ \hat{FI}_1^1(i, 24, k) &:= FI_1^1(i, 1, k) \\ \hat{FI}_1^1(i, j, k) &:= \hat{FI}_1^1(i, j, k) + \pi/12, \\ \hat{FI}_1^1(i, 24, k) &:= \hat{FI}_1^1(i, 24, k) + \pi/12 - 2\pi & j=1, \dots, 23. \end{aligned}$$

После перенумерации выходы электронов, обусловленные элементами  $VF_p(1, 2, 1)$  и  $VF_p(12, 2, 1)$ , будут полностью соответствовать кубу  $VE_1^1$ , и его можно добавить в куб  $VE_p$ :

$$\begin{aligned} VE_p(i, j, k) &:= VE_p(i, j, k) + VF_p(1, 2, 1) \times VE_1^1(13-i, j^{(1)}, k) + \\ &+ VF_p(12, 2, 1) \times VE_1^1(i, j^{(1)}, k), \end{aligned}$$

где  $j^{(1)}$  – изменённый индекс  $j$  для азимутальных секторов.

Для формирования кубов  $TET_p, FI_p, E_p$  необходимо продолжить суммирование усредняемых величин с их «весовыми» коэффициентами:

$$\begin{aligned} TET_p(i, j, k) &= TET_p(i, j, k) + \\ &+ VF_p(1, 2, 1) \times VE_1^1(13-i, j^{(1)}, k) \times TET_1^1(13-i, j^{(1)}, k) + \\ &+ VF_p(12, 2, 1) \times VE_1^1(i, j^{(1)}, k) \times TET_1^1(i, j^{(1)}, k), \\ FI_p(i, j, k) &= FI_p(i, j, k) + \\ &+ VF_p(1, 2, 1) \times VE_1^1(13-i, j^{(1)}, k) \times \hat{FI}_1^1(13-i, j, k) + \\ &+ VF_p(12, 2, 1) \times VE_1^1(i, j^{(1)}, k) \times \hat{FI}_1^1(i, j, k), \\ E_p(i, j, k) &= E_p(i, j, k) + \\ &+ VF_p(1, 2, 1) \times VE_1^1(13-i, j^{(1)}, k) \times E_1^1(13-i, j^{(1)}, k) + \\ &+ VF_p(12, 2, 1) \times VE_1^1(i, j^{(1)}, k) \times E_1^1(i, j^{(1)}, k). \end{aligned}$$

Аналогично для элементов  $VF_p(1, 3, 1)$  и  $VF_p(12, 3, 1)$ , соответствующих 3-му азимутальному сектору, необходима следующая перенумерация азимутальных секторов:  $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 5, \dots, 23 \rightarrow 1, 24 \rightarrow 2$  в кубах  $VE_1^1, TET_1^1, FI_1^1, E_1^1$  и корректировка содержания куба  $FI_1^1$ , поскольку при

«повороте» азимутальных секторов должно происходить и добавление корректирующего угла  $\pi/6$  к значениям элементов этого куба:

$$\hat{FI}_1^1(i, j, k) := FI_1^1(i, j + 2, k), j = 1, \dots, 22;$$

$$\hat{FI}_1^1(i, j - 22, k) := FI_1^1(i, j, k), j = 23, 24;$$

$$\hat{FI}_1^1(i, j, k) := \hat{FI}_1^1(i, j, k) + \pi/6, j = 1, \dots, 22;$$

$$\hat{FI}_1^1(i, j - 22, k) := \hat{FI}_1^1(i, j, k) + \pi/6 - 2\pi, j = 23, 24.$$

После этого результат падения элементов  $VF_p(1, 3, 1)$  и  $VF_p(12, 3, 1)$  можно занести в куб  $VE_p$ :

$$VE_p(i, j, k) := VE_p(i, j, k) + VF_p(1, 3, 1) \times VE_1^1(13 - i, j^{(2)}, k) + \\ + VF_p(12, 3, 1) \times VE_1^1(i, j^{(2)}, k),$$

где  $j^{(2)}$  – изменённый индекс  $j$  для азимутальных секторов.

Для формирования кубов  $TET_p, FI_p, E_p$  необходимо продолжить суммирование усредняемых величин с их «весовыми» коэффициентами:

$$TET_p(i, j, k) := TET_p(i, j, k) + \\ + VF_p(1, 3, 1) \times VE_1^1(13 - i, j^{(2)}, k) \times TET_1^1(13 - i, j^{(2)}, k) + \\ + VF_p(12, 3, 1) \times VE_1^1(i, j^{(2)}, k) \times TET_1^1(i, j^{(2)}, k), \\ FI_p(i, j, k) := FI_p(i, j, k) + \\ + VF_p(1, 3, 1) \times VE_1^1(13 - i, j^{(2)}, k) \times \hat{FI}_1^1(13 - i, j, k) + \\ + VF_p(12, 3, 1) \times VE_1^1(i, j^{(2)}, k) \times \hat{FI}_1^1(i, j, k), \\ E_p(i, j, k) := E_p(i, j, k) + \\ + VF_p(1, 3, 1) \times VE_1^1(13 - i, j^{(2)}, k) \times E_1^1(13 - i, j^{(2)}, k) + \\ + VF_p(12, 3, 1) \times VE_1^1(i, j^{(2)}, k) \times E_1^1(i, j^{(2)}, k).$$

Путём «прокрутки» нумерации азимутальных секторов в кубах  $VE_1^1, TET_1^1, FI_1^1, E_1^1$  и соответствующей корректировки содержания куба  $FI_1^1$  можно добавить в куб  $VE_p$  результаты падения от всех элементов  $VF_p(1, j, 1)$  и  $VF_p(12, j, 1)$ ,  $j = 1, \dots, 24$ , которые полностью описывают результат падения фотонов с максимальной энергией под углом  $\pi/24$  к поверхности детектора-пластины. Для формирования кубов  $TET_p, FI_p, E_p$  следует также осуществить процедуры, аналогичные описанным выше.

Далее переходим к следующему полярному углу ( $i = 2$ , средний угол падения  $\pi/8$ ). Из хранилища данных потребуются следующие кубы:  $VE_1^2, TET_1^2, FI_1^2, E_1^2$ , которые соответствуют падению фотонов максимальной энергии под углом  $\pi/8$  к поверхности. Все требуемые действия по добавлению данных в кубы  $VE_p, TET_p, FI_p, E_p$  аналогичны действиям, выполненным для

предыдущего полярного угла (последовательная «прокрутка» нумерации азимутальных секторов в кубах  $VE_1^2, TET_1^2, FI_1^2, E_1^2$  и корректировка содержания куба  $FI_1^2$ ):

$$\begin{aligned}
VE_p(i, j, k) &:= VE_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 1, 1) \times VE_1^2(13 - i, j, k) + VF_p(11, 1, 1) \times VE_1^2(i, j, k), \\
TET_p(i, j, k) &:= TET_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 1, 1) \times VE_1^2(13 - i, j, k) \times TET_1^2(13 - i, j, k) + \\
&VF_p(11, 1, 1) \times VE_1^2(i, j, k) \times TET_1^2(i, j, k), \\
FI_p(i, j, k) &:= FI_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 1, 1) \times VE_1^2(13 - i, j, k) \times FI_1^2(13 - i, j, k) + \\
&VF_p(11, 1, 1) \times VE_1^2(i, j, k) \times FI_1^2(i, j, k), \\
E_p(i, j, k) &:= E_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 1, 1) \times VE_1^2(13 - i, j, k) \times E_1^2(13 - i, j, k) + \\
&VF_p(11, 1, 1) \times VE_1^2(i, j, k) \times E_1^2(i, j, k), \\
VE_p(i, j, k) &:= VE_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 2, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(1)}, k) + VF_p(11, 2, 1) \times VE_1^2(i, j^{(1)}, k), \\
TET_p(i, j, k) &:= TET_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 2, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(1)}, k) \times TET_1^2(13 - i, j^{(1)}, k) + \\
&VF_p(11, 2, 1) \times VE_1^2(i, j^{(1)}, k) \times TET_1^2(i, j^{(1)}, k), \\
FI_p(i, j, k) &:= FI_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 2, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(1)}, k) \times \hat{FI}_1^2(13 - i, j, k) + \\
&VF_p(11, 2, 1) \times VE_1^2(i, j^{(1)}, k) \times \hat{FI}_1^2(i, j, k), \\
E_p(i, j, k) &:= E_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 2, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(1)}, k) \times E_1^2(13 - i, j^{(1)}, k) + \\
&VF_p(11, 2, 1) \times VE_1^2(i, j^{(1)}, k) \times E_1^2(i, j^{(1)}, k),
\end{aligned}$$

где  $j^{(1)}$  – изменённый индекс  $j$  для азимутальных секторов;

$$\begin{aligned}
VE_p(i, j, k) &:= VE_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 3, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(2)}, k) + VF_p(11, 3, 1) \times VE_1^2(i, j^{(2)}, k), \\
TET_p(i, j, k) &:= TET_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 3, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(2)}, k) \times TET_1^2(13 - i, j^{(2)}, k) + \\
&VF_p(11, 3, 1) \times VE_1^2(i, j^{(2)}, k) \times TET_1^2(i, j^{(2)}, k), \\
FI_p(i, j, k) &:= FI_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 3, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(2)}, k) \times \hat{FI}_1^2(13 - i, j, k) + \\
&VF_p(11, 3, 1) \times VE_1^2(i, j^{(2)}, k) \times \hat{FI}_1^2(i, j, k), \\
E_p(i, j, k) &:= E_p(i, j, k) + \\
&+ VF_p(2, 3, 1) \times VE_1^2(13 - i, j^{(2)}, k) \times E_1^2(13 - i, j^{(2)}, k) + \\
&VF_p(11, 3, 1) \times VE_1^2(i, j^{(2)}, k) \times E_1^2(i, j^{(2)}, k),
\end{aligned}$$

где  $j^{(2)}$  – изменённый индекс  $j$  для азимутальных секторов.

Пройдя по всем полярным углам для первого энергетического интервала, переходим к следующему энергетическому интервалу, выполняя аналогичные описанным выше действия и последовательно накапливая результат падения в кубах  $VE_p, TET_p, FI_p, E_p$ . Для завершения формирования кубов  $TET_p, FI_p, E_p$  необходимо провести нормировку их элементов:

$$\begin{aligned}
TET_p(i, j, k) &:= TET_p(i, j, k) / VE_p(i, j, k), \\
FI_p(i, j, k) &= FI_p(i, j, k) / VE_p(i, j, k), \\
E_p(i, j, k) &= E_p(i, j, k) / VE_p(i, j, k).
\end{aligned}$$

Полученный таким образом набор кубов описывает спектрально-угловое распределение электронов в окрестности  $p$ -го детектора. Построив соответствующие наборы кубов для всех поверхностных детекторов, получаем описание спектрально-углового распределения электронов в заданных точках поверхности эмиссии. Использование полного набора кубов  $VE_p, TET_p, FI_p, E_p$ , где  $p = 1, \dots, P$  позволяет:

- путём интерполяции получить спектрально-угловое распределение электронов, инжектируемых из преграды;
- путём «свёрток» по углам и энергии получить интегральные энергетические и угловые характеристики инжектируемых электронов и использовать их при проведении расчётов.

## Заключение

Исследование эмиссии электронов с поверхностей преград актуально для конструкции космических аппаратов, оказывающихся под действием рентгеновского излучения космического пространства.

Параметры электромагнитного поля, образующегося в окрестности облучаемой твердотельной преграды, существенно зависят от начального спектрально-углового распределения электронов эмиссии.

Математическое моделирование эмиссии путем прямого решения уравнений переноса электронов отдачи в материале для геометрически сложной преграды требует большого объема вычислительных ресурсов, что не позволяет широко применять его при проведении исследований.

Представленный подход дает возможность заранее осуществить подготовку хранилища спектрально-угловых параметров электронной эмиссии из исследуемых материалов для различных значений импульса падающих фотонов. Для произвольного падающего потока излучения хранилище позволяет получить спектрально-угловое распределение электронов, инжектируемых из преграды, путем свертки импульсного распределения падающих фотонов с данными, содержащимися в хранилище.

## Библиографический список

1. Гайтлер Л. Квантовая теория излучения. М.: Иностранная литература, 1956.
2. Бойко В.И., Скворцов В.А., Фортов В.Е., Шаманин И.В. Взаимодействие импульсных пучков заряженных частиц с веществом. М.: Физматлит, 2003.
3. Модель космоса: Научно-информационное издание. В 2 т. / Под ред. Панасюка М.И., Новикова Л.С. Т.1: Физические условия в космическом пространстве. М.: КДУ, 2007. 872 с.
4. Поток энергии Солнца и его изменения, под ред. О. Уайта, пер. с англ. М.: Мир, 1980. 560 с.
5. Carlson B.G., Lathrop K.D. Transport Theory - The Method of Discrete Ordinates: In Computing Methods in Reactor Physics. Edited by Greenspan H., Kelber C.N., Okrent D. Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1968.
6. Басс Л.П. Конечно-разностные методы решения уравнения переноса в задачах со сложной геометрией. ИПМ АН СССР. Препринт №14. М., 1974. 75с.
7. Метод Монте-Карло в проблеме переноса излучений/ Под. ред. Марчука Г.И. М.: Атомиздат, 1967.
8. Михайлов Г.А. Некоторые вопросы теории методов Монте-Карло. Новосибирск: Наука, 1974.
9. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969.
10. Мухин К.Н. Введение в ядерную физику. М.: Атомиздат, 1965.
11. Мотт Н., Мэсси Г. Теория атомных столкновений. М.: МИР, 1969.

12. Мэсси Г., Бархоп Е. Электронные и ионные столкновения. М.: МИР, 1958.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
14. Жуковский М.Е., Усков Р.В. Гибридное распараллеливание алгоритмов моделирования каскадных процессов переноса излучения // Матем. моделирование, 2015. № 27:5. С. 39–51.
15. Березин А.В., Жуков Д.А., Жуковский М.Е., Конюков В.В., Крайнюков В.И., Марков М.Б., Помазан Ю.В., Потапенко А.И. Моделирование электромагнитных эффектов в сложных конструкциях при воздействии импульсных излучений // Мат. моделир. и числ. методы, 2015. № 6.
16. Вязьмин С.О., Жогов А.Г., Жуковский М.Е., Лукьянова Е.Г., Подоляко С.В., Потапенко А.И., Скачков М.В., Моделирование эксперимента по исследованию радиационной электронной эмиссии // Матем. моделирование, 2012. № 24:6. С. 45–56
17. Модель космоса: Научно-информационное издание: В 2 т. / Под ред. Панасюка М.И., Новикова Л.С. Т.2: Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов. М.: КДУ, 2007. 1144 с.
18. Официальный сайт <https://physics.nist.gov/cgi-bin/Star>.
19. Жуковский М.Е., Марков М.Б., Подоляко С.В., О подготовке данных для моделирования переноса фотонов и электронов // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2023. № 019. 24 с.
20. Аккерман А.Ф., Грудский М.Я., Смирнов В.В. Вторичное электронное излучение из твердых тел под действием гамма-квантов. М.: Энергоатомиздат, 1986. 168 с.