ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 58 за 2025 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

О.С. Косарев

Моделирование электрического разряда в воздухе методом частиц

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Косарев О.С. Моделирование электрического разряда в воздухе методом частиц // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2025. № 58. 20 с. EDN: STWSPD
https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2025-58

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

О.С. Косарев

Моделирование электрического разряда в воздухе методом частиц

Москва – 2025

Косарев О.С.

Моделирование электрического разряда в воздухе методом частиц

Рассмотрен численный алгоритм, реализующий математическую модель электрического разряда между электродами в воздушной среде. Метод частиц применен при численном решении уравнений для концентрации заряженных частиц. Выявлены проблемы, связанные с жесткостью основной системы уравнений и выбором шага интегрирования. Предложен алгоритм, позволяющий исключить неконтролируемый рост концентрации при лавинной ионизации воздуха. Выбрана интерполяционная функция, обеспечивающая сглаживание распределения концентрации на разностной сетке. Рассмотрена задача моделирования условий возникновения канала разряда. Получены результаты, подтверждающие необходимость учета дрейфа электронов и обоснованность выбора интерполяционной функции.

Ключевые слова: электрон, ион, дрейф, метод частиц, электрическое поле

Kosarev O.S.

Modeling an Electric Discharge in Air Using the Particle Method

A numerical algorithm implementing a mathematical model of an electric discharge between electrodes in an air environment is considered. The particle method is applied to the numerical solution of equations for the concentration of charged particles. Problems associated with the rigidity of the main system of equations and the choice of the integration step are identified. An algorithm is proposed that allows eliminating uncontrolled growth of concentration during avalanche ionization of air. An interpolation function is selected that ensures smoothing of the concentration distribution on the difference grid. The problem of modeling the conditions for the emergence of a discharge channel is considered. Results are obtained that confirm the need to take into account electron drift and the validity of the choice of the interpolation function.

Key words: electron, ion, drift, particle method, electric field

Оглавление

Введение 3
1. Особенности численного алгоритма 4
2. Постановка задачи 8
3. Результаты расчетов 9
Заключение 18
Библиографический список 19

Введение

Модель дрейфа свободных электронов в газовой среде под действием электрического поля представлена в работе [1]. Она основана на гидродинамических следствиях кинетических уравнений для заряженных частиц и уравнениях Максвелла для самосогласованного электромагнитного поля:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\mu_e \mathbf{E} n_e\right) + \nu_{att} n_e + \sigma_{ei} \overline{n}_i^+ n_e = q + \nu_{ion} n_e , \qquad (1)$$

$$\frac{\partial n_i^+}{\partial t} - \operatorname{div}\left(\mu_i^+ \mathbf{E} n_i^+\right) + \sigma_{ei} \overline{n}_e n_i^+ + \sigma_{ii} \overline{n}_i^- n_i^+ = q + \nu_{ion} n_e , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial n_i^-}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\mu_i^- \mathbf{E} n_i^-\right) + \sigma_{ii} \overline{n}_i^+ n_i^- = \nu_{att} n_e \qquad (3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\left(\xi \mathbf{E} + \mathbf{j}_{ext}\right), \qquad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \qquad (4)$$

Здесь n_e n_i^+ n_i^- – концентрации электронов, положительных и отрицательных ионов; μ_e μ_i^+ μ_i^- – подвижности электронов, положительных и отрицательных ионов; $\mathbf{E}(t,\mathbf{r})$ – вектор напряженности электрического поля; $\mathbf{H}(t,\mathbf{r})$ – вектор напряженности магнитного поля; ν_{att} – частота прилипания к атомам кислорода; ν_{ion} – частота ионизации; σ_{ei}, σ_{ii} – сечения электрон-ионной и ион-ионной рекомбинации. Решение задачи Коши для уравнений (1) – (4) рассмотрено в пространстве финитных обобщенных функций [2] переменной $\mathbf{r}$. Во избежание перемножения обобщенных функций в (1-3) введены бесконечно дифференцируемые аналоги концентраций, полученные как действия обобщенных концентраций на интерполяционную функцию $W\left(\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|,\Delta\right), \mathbf{r}' \in \mathrm{R}_{\mathbf{r}}^3, \Delta > 0$, из основного пространства. Данная функция удовлетворяет условиям

$$\lim_{\Delta\to 0}\int_{\mathrm{R}_{\mathbf{r}}^3} d\mathbf{r}' W\left(\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|,\Delta\right)\varphi\left(\mathbf{r}'\right) = \varphi\left(\mathbf{r}\right), \ \int_{\mathrm{R}_{\mathbf{r}}^3} W\left(\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|,\Delta\right) d\mathbf{r}' = 1$$

для любой бесконечно дифференцируемой функции $\varphi(\mathbf{r})$ из основного пространства.

Система (1) – (4) включает квазилинейные уравнения типа переноса, замкнутые уравнениями Максвелла. Система имеет общие черты с уравнением Власова [3] с поглощением [4]. Метод частиц [5] доказал свою эффективность при решении большого числа практических задач для уравнения Власова. Применение метода частиц представляется перспективным подходом и к моделиро-

ванию дрейфа свободных электронов в электрическом поле. Успешное применение метода частиц для моделирования дрейфа отрицательных ионов [6] позволяет надеяться на положительный результат.

Одной из реализаций метода частиц для уравнения Власова являются алгоритмы и вычислительные модули комплекса Радиационное и ЭлектроМагнитное Поле (РЭМП) [7,8], разрабатываемого в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Данная работа представляет модификацию комплекса для уравнений (1) – (4) и пример его применения к моделированию электрического разряда в воздухе.

1. Особенности численного алгоритма

Обобщенные решения уравнений (1) – (3) имеют вид:

$$n_e(t,\mathbf{r}) = \int_0^t d\tau \int d\xi\, q(\tau,\xi) \times$$
$$\times \exp\left\{-\int_\tau^t d\tau' \left(\sigma_{ei}\bar{n}_e^+ + \nu_{att} - \nu_e\right)\left(\tau', \mathbf{r}_e(\tau',\tau,\xi)\right)\right\} \delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_e(t,\tau,\xi)\right); \tag{5}$$

$$n_i^+(t,\mathbf{r}) = \int_0^t d\tau \int d\xi \left(q(\tau,\xi) + \nu_{ion} n_e\right) \times$$
$$\times \exp\left\{-\int_\tau^t d\tau' \left(\sigma_{ei}\bar{n}_e + \sigma_{ii}\bar{n}_i^+\right)\left(\tau', \mathbf{r}_i^+(\tau',\tau,\xi)\right)\right\} \delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i^+(t,\tau,\xi)\right); \tag{6}$$

$$n_i^-(t,\mathbf{r}) =$$
$$= \int_0^t d\tau \int d\xi\, \nu_{att} n_e(\tau,\xi) \exp\left\{-\int_\tau^t d\tau' \sigma_{ii}\bar{n}_i^+\left(\tau', \mathbf{r}_i^-(\tau',\tau,\xi)\right)\right\} \delta\left(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i^-(t,\tau,\xi)\right), \tag{7}$$

где функции $\mathbf{r}_e(t,\tau,\xi)$, $\mathbf{r}_i^+(t,\tau,\xi)$ и $\mathbf{r}_i^-(t,\tau,\xi)$ являются решениями следующих задач Коши для уравнений движения:

$$\frac{d\mathbf{r}_e}{dt} = -\mu_e \mathbf{E}\left(t, \mathbf{r}_e\right), \quad \mathbf{r}_e\Big|_{t=\tau} = \xi; \tag{8}$$

$$\frac{d\mathbf{r}_i^+}{dt} = \mu_i^+ \mathbf{E}\left(t, \mathbf{r}_i^+\right); \quad \mathbf{r}_i^+\Big|_{t=\tau} = \xi; \tag{9}$$

$$\frac{d\mathbf{r}_i^-}{dt} = -\mu_i^- \mathbf{E}\left(t, \mathbf{r}_i^-\right); \quad \mathbf{r}_i^-\Big|_{t=\tau} = \xi. \tag{10}$$

Тогда:

$$\bar{n}_e\left(t,\mathbf{r}\right)=\int_0^t d\tau\int d\xi\, q\left(\tau,\xi\right)W\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_e\left(t,\tau,\xi\right)\right)\times$$
$$\times\exp\left\{-\int_\tau^t d\tau'\left(\sigma_{ei}\bar{n}_e^+ +\nu_{att}-\nu_e\right)\left(\tau',\mathbf{r}_e\left(\tau',\tau,\xi\right)\right)\right\}; \tag{11}$$

$$n_i^+\left(t,\mathbf{r}\right)=\int_0^t d\tau\int d\xi\left(q\left(\tau,\xi\right)+\nu_{ion}n_e\right)W\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_i^+\left(t,\tau,\xi\right)\right)$$
$$\times\exp\left\{-\int_\tau^t d\tau'\left(\sigma_{ei}\bar{n}_e+\sigma_{ii}\bar{n}_i^+\right)\left(\tau',\mathbf{r}_i^+\left(\tau',\tau,\xi\right)\right)\right\}; \tag{12}$$

$$n_i^-\left(t,\mathbf{r}\right)=\int_0^t d\tau\int d\xi\,\nu_{att}n_e\left(\tau,\xi\right)W\left(\mathbf{r},\mathbf{r}_i^-\left(t,\tau,\xi\right)\right)\times$$
$$\times\exp\left\{-\int_\tau^t d\tau'\sigma_{ii}\bar{n}_i^+\left(\tau',\mathbf{r}_i^-\left(\tau',\tau,\xi\right)\right)\right\}. \tag{13}$$

В работе [1] показано, что подстановка (5-7) с учетом (8-10) обращает (1-3) в тождество.

Движение частиц в комплексе РЭМП рассматривается на прямоугольной разностной сетке. Значения плотности электрического тока частиц и напряженности компонент электрического поля отнесены к центрам граней ячеек. Концентрация частиц вычисляется в центрах ячеек $\mathbf{r}-\mathbf{r}_{ijk}$:

$$n_e\left(t,\mathbf{r}_{ijk}\right)=\int_0^t d\tau\int d\xi\, q\left(\tau,\xi\right)W\left(\left(\mathbf{r}_{ijk}-\mathbf{r}_e\left(t,\tau,\xi\right)\right),\Delta\right)\times$$
$$\times\exp\left\{-\int_\tau^t d\tau'\left(\sigma_{ei}\bar{n}_e^+ +\nu_{att}-\nu_e\right)\left(\tau',\mathbf{r}_e\left(\tau',\tau,\xi\right)\right)\right\}.$$

Движение (дрейф) электронов моделируется путем численного решения уравнений движения (8-10) в самосогласованном электромагнитном поле. Алгоритм моделирования основан на схемах, представленных в [6, 8]. Движением и рекомбинацией ионов в настоящей работе пренебрегается в силу их малой подвижности. Электромагнитное поле вычисляется с помощью явной разностной схемы, представленной в работе [9]. Интерполяционная функция W в РЭМП [8] выбрана таким образом, что концентрация, «создаваемая» данной частицей, от-

носится только к той ячейке, в которой частица движется. Изменение концентрации в ячейке за счет движения частиц уравнения Максвелла [10] интерпретируют как изменение проводимости ячейки – не плотности тока, а свойства среды. В такой интерпретации очевидно, что изменение концентрации должно происходить достаточно медленно, то есть за много шагов по времени, используемых для интегрирования уравнений Максвелла. Это сильно ограничивает шаг по времени. Если смещение частиц за шаг по времени становится соизмеримым с размером ячейки, гладкость распределения концентрации нарушается.

Выбрана интерполяционная функция, относящая изменение концентрации не только к ячейке, в которой двигаются частицы, но и ко всем соседним. Рис. 1 схематично иллюстрирует интерполяцию концентрации на соседние ячейки в плоскости.

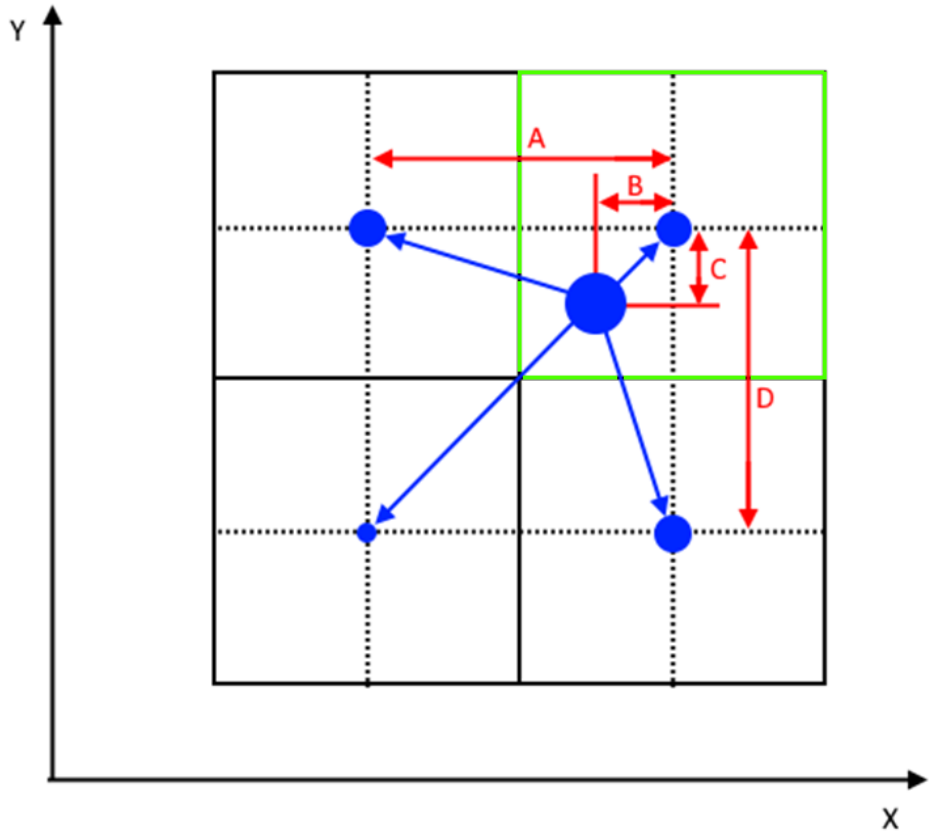

Рис. 1. Схематичное представление интерполяционной функции.

Пусть частица находится в левой нижней четверти основной ячейки (зеленый цвет). Зная расстояния между центром ячейки и координатой частицы, для каждого направления можно вычислить интерполяционные коэффициенты.

$$cx_{left} = \frac{B}{A} \qquad cx_{right} = 1 - cx_{left}$$

$$cy_{left} = \frac{C}{D} \qquad cy_{right} = 1 - cy_{left}$$

cx_{left} и cy_{left} отражают «уход» концентрации против соответствующих осей, а cx_{right} и cy_{right} – вдоль осей. Для простоты присвоим первым двум коэффициентам индексы 0, а вторым 1: $cx_{left} = cx_0 \quad cy_{left} = cy_0 \quad cx_{right} = cx_1 \quad cy_{right} = cy_1$. Обозначим концентрацию в ячейке с частицей как $n_{i,j}$, тогда

$$\begin{matrix} i \in [0\ldots1], \Delta i = 1 \\ j \in [0\ldots1], \Delta j = 1 \end{matrix} \quad n_{i-1,j-1} = cx_i \cdot cy_j \cdot w \cdot \frac{1}{vol_{i-1,j-1}},$$

где w – вес частицы, а vol – объем соответствующей ячейки.

Численное интегрирование уравнения для электронов выявило проблему жесткости системы (1-3). За счет лавинной ионизации прирост концентрации электронов на шаге по времени в некоторых областях пространства оказался недопустимо большим. Предложена схема интегрирования, ограничивающая прирост концентрации частиц при любом выборе шага интегрирования. Для иллюстрации рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} &= \nu_{ion} n_e - \sigma_{ei} n_e n_i^+ \\ \frac{\partial n_i^+}{\partial t} &= \nu_{ion} n_e - \sigma_{ei} n_e n_i^+ \end{aligned} \qquad (14)$$

с начальными условиями $n_e(0) = n_e^0$, $n_i^+(0) = n_i^0$.

Рассмотрим приближенное решение задачи Коши для уравнений (14) на временном промежутке $[0, \Delta t]$. Для этого выполним замену $n_e = n_e^0 + \Delta n$, $n_i^+ = n_i^0 + \Delta n$ и получим вместо системы двух уравнений (14) одно уравнение для Δn

$$\frac{\partial(\Delta n)}{\partial t} = \nu_{ion} n_e^0 - \sigma_{ei} n_e^0 n_i^0 + \left(\nu_{ion} - \sigma_{ei}\left(n_e^0 + n_i^0\right)\right)\Delta n - \sigma_{ei}\Delta n^2. \qquad (15)$$

Введем следующие обозначения

$$A = \nu_{ion} n_e^0 - \sigma_{ei} n_e^0 n_i^0, \qquad B = \nu_{ion} - \sigma_{ei}\left(n_e^0 + n_i^0\right), \qquad C = \sigma_{ei}.$$

Тогда приближенное решение (14) можно записать в виде

$$\Delta n = \frac{B}{C} \frac{\exp\{B\Delta t\}}{\exp\{B\Delta t\} + B/(CA) - 1}. \qquad (16)$$

Решение (16) имеет первый порядок точности по времени, но ограничено для любого значения шага по времени Δt.

2. Постановка задачи

Рассмотрим процесс развития лавины электронов в электрическом поле на основе численного решения уравнений (1) – (4). Выполним на основе постановки, типичной для исследования газового разряда, модельный расчет для оценки влияния дрейфа электронов на параметры электрического разряда в газе. Пусть две металлические пластины конечных размеров расположены параллельно друг другу на заданном расстоянии. Каждая из пластин имеет неоднородность в виде симметричной прямоугольной пирамиды. Вершины пирамид (далее – острия) направлены внутрь пространства между пластинами. Среда между пластинами представляет собой воздух. Таким образом, образуется плоский конденсатор с неоднородностями обкладок в виде острий. Такая геометрия выбрана для усиления приложенного к электродам электрического поля вблизи неоднородностей [11]. Длина и ширина пластин равны расстоянию между ними и составляют 14 см. Размер неоднородностей – 1 см в ширину и 2 см в длину. Построена дискретизация модели прямоугольной разностной сеткой 100x100x100 ячеек (рисунок 1).

К обкладкам прикладывается напряжение путем переноса заряда сторонним током с нижней пластины к верхней. Плотность данного тока в уравнениях (4) обозначена $\mathbf{j}_{ext} = \mathbf{j}_{ext}(t,\mathbf{r})$. На рисунке 3 представлен график зависимости плотности тока от времени, нормированной в максимуме на единицу. Плотность тока задается функцией $\mathbf{j}_{ext} = \mathbf{j}_{ext}(t,\mathbf{r})$ в столбике ячеек, соединяющем обкладки конденсатора. Амплитуда потока заряда выбрана так, чтобы напряженность электрического поля между пластинами за время порядка 10 нс достигала минимального пробойного значения для воздуха порядка 10 СГСЭ [12,13]. Амплитуда плотности тока составила величину порядка 10^{13} СГСЭ.

Развитие лавины начинается с разгона свободных электронов воздуха приложенным электрическим полем. Свободные электроны включаются в расчет путем задания их объемного источника – правой части $q = q(t,\mathbf{r})$ в уравнениях (1,2). Для задания источника воспользуемся следующими соображениями. В соответствии с [14] слабоионизованная низкотемпературная плазма газового разряда имеет температуру порядка 1 эВ и концентрацию заряженных частиц выше 10^8 1/см^3. Частота прилипания электронов к кислороду составляет величину порядка 10^8 1/с. В слабоионизованном газе данная величина не зависит от концентраций заряженных частиц и определяется плотностью нейтральных молекул. Электронно-ионной рекомбинацией при рассматриваемых концентрациях ионов можно пренебречь по сравнению с прилипанием. Зададим между пластинами объемный источник свободных электронов величиной 10^{12} 1/(см^3 с). Источник такой интенсивности можно рассматривать как «затравку» для развития газового разряда под действием электрического поля в конденсаторе. Это следует из того, что в отсутствие электрического поля источник создаст распределение свобод-

ных электронов с равновесной концентрацией порядка $10^4 - 10^5$ 1/см^3. Это пренебрежимо мало по сравнению с концентрацией заряженных частиц, ожидаемой в плазме газового разряда.

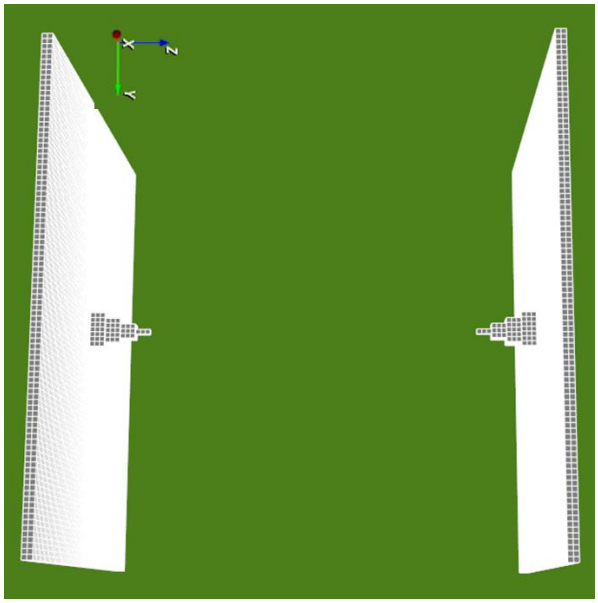

Рис. 2. Сеточная модель конденсатора с неоднородными обкладками.

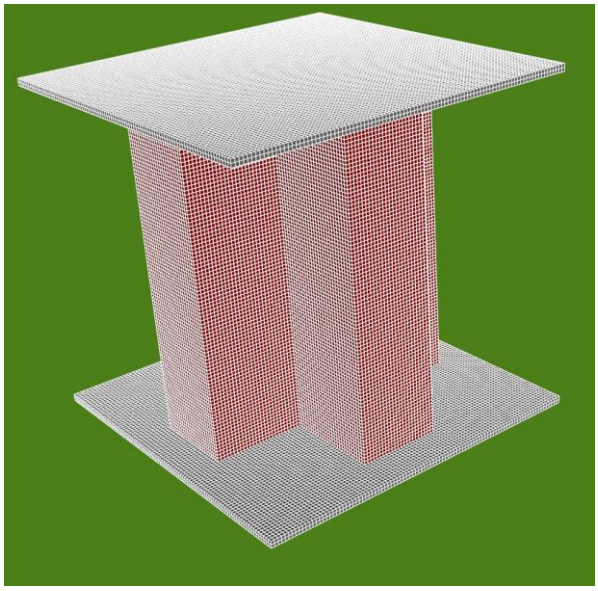

Рис. 3. Сеточная модель конденсатора с областью объемного источника электронов.

Между обкладками конденсатора выделяется ограниченная область, показанная на рисунке 4. Только в ней задается объемный источник свободных электронов с нулевой энергией. Ограничение области позволяет ускорить расчет.

3. Результаты расчетов

Электрическое поле, образующееся между электродами за счет зарядки конденсатора, передает свою энергию электронам. Электроны начинают дрейфовать по направлению поля. Если энергия электронов между столкновениями успевает достигать достаточной величины, то начинается процесс ударной ионизации.

На рисунках 4 и 5 приведены графики зависимостей концентраций от координаты z на отрезке, соединяющем острия. Здесь и далее сплошные линии будут относиться к расчетам, выполненным для покоящихся электронов, пунктирные – к расчетам с учетом дрейфа.

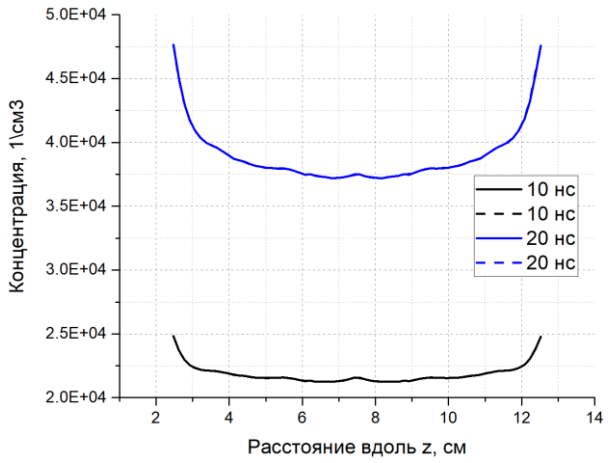

Рис. 4. Распределения концентраций для времен 10 и 20 нс.

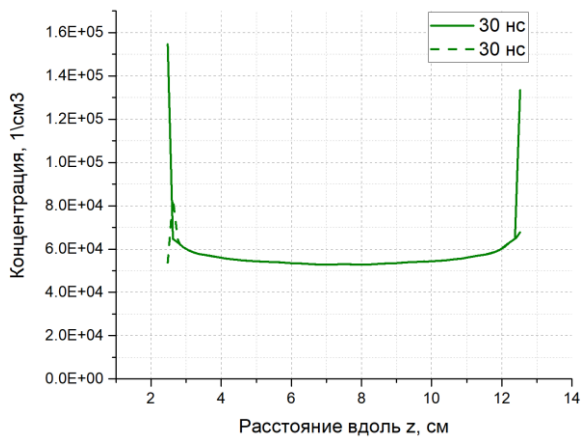

Рис. 5. Распределение концентрации для времени 30 нс.

Видно, что в начальные моменты времени дрейф электронов не влияет на распределение концентрации. Также видно, что по мере зарядки конденсатора концентрация растет во всем межэлектродном промежутке. Рост неоднороден вдоль направления поля. Это связано с его усилением вблизи неоднородностей, что влечет увеличение частоты ионизации. Графики на рисунке 7 показывают, что к 30 нс распределения концентраций вдоль Z начинают отличаются. В первой ячейке воздуха вблизи иглы (слева) концентрация частиц для случая без учета движения больше, чем для случая с его учетом. Однако уже в следующей ячейке ситуация становится обратной. Это свидетельствует о смещении электронов по полю. Концентрации смещенных и оставшихся электронов не равны. Это обусловлено тем, что смещение имеет место не только вдоль z, но и в поперечном направлении.

Асимметрия слева и справа обусловлена выделенным направлением электрического поля. Несмотря на то, что вблизи иголок поле усиливается одинаково, электроны вблизи правой иголки двигаются к ней и проходят меньшее расстояние. Актов ионизации в результате меньше, соответственно, меньше и концентрация.

Скорости роста концентраций для двух случаев сильно отличаются, поэтому следующие графики приводятся в логарифмическим масштабе.

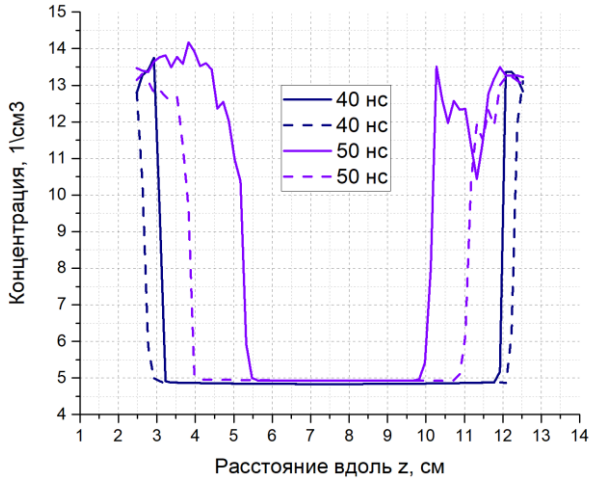

Рис. 6. Распределения концентраций для времен 40 и 50 нс.

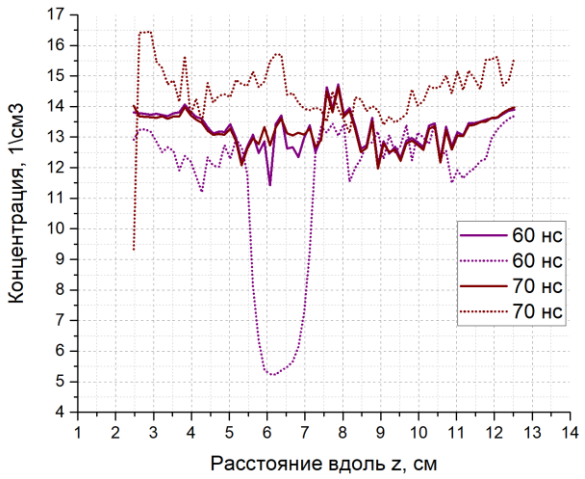

Рис. 7. Распределение концентрации для времен 60 и 70 нс.

Из графиков на рисунках 6 – 7 видно, что учет движения электронов влияет не только на перераспределение концентрации, но и на момент слияния двух электронных лавин.

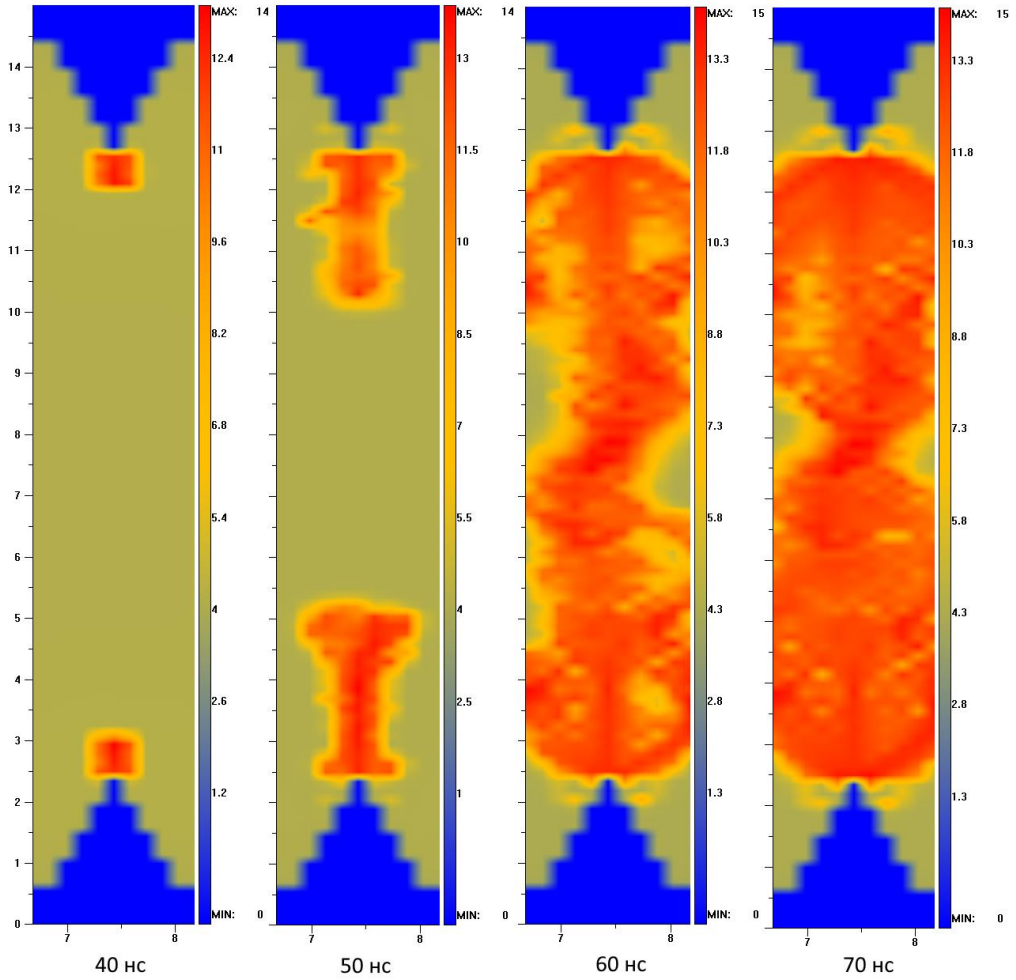

Рис.8. Линии уровня концентрации электронов в плоскости XY для последовательных моментов времени (движение не учитывается).

Будем называть момент начала распространения концентрации против направления поля вдоль оси z отрывом. Заметим, что отрыв происходит как с учетом движения электронов, так и без него. Несмотря на отсутствие движения, концентрация продолжает расти за счет ударной ионизации. Это приводит к росту проводимости и перераспределению поля. За этим следует рост концентрации во всех областях пространства с достаточной напряженностью поля.

На рисунках 8 – 9 представлены линии уровня концентрации электронов в плоскости XY для последовательных моментов времени после отрыва. Градиентная шкала уровней представлена в логарифмическом масштабе. Расчет с учетом движения электронов представлен на рисунке 9, без учета – на рисунке 8. Изображения представлены для окрестности отрезка, соединяющего неоднородности обкладок.

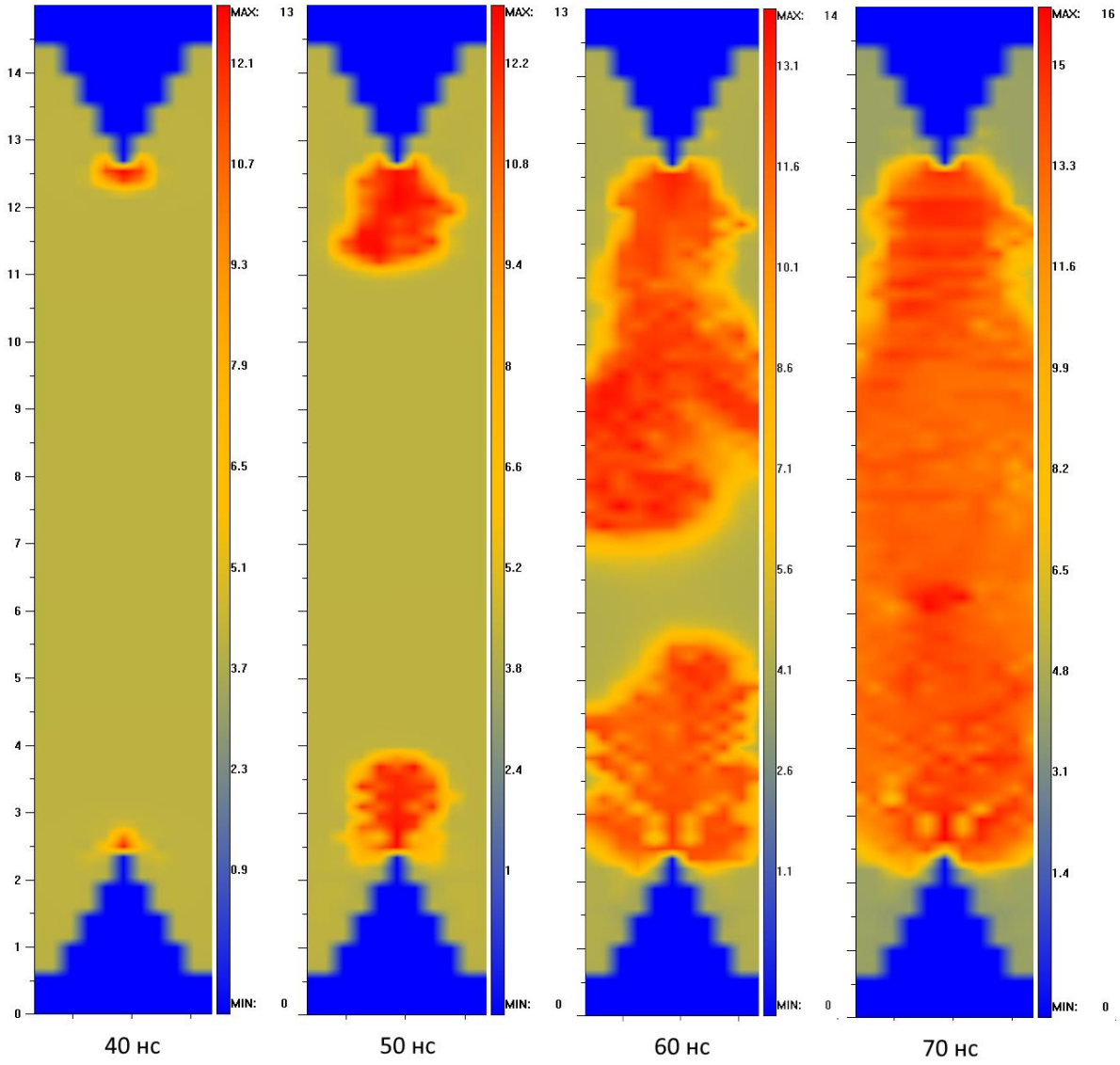

Рис. 9. Линии уровня концентрации электронов в плоскости XY для последовательных моментов времени (движение учитывается).

Видно, что распределения концентраций для двух случаев существенно различаются. К моменту времени 60 нс в расчете без учета движения электронные лавины замыкаются. В расчете с учетом движения замыкания не наблюдается.

Распределение концентрации оказывается неоднородным. Наиболее ярко это выражено на рисунке 9 в диапазоне от 2 до 5 см по оси z для момента времени 60 нс. Вблизи левой иголки среднее значение концентрации достигает 10^{11} 1/см^2. Наблюдаются участки, на которых концентрация падает до 10^9 1/см^2 (желтые пятна).

Неравномерное распределение концентрации связано с выбором интерполяционной функции. Введем сглаженную интерполяционную функцию и вычислим концентрацию. Результаты представлены на рисунке 10.

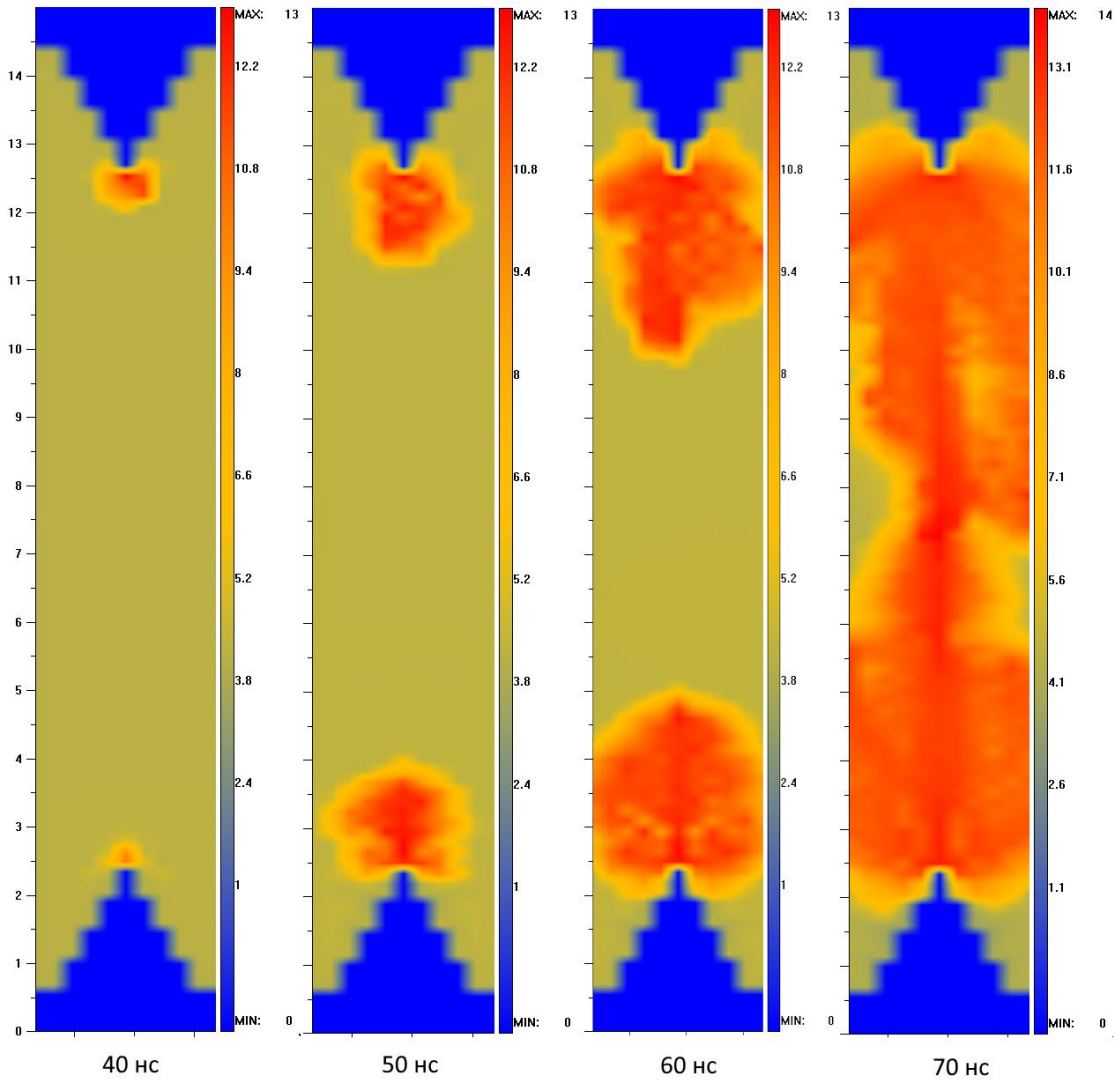

Рис. 10. Линии уровня концентрации движущихся электронов с учетом движения электронов и сглаженной интерполяционной функции.

Сглаживание интерполяционной функции ведет к изменению скорости распространения проводящей области. К моменту времени 60 нс расстояние между проводящими областями составляет 4,5 см. Сглаживание интерполяционной функции позволило уточнить распределения концентрации в электромагнитном поле, имеющем выделенное направление. Как следствие, стал более выраженным тот факт, что частица вблизи правой иголки проходит меньшее расстояние и не успевает создать достаточную концентрацию для перераспределения поля в направлении левой обкладки.

Далее все расчеты проводились со сглаженной интерполяционной функцией.

Ниже на рисунке 11 представлено изображение линий уровня электропроводности в области неоднородностей в заданные моменты времени для дрейфующих электронов в логарифмическом масштабе.

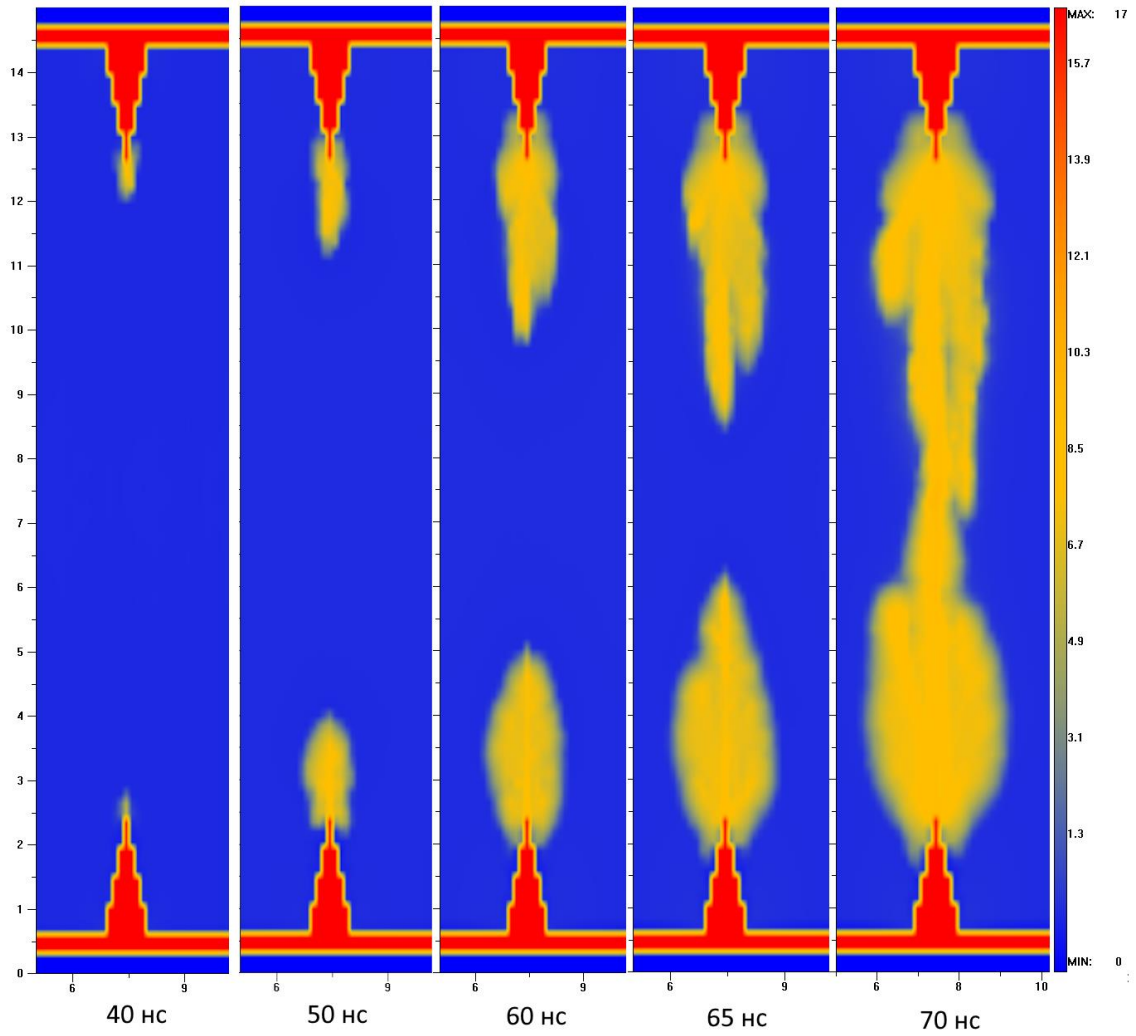

Рис. 11. Линии уровня электропроводности среды с движущимися электронами для моментов времени 40, 50, 60, 65 и 70 нс.

Рисунок 11 иллюстрирует распространение электропроводящих областей с обоих острий и образование замыкающего канала проводимости. Включение в область рассмотрения самих электродов не дает полноценно оценить величину проводимости в воздухе из-за сильного различия значений. Исключим из рассмотрения обкладки. Начало и конец координаты z будут соответствовать первым ячейкам в воздухе вблизи острий.

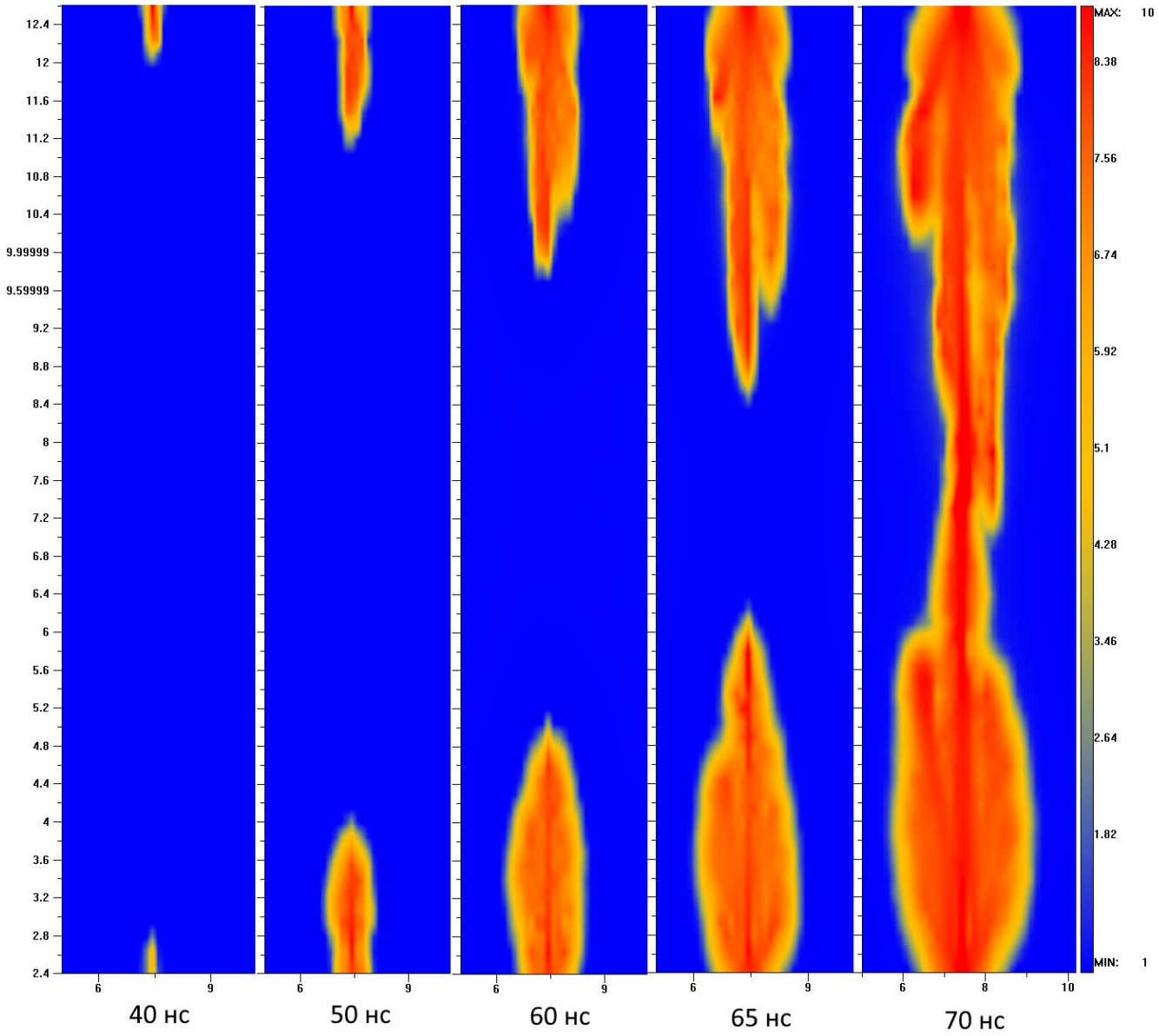

Рис. 12. Линии уровня электропроводности воздуха с дрейфующими электронами.

Высокая проводимость, как показывает рисунок 12, формируется преимущественно в центре канала. Для сравнения рассмотрим распределение электропроводности в воздухе без учета движения электронов (рисунок 13).

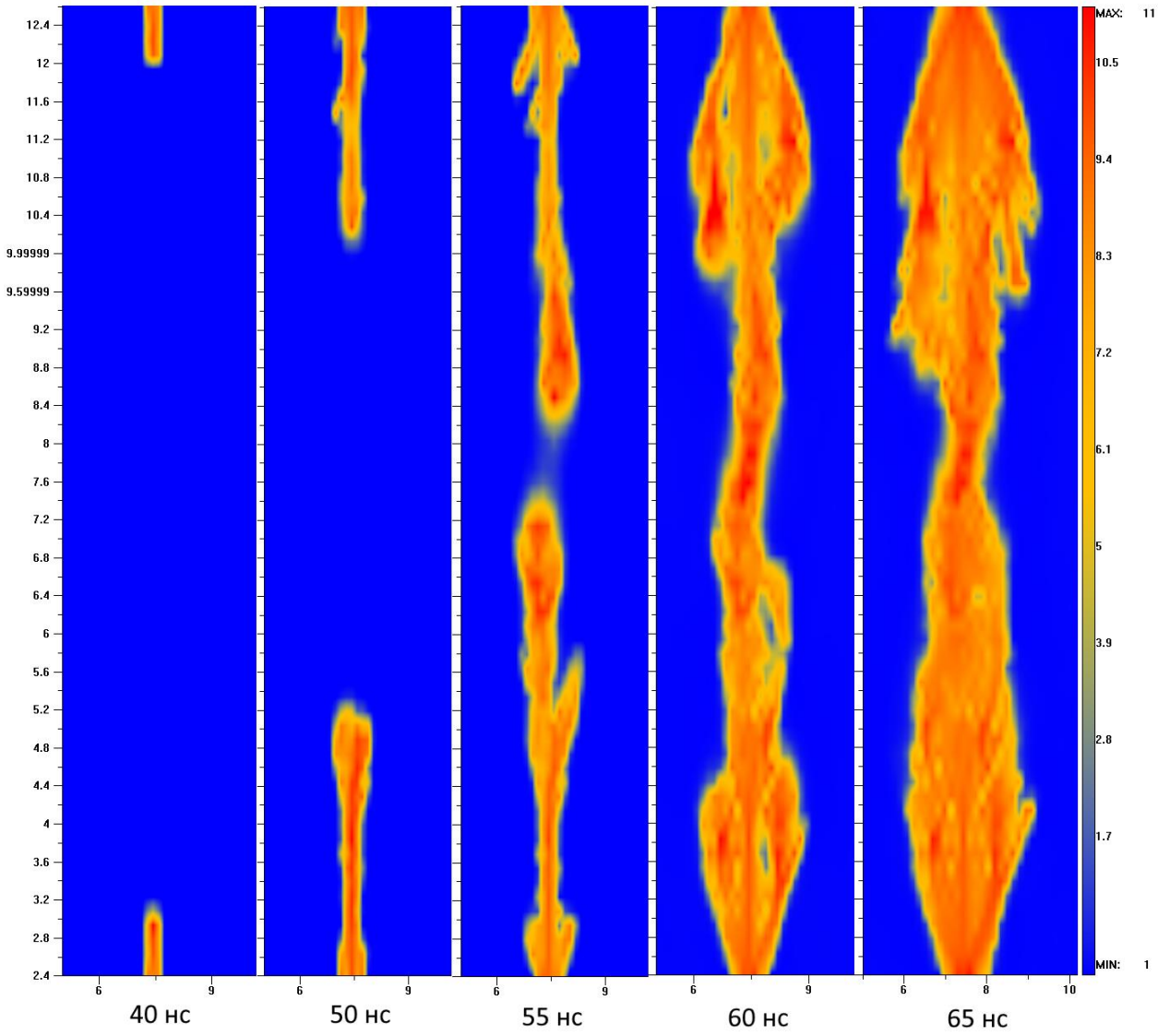

Рис. 13. Линии уровня электропроводности среды с покоящимися электронами для моментов времени 40, 50, 55, 60 и 65 нс.

Из рисунка 13 видно, что времена образования замыкающего канала существенно отличаются. Для дрейфующих электронов оно составляло 67 нс, для покоящихся – 56 нс. Также рисунок 13 показывает, что все дополнительные каналы, образованные за счет поперечного поля, сглаживаются за счет интерполяции.

Ниже на рисунке 14 представлены изображения силовых линий z компоненты электрического поля для случая с учетом движения электронов для последовательных моментов времени. Видно, как поле вытесняется по мере развития и перераспределения электропроводности вдоль канала. Также видно, что до замыкания среднее поле монотонно растет, т.к. сторонний ток зарядки к первому моменту времени постоянен. Для подтверждения этого на рисунке 15 представлен график зависимости z компоненты напряженности электрического поля вдоль z для последовательных моментов времени для случая с учетом движения электронов.

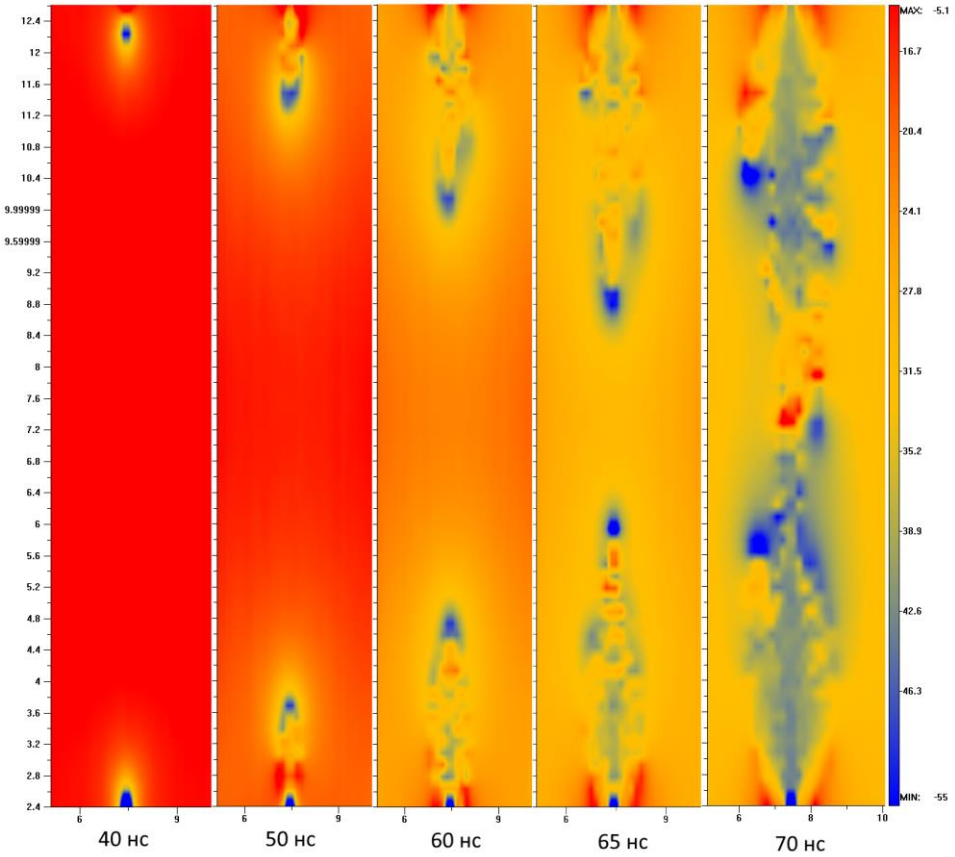

Рис. 14. Силовые линии напряженности z компоненты электрического поля для моментов времени 40, 50, 60, 65 и 70 нс.

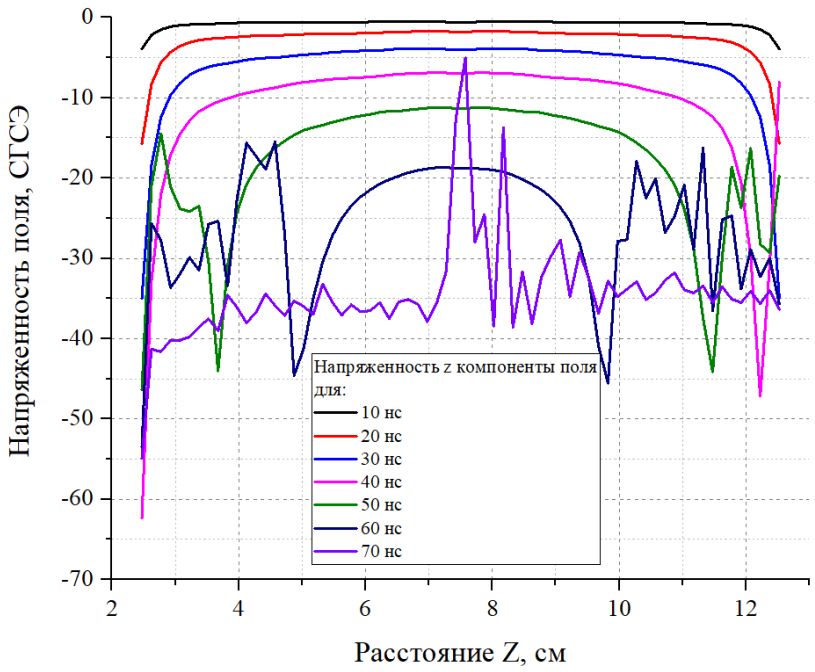

Рис. 15. Напряженность электрического поля от расстояния для последовательных моментов времени.

По силовым линям поля сложно оценить влияние образования канала проводимости на систему в целом. Для этого построены графики напряжения между электродами для всех трех случаев.

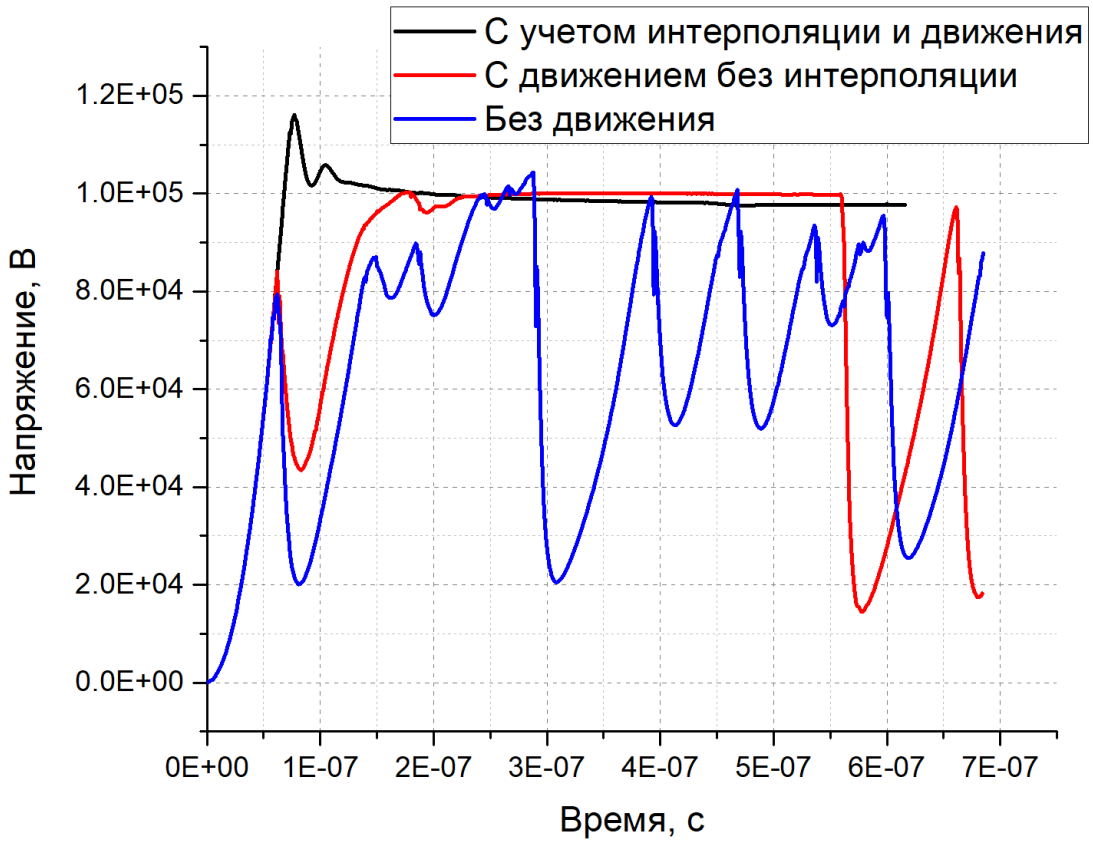

Рис. 16. График зависимости напряжения от времени.

Прилипание уменьшает количество электронов и, как следствие, фрагментирует проводящий канал. Поэтому падающее напряжение опять начинает расти. Особенно хорошо это видно для случая без движения.

Заключение

Электрический разряд между заряженными электродами в воздушной среде состоит в падении напряжения между ними за счет их замыкания проводящей средой. Данная среда формируется при ударной ионизации газа свободными электронами, которые приобретают энергию при разгоне в электрическом поле между столкновениями с нейтральными молекулами. Изначально свободные электроны возникают в газе за счет эмиссии с электродов, предионизации и т.д. Развитие проводящей среды обусловлено несколькими эффектами. Главный из нихсостоит в усилении электрического поля вблизи неоднородностей электродов. Сильное поле обуславливает интенсивную ионизацию, повышение прово-

димости и вытеснение электрического поля дальше в нейтральную среду. Одновременно электроны дрейфуют в электрическом поле, также распространяясь в нейтральную среду.

Ионизация и дрейф сложным образом влияют друг на друга. В основном это связано с тем, что локальное увеличение концентрации электронов ведет к увеличению проводимости и снижению электрического поля. Интенсивность ударной ионизации растет с увеличением как напряженности поля, так и концентрации электронов. Дрейф снижает концентрацию электронов в области их образования и увеличивает в нейтральной среде. Увеличение электрического поля повышает скорость дрейфа. Количественное сравнение указанных эффектов возможно только средствами математического моделирования.

Математическое моделирование выявило, что дрейф электронов существенно влияет на развитие газового разряда. Сложным образом перераспределяются концентрация электронов и электропроводность газовой среды, электрического поля. Выявлен расчетный случай, при котором дрейф электронов приводит к задержке формирования электрического разряда. Предсказать такое развитие проводящей среды априорно, без математического моделирования, не представляется возможным.

Библиографический список

1. Волков Ю.А., Воронин Ф.Н., Косарев О.С., Марков М.Б. О применении метода частиц для моделирования дрейфа электронов в ионизованном воздухе // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2025. № 50. 17 с.
2. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс. М.: Изд-во МГУ, 1984.
3. Власов А.А. Макроскопическая электродинамика. М.: ГИТТЛ, 1955.
4. Марков М. Б., Паротькин С. В., Сысенко А. В. Метод частиц для модели электромагнитного поля потока электронов в газе // Матем. моделирование, 20:5 (2008), С. 35–54.
5. Braun W., Hepp K. The Vlasov Dynamics and Its Fluctuations in the 1/N Limit of Interacting Classical Particles // Commun. Math. Phys. 1977. № 56.
6. Воронин Ф.Н., Марков М.Б., Паротькин С.В. Релаксация заряда потока электронов в воздушной среде // Математическое моделирование. 2022. № 34:4. С. 83-99.
7. Марков М. Б. Приближение однородного рассеяния электронов на траекториях // Матем. моделирование, 21:10 (2009), С. 85–93.
8. Андрианов А. Н., Березин А. В., Воронцов А. С., Ефимкин К. Н., Марков М. Б. Моделирование электромагнитных полей радиационного происхождения на многопроцессорных вычислительных системах // Матем. моделирование, 20:3 (2008), С. 98–114.

9. Березин А. В., Воронцов А. С., Марков М. Б., Садовничий Д. Н. Модель дифракции плоского электромагнитного импульса // Матем. моделирование, 26:5 (2014), С. 33–47.
10. Максвелл Дж.К. Трактат об электричестве и магнетизме. В 2 т. М.: Наука, 1989.
11. Месяц Г.А. Эмиссионная сильноточная электроника. — Новосибирск, 1984.
12. Лёб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950.
13. Френсис Г. Ионизационные явления в газах. М.: Атомиздат, 1964.
14. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высш. школа, 1978.