



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 14 за 2026 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**В.А. Судаков, Д.С. Балабанов**

Оптимизация сети  
маршрутов трамваев  
методами искусственного  
интеллекта

Статья доступна по лицензии  
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Судаков В.А., Балабанов Д.С. Оптимизация сети маршрутов трамваев методами искусственного интеллекта // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2026. № 14. 25 с. EDN: [LYUVM](https://doi.org/10.26907/2071-2898.2026.14)  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2026-14>

**О р д е н а   Л е н и н а**  
**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**имени М.В. Келдыша**  
**Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к**

**В. А. Судаков, Д. С. Балабанов**

**Оптимизация сети маршрутов трамваев  
методами искусственного интеллекта**

**Москва — 2026**

*Судаков В.А., Балабанов Д.С.*

### **Оптимизация сети маршрутов трамваев методами искусственного интеллекта**

В статье исследуется задача оптимизации маршрутной сети трамваев. Осуществлён поиск конфигурации сети, максимизирующей суммарный комфорт пассажиров. Трамвайная инфраструктура представлена в виде ориентированного взвешенного графа. Критерий комфорта формализован на основе социологического опроса с применением условной логистической регрессии и учитывает время ожидания, загруженность вагонов и количество пересадок. Для поиска оптимального распределения подвижного состава проанализированы семь методов: «жадный» алгоритм, генерация столбцов, перебор пар маршрутов, генетический алгоритм, соревновательная и кооперативная многоагентные модели, а также имитация отжига с контролируемым шумом. Наилучший результат достигнут алгоритмом имитации отжига; кооперативный подход показал наиболее сбалансированную сеть без критических провалов на отдельных участках. Для снижения вычислительной нагрузки внедрено суррогатное моделирование на основе ансамбля методов машинного обучения. Оптимизированные конфигурации существенно сокращают интервалы движения на ключевых магистралях и устраняют дисбаланс загрузки. Разработанная методика и количественная модель комфорта могут служить инструментом стратегического планирования трамвайных систем в городах со сложной транспортной инфраструктурой.

**Ключевые слова:** моделирование, обучение с подкреплением, генетический алгоритм, алгоритм имитации отжига, транспортное планирование, общественный транспорт

*Vladimir Anatolyevich Sudakov, Dmitry Sergeevich Balabanov*

### **Optimizing the tram route network using artificial intelligence methods**

This article examines the problem of optimizing a tram route network. A network configuration that maximizes overall passenger comfort is sought. The tram infrastructure is represented as a directed weighted graph. The comfort criterion is formalized based on a sociological survey using conditional logistic regression and takes into account waiting time, car occupancy, and the number of transfers. To find the optimal rolling stock distribution, seven methods are analyzed: a greedy algorithm, column generation, route pair enumeration, a genetic algorithm, competitive and cooperative multi-agent models, and simulated annealing with controlled noise. The best result was achieved using the simulated annealing algorithm; the cooperative approach yielded the most balanced network without critical dips in individual sections. To reduce the computational load, surrogate modeling based on an ensemble of machine learning methods was implemented. Optimized configurations significantly reduce headways on key highways and eliminate load imbalances. The developed methodology and quantitative comfort model can serve as a tool for strategic planning of tram systems in cities with complex transportation infrastructure.

**Key words:** modeling, reinforcement learning, genetic algorithm, simulated annealing algorithm, transportation planning, public transportation

## Введение

Общественный транспорт является ключевым элементом транспортной системы современного города. Эффективность его работы напрямую влияет на мобильность населения и экономическую активность районов. Для того чтобы стимулировать жителей города пользоваться общественным, а не личным транспортом, его маршрутная сеть должна быть грамотно построена и адаптирована к реальным потребностям горожан.

В качестве примера возьмем существующую маршрутную сеть трамваев в Коломне. Она была сформирована эмпирически и в настоящий момент не отвечает актуальным потребностям города в связи с изменением локаций жилой застройки и ключевых мест притяжения. Следствием этого является дисбаланс загрузки подвижного состава: в часы пик на одних участках наблюдается переполненность трамваев, тогда как на других фиксируется низкий спрос.

В этой работе на примере трамвайной системы рассмотрены методы оптимизации маршрутной сети, основанные на моделировании и использовании данных о пассажиропотоках.

## Исходные данные и задача исследования

По состоянию на 2026 год трамвайная система Коломны состоит из десяти маршрутов, пронумерованных числами от 1 до 10. Маршруты №№ 1–4, 6 и 8 являются кольцевыми, а № 10 имеет челночное движение с оборотом. Схема маршрутов представлена на рисунке 1.

Трамвайная система имеет 42 остановочных пункта и 6 разворотных колец. Длина путей насчитывает 44 км в однопутном исчислении. Ежедневно на маршруты выходят до 50 вагонов трамваев.

Для работы с трамвайной сетью как с математическим объектом она была преобразована в ориентированный взвешенный граф, где отдельным типом вершин являются остановочные пункты.

На рисунке 2 показан построенный граф трамвайной сети. Также представлена визуализация графа без привязки к географическим координатам. Для его построения используется метод укладки графа Камада-Кавайи [1].

Конечной остановкой называется остановка, сразу за которой находится разворотное кольцо. Начальной остановкой называется остановка непосредственно после разворотного кольца. В Коломне 6 начальных и 6 конечных остановок (всего 12).

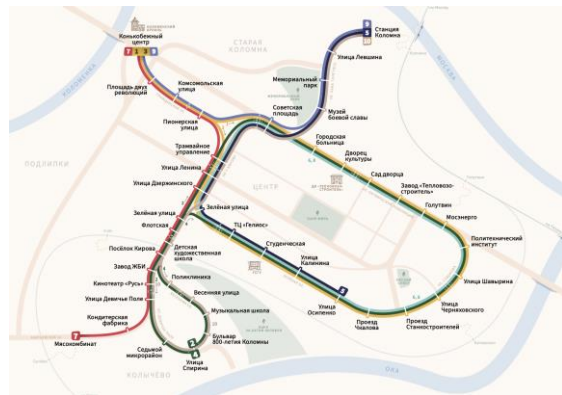


Рис. 1. Схема трамвайной сети

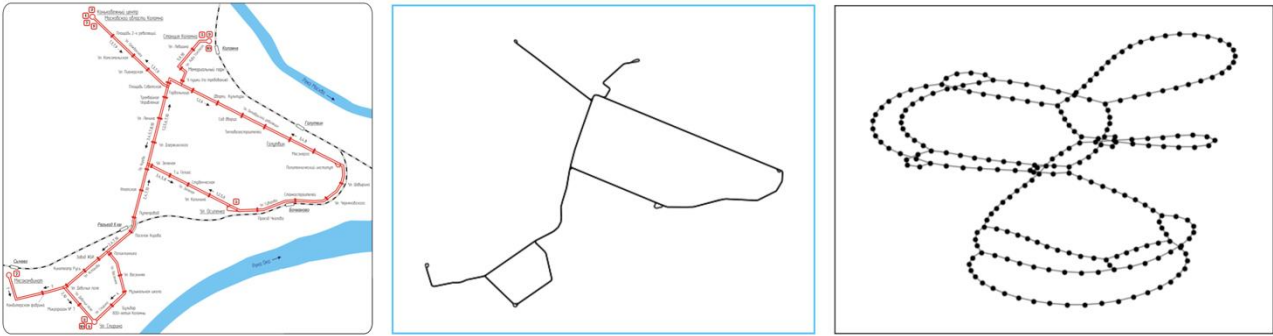


Рис. 2. Чертеж трамвайной сети (слева), построенный граф (посередине), граф без привязки к географическим координатам (справа)

В работе рассмотрены следующие варианты маршрутов:

- путь в графе, который начинается с начальной остановки и заканчивается конечной;
- замкнутый путь (цикл), соответствующий кольцевым маршрутам.

На рисунке 3 представлены все возможные вариации трамвайных маршрутов в Коломне, построенные на основе структуры графа. Синим цветом выделены существующие на данный момент маршруты.

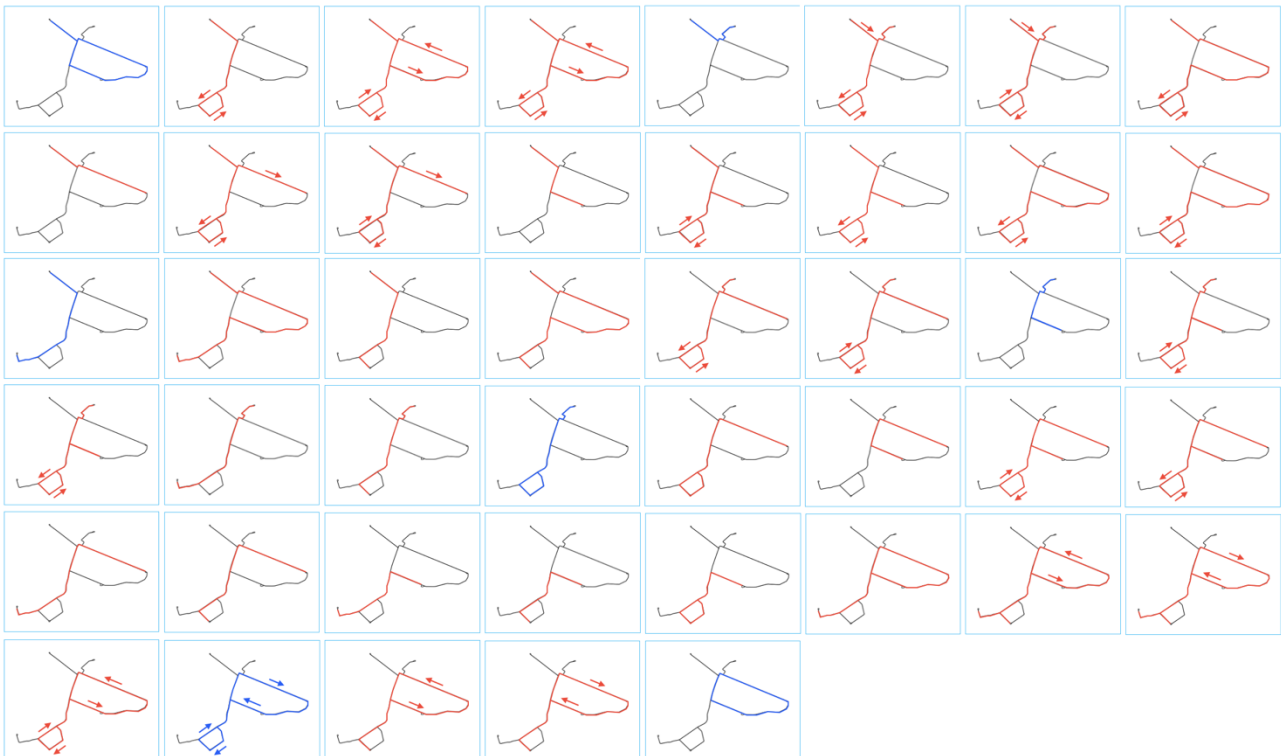


Рис. 3. Возможные трамвайные маршруты в Коломне

Маршрутной сетью будем называть набор маршрутов, для каждого из которых определено число трамваев, курсирующих по нему. Если пронумеровать все маршруты на рисунке 3, то маршрутную сеть можно

представить в виде вектора, где каждое значение — число трамваев на соответствующем маршруте. Например, формула (1) показывает, что в сети есть два маршрута: на маршрут 2 выпущено 15 трамваев, а на маршрут 6 — 20 трамваев.

$$N = (0,15,0,0,0,20,0, \dots, 0). \quad (1)$$

Следует отметить, что в количество трамваев на маршруте является переменной величиной (больше в часы пик и меньше в остальное время), а в некоторых ситуациях вагоны могут перегоняться с одного маршрута на другой. Однако в рамках данного исследования распределение подвижного состава считается фиксированным. Такое допущение обосновано спецификой трамвая как вида транспорта — в отличие от более маневренного автобусного парка, переброска трамвайных вагонов между маршрутами в течение оперативного периода затруднена в силу их привязки к контактной сети и рельсовому полотну. Даже при выявлении пиковой нагрузки на одном из участков, перегон вагона из депо или с другого маршрута требует значительных временных затрат. В связи с этим в модели рассматривается статическое распределение вагонов как базовый сценарий загрузки сети.

Ранее для системы на основе натуральных наблюдений был разработан прогностический алгоритм предсказания загруженности, который определяет, сколько человек войдет и выйдет из трамвая на каждой конкретной остановке. Алгоритм учитывает в том числе и интервал движения трамваев, что важно для данного исследования. При прогнозировании на день вперед  $R^2$  этого алгоритма равна 0.87, что свидетельствует о высокой точности прогноза и позволяет использовать его результаты в качестве достоверной входной информации для задачи оптимизации.

Использование прогностического алгоритма загруженности трамваев позволяет не только предсказывать загруженность в существующей сети, но и использовать предсказанные данные для других, несуществующих, сетей, чтобы определить, какие из них могут быть более удачными. Это может быть полезно как для оптимизации сети (пересмотра текущей сетки маршрутов), так и для добавления нового маршрута или новых маршрутов, если будет построен новый участок пути. Предлагаемый метод ориентирован на стратегическое планирование маршрутной сети и не предназначен для оперативной реакции на временные перекрытия участков, так как частая смена схемы движения может запутать пассажиров.

Задачей оптимизации трамвайной сети ставится поиск такой маршрутной сети, в которой максимален суммарный комфорт перевезенных пассажиров. Понятие комфорта выражено в работе следующим образом:

- чем больше загруженность трамвая, тем меньше комфорт;
- чем больше время ожидания трамвая на остановке, тем меньше комфорт;

- чем больше пересадок нужно совершить пассажиру, чтобы добраться до пункта назначения, тем меньше комфорт.

Чтобы выразить формулу «комфорта» поездки на трамвае, был проведен опрос среди людей, которые используют общественный транспорт. Опрос содержал 15 вопросов, каждый из которых предлагал респонденту выбрать один из двух гипотетических вариантов поездки, различающихся временем ожидания, наполненностью салона и количеством пересадок. Пример вопроса и распределения ответов представлен на рисунке 4.

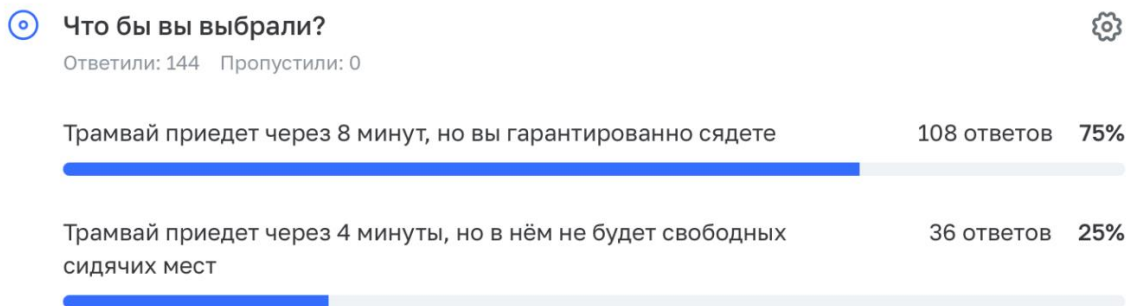


Рис. 4. Пример вопроса анкеты и распределения ответов

На основании результатов опроса была построена модель условной логистической регрессии, позволяющая оценить относительную важность ключевых факторов. Каждый выбор респондента между двумя альтернативами моделируется как результат сравнения их скрытых полезностей [2]. Полезность  $i$ -го варианта в  $j$ -м вопросе задается линейной функцией (2):

$$U_{ij} = \beta_1 T_{ij} + \beta_2 P_{ij} + \beta_3 X_{ij} + \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

где:

$P_{ij}$  — загруженность трамвая (от 0 до 1),

$T_{ij}$  — время ожидания трамвая на остановке (мин),

$X_{ij}$  — количество пересадок (шт),

$\varepsilon_{ij}$  — случайная компонента полезности, отражающая влияние ненаблюдаемых факторов.

Вероятность предпочтительности варианта В над А описывается логистической функцией (3).

$$P(B_A) = \frac{1}{1 + \exp(-(\beta_1 \Delta T_j + \beta_2 \Delta P_j + \beta_3 \Delta X_j))} \quad (3)$$

Оценка коэффициентов проводилась методом максимального правдоподобия. Полученные коэффициенты показывают направление и силу влияния каждого фактора: отрицательное значение  $U$  означает потерю комфорта относительно идеальной поездки (нулевое ожидание, пустой салон, без

пересадок). Для наглядной интерпретации коэффициенты были нормированы относительно времени ожидания. Полученная формула имеет вид

$$U(T, P, X) = -(T + 27.5P + 11X). \quad (4)$$

Интерпретация данной формулы может быть следующая: поездка в переполненном трамвае для пассажира так же не комфортна, как ожидание в течение примерно 27,5 минут на остановке. Пассажир готов подождать трамвай примерно 11 минут, лишь бы не делать пересадку.

Для количественной оценки комфорта была разработана имитационная модель, симулирующая передвижение пассажиров по городу. Модель формирует расписание движения трамваев на основе заданной маршрутной сети, после чего имитирует поведение пассажиров, руководствуясь следующими правилами [3]:

1. Каждый пассажир выбирает для поездки до точки назначения кратчайший маршрут в графе трамвайной сети.
2. Пассажир садится в первый прибывший трамвай, следующий по маршруту, который позволяет проехать хотя бы одну остановку в его направлении.
3. Пассажир стремится проехать как можно дальше, пока трамвай следует вдоль его маршрута (пересадки осуществляются только при необходимости).
4. Для пассажиров, так и не сумевших совершить поездку, значение  $T$  в функции комфорта приравнивается к продолжительности всего модельного периода (полный день), что соответствует крайнему уровню дискомфорта.

Несмотря на то что прогностический алгоритм загруженности имеет стохастическую природу, результаты его работы подаются сравнительной оценке. Это означает, что при подаче на вход одной и той же маршрутной сети модель всегда будет возвращать один и тот же результат. Таким образом, модель реализует отображение вектора маршрутной сети  $N$  на величину суммарного комфорта пассажиров:

$$f(N) = \sum U(T, P, X). \quad (5)$$

Целевая функция задачи оптимизации, сформулированной в предыдущем разделе, направлена на поиск такой маршрутной сети  $N^*$ , которая обеспечивает максимальный суммарный комфорт для всех пассажиров:

$$N^* = \arg \max_{N \in D} f(N). \quad (6)$$

Входные данные и ограничения модели:

- общая численность подвижного состава — 40 вагонов;

- трамваи могут разворачиваться только на разворотных кольцах;
- трамвай не может посещать один и тот же остановочный пункт дважды за рейс (данное ограничение введено для избежания петлеобразных или «мультикольцевых» маршрутов);
- маршруты должны покрывать всю трамвайную сеть (нельзя позволять алгоритму строить сетку маршрутов, если к одной из остановок не заходит ни один из маршрутов).

Поскольку почти невозможно собрать датасет различных маршрутов и степень их «благополучности» для горожан, был использован механизм обучения с подкреплением. В качестве агента выступает механизм формирования маршрутной сети, а в качестве среды — прогностический алгоритм, который определяет заданные выше параметры (загруженность, время ожидания трамвая и число пересадок) и формирует награду для агента.

Основной проблемой было определение механизма формирования маршрутной сети. Высокая награда одного из маршрутов не означает высокую награду всей сети [4], однако даже по скромным прикидкам, если учесть, что сеть может состоять из 2–10 маршрутов, общее число вариантов составляет:

$$S = \sum_{k=2}^{10} C_{55}^k = 55! \sum_{k=2}^{10} \frac{1}{k!(55-k)!} \approx 55! \cdot (9 \cdot \frac{1}{10!45!}) \approx 2,6 \cdot 10^{11}. \quad (7)$$

Перебор всех этих вариантов крайне затруднителен и занял бы много времени, поэтому были задействованы другие способы, описанные в следующем разделе.

## Оптимизация трамвайной сети

Рассмотрим некоторые методы, позволяющие преодолеть «проклятие размерности».

**Метод 1: «жадная» оптимизация.** На первом шаге сеть пуста. Алгоритм перебирает все возможные варианты добавления ровно одного нового трамвая на каждый из маршрутов (включая те, где вагоны уже есть) и выбирает то действие, которое даёт минимальный прирост суммарного штрафа. Выбранный вариант фиксируется, и процесс повторяется до тех пор, пока все 40 вагонов не будут задействованы.

«Жадный» алгоритм требует всего 40 итераций, каждая из которых включает 55 вариантов выбора (по одному на маршрут). Для получения итогового решения необходимо всего 2200 симуляций пассажиропотока — это ничтожно мало по сравнению с полным перебором.

$$S = T \times R = 40 \times 55 = 2200 \quad (8)$$

Простота реализации делает этот метод хорошей отправной точкой, однако его «близорукость» (отсутствие взгляда вперёд) часто приводит к субоптимальным решениям: жадный выбор на ранних шагах может заблокировать более выгодные комбинации в будущем. Тем не менее жадный алгоритм можно использовать как быстрый нижний порог: любое разумное решение должно работать не хуже, чем результат такой последовательной расстановки.

На рисунке 5 представлен график обучения модели методом «жадной» оптимизации. Как видно из графика, первые добавленные вагоны дают наибольший прирост эффективности, тогда как каждый последующий вагон приносит всё меньшую дополнительную пользу. К моменту распределения 8–10 вагонов кривая выходит на плато — дальнейшее добавление трамваев на линии практически не увеличивает суммарный комфорт. Это сигнализирует о том, что оставшиеся вагоны либо направляются на маршруты с очень низким пассажиропотоком, либо упираются в ограничения пропускной способности инфраструктуры. На последнем этапе алгоритм достиг значения суммарного комфорта – 3161 (в эквивалентных минутах ожидания).

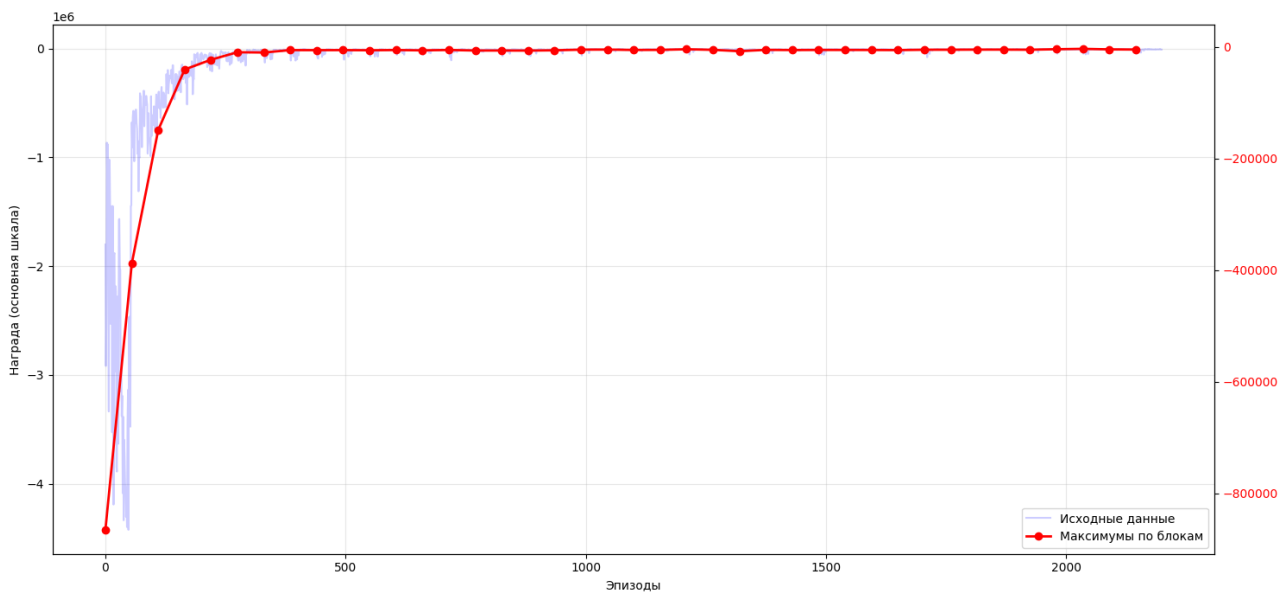


Рис. 5. Кривая обучения («жадная» оптимизация)

На рисунке 6 представлен результат работы алгоритма. Видно, что алгоритм большое внимание уделяет соединению северной и южной части города (в силу наибольшего пассажиропотока между этими районами). Довольно мало трамваев стало курсировать на северо-западном участке, хотя там находятся главные туристические объекты города.

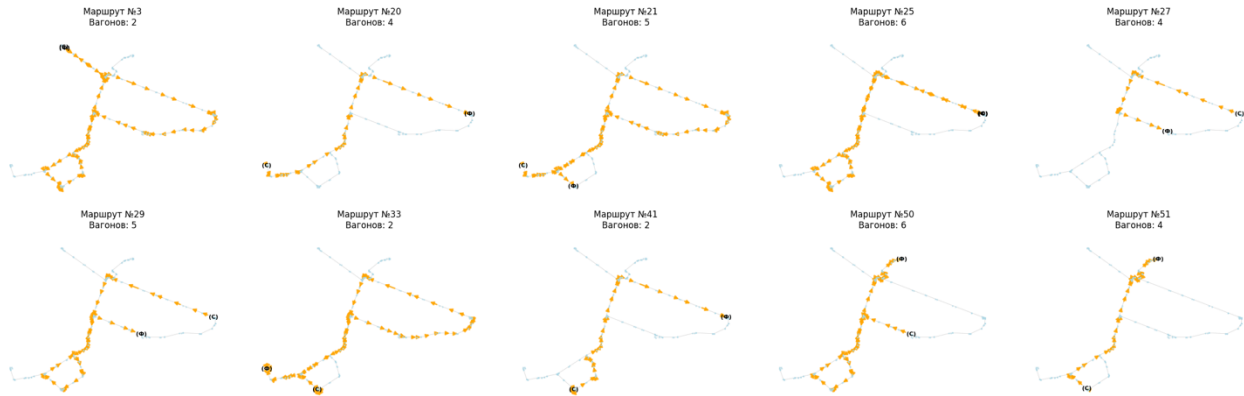


Рис. 6. Оптимизированная трамвайная сеть («жадная» оптимизация)

**Метод 2: алгоритм генерации столбцов.** Алгоритм начинает работу с одним базовым распределением всех 40 трамваев по одному маршруту. На каждой итерации он рассматривает возможность введения в решение нового маршрута. Для каждого кандидата решается задача оптимального перераспределения всего парка между уже отобранными маршрутами и этим кандидатом. Если лучшее из таких перераспределений превосходит по эффективности текущее решение, оно принимается, а соответствующий паттерн распределения сохраняется как новый «столбец». Процесс повторяется до тех пор, пока добавление любого нового маршрута перестает улучшать целевую функцию. Таким образом, алгоритм строит решение, последовательно расширяя набор используемых маршрутов, но каждый раз оптимизируя распределение вагонов.

В этом методе на каждом шаге необходимо повторить «жадный» алгоритм столько раз, сколько «столбцов» сейчас в решении (на начальном этапе 2, затем увеличивается), а количество шагов в среднем равно половине всех маршрутов.

$$S = \sum_{i=2}^{R/2} iTR = TR \frac{R/2 + 2}{2} \cdot (R - 1) \approx \frac{TR^3}{4} = \frac{40 \times 55^3}{4} = 1,6 \cdot 10^6 \quad (9)$$

В отличие от «жадного» алгоритма, данный метод не «зацикливается» на ранних решениях, а на каждом шаге имеет возможность полностью перераспределить весь парк вагонов между всеми отобранными к данному моменту маршрутами. Это позволяет исправлять потенциально неверные выборы, сделанные на предыдущих итерациях, и в конечном счёте находить решения, значительно более близкие к оптимальным [5].

Основной недостаток этого алгоритма — высокая вычислительная сложность. Как показано в формуле (9), для получения решения требуется порядка 1,66 миллиона симуляций пассажиропотока, что почти в тысячу раз больше, чем для «жадного» метода. Для крупных городов с разветвлённой сетью это может сделать метод практически неприменимым без дополнительной оптимизации.

На рисунке 7 представлен график обучения модели методом генерации столбцов. Как видно из рисунка, кривая имеет ступенчатый характер. Первые две итерации дают относительно невысокую награду — это ожидаемо, поскольку такая сеть обслуживает лишь малую долю пассажиров. Добавление третьего маршрута с одновременным перераспределением вагонов приводит к резкому скачку эффективности. На последнем этапе алгоритм достиг значения суммарного комфорта  $-1922$  (в эквивалентных минутах ожидания).

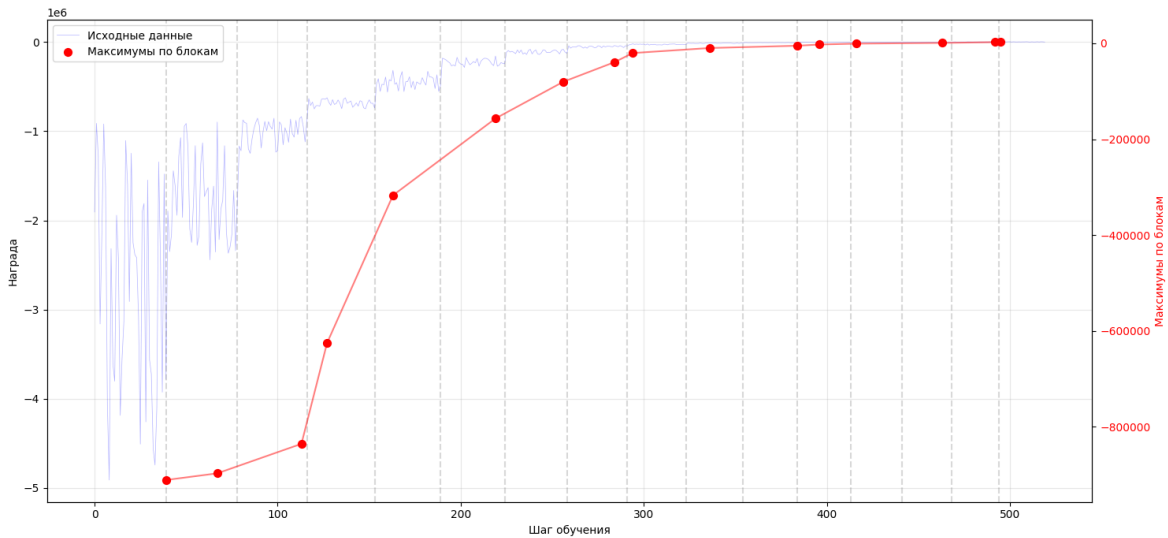


Рис. 7. График обучения (алгоритм генерации столбцов)

Наибольший прирост наблюдается при введении первых 4–9 маршрутов — именно они формируют «ядро» транспортной сети, покрывая основные пассажиропотоки. Дальнейшее расширение набора маршрутов даёт всё меньший прирост и после 10 маршрутов кривая выходит на плато. Это означает, что добавление новых направлений уже не способно существенно улучшить транспортное обслуживание — либо оставшиеся маршруты дублируют уже имеющиеся, либо пассажиропотоки на них слишком малы.

На рисунке 8 представлен результат работы алгоритма, причем маршруты расположены в порядке генерации столбцов алгоритмом. Из рисунка видно, что первые три маршрута предназначены для связи различных районов севера города с южными спальными кварталами. Следующие маршруты делают больший упор на перемещение внутри северного кольца, в частности, маршрут № 52 курсирует по северному кольцу. Последний «столбец» — маршрут № 27, соединяет юг города и путепровод, без заезда в северную часть.



Рис. 8. Оптимизированная трамвайная сеть (алгоритм генерации столбцов)

**Метод 3: перебор пар маршрутов.** Формула комфорта (4) показывает, что две пересадки эквивалентны 20-минутному ожиданию трамвая на остановке, что сопоставимо со средним временем одной поездки. В связи с этим логично сделать вывод, что люди стремятся совершить поездку, сделав не более одной пересадки. Таким образом, в Q-таблице агента будет информация о наградах по каждой паре маршрутов. Для каждой такой пары с помощью имитационной модели оценивается суммарный комфорт пассажиров, после чего формируется Q-таблица, где каждому состоянию (паре маршрутов) сопоставлена полученная награда. Под агентом в данном контексте понимается механизм выбора пары маршрутов для очередной симуляции; процесс обучения заключается в исследовании различных пар и запоминании их эффективности.

Недостатком этого метода является факт того, что он лишь позволяет ранжировать маршруты по оптимальности, но не выбирать определенный набор из них. Трамвайной сетью этого метода является минимальный набор лучших маршрутов, покрывающий всю сеть. На рисунке 9 представлена кривая обучения агента, на рисунке 10 — результат агента.

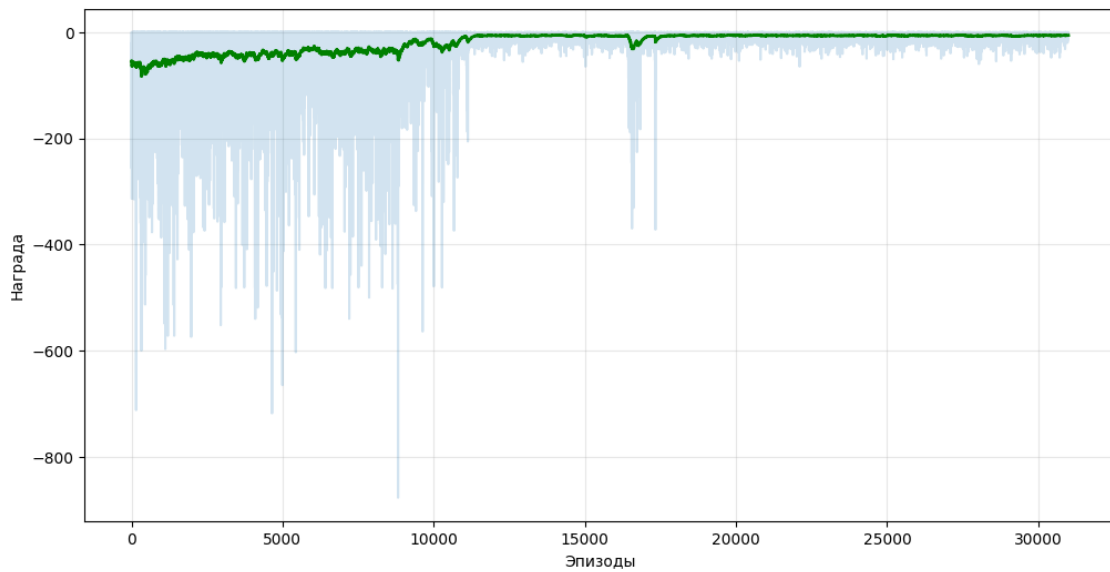


Рис. 9. График обучения (перебор пар маршрутов)

Минимальное значение штрафа, достигнутое в ходе обучения, равно  $-2064$ , что сравнимо с предыдущим методом.

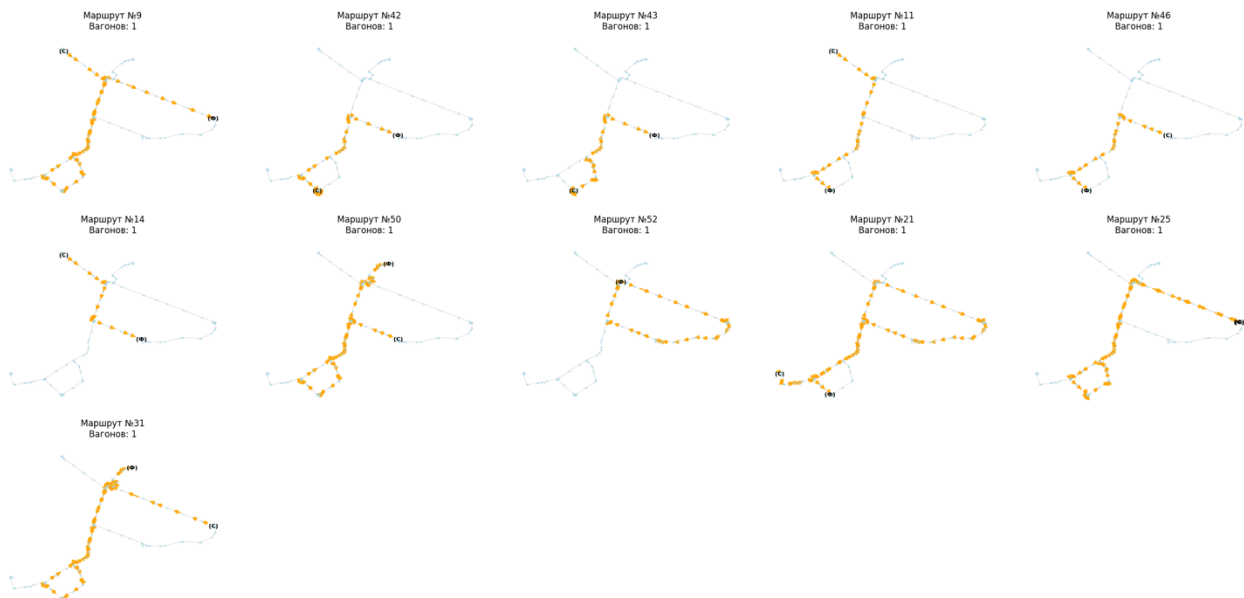


Рис. 10. Оптимизированная трамвайная сеть (перебор пар маршрутов)

Данный метод определил набор маршрутов, которые наиболее соответствуют паттернам передвижения жителей по городу: из торговых зон в спальные районы, от железнодорожной станции в центр и к туристической части, также представлен и кольцевой маршрут для передвижения по основной части сети. К слову, назначить необходимое количество трамваев на каждый маршрут можно, например, при помощи «жадного» алгоритма.

**Метод 4: генетический алгоритм.** Простое суммирование лучших маршрутов не гарантирует получения эффективной сети. Генетический алгоритм предлагает иной подход: он опирается на гипотезу о существовании удачных комбинаций маршрутов, совместное использование которых позволяет достичь более высокого суммарного комфорта, чем по отдельности.

В начале работы составляется 100 случайных маршрутных сетей, для каждой вычисляется штраф. Отбираются 10 сетей с наилучшей (наибольшей) наградой — они переходят в следующее поколение без изменений. Оставшиеся 90 сетей следующего поколения формируются путём объединения маршрутов из двух родительских сетей (случайно выбранных из числа 10 лучших). При объединении удаляются дублирующиеся маршруты, а полученный набор при необходимости урезается или дополняется случайными маршрутами до 40. В 10 случайно выбранных сетях из числа новых производится замена одного из маршрутов на другой (случайный), что позволяет поддерживать разнообразие популяции и избегать преждевременной сходимости [6].

Процесс повторяется до тех пор, пока в течение 10 последовательных поколений не наблюдается улучшения лучшего значения целевой функции.

На рисунке 11 представлена таблица результатов работы генетического алгоритма. В последнем поколении метод получил штраф 948 (эквивалентных минут ожидания). Окончательное решение сформировано на шестом поколении.

Поколение	Лучший fitness	Средний fitness	Без улучшения	
0	0	-3786.99	-35863.81	0
1	1	-1393.89	-35390.86	0
2	2	-1374.84	-99895.13	0
3	3	-1222.64	-227664.00	0
4	4	-1222.64	-248400.94	1
5	5	-1206.26	-252421.07	0
6	6	-948.82	-97739.20	0
7	7	-948.82	-301901.58	1
8	8	-948.82	-97816.53	2
9	9	-948.82	-215445.91	3
10	10	-948.82	-215236.32	4
11	11	-948.82	-33820.45	5
12	12	-948.82	-73177.19	6
13	13	-948.82	-183544.72	7
14	14	-948.82	-102962.25	8
15	15	-948.82	-41374.98	9

*Рис. 11. Результаты работы генетического алгоритма*

На рисунке 12 представлена оптимизированная трамвайная сеть. Сложно угадать, какие именно «гены» признаны удачными, однако стоит заметить, что алгоритм предпочитает сверхдлинные маршруты средним и коротким. Неудобство для отдельных категорий пассажиров генетический алгоритм

компенсирует большим числом маршрутов (15), позволяя добраться без пересадок через главные точки города. Наибольшее число трамваев алгоритм запустил на маршруты №№ 41 и 20, соединяющие главные «торговые» улицы города и спальный район. Несмотря на то что на большинстве участков трамваи ходят часто, каждый конкретный маршрут имеет довольно большой интервал, что вынуждает людей делать пересадки.

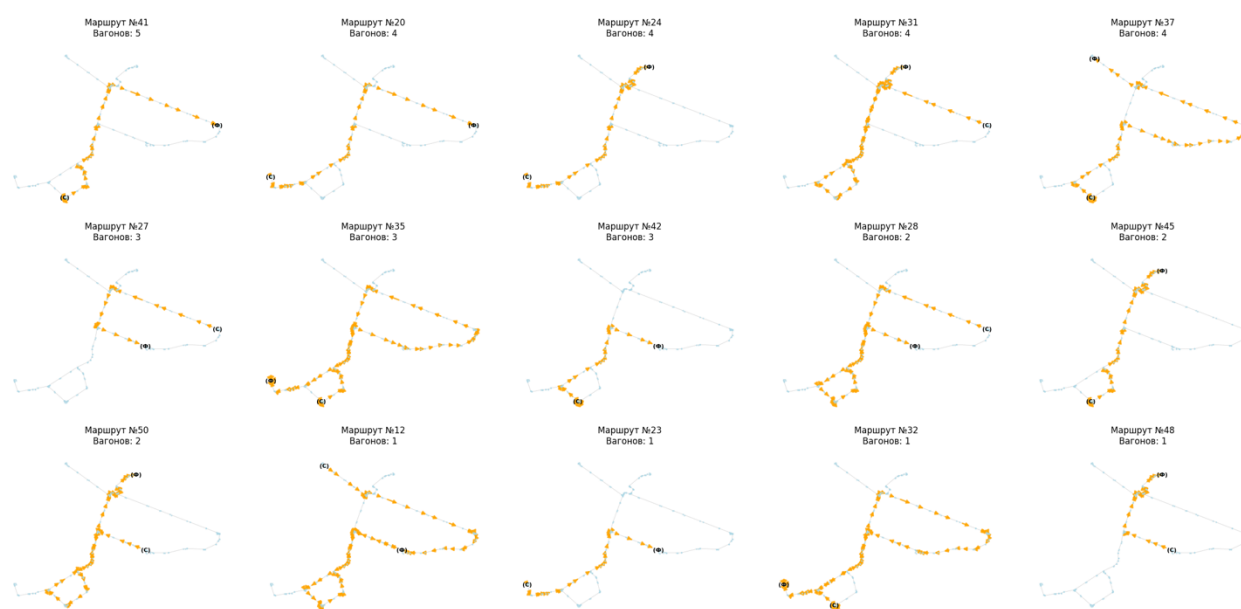


Рис. 12. Оптимизированная трамвайная сеть (генетический алгоритм)

**Метод 5: соревнования агентов.** Каждый возможный маршрут представлен в виде автономного агента, обладающего единственным параметром — количеством трамваев, запрашиваемых для данного маршрута. Каждый агент имеет собственную таблицу принятия решений, учитывающую 41 возможное состояние (от 0 до 40 единиц подвижного состава, что соответствует общему наличию вагонов в депо).

Агенты последовательно, в случайном порядке, запрашивают количество вагонов из общего парка в соответствии с Q-таблицей. Если запрос превышает остаток в депо, агенту назначаются все оставшиеся вагоны, и распределение завершается.

После каждого распределения оценивается эффективность работы всей сети: моделируется пассажиропоток и вычисляется общая награда, равная суммарному уровню комфорта пассажиров. Награда присваивается всем участвующим агентам, независимо от их индивидуальных выборов, что отражает коллективный характер функционирования транспортной сети.

В результате многократных итераций формируется устойчивое распределение вагонов по маршрутам. Количество активных маршрутов определяется числом агентов, получивших в итоге ненулевое количество трамваев.

На этапе обучения агентов этим методом возникло множество проблем. Очень часто один из агентов «монополизирует» сеть, запрашивая все 40 вагонов (вероятность этого не так мала, как кажется, поскольку большинство агентов не запрашивают трамваи вообще). Противоположная проблема — агенты, которые в начале обучения не получили вагонов (из-за случайной очередности), закрепляли стратегию «запрашивать ноль», считая её оптимальной, так и не исследовав другие варианты. Для борьбы с обоими типами агентов было введено ограничение: награду получают только те агенты, до которых дошла очередь в жеребьевке. Дополнительно применялся оптимистичный старт Q-значений, стимулирующий исследование.

Ещё одним недостатком этого метода является случайный характер получившегося алгоритма: каждый раз он может выдавать новую лучшую сеть с совершенно другими маршрутами.

На рисунке 13 представлена кривая обучения. Видно, что процесс сходится долго и неравномерно — наблюдаются колебания, связанные с конкуренцией агентов. Тем не менее к 42000 эпизодам формируется устойчивое распределение. Лучшее решение получило штраф  $-511$  (эквивалентных минут ожидания).

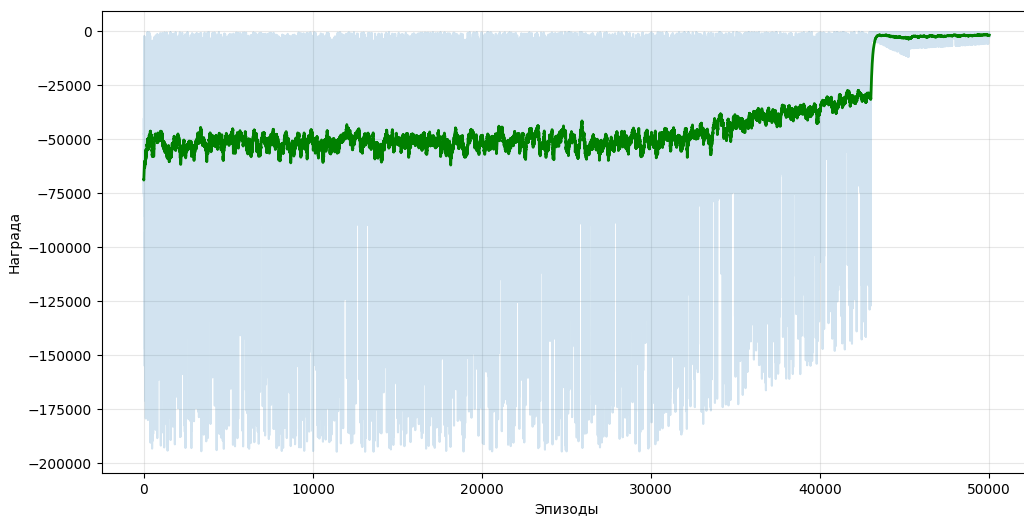


Рис. 13. График обучения (соревнования агентов)

На рисунке 14 представлен результат работы. Из-за соревновательной природы агентов было сформировано всего шесть лучших (самых «сильных») маршрутов, причем половина всех вагонов находятся на двух маршрутах, которые формируют «ядро» системы. Остальные маршруты соединяют отдаленные участки сети, соединяя их с «ядром».



Рис. 14. Оптимизированная трамвайная сеть (соревнования агентов)

**Метод 6: кооперация агентов.** В этом подходе каждый возможный маршрут также представлен в виде автономного агента. Однако в отличие от соревновательной модели, где агенты стремятся захватить ресурсы, здесь они действуют коллегиально, осознавая, что успех всей транспортной системы зависит от слаженности их работы. Целью агента является не просто получение вагонов, а поиск такой конфигурации сети, которая максимизирует общий комфорт пассажиров, даже если это требует от отдельных агентов «самоограничения».

Каждый агент выставляет заявку на получение вагонов в соответствии с Q-таблицей. Вместе с заявкой агент сообщает, какую прибавку к общей награде это принесет. Существует арбитр, который собирает все заявки от агентов. Арбитр сортирует заявки по убыванию предсказанной ценности и выделяет вагоны до тех пор, пока не закончится ресурс. Арбитр рассчитывает ценность в пересчете на один трамвай, поэтому сортировка происходит по частному предсказанной награды и количеству запрошенных трамваев.

График обучения представлен на рисунке 15. В отличие от соревновательной модели, данный алгоритм начинается с ухудшения показателей обучения (штраф растет). Вероятное объяснение состоит в том, что агенты, ещё не научившиеся адекватно оценивать ценность вагонов для своих маршрутов, выставляют завышенные или несогласованные заявки. Арбитр, руководствуясь этими неверными оценками, принимает субоптимальные решения, что временно снижает эффективность сети. Однако рост награды у этого метода начинается гораздо раньше, чем у алгоритма соревнований, и показывает немного лучшие результаты: лучшее решение получило штраф  $-480$  (эквивалентных минут ожидания).

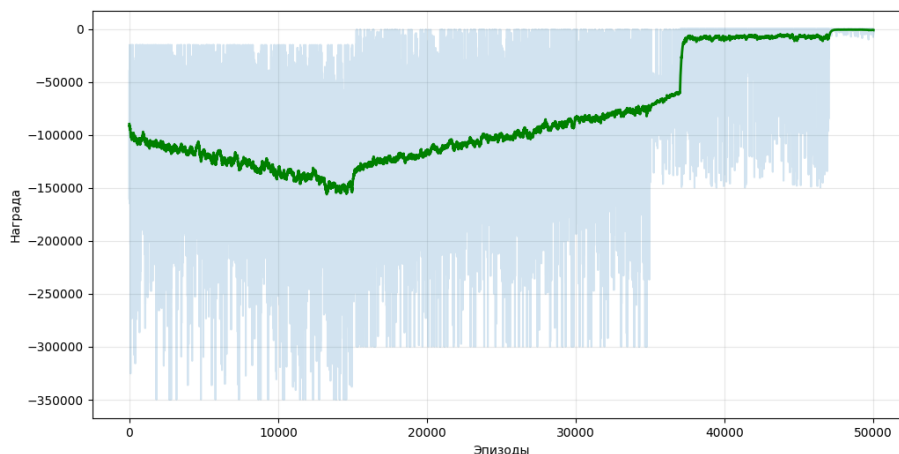


Рис. 15. График обучения (кооперация агентов)

На рисунке 16 представлен результат оптимизации трамвайной сети. Несмотря на «родственность» алгоритмов кооперации и соревнования, здесь можно наблюдать иной подход к генерации маршрутов. Сформированная сеть содержит два «супермаршрута», на которых курсирует больше половины трамвайного парка (№№ 3 и 32). Остальные маршруты по большей части довольно короткие и обслуживают конкретные шаблоны поведения. К примеру, маршрут № 2 везет туристов из исторической части города в «торговую» часть с ресторанами и кафе, а маршрут № 42 — студентов из вуза в спальные районы.



Рис. 16. Оптимизированная трамвайная сеть (кооперация агентов)

**Метод 7: алгоритм имитации отжига.** Изначальное состояние среды — маршрутная сеть, где все трамваи ходят только по одному случайному маршруту. На каждой итерации агент пытается переместить случайным образом один или несколько трамваев с одного маршрута на другой. Если после перемещения награда агента не меньше, чем до перемещения, то перемещение осуществляется. В конечном счете алгоритм придет к варианту, когда его награда перестает меняться, что означает, что лучшее решение сформировано.

При первой попытке применения этого метода возникла проблема: алгоритм полностью обучился (график показан на рисунке 17), однако его

награда была едва ли не хуже, чем у метода «жадной» оптимизации ( $-2451$ ). Причина — застревание в локальном оптимуме. Поскольку принимались только улучшающие перемещения, у системы не было возможности найти лучшее решение.

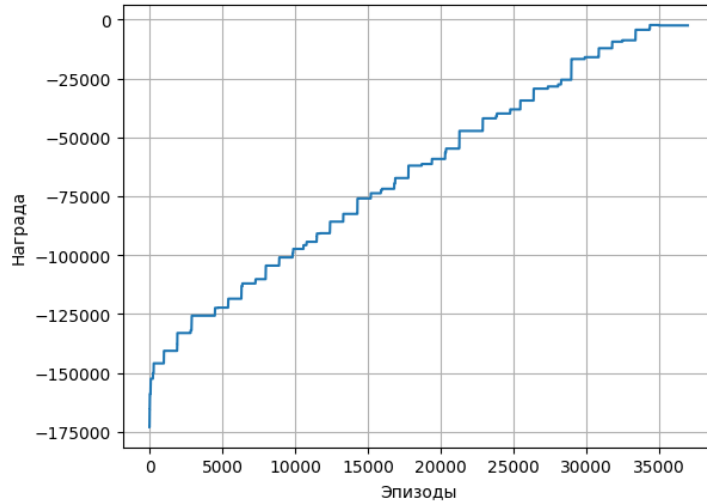


Рис. 17. График обучения (имитация отжига, способ 1)

Для преодоления локальных оптимумов в расчёт награды целенаправленно вносилась контролируемая ошибка. На начальных этапах обучения имитационная модель загрузки получала на вход данные с искусственным шумом, что приводило к неточной оценке награды (отклонение до 5% от истинного значения). Это позволяло алгоритму «не замечать» небольших ухудшений и продолжать исследование пространства. По мере сходимости величина ошибки плавно уменьшалась до 0,02%, и в конечном счёте оценка становилась практически точной. Обученная таким образом модель обучается гораздо дольше, но итоговый штраф получился  $-395$ , что является лучшим результатом среди всех моделей. График обучения представлен на рисунке 18.

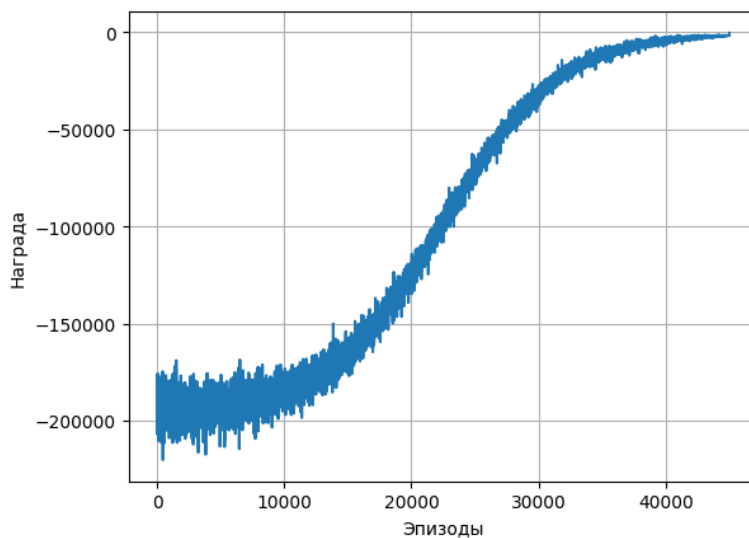


Рис. 18. График обучения (имитация отжига, способ 2)

На рисунке 19 представлена оптимальная конфигурация маршрутов, найденная алгоритмом. Всего задействовано 13 маршрутов — это максимальное число среди всех методов (за исключением генетического алгоритма с 15 маршрутами). Столь разветвлённая сеть позволяет предположить, что именно этот набор маршрутов обеспечивает наилучший компромисс между покрытием территории, интервалами движения и количеством пересадок. Дальнейшее добавление маршрутов (или переброска вагонов на незадействованные направления) уже не приводит к улучшению целевой функции, что косвенно подтверждает близость найденного решения к глобальному оптимуму.

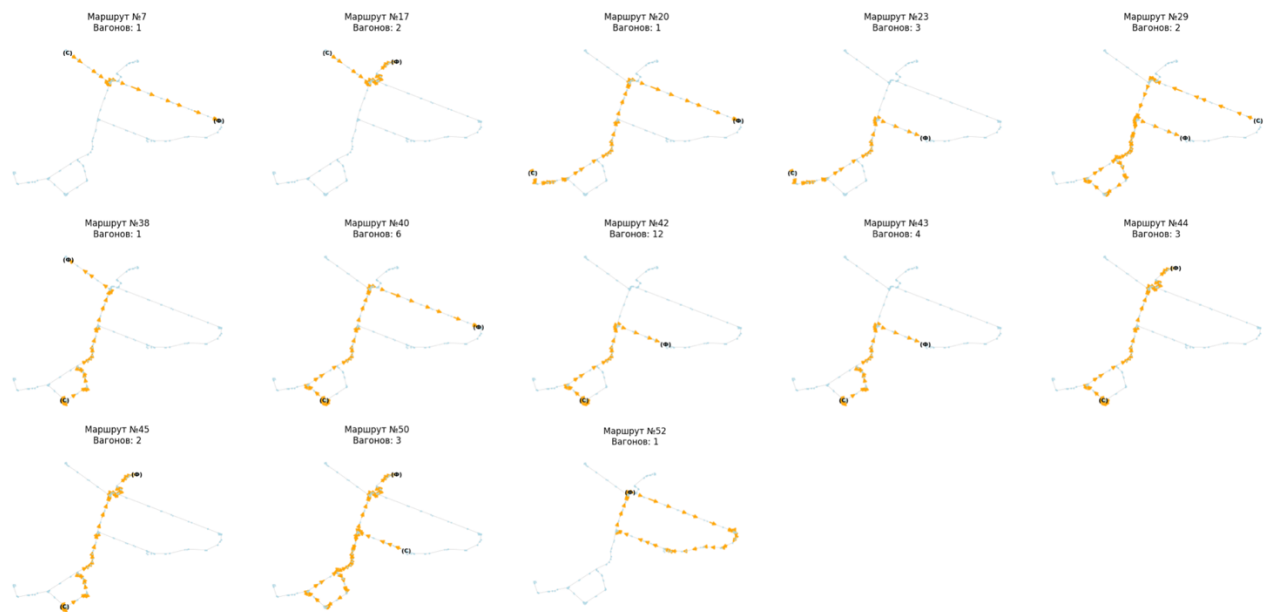


Рис. 19. Оптимизированная трамвайная сеть (алгоритм имитации отжига)

Важно отметить, что алгоритм оказался чувствительным к случайным факторам: наилучший результат  $-395$  был получен лишь с третьей попытки запуска; в двух других случаях сходимость происходила к значениям  $-870$  и  $-1120$ . Это указывает на необходимость многократных запусков для повышения вероятности нахождения глобального оптимума — характерная черта стохастических методов оптимизации.

## Сравнение методов

Для определения, насколько удачными получились маршруты, была построена сравнительная таблица (таблица 1).

Сравнение маршрутов на различных участках сети

Участок и настоящая сеть	«Жадная» оптимизация	Генерация столбцов	Генерация пар	Соревнования	Кооперация	Имитация отжига
Гражданская ул. (3,9 мин)	60 мин	15 мин	4,2 мин	11 мин	4,6 мин	2,6 мин
Ул. Окт. Революции (4,7 мин)	2,2 мин	2,6 мин	3,3 мин	6,3 мин	2,9 мин	5,5 мин
Ул. Суворова (4,7 мин)	13,3 мин	15 мин	6 мин	12 мин	5,7 мин	60 мин
Пр-т Кирова (3 мин)	1,6 мин	1,6 мин	2,7 мин	5 мин	2,2 мин	3,6 мин
Зелёная ул. (3,6 мин)	2,9 мин	3,3 мин	2,6 мин	2,4 мин	2,7 мин	2,1 мин
Ст. Коломна (8,5 мин)	6 мин	5,5 мин	13,6 мин	80 мин	20 мин	5,7 мин
Путепровод (4,6 мин)	2,1 мин	2,3 мин	2,5 мин	1,7 мин	2,6 мин	1,5 мин
Акатьевское ш. (35 мин)	8 мин	15 мин	30 мин	12 мин	4,8 мин	12 мин

Сравнение полученных интервалов с текущей ситуацией позволяет сделать ряд наблюдений:

1. Метод имитации отжига показал наилучшие результаты на трёх участках (Гражданская ул., Зелёная ул., Путепровод) и близкие к лучшим на станции Коломна. Однако ему же принадлежит антирекорд на улице Суворова (60 минут), что свидетельствует о неравномерности внимания: алгоритм сконцентрировал ресурсы на магистральных направлениях в ущерб второстепенным.
2. Текущий интервал на Гражданской улице (3,9 мин) был значительно ухудшен большинством методов. Особенно критична ситуация с «жадным» алгоритмом (60 мин) и алгоритмом генерацией столбцов (15 мин), что делает эти варианты неприемлемыми для исторического центра. Лучшее решение предложил метод имитация отжига (2,6 мин), даже улучшив текущий показатель.
3. Практически все методы (кроме соревновательного) улучшили или сохранили интервалы на транспортных узлах (Ст. Коломна, Путепровод,

Зелёная ул.). Наилучшие результаты показали имитация отжига и «жадный» алгоритм.

4. Все методы, кроме кооперативного и перебора пар, резко ухудшили обслуживание улицы Суворова (интервалы выросли в 2–12 раз). Это указывает на то, что улица Суворова не является приоритетной с точки зрения пассажиропотока, и алгоритмы сознательно «обделяют» её в пользу более загруженных магистралей.
5. Достигнут колоссальный прогресс на Акатьевском шоссе: текущий интервал 35 минут сокращён всеми методами, а кооперативный алгоритм добился значения 4,8 мин — семикратное улучшение.

Имитация отжига обеспечивает наилучшие показатели на ключевых магистралях, но может создавать «узкие места» на второстепенных участках. Кооперативный метод предлагает наиболее сбалансированное решение, не допуская катастрофических провалов (максимальный интервал 20 мин) и обеспечивая хорошие результаты на большинстве участков. «Жадный» алгоритм и генерация столбцов хорошо работают на главных направлениях, но неприемлемы для туристической зоны. Соревновательный метод показал нестабильные результаты и привёл к недопустимому ухудшению на станции Коломна (80 мин).

Таким образом, для практической реализации наиболее перспективными представляются решения, полученные методами имитации отжига и кооперации агентов, с возможным комбинированием их сильных сторон.

## Ускорение оценки ценности

Даже при использовании эффективных методов поиска, таких как генетический алгоритм или генерация столбцов, основным вычислительным узким местом остается оценка приспособленности каждой конфигурации сети. Полноценная симуляция пассажиропотока с расчетом матрицы корреспонденций и моделированием перемещений каждого агента может занимать до нескольких секунд — при тысячах итераций это превращается в часы и дни расчетов.

Для преодоления этого ограничения был применен метод суррогатного моделирования. Идея заключается в построении быстрой аппроксимирующей модели, которая предсказывает целевую функцию (суммарный комфорт пассажиров) по вектору распределения трамваев, не прибегая к полной симуляции.

Формально задача ставится следующим образом:

Имеется функция  $f: \mathbb{Z}^{55} \rightarrow \mathbb{R}$ , которая отображает распределение 40 трамваев по 55 маршрутам в значение штрафа (отрицательная награда). Каждый вызов  $f$  требует нескольких секунд вычислений. Требуется построить аппроксимацию  $\hat{f}$ , такую что:

- время вычисления  $\hat{f}$  пренебрежимо мало по сравнению с  $f$ ;

- ошибка аппроксимации  $|\hat{f}(x) - f(x)|$  минимальна на пространстве допустимых решений;
- модель обучается на ограниченном наборе данных (не более нескольких сотен вызовов  $f$ ).

Для повышения устойчивости и точности предсказаний был использован ансамбль из трех различных моделей: градиентный бустинг, случайный лес и линейная регрессия. Каждая модель обучалась независимо на одной и той же обучающей выборке.

Качество предсказания оценивалось метриками  $R^2$  (коэффициент детерминации) и RMSE (среднеквадратичная ошибка) в масштабе целевой функции.

Таблица 2

Сравнение моделей для аппроксимации функции ценности

Модель	$R^2$	RMSE
Линейная регрессия	0,32	258327,48
Случайный лес	0,52	39169,89
Градиентный бустинг	0,84	1152,82

Как видно из таблицы, градиентный бустинг демонстрирует наилучшие результаты, объясняя 84% дисперсии целевой функции. Ошибка в 1153 единицы при характерном диапазоне значений от  $-3000$  до  $-500$  означает, что модель способна достаточно надежно отделять перспективные конфигурации от заведомо плохих.

Суррогатная модель может быть встроена в описанные ранее следующим образом. На каждой итерации все особи сначала оцениваются ансамблем моделей — это занимает миллисекунды для всей популяции. Особи с наилучшим предсказанным значением (топ-15%) проходят полную симуляцию для получения точной оценки. Дополнительно 5% особей отбираются случайным образом среди оставшихся — это необходимо для контроля качества самой суррогатной модели и выявления ситуаций, где она систематически ошибается. После каждых 10 итераций ансамбль дообучается на накопленных за это время новых примерах с точными оценками. Это позволяет модели адаптироваться к областям пространства поиска, которые оказались наиболее перспективными.

## Заключение

В работе решена задача оптимизации маршрутной сети трамваев с использованием методов машинного обучения и оптимизации.

Была построена количественная модель комфорта пассажиров, выражающая субъективную «цену» поездки в эквивалентных минутах ожидания. Полученная функция позволила впервые для трамвайной сети

Коломны объективно сравнить различные конфигурации маршрутов по единому критерию. Этот подход может служить ориентиром при планировании транспортного обслуживания не только в Коломне, но и в других городах со схожей транспортной инфраструктурой.

Было исследовано шесть различных алгоритмов к формированию маршрутной сети: от простых эвристик до сложных метаэвристик и многоагентных методов. Наилучший результат продемонстрировал алгоритм имитации отжига с контролируемым шумом, достигнув значения суммарного комфорта –395 эквивалентных минут ожидания. Это почти в три раза лучше, чем у «жадного» алгоритма, и существенно превосходит результаты генетического подхода. Кооперативный метод агентов также показал высокие результаты (–480) и отличается наиболее сбалансированной структурой сети без катастрофических провалов на отдельных участках.

Анализ оптимальных конфигураций позволил выявить закономерности, значимые для городского планирования. Все успешные методы формируют «ядро» транспортной сети, соединяющее периферийные районы города. Короткие маршруты возникают только в методах, допускающих тонкую настройку, и отсутствуют в грубых эвристиках.

Результаты, полученные в данной работе, можно использовать как для развития трамвайной сети Коломны, так и, приняв их за основу, для оптимизации сетей общественного транспорта в других городах, в том числе при формировании новых сетей.

## Библиографический список

1. Kamada T., Kawai S. An algorithm for drawing general undirected graphs // Information Processing Letters. – 1989. – № 31 (1). – С. 7–15. – DOI: 10.1016/0020-0190(89)90102-6.
2. Susilo Y., Cats O. Exploring key determinants of travel satisfaction for multi-modal trips by different traveler groups // Transportation Research Part A Policy and Practice. – 2014. – № 67. – С. 366-380. – DOI: 10.1016/j.tra.2014.08.002.
3. Амиргалиева С., Аземша С., Касымова Д., Кравченя И. Оценка эффективности оптимизации расписания движения городского пассажирского транспорта с учетом дублируемости маршрутов имитационным моделированием // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. – 2025. – № 1(136). – С. 76-87. – DOI: 10.52167/1609-1817-2025-136-1-76-87.
4. He J., Wang F., Duan Y., Yang Z., Yang J. Energy-efficient train timetable optimization for tram system under multi-signal priority strategies // Scientific Reports. – 2025. – № 15. – 8123. – DOI: 10.1038/s41598-025-91891-3.
5. Капитонов, Ю. А. Решение задачи маршрутизации в региональной транспортной сети методом генерации столбцов / Ю. А. Капитонов, В. А. Бородавкин // XII Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2019): материалы XII мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2019): в 4 томах, Дивноморское, Геленджик, 23–28 сентября 2019 года.

Том 3. – Дивноморское, Геленджик: Южный федеральный университет, 2019. – С. 134-137.

6. Xu H., Duan F.Y., Pu P. Solving dynamic vehicle routing problem using enhanced genetic algorithm with penalty factors // Int. J. of Performability Eng., 2018. – № 14(4). – С. 611–620. – DOI: 10.23940/ijpe.18.04.p3.611620.

## Оглавление

Введение .....	3
Исходные данные и задача исследования.....	3
Оптимизация трамвайной сети .....	8
Сравнение методов.....	20
Ускорение оценки ценности.....	22
Заключение.....	23
Библиографический список.....	24