

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

---

**Утверждена**

Ученым советом

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,

протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

Заместитель директора

\_\_\_\_\_ А.Л. Афендикова

(подпись, расшифровка подписи)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Гамильтонова механика

**Направление подготовки**

01.06.01 – «Математика и механика»

**Профили (направленности программы)**

01.02.01 – «Теоретическая механика»

**Квалификация выпускника**

Исследователь. Преподаватель-исследователь

**Форма обучения**

очная

Москва, 2018

**Направление подготовки:** 01.06.01 – «Математика и механика»

**Профиль (направленность программы):** 01.02.01 – «Теоретическая механика»

**Дисциплина:** Гамильтонова механика

**Форма обучения:** очная

Рабочая программа составлена с учётом ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика», утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 866 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 г. № 33837), и Программы-минимум кандидатского экзамена по общенаучной дисциплине 01.02.01 – «Теоретическая механика», утверждённой приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 08 октября 2007 г. № 274 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 19 октября 2007 г. № 10363).

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

Грушевский А.В., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ведущий научн. сотр., д.ф.-м.н.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА**

Ученым советом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, протокол № \_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2016 г.

**ИСПОЛНИТЕЛЬ** (разработчик программ):

Тучин А.Г., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, зав. сектором № 2 отдела № 5, д.ф.-м.н.

Заведующий аспирантурой \_\_\_\_\_ / Меньшов И.С. /

## Оглавление

АННОТАЦИЯ .....	4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
3.1. Структура дисциплины .....	5
3.2. Содержание разделов дисциплины .....	6
3.3. Лекционные занятия .....	6
3.4. Семинарские занятия .....	7
4. ТЕКУЩАЯ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ И ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ .....	7
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	9
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	10

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Гамильтонова механика» реализуется в рамках Блока 1 Основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика», направленность программы: 01.02.01 – «Теоретическая механика».

Рабочая программа разработана с учётом требований ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика», утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 июля 2014 г. № 866 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 25 августа 2014 г. № 33837), и Программы-минимум кандидатского экзамена по общенаучной дисциплине 01.02.01 – «Теоретическая механика», утверждённой приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 08 октября 2007 г. № 274 (зарегистрировано в Минюсте Российской Федерации 19 октября 2007 г. № 10363).

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: учебные издания, монографии, научные публикации, Интернет-ресурсы.

Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану составляет 2 ЗЕТ (72 часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 10 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 58 часов. Дисциплина реализуется на 2-м курсе, в 4-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая и промежуточная аттестация проводится не менее двух раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренными настоящей программой.

Итоговая оценка знания осуществляется в период зачётно-экзаменационной сессии в форме зачёта.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цели** освоения учебной дисциплины «Гамильтонова механика»:

- освоение теоретического материала дисциплины: определения, теоремы и их доказательства;
- формирование профессиональных компетенций, связанных с использованием методов и алгоритмов, изученных в рамках дисциплины, для решения прикладных задач.

**Задачи** освоения учебной дисциплины «Гамильтонова механика»:

- изучение методики составления уравнений Гамильтона;
- овладение методикой канонических преобразований;
- изучение методов решения уравнения Гамильтона-Якоби, теории возмущений;
- применение изученных методов и алгоритмов для решения задач, связанных с исследованием динамики механических систем.

### 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Гамильтонова механика» направлен на формирование компетенций или отдельных их элементов в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.06.01 – «Математика и механика».

**а) универсальные (УК):** не предусмотрено

**б) общепрофессиональные (ОПК):** не предусмотрено

**в) профессиональные (ПК):**

- способность самостоятельно разрабатывать и исследовать математические модели механики робототехнических и мехатронных систем (ПК-2);
- способность использовать основные понятия прикладной небесной механики (ПК-3).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Иметь представление:**

- о месте гамильтоновой механики в теории динамических систем и, в частности, в небесной механике;

**Знать:**

- основные понятия: преобразование Лежандра, уравнения Гамильтона и Рауса, интегральные инварианты;
- основные методы гамильтоновой динамики: теорию возмущений, КАМ-теорию;

**Уметь:**

- использовать методы приведения гамильтониана к нормальной форме;
- использовать производящие функции (в частности, уравнение Гамильтона-Якоби) для получения канонических преобразований;
- совершать переход к переменным действие-угол;

**Владеть:**

- навыком получения уравнений гамильтоновой механики;
- теорией возмущений гамильтоновых систем;

**Приобрести опыт:**

- исследования аналитических и геометрических проблем гамильтоновой механики.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Структура дисциплины

Распределение трудоёмкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоёмкость	
	ЗЕТ	час.
Общая трудоёмкость по учебному плану	2	72
Лекции (Л)		4
Практические занятия (ПЗ)		0
Семинары (С)		10
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины		58
<b>Вид контроля: зачёт</b>		

### 3.2. Содержание разделов дисциплины

#### Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Форма текущей аттестации
1.	Уравнения Гамильтона	Обобщённые импульсы. Преобразование Лежандра. Уравнения Гамильтона и Рауса. Первые интегралы. Скобки Пуассона. Теорема Лиувилля о фазовом объёме. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана. Уравнения Уиттекера и Якоби.	О, ДЗ
2.	Канонические преобразования	Уравнение Гамильтона-Якоби. Канонические преобразования. Критерии каноничности. Производящие функции. Канонические преобразования в теории возмущений. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана. Переменные действие-угол. Теорема Лиувилля об интегрируемости в квадратурах.	О, ДЗ
3.	Геометрия гамильтоновой механики	Гладкие многообразия. Внешние дифференциальные формы. Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Симплектическое многообразие. Гамильтоново векторное поле. Лагранжевы многообразия. Отображение Пуанкаре в гамильтоновой динамике.	О, ДЗ
4.	Гамильтонова динамика	Введение в теорию возмущений: динамика в переменных действие-угол, теорема Вейля, малые знаменатели, теорема Пуанкаре о неинтегрируемости. Введение в теорию КАМ: диофантовы частоты, теорема Колмогорова (неавтономный и изоэнергетический варианты). Устойчивость в гамильтоновой динамике: теория КАМ и проблема устойчивости в гамильтоновой динамике, антиинтегрируемый предел, теорема Обри, расщепление сепаратрис.	О, ДЗ
5.	Вариационные принципы механики	Дифференциальные вариационные принципы механики: принцип Даламбера-Лагранжа, принцип Гаусса. Интегральные вариационные принципы механики: принцип Гамильтона-Остроградского, принцип Мопертюи-Лагранжа, принцип Якоби.	О, ДЗ

**Примечание:** О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жёсткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля.

### 3.3. Лекционные занятия

№ занятия	№ раздела (темы)	Краткое содержание раздела (темы)	Кол-во часов
1.	1	Обобщённые импульсы. Преобразования Лежандра. Уравнения Рауса и Гамильтона. Скобки Пуассона. Первые интегралы. Теорема Лиувилля о фазовом объёме. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.	2
2.	3	Гладкие многообразия. Внешние дифференциальные формы. Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Симплектическое многообразие. Гамильтоново векторное поле. Лагранжевы многообразия. Отображение Пуанкаре в гамильтоновой динамике.	2
	<b>ВСЕГО</b>		<b>4</b>

### 3.4. Семинарские занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание раздела (темы)	Кол-во часов
1.	1	Обобщённые импульсы. Преобразования Лежандра. Уравнения Рауса и Гамильтона. Скобки Пуассона. Первые интегралы. Теорема Лиувилля о фазовом объёме. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.	2
2.	2	Канонические преобразования. Локальный критерий каноничности. Производящие функции. Канонические преобразования в теории возмущений. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана. Уравнение Гамильтона-Якоби.	2
3.	2	Переменные действие-угол. Теорема Лиувилля об интегрируемости в квадратурах.	2
4.	3	Гамильтоново векторное поле. Лагранжевы многообразия. Отображение Пуанкаре в гамильтоновой динамике.	2
5.	4	Введение в теорию возмущений: динамика в переменных действие-угол, теорема Вейля, малые знаменатели, теорема Пуанкаре о неинтегрируемости. Введение в теорию КАМ: диофантовы частоты, теорема Колмогорова (неавтономный и изоэнергетический варианты). Устойчивость в гамильтоновой динамике: теория КАМ и проблема устойчивости в гамильтоновой динамике, антиинтегрируемый предел, теорема Обри, расщепление сепаратрис.	2
	<b>ВСЕГО</b>		<b>10</b>

## 4. ТЕКУЩАЯ, ПРОМЕЖУТОЧНАЯ И ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Текущая и промежуточная аттестация аспирантов.** Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина: активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимым в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по четырёхбалльной системе (5 – отлично, 4 – хорошо, 3 – удовлетворительно, 2 – неудовлетворительно).

### Оценочные средства для текущей и промежуточной аттестации

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
Опрос слушателей	текущая	Опрос по темам предыдущего занятия
Домашние задания	промежуточная	Подготовка рефератов

Тем рефератов для **промежуточного** контроля

1. Уравнения Гамильтона и Рауса. Первые интегралы.
2. Скобки Пуассона.
3. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана.
4. Уравнение Гамильтона-Якоби.
5. Теорема Лиувилля об интегрируемости в квадратурах.
6. Динамика в переменных действие-угол.
7. Теорема Вейля.
8. Теорема Пуанкаре о неинтегрируемости.
9. Теорема Обри.
10. Расщепление сепаратрис.

**Итоговая аттестация аспирантов.** Итоговая аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачёта в период зачётно-экзаменационной сессии в соответствии с графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к зачёту в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на итоговой аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачёте – зачёт, незачёт.

#### Оценивание аспиранта на итоговой аттестации в форме зачёта

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
Незачёт	<ul style="list-style-type: none"><li>– Основное содержание учебного материала не раскрыто;</li><li>– допущены грубые ошибки в определении понятий и при использовании терминологии;</li><li>– не даны ответы на дополнительные вопросы.</li></ul>
Зачёт	<ul style="list-style-type: none"><li>– Раскрыто содержание материала, даны корректные определения понятий;</li><li>– допускаются незначительные нарушения последовательности изложения;</li><li>– допускаются небольшие неточности при использовании терминов или в логических выводах;</li><li>– при неточностях задаются дополнительные вопросы.</li></ul>



Ниже приведён примерный вопросник для **итогового** зачёта.

1. Обобщённые импульсы. Преобразования Лежандра.
2. Уравнения Рауса и Гамильтона.
3. Скобки Пуассона.
4. Первые интегралы.
5. Теорема Лиувилля о фазовом объёме.
6. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре-Картана.
7. Канонические преобразования. Локальный критерий каноничности. Производящие функции.
8. Канонические преобразования в теории возмущений. Метод Биркгофа нормализации гамильтониана.
9. Уравнение Гамильтона-Якоби.
10. Переменные действие-угол.
11. Теорема Лиувилля об интегрируемости в квадратурах.
12. Гладкие многообразия. Внешние дифференциальные формы. Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Симплектическое многообразие.
13. Гамильтоново векторное поле. Лагранжевы многообразия. Отображение Пуанкаре в гамильтоновой динамике.
14. Введение в теорию возмущений: динамика в переменных действие-угол, теорема Вейля, малые знаменатели, теорема Пуанкаре о неинтегрируемости.
15. Введение в теорию КАМ: диофантовы частоты, теорема Колмогорова (неавтономный и изоэнергетический варианты).
16. Устойчивость в гамильтоновой динамике: теория КАМ и проблема устойчивости в гамильтоновой динамике, антиинтегрируемый предел, теорема Обри, расщепление сепаратрис.

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература*

1. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. – М.: Изд-во МГУ, 2000. – 719 с.
2. Журавлев В.Ф. Основы теоретической механики. – М.: Наука, 2001. – 320 с.

### *Дополнительная литература и Интернет-ресурсы*

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1989. – 472 с.
2. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 416 с.
3. Барбашова Т.Ф., Кугушев Е.И., Попова Т.В. Теоретическая механика в задачах. Лагранжева механика. Гамильтонова механика. – М.: МЦНМО, 2013. – 392 с.
4. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. – М.: Изд. центр «Академия», 2010. – 432 с.
5. Вилази Г. Гамильтонова динамика. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований; НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – 432 с.
6. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 264 с.
7. Маркеев А.П. Теоретическая механика. – М.: ЧеРо, 1999. – 572 с.
8. Морбиделли А. Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014. – 413 с.
9. Трещев Д. В. Гамильтонова механика // Лекционные курсы НОЦ / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН (МИАН). Вып. 4. – М.: МИАН, 2006. – 64 с. – URL: <http://mi.mathnet.ru/book646>

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для чтения лекций и проведения семинаров требуется мультимедийная аудитория с проектором. Желательно наличие интерактивной доски.

**ИСПОЛНИТЕЛИ** (разработчики программы):

Тучин А.Г., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, зав. сектором № 2 отдела № 5, д.ф.-м.н.