

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

---

**Утверждена**  
Ученым советом  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,  
протокол № 14-22 от «10» ноября 2022 г.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Статистическая физика**

**Научная специальность**  
1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

**Форма обучения: очная**

Москва, 2022

**Научная специальность**

1.1.2– «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

**Дисциплина:** Статистическая физика.

**Форма обучения:** очная

**РЕЦЕНЗЕНТ:** Ю.Н. Орлов, д.ф.-м.н., г.н.с. ИПМ им. М.В.Келдыша РАН

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА**

Ученым советом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,

протокол № 14/22 от «10» ноября 2022 г.

**ИСПОЛНИТЕЛЬ** (разработчик программ):

Веденяпин В.В., д.ф.-м.н, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН

Заведующий аспирантурой \_\_\_\_\_ / Меньшов И.С. /

## Оглавление

АННОТАЦИЯ.....	4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
<b>3.1. Структура дисциплины</b> .....	5
<b>3.2. Содержание разделов дисциплины</b> .....	6
<b>3.3. Семинарские занятия</b> .....	7
4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ .....	7
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	10
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	10

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Статистическая физика» реализуется в рамках Блока «Образовательный компонент» основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального исследовательского центра «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

Рабочая программа дисциплины «Статистическая физика» разработана на основании Федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре к условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), в соответствии с учебными планами подготовки аспирантов в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по научной специальности 1.1.2 - «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсы, научные издания и монографические исследования и публикации.

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 2 зач.ед. (72 часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 8 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 58 часа. Дисциплина реализуется на 2-м курсе, в 4-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится не менее 2 раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренные настоящей программой.

Промежуточная оценка знания осуществляется в период зачетно-экзаменационной сессии в форме зачета.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цели и задачи дисциплины «Статистическая физика»

**Цель:** освоение фундаментальных знаний и компетенций, которые позволят представлять и разрабатывать методами кинетических уравнений модели физико-химических процессов и их дискретные модели в удобном виде, а также владеть математическим аппаратом, позволяющим выбрать наиболее правильную модель и оценивать её свойства.

### Задачи:

- освоить основной математический аппарат, позволяющий описывать модели статистической физики
- практическое освоение накопленных по дисциплине знаний при решении моделей физико-химических процессов и их дискретных моделей и анализировать их эффективность.
- стимулирование к самостоятельной деятельности по освоению дисциплины и формированию необходимых компетенций.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Статистическая физика» направлен на формирование определённых умений, знаний, компетенций.

**а) универсальные (УК):** не предусмотрено

**б) общепрофессиональных (ОПК):** Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)

**в) профессиональных (ПК):** Способность использовать методы статистической физики для построения моделей физико-химических процессов (ПК-1), Способность анализировать модели сложных систем методами статистической физики (ПК-2), Способность владеть методами анализа и создания моделей сложных равновесных и неравновесных статистических явлений (ПК-3).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- основные понятия статистической физики, кинетической теории, физико-химической кинетики, эргодической теории.
- основные методы дискретного моделирования равновесной статистики и уравнений физико-химической кинетики.
- основные математические методы формализации решения прикладных задач статистической физики;

**Уметь:**

- строить статистические и кинетические модели;
- уверенно проводить их дискретизацию, сохраняя их свойства: консервативности (правильное число законов сохранения), рост энтропии и т.п.;

**Владеть:**

- связями кинетического, статистического и гидродинамического описания физико-химически процессов;
- навыками построения дискретных моделей;
- навыками исследования основных свойств получаемых моделей.

**Приобрести опыт:**

- построения математической формулировки статистических и кинетических моделей;
- построения алгоритма дискретизации формализованной задачи и их анализ.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Структура дисциплины

##### Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	общая	
	зач.ед.	час.
<b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ</b> по Учебному плану	<b>2</b>	<b>72</b>
Лекции (Л)		<b>4</b>
Практические занятия (ПЗ)	-	-
Семинары (С)		<b>8</b>
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины		<b>58</b>
<i>Вид контроля: зачет</i>		

#### 3.2. Содержание разделов дисциплины

##### Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущей аттестации
1.	Обоснование статистической физики	Основные принципы статистики. Статистическое распределение и статистическая независимость. Теория Лиувилля. Энтропия. Закон возрастания энтропии и H-теорема. Парадоксы Лошмидта и Цермело.	О, ДЗ

2.	Статистическая физика равновесная и неравновесная.	Термодинамические величины: температура, давление. Адиабатический процесс. Распределение Гиббса. Свободная энергия. Термодинамические соотношения. Кинетика и гидродинамика термодинамических величин.	О, ДЗ
3.	Кинетика и гироинамика	Термодинамика идеальных газов. Неравновесный идеальный газ. Свободная энергия и уравнение состояния. Закон равнораспределения. Одноатомный идеальный газ. Уравнение Больцмана и гидродинамика, распределение Максвелла и Максвелла-Больцмана.	О, ДЗ
4.	Квантовая статистическая физика.	Рост энтропии для квантовых кинетических уравнений. Распределения Бозе и Ферми.	О, ДЗ
5.	Физическая и химическая кинетика	Понятие дискретной модели, консервативность, возрастание энтропии, физико-химические процессы. Уравнение Больцмана, Власова, Смолуховского.	О, ДЗ

**Примечание:** О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жесткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля в зависимости от контингента обучающихся. Кроме того, на занятиях семинарских может проводиться работа с нормативными документами, изданиями средств информации и прочее, что также оценивается преподавателем.

### 3.3. Лекционные занятия

№ занятия	№ Раздела	Краткое содержание темы занятия	Кол-во часов
1.	1	Связь дифференциального уравнения и его уравнения Лиувилля, уравнение неразрывности. Эргодические теоремы фон Неймана и Рисса. Экстремаль Больцмана и энтропия.	2
2.	2	Связь кинетической уравнений Больцмана, Власова и Лиувилля с термодинамикой и гидродинамикой.	2
<b>ВСЕГО</b>			<b>4</b>

### 3.4. Семинарские занятия

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание темы занятия	Кол-во часов
3.	5	Задачи на тему дискретные модели и физико-химические процессы.	2
4.	1	Задачи по темам: Рост энтропии для уравнения Лиувилля. Обратимость и рост энтропии. Парадоксы Лошмидта и Цермело.	2
5.	3	Задачи по темам: Максвелловское распределение и Н-теорема, гидродинамические следствия уравнений Власова и Лиувилля.	2
6.	4,5	Задачи по темам: дискретные модели, консервативность, возрастание энтропии в квантовом случае, уравнение Смолуховского.	2
<b>ВСЕГО</b>			<b>8</b>

## 4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД

## ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Текущая аттестация аспирантов.** Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН - Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок «зачет», «незачет».

### Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
проверочные работы в течение всего курса	текущая	Ниже приведены перечни рекомендуемых задач и контрольных вопросов
зачет	итоговая	

Примерный перечень рекомендуемых контрольных вопросов для оценки текущего уровня успеваемости студента:

1. Нарисовать фазовый портрет одномерной гамильтоновой системы и дать описание поведения уравнения Лиувилля, проиллюстрировать рост энтропии и распределение Гиббса.
2. Рост энтропии для уравнения Ливилля и поведене термодинамических величин.
3. Экстремаль Больцмана и законы сохранения, термодинамические потенциалы.
4. Эргодическая теория и обоснование статистической механики. Теорема Рисса.
5. Эргодическая теорема фон Неймана.
6. Уравнение Больцмана и H-теорема.
7. Дискретные модели уравнения Больцмана и H-теорема.
8. Уравнения физико-химической кинетики и H-теорема.
9. Самосогласованные поля. Уравнение Власова и возрастание энтропии.
10. Уравнение Власова-Пуассона и переход к гидродинамике.
11. Уравнение Власова-Максвелла и переход к магнитной гидродинамике.
12. Энергетическая подстановка в уравнение Власова и Лиувилля и переход к от кинетики к статистическому описанию.
13. Квантовая и классическая физическая кинетика и статистическая физика.
14. Распределение Максвелла. Распределения Бозе и Ферми.
15. Распределение Максвелла-Больцмана.
16. Гидродинамика и термодинамика самосогласованных полей.
17. H-теорема по Больцману.
18. H-теорема по Пуанкаре. Необратимость. Парадоксы Лошмидта и Цермело.
19. Физико-химическая кинетика. H-теорема.

20. Уравнения объединения-фрагментации и Смолуховского.
21. Квантовые уравнения физико-химических процессов. Обобщённая H-теорема.

Примерный перечень рекомендуемых контрольных задач для оценки текущего уровня успеваемости студента:

#### Задача № 1.

1. Выписать систему уравнений химической кинетики, соответствующую реакции  $\alpha S_1 + \beta S_2 \rightarrow \gamma S_3$ . Константу скорости прямой реакции взять равной  $(\alpha + 1)$ , а обратной – равной  $(\alpha + \beta + 2)$ . Начальные данные – есть только  $S_1$  и  $S_2$  с одинаковыми концентрациями равными  $\gamma + 1$ .
2. Найти закон сохранения и стационары. Построить фазовый портрет и отметить притягивающие и отталкивающие стационарные точки. Доказать H-теорему для этой системы.
3. Решить систему и найти время, за которое концентрация  $S_1$  упадет на  $(\delta + 1)\%$  по сравнению с начальной. Найти скорость изменения концентрации  $S_1, S_2$  и  $S_3$  в этот момент времени и в начальный. Нарисовать эти вектора скорости на фазовом портрете.
4. Выписать уравнение Лиувилля для этой динамической системы. К чему сходится решение уравнения Лиувилля при  $t \rightarrow +\infty$  и при  $t \rightarrow -\infty$ , и в каком смысле сходимость? Выписать аналог формулы Больцмана (экстремаль Больцмана или аналог формулы Гиббса) в этом случае.

#### Задача № 2.

Для заданного студенту значения  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{N}$ :

Описать движение материальной точки с потенциальной энергией  $U(x) = x^{2\beta} (x - 3)^\alpha (x - 5)^{\alpha+1}$ .

1. Выписать соответствующую динамическую систему. Найти закон сохранения.
2. Построить фазовый портрет. Сколько различных фазовых траекторий соответствуют уровню энергии  $E = 0$ ?
3. Уточнить поведение фазовых траекторий в окрестности особых точек. 4. Выписать уравнение Лиувилля для этой динамической системы и приближение гидродинамического типа. 5. Определить, будет ли в нулевой момент времени перехлест, если  $f(0, x, p) = \delta(p - x)$ .

#### Задача № 3.

1. Выписать систему типа Больцмана-Смолуховского, описывающую эволюцию по концентраций частиц из  $n$  молекул:  $n = 1, 2, K, N$ , при условии, что присоединяется и отлетает от частиц по одной молекуле. Сечения коагуляции и частоты распада некоторые заданные функции  $n$ . Рассмотреть два случая: а) число молекул в системе постоянно, б) концентрация мономеров поддерживается постоянной за счет их ввода в систему. Выписать квантовый аналог уравнений.
2. Выписать закон сохранения. Выписать H-функции для случаев (а) и (б) и доказать H-теоремы.
3. Ввести непрерывную функцию распределения и получить уравнение на нее. Записать это уравнение в таком виде, чтобы в него входила функция распределения и производные (частные) от нее все в одной и той же точке. Для мономеров записать отдельное уравнение.
4. Ограничиться производными второго порядка и получить уравнение параболического типа.

**Итоговая аттестация аспирантов.** Итоговая аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса.

Обучающийся допускается к зачету в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачете – зачет, незачет.

### Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
Незачет	основное содержание учебного материала не раскрыто;
	допущены грубые ошибки в определении понятий и при использовании терминологии; не даны ответы на дополнительные вопросы.
Зачет	раскрыто содержание материала, даны корректные определения понятий; допускаются незначительные нарушения последовательности изложения; допускаются небольшие неточности при использовании терминов или логических выводов; при неточностях задаются дополнительные вопросы.

## 1. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Основная литература

1. Козлов В.В. Тепловое равновесие по Гиббсу и Пуанкаре. М., 2002.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Т.1, Механика, М., Наука, 1988., т. 5. Статистическая Физика, М. Наука 1976, т.10, Физическая кинетика, М., Наука, 1979, т.2, Теория поля. М., Наука, 1967.

### Дополнительная литература и Интернет-ресурсы

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В.. Уравнения математической физики., М., Наука, 2000.
2. Больцман Л., Избранные труды., М., Наука, 1984.
3. Максвелл Д.К. Труды по кинетической теории. М., Бином, 2011.
4. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, физ.-мат. лит. 1974
5. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д., Элементы прикладной математики. М., Наука, 1967.
6. Пуанкаре А. Замечания о кинетической теории газов. // Пуанкаре А. Избранные труды, М., Наука, 1974.
7. Веденяпин В.В. Кинетические уравнения Больцмана и Власова., М., Физматлит, 2001.
8. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. М.: Мир, 1979.
9. Зельдович Я.Б., Мышкин А.Д. Элементы математической физики. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». 1973.

## 2. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения интерактивных методов обучения для чтения лекций требуется аудитория с мультимедиа (возможен вариант с интерактивной доской).

Для проведения дискуссий и круглых столов, возможно, использование аудиторий со специальным расположением столов и стульев.

**ИСПОЛНИТЕЛИ** (разработчики программы):

Веденяпин В.В., д.ф.-м.н, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН