

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

---

**Утверждена**  
Ученым советом  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,  
протокол № 14-22 от «10» ноября 2022 г.

# **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

## **УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Механика и электродинамика сплошных сред**

**Научная специальность**

1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»,

**Форма обучения**

очная

Москва, 2022

**Научная специальность**

1.1.2– «Дифференциальные уравнения и математическая физика»,

**Дисциплина:** Механика и электродинамика сплошных сред

**Форма обучения:** очная

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА**

Ученым советом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,

протокол № 14/22 от «10» ноября 2022 г.

**ИСПОЛНИТЕЛЬ** (разработчик программ):

Веденяпин В.В., г.н.с. ИПМ им. М.В.Келдыша РАН

Заведующий аспирантурой \_\_\_\_\_ / Меньшов И.С. /

## Оглавление

АННОТАЦИЯ .....	4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
3.1. Структура дисциплины.....	5
3.2. Содержание разделов дисциплины.....	6
3.3. Лекционные занятия.....	6
3.4. Семинарские занятия	
4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ.....	7
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	10
6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	11

## АННОТАЦИЯ

Дисциплина «Механика и электродинамика сплошных сред» реализуется в рамках Блока «Образовательный компонент» основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Федерального исследовательского центра «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН).

Рабочая программа дисциплины «Механика и электродинамика сплошных сред» разработана и составлена на основании Федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре к условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов), в соответствии с учебными планами подготовки аспирантов в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по научной специальности 1.1.2 - «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсы, научные издания и монографические исследования и публикации.

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 2 зач.ед. (72 часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 10 часов, практических занятий – 0 часов, подготовка к экзамену – 36 часов и самостоятельной работы – 22 часа. Дисциплина реализуется на 2-м курсе, в 3-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится не менее 2 раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренные настоящей программой.

Промежуточная оценка знания осуществляется в период зачетно-экзаменационной сессии в форме экзамена.

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цели и задачи дисциплины «Механика и электродинамика сплошных сред»**

**Цель:** освоение фундаментальных знаний и компетенций, которые позволят представлять и разрабатывать модели физико-химических процессов механики и электродинамики сплошных сред и их дискретные модели в удобном виде, а также владеть математическим аппаратом, позволяющим выбрать наиболее правильную модель и оценивать её свойства.

**Задачи:**

- освоить основной математический аппарат, позволяющий описывать модели механики и электродинамики сплошных сред
- практическое освоение накопленных по дисциплине знаний при решении механики и электродинамики сплошных сред и их дискретных моделей и анализировать их эффективность.
- стимулирование к самостоятельной деятельности по освоению дисциплины и формированию необходимых компетенций.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Механика и электродинамика сплошных сред» направлен на формирование определённых умений, знаний, компетенций.

а) универсальные (УК): не предусмотрено

б) общепрофессиональные (ОПК) не предусмотрены

в) профессиональные (ПК): Способность к исследованиям математическими методами математических проблем в области механики и электродинамики сплошных сред. ((ПК-1).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- основные понятия статистической физики, кинетической теории, механики и электродинамики сплошных сред.
- основные методы дискретного моделирования механики и электродинамики сплошных сред
- основные математические методы формализации решения прикладных задач механики и электродинамики сплошных сред

**Уметь:**

- строить статистические и кинетические модели;
- уверенно проводить их дискретизацию, сохраняя их свойства: консервативности (правильное число законов сохранения), рост энтропии и т.п.;

**Владеть:**

- связями кинетического, статистического и гидродинамического описания физико-химических процессов;
- навыками построения дискретных моделей;
- навыками исследования основных свойств получаемых моделей.

**Приобрести опыт:**

- построения математической формулировки статистических и кинетических моделей;
- построения алгоритма дискретизации формализованной задачи и их анализ.

## 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Структура дисциплины

Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоемкость
--------------------	--------------

	общая	
	зач.ед.	час.
<b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ</b> по Учебному плану	<b>2</b>	<b>72</b>
Лекции (Л)		<b>4</b>
Практические занятия (ПЗ)	-	-
Семинары (С)		<b>10</b>
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины		<b>22</b>
<b>Вид контроля: экзамен</b>		<b>36</b>

### 3.2. Содержание разделов дисциплины

#### Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущей аттестации
1.	Идеальная жидкость.	Уравнения движения идеальной жидкости (уравнения непрерывности, уравнение Эйлера). Вывод уравнений типа эйлера из уравнений Больцмана и Лиувилля.	О, ДЗ
2.	Вязкая жидкость..	Уравнения движения вязкой жидкости. Диссипация энергии в несжимаемой жидкости. Система уравнений Навье—Стокса. Звук и звуковые волны. Кинетическое и гидродинамическое рассмотрение.	О, ДЗ
3.	Электростатика	Электростатика проводников. Электростатика диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость. Уравнение Власова-Пуассона.	О, ДЗ
4.	Электродинамика	Лагранжиан квантовой электродинамики и вывод уравнений Власова-Максвелла и магнитной гидродинамики	О, ДЗ
5.	Магнитная гидродинамика	.Магнитная гидродинамика и кинетическое описание с помощью уравнения Власова. Вывод МГД из уравнения Власова.	О, ДЗ

**Примечание:** О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жесткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля в зависимости от контингента обучающихся. Кроме того, на занятиях семинарских может проводиться работа с нормативными документами, изданиями средств информации и прочее, что также оценивается преподавателем.

### 3.3. Лекционные занятия

№ занятия	№ Раздела	Краткое содержание темы занятия	Кол-во часов
1.	1	Гидродинамическое и кинетическое описание, уравнение Эйлера и Лиувилля.	2
2.	4,5	Электродинамика и магнитогидродинамика; уравнения Власова и мгд.	2
<b>ВСЕГО</b>			<b>4</b>

### 3.4. Семинарские занятия

№	№ Раздела	Краткое содержание темы занятия	Кол-во
---	-----------	---------------------------------	--------

занятия	(темы)		часов
3.	1,2	Задачи на тему идеальная и неидеальная жидкость.	2
4.	3	Задачи по темам: электростатика и уравнение Власова-Пуассона	2
5.	3	Задачи по темам: электродинамика и уравнение Власова.	3
6.	4,5	Задачи по темам: электродинамика и уравнение Васова-Максвелла	3
<b>ВСЕГО</b>			<b>10</b>

#### **4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**Текущая аттестация аспирантов.** Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН - Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;
- степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по 4-х бальной системе (5-отлично, 4-хорошо, 3-удовлетворительно, 2-не удовлетворительно).

##### **Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
проверочные работы в течение всего курса	текущая	Ниже приведены перечни рекомендуемых задач и контрольных вопросов
экзамен	итоговая	

Примерный перечень рекомендуемых **контрольных вопросов** для оценки текущего уровня успеваемости студента:

1. Вывести уравнения гидродинамического типа из уравнения Лиувилля гидродинамической подстановкой.
2. Подстановка гидродинамическая и локальномаксвелловская в уравнение Лиувилля и Больцмана.
3. Экстремаль Больцмана и законы сохранения, термодинамические потенциалы.
4. Вывод уравнений гидродинамики и магнитной гидродинамики.

5. Свойства уравнений гидродинамики - форма Годунова.
6. Свойства уравнений магнитной гидродинамики - форма Годунова.
7. Дискретные модели уравнения Больцмана и H-теорема.
8. Уравнение Власова-Пуассона и переход к электростатике.
9. Самосогласованные поля. Уравнение Власова и возрастание энтропии.
10. Уравнение Власова-Пуассона и переход к гидродинамике.
11. Уравнение Власова-Максвелла и переход к магнитной гидродинамике.
12. Энергетическая подстановка в уравнение Власова и Лиувилля и переход к от кинетики к статистическому описанию.
13. Физическая кинетика и электродинамика сплошных сред.
14. Распределение Максвелла. Распределения Бозе и Ферми.
15. Распределение Максвелла-Больцмана.
16. Гидродинамика и термодинамика самосогласованных полей.
17. H-теорема по Больцману.
18. H-теорема по Пуанкаре. Необратимость. Парадоксы Лошмидта и Цермело.
19. Физико-химическая кинетика. H-теорема.
20. Уравнения объединения-фрагментации и Смолуховского. Связь с гидродинамикой.
21. Квантовые уравнения физико-химических процессов. Обобщённая H-теорема.

Примерный перечень рекомендуемых **контрольных задач** для оценки текущего уровня успеваемости студента:

#### Задача № 1.

1. Выписать систему уравнений химической кинетики, соответствующую реакции  $\alpha S_1 + \beta S_2 \rightarrow \gamma S_3$ . Константу скорости прямой реакции взять равной  $(\alpha + 1)$ , а обратной – равной  $(\alpha + \beta + 2)$ . Начальные данные – есть только  $S_1$  и  $S_2$  с одинаковыми концентрациями равными  $\gamma + 1$ . Выписать уравнение Лиувилля и соответствующее уравнение гидродинамического типа.
2. Найти закон сохранения и стационары. Построить фазовый портрет и отметить притягивающие и отталкивающие стационарные точки. Доказать H-теорему для этой системы. Как ведёт себя гидродинамическое приближение?
3. Решить систему и найти время, за которое концентрация  $S_1$  упадет на  $(\delta + 1)\%$  по сравнению с начальной. Найти скорость изменения концентрации  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  в этот момент времени и в начальный. Нарисовать эти вектора скорости на фазовом портрете.
4. Выписать уравнение Лиувилля для этой динамической системы. К чему сходится решение уравнения Лиувилля при  $t \rightarrow +\infty$  и при  $t \rightarrow -\infty$ , и в каком смысле сходимость? Выписать аналог формулы Больцмана (экстремаль Больцмана или аналог формулы Гиббса) в этом случае.

#### Задача № 2.

Для заданного студенту значения  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{N}$ :

Описать движение материальной точки с потенциальной энергией  $U(x) = x^{2\beta} (x - 3)^\alpha (x - 5)^{\alpha+1}$ :

1. Выписать соответствующую динамическую систему. Найти закон сохранения.
2. Построить фазовый портрет. Сколько различных фазовых траекторий соответствуют уровню энергии  $E = 0$ ?
3. Уточнить поведение фазовых траекторий в окрестности особых точек.

4. Выписать уравнение Лиувилля для этой динамической системы и приближение гидродинамического типа.

5. Определить, будет ли в нулевой момент времени перехлест, если  $f(0, x, p) = \delta(p - x)$ .

#### Задача № 3.

1. Выписать систему типа Больцмана-Смолуховского, описывающую эволюцию по концентраций частиц из  $n$  молекул:  $n = 1, 2, \dots, N$ , при условии, что присоединяется и отлетает от частиц по одной молекуле. Сечения коагуляции и частоты распада некоторые заданные функции  $n$ . Рассмотреть два случая: а) число молекул в системе постоянно, б) концентрация мономеров поддерживается постоянной за счет их ввода в систему. Выписать квантовый аналог уравнений. Выписать соответствующую гидродинамику в обычной форме и форме Годунова.
2. Выписать закон сохранения. Выписать  $H$ -функции для случаев (а) и (б) и доказать  $H$ -теоремы.
3. Ввести непрерывную функцию распределения и получить уравнение на нее. Записать это уравнение в таком виде, чтобы в него входила функция распределения и производные (частные) от нее все в одной и той же точке. Для мономеров записать отдельное уравнение.
4. Ограничиться производными второго порядка и получить уравнение параболического типа.

**Итоговая аттестация аспирантов.** Итоговая аттестация аспирантов по дисциплине проводится в соответствии с локальным актом ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФИЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к экзамену в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на экзамене – неудовлетворительно, удовлетворительно, хорошо, отлично.

#### Список вопросов к экзамену.

1. Вывести уравнения гидродинамического типа из уравнения Лиувилля гидродинамической подстановкой.
2. Подстановка гидродинамическая и локальномаксвелловская в уравнение Лиувилля и Больцмана.
3. Экстремаль Больцмана и законы сохранения, термодинамические потенциалы.
4. Вывод уравнений гидродинамики и магнитной гидродинамики.
5. Свойства уравнений гидродинамики - форма Годунова.
6. Свойства уравнений магнитной гидродинамики - форма Годунова.
7. Дискретные модели уравнения Больцмана и  $H$ -теорема.
8. Уравнение Власова-Пуассона и переход к электростатике.
9. Самосогласованные поля. Уравнение Власова и возрастание энтропии.
10. Уравнение Власова-Пуассона и переход к гидродинамике.
11. Уравнение Власова-Максвелла и переход к магнитной гидродинамике.

12. Энергетическая подстановка в уравнение Власова и Лиувилля и переход к от кинетики к статистическому описанию.
13. Физическая кинетика и электродинамика сплошных сред.
14. Распределение Максвелла. Распределения Бозе и Ферми.
15. Распределение Максвелла-Больцмана.
16. Гидродинамика и термодинамика самосогласованных полей.
17. H-теорема по Больцману.
18. H-теорема по Пуанкаре. Необратимость. Парадоксы Лошмидта и Цермело.
19. Физико-химическая кинетика. H-теорема.
20. Уравнения объединения-фрагментации и Смолуховского. Связь с гидродинамикой.
21. Квантовые уравнения физико-химических процессов. Обобщённая H-теорема

### Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
2, неудовлетворительно	Отсутствие знаний
3, удовлетворительно	Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач
4, хорошо	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных
5, отлично	Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *Основная литература*

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. т.1, Механика, М., Наука, 1988.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., т. 8. Электродинамика сплошных сред, М. Наука 1982.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. т.10, Физическая кинетика, М., Наука, 1979.

### *Дополнительная литература и Интернет-ресурсы*

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В.. Уравнения математической физики., М., Наука, 2000.
2. Больцман Л., Избранные труды., М., Наука, 1984.
3. Максвелл Д.К. Труды по кинетической теории. М., Бином, 2011.
4. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, физ.-мат. лит. 1974
5. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д., Элементы прикладной математики. М., Наука, 1967.
6. Пуанкаре А. Замечания о кинетической теории газов. // Пуанкаре А. Избранные труды, М., Наука, 1974.
7. Веденяпин В.В. Кинетические уравнения Больцмана и Власова., М., Физматлит, 2001.
8. Козлов В.В. Тепловое равновесие по Гиббсу и Пуанкаре. М., 2002.
9. Зельдович Я.Б., Мышкин А.Д. Элементы математической физики. М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука». 1973.

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для обеспечения интерактивных методов обучения для чтения лекций требуется аудитория с мультимедиа (возможен вариант с интерактивной доской).

Для проведения дискуссий и круглых столов, возможно, использование аудиторий со специальным расположением столов и стульев.

**ИСПОЛНИТЕЛИ** (разработчики программы):

Веденяпин В.В., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ведущий научный сотрудник, д.ф.-м.н.

Орлов Ю.Н., ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, зав сектором, д.ф.-м.н.