**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

Утверждена
Ученым советом
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
протокол № 14-22 от «10» ноября 2022 г.

.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«Численные методы»

Научная специальность:
1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Форма обучения:
очная

Москва, 2022

Дисциплина: «Численные методы»

Научная специальность:
1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексыпрограмм»
Форма обучения: очная

ИСПОЛНИТЕЛЬ (разработчик программ):
Аристова Е.Н., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, д.ф.-м.н.

РЕЦЕНЗЕНТ: Галанин Михаил Павлович, Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, доктор физико-математических наук, профессор

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА
Ученым советом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
протокол № 14/22 от «10» ноября 2022 г.

Заведующий аспирантурой______________________/ Меньшов И.С. /

Оглавление

АННОТАЦИЯ 4
1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ 4
2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ 4
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 6
3.1. Структура дисциплины 6
3.2. Содержание разделов дисциплины 6
3.3. Семинарские занятия 8
4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ 8
5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ 13

АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Численные методы» разработана и составлена на основании ФГТ - «Федеральные государственные требования к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)» (Приказ Минобрнауки № 951 от 20.10.2021г.), в соответствии с учебными планами подготовки аспирантов ФГУ «Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) по научным специальностям: 1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Дисциплина «Численные методы» реализуется в рамках Блока «Образовательный компонент программы подготовки научных и научно - педагогических кадров в аспирантуре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: научные издания и монографические исследования и публикации, а также материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсов.

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 3 зач.ед. (108часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 10 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 94 часов. Дисциплина реализуется на 3-м курсе, в 5-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится не менее двух раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренными настоящей программой.

Промежуточная оценка знания осуществляется в период зачетно-экзаменационной сессии в форме зачета.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цели и задачи дисциплины «Численные методы»

Цель: освоение фундаментальных знаний и компетенций, которые позволят использовать и разрабатывать эффективные алгоритмы и методы численного решения задач математической физики, а также овладение математическим аппаратом, позволяющим выбрать наиболее эффективный алгоритм сточки зрения численной реализации, согласно критериям проблемной области.

Задачи:

– освоение теоретических основ численных методов в различных областях математического моделирования;

– практическая реализация накопленных по дисциплине теоретических знаний на решении ряда характерных тестовых задач;

– стимулирование к самостоятельной деятельности по освоению дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Численные методы» направлен на формирование определенных профессиональных знаний, умений и компетенций.

а) универсальные (УК): не предусмотрено

б) общепрофессиональных (ОПК): Владение культурой научного исследования, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ОПК-2)

в) профессиональных (ПК): способность самостоятельно разрабатывать и тестировать эффективные вычислительные методы с применением компьютерных технологий (ПК-2), способность самостоятельно решать научные проблемы с применением технологии математического моделирования вычислительного эксперимента (ПК-3).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основные отличия вычислительной математики от чистой, основные методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений высокого порядка, нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений, наиболее эффективные алгоритмы численного интегрирования, способы построения интерполяционныхмногочленов и сплайнов;
- основные методы численного решения и аппарат исследования разностных схем на сходимость для численного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), в том числе жестких систем ОДУ;
- основные методы построения разностных схем для решения уравнений математической физики;
- основные методы численного решения и аппарат исследования разностных схем на сходимость для численного решения основных типов уравнений в частных производных: гиперболических, параболических, эллиптических;
- методы расщепления для решения задач большой размерности; методы регуляризации некорректно поставленных задач.

Уметь:

- применять аппарат исследования разностных схем на сходимость для основных методов решения систем ОДУ, в том числе жестких, и решения уравнений в частныхпроизводных;
- на практике применять численные алгоритмы при решении типовых задач, уметь сравнивать различные численные методы между собой по набору адекватных критериев, применять полученные знания в конкретной области математического моделирования;
- численно решать интегральные уравнения Вольтерры и Фредгольма второго рода

Владеть:

- численными методами решения основных задач математической физики;
- умением оценивать эффективность и точность численного метода для выборанаиболее эффективного алгоритма согласно критериям проблемной области;
- навыками моделирования прикладных задач численными методами.

Приобрести опыт:

- построения численных алгоритмов решения задач математической физики и оценкиих эффективности;
- практической реализации ряда изученных алгоритмов на ряде тестовых задач.

3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Структура дисциплины

Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ

Вид учебной работы	Трудоемкость общая	
	зач.ед.	час.
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ по Учебному плану	3	108

Лекции (Л)		**4**
Практические занятия (ПЗ)	–	**–**
Семинары (С)		**10**
Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины		**94**
Вид контроля: зачет		

3.2. Содержание разделов дисциплины

Общее содержание дисциплины

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела	Форма текущей аттестации
1.	Вычислительная линейная алгебра	Отличие вычислительной математики от других математических наук. Основные задачи вычислительной линейной алгебры: решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), нахождение собственных векторов и собственых значений матрицы. Прямые и итерационные методы линейной алгебры. Прямые: метод исключения Гаусса, LU– разложение, метод сопряженных градиентов. Итерационные методы решения СЛАУ: метод простой итерации (с оптимальным параметром), метод Якоби, Гаусса–Зейделя, последовательной верхней релаксации, методы вариационного типа. Спектральные задачи вычислительной линейной алгебры. Оценка скорости сходимости. Решение нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений. Методы секущих, золотого сечения, Ньютона, простой итерации. Критерии их сходимости. Интерполяция и сплайны.Обусловленность задачи интерполяции, константа Лебега.	О, ДЗ
2.	Численное интегрирование	Формулы численного интегрирования Ньютона– Котеса различных порядков, выбор шага численного интегрирования. Методы численного интегрирования Чебышёва, Гаусса и Гаусса– Кристоффеля. Оценка точности этих методов. Несобственные интегралы, методы вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций.	О, ДЗ
3.	Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем ОДУ, в том чисде жестких	Основные понятия теории разностных схем: сеточная функция, сходимость, аппроксимация, устойчивость. Теорема Лакса—Рябенького—Филиппова о связи аппроксимации, устойчисвости и сходимости. Простейшие разностные схемы. Исследование разностных схем на аппроксимацию и устойчивость. Строгая и нестрогая устойчивость. Понятие о жестких системах ОДУ. Одношаговые и многошагове методы. Явные и неявные методы Рунге—Кутты как пример одношаговых методов, их функции устойчивости. Одноитерационные методы Розенброка. Методы Адамса и формул дифференцирования назад как примеры многошаговых методов. Общая схема исследования устойчивости многошаговых методов на сходимость. Представление Норсика. Краевые задачи, методы пристрелки и прогонки. Численные методы решения задачи Штурма–Лиувилля.	О, ДЗ

4.	Методы численного решения основных типов уравнений в частных производных	Методы построения разностных схем для уравнений в частных производных: конечно- разностные, метод неопределенных коэффициентов, интегро–интерполяционные, сеточно-характеристические, метод прямых.Теорема Лакса—Рябенького—Филиппова. Отличия исследования устойчивости эволюционных задач от неэволюционных. Спектральный признак устойчивости. Метод энергетических неравентств Самарского. Основные разностные схемы для решения уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов и их исследование на сходимость. Монотонность разностной схемы. Корректная постановка краевых условий для линейных гиперболических систем ОДУ. Проблема численного решения задач эллиптического типа и связь с методамивычислительной линейной алгебры. Сравнение эффективности различных методов.	О, ДЗ
5.	Методы расщепления задач большой размерности и	Метод переменных направлений, метод ращепления по физическим процессам, метод двуциклического покомпонентного расщепления, приближенная факторизация. Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры 2 рода: сеточные методы метод Галеркина, метод наименьших квадратов, метод коллокации. Некорректные задачи. Метод регуляризации Тихонова.	О, ДЗ

Примечание: О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жесткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля в зависимости от контингента обучающихся. Кроме того, на занятиях семинарских может проводится работа с нормативными документами, изданиями средств информации и прочее, что также оценивается преподавателем.

3.3. *Лекционные занятия*

№ занятия	№ Раздела	Краткое содержание темы занятия	Кол-во часов
1.	4	Методы вычислительной линейной алгебры в приложении к решению задач эллиптического типа. Сравнение эффективности различных методов.	2
2.	5	Методы расщепления задач большой размерности и интегральные уравнения. Некорректные задачи. Метод Регуляризации Тихонова.	2
ВСЕГО			**4**

3.4. *Семинарские занятия*

№ занятия	№ Раздела (темы)	Краткое содержание темы занятия	Кол-во часов
3.	1	Задачи по теме: Вычислительная линейная алгебра.	2
4.	2	Задачи по теме: Численное интегрирование.	2
5.	3	Задачи по теме: Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и систем ОДУ, в том чисде жестких	2
6.	4	Задачи по теме: Методы численного решения основных типов уравнений в частных производных	2
7.	5	Задачи по теме: Методы расщепления задач большой размерности и интегральные уравнения.	2
ВСЕГО			**10**

4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Текущая аттестация аспирантов. Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ФГУ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН — Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ФГУ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре, — и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, сдачи ряда учебных программ по всем разделам курса, а также оценки вопроса–ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

– учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;

– степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по 4-х бальной системе (5 – отлично, 4 – хорошо, 3 – удовлетворительно, 2 – неудовлетворительно).

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Форма контроля знаний	Вид аттестации	Примечание
проверочные работы в течение всего курса, прием домашних заданий в форме практической реализации изученных методов	текущая	Ниже приведены перечени рекомендуемых задач и контрольных вопросов
зачет	итоговая	

Примерный перечень рекомендуемых контрольных вопросов для оценки **текущего** уровня успеваемости аспиранта:

1. Отличия вычислительной математики от других математических наук. Основные источники ошибок в вычислительной математике.
2. Метод простой итерации для решения систем линейных алгебраических уравнений. Оптимальное значение параметра для метода простой итерации с параметром.
3. Необходимое и достаточное условия сходимости методов Якоби и Гаусса–Зейделя. Достаточные условия. Доказать, что при условии диагонального преобладания метод Зейделя сходится быстрее метода Якоби.
4. Спектральные задачи вычислительной линейной алгебры. Степенной метод и метод вращений. Оценка скорости сходимости. Процесс Эйткена ускорения сходимости степенного метода.
5. Методы решения нелинейных уравнений и систем нелиненйых уравнений. Оценка скорости сходимости. Пример метода, имеющего третий порядок сходимости.Объяснить, почему методы высших порядков редко используются.
6. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и Ньютона. Эквивалентность двух форм.
7. Погрешность интерполяции. Теоремы о некорректности задачи интерполяции для непрерывных функций.
8. Обусловленность задачи интерполяции и константа Лебега.
9. Построение сплайнов. Дефект сплайна. Дополнительные "краевые" условия для кубического сплайна. B–сплайны.
10. Формулы Ньютона–Котеса как формулы интерполяционного типа. Докальная и глобальная

погрешность. Объяснить, почему формулы прямоугольников и Симпсона имеют погрешность меньшую, чем это следует из интегрирования остаточного член интерполяции, а формула трапеций и правило 3/8 – в соответствии с таким интегрированием.

11. Экстраполяцция Ричардсона и правило Рунге практического оценивания погрешности. Процесс Эйткена уточнения вычисления интеграла. Когда можно использовать экстраполяцию Ричардсона, а когда нужно использовать процесс Эйткена?
12. Методы численного интегрирования Чебышёва, Гаусса и Гаусса–Кристоффеля. Узлы и веса квадратур. Оценка точности этих методов.
13. Методы вычислений несобственных интегралов, методы вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций.
14. Основные понятия теории разностных схем: сеточная функция, сходимость, аппроксимация, устойчивость. Теорема Лакса–Рябенького–Филиппова о связи аппроксимации, устойчисвости и сходимости. Простейшие разностные схемы. Исследование разностных схем на аппроксимацию и устойчивость. Строгая и нестрогая устойчивость.
15. Понятие о жестких системах ОДУ. Одношаговые и многошагове методы. Явные и неявные методы Рунге–Кутты как пример одношаговых методов, их функции устойчивости. Одноитерационные методы Розенброка. Понятие A–, A0–, A(0) и L(p)–устойчивости метода.
16. Методы Адамса и формул дифференцирования назад как примеры многошаговых методов. Общая схема исследования устойчивости многошаговых методов на сходимость. Представление Норсика для многошаговых методов.
17. Краевые задачи, методы пристрелки и прогонки. Численные методы решения задачи Штурма–Лиувилля.
18. Методы построения разностных схем для уравнений в частных производных: конечно-разностные, метод неопределенных коэффициентов, интегро– интерполяционные, сеточно-характеристические, метод прямых.
19. Теорема Лакса–Рябенького–Филиппова. Отличия исследования устойчивости эволюционных задач от неэволюционных. Условие Куранта–Фридрихса–Леви о соответствии областей зависимости дифференциальной и разностной задач.
20. Спектральный признак устойчивости. Примеры исследования устойчивости разностных схем на основе спектрального признака.
21. Метод энергетических неравентств Самарского. Исследование устойчивости двухслойных схем с весами для уравнения теплопроводности на основе данного метода.
22. Основные разностные схемы для решения уравнения переноса: явные и неявные схемы "уголок", схемы Лакса и Лакса–Ведроффа. Аппроксимация, усточивость, монотонность. Теорема Годунова.
23. Основные разностные схемы для решения квазилинейного уравнения переноса (уравнения Хопфа): схема Куранта–Изаксона–Риса, схемы Лакса и Лакса–Ведроффа, нецентральные схемы Мак–Кормака. Аппроксимация, усточивость. Доказать, что в линейном случае последние две схемы переходят в схему Лакса–Вендроффа для уравнения переноса.
24. Корректная постановка краевых условий для линейных гиперболических систем ОДУ. Система уравнений акустики. Инварианты Римана.
25. Основные разностные схемы для решения одномерных уравнений параболического типа. Монотонность разностной схемы на примере двухслойной разностной схемы. Схема Кранка–Николсон.
26. Проблема численного решения задач эллиптического типа и связь с методами вычислительной линейной алгебры. Доказательство устойчивости схемы "крест" для двумерного уравнения Лапласа и Пуассона. Мажоранта Гершгорина.
27. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа. Метод установления и разностные методы на его основе: метод простой итерации с оптимальным параметром. Исследование эволюции невязки.
28. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: метод простой итерации с чебышевским набором параметров. Эффективность метода.
29. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: метод переменных направлений в случае двухи трех пространственных измерений. Отличия

в свойствах устойчивости метода в этих двух случаях.

30. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: попеременно–треугольный метод. Устойчивость и схема реализации.
31. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: метод последовательной верхней релаксации с оптимальным параметром.
32. Сравнение эффективности различных методов решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа.
33. Метод ращепления по физическим процессам для решения задач математической физики.
34. Метод двуциклического покомпонентного расщепления для решения задач математической физики.
35. Приближенная факторизация при решении задач математической физики.
36. . Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры 2 рода: сеточные методы метод Галеркина, метод наименьших квадратов, метод коллокации.
37. Некорректные задачи. Метод регуляризации Тихонова.

Примерный перечень рекомендуемых контрольных задач для оценки текущего уровня успеваемости аспиранта:

Задачи, используемые для оценки успеваемости аспирантов, делятся на теоретические и практические. По каждому из пяти больших разделов программы должно быть выполнено не менеее одной практической задачи, источником которых является [4, 7]. Теоретические задачи тоже будут взяты примущественно из этого иточника.

Итоговая аттестация аспирантов. Итоговая аттестация аспирантов по дисциплине проводится проводится в соответствии с локальным актом ФГУ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к зачету в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачете – зачет, незачет.

Список вопросов к зачету:

1. Отличия вычислительной математики от других математических наук. Основные источники ошибок в вычислительной математике.
2. Метод простой итерации для решения систем линейных алгебраических уравнений. Оптимальное значение параметра для метода простой итерации с параметром.
3. Необходимое и достаточное условия сходимости методов Якоби и Гаусса–Зейделя. Достаточные условия. Доказать, что при условии диагонального преобладания метод Зейделя сходится быстрее метода Якоби.
4. Спектральные задачи вычислительной линейной алгебры. Степенной метод и метод вращений. Оценка скорости сходимости. Процесс Эйткена ускорения сходимости степенного метода.
5. Методы решения нелинейных уравнений и систем нелиненйых уравнений. Оценка скорости сходимости. Пример метода, имеющего третий порядок сходимости.Объяснить, почему методы высших порядков редко используются.
6. Разделенные разности. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа и Ньютона. Эквивалентность двух форм.
7. Погрешность интерполяции. Теоремы о некорректности задачи интерполяции для непрерывных функций.

8. Обусловленность задачи интерполяции и константа Лебега.
9. Построение сплайнов. Дефект сплайна. Дополнительные "краевые" условия для кубического сплайна. B–сплайны.
10. Формулы Ньютона–Котеса как формулы интерполяционного типа. Докальная и глобальная погрешность. Объяснить, почему формулы прямоугольников и Симпсона имеют погрешность меньшую, чем это следует из интегрирования остаточного член интерполяции, а формула трапеций и правило 3/8 – в соответствии с таким интегрированием.
11. Экстраполяцция Ричардсона и правило Рунге практического оценивания погрешности. Процесс Эйткена уточнения вычисления интеграла. Когда можно использовать экстраполяцию Ричардсона, а когда нужно использовать процесс Эйткена?
12. Методы численного интегрирования Чебышёва, Гаусса и Гаусса–Кристоффеля. Узлы и веса квадратур. Оценка точности этих методов.
13. Методы вычислений несобственных интегралов, методы вычисления интегралов от быстро осциллирующих функций.
14. Основные понятия теории разностных схем: сеточная функция, сходимость, аппроксимация, устойчивость. Теорема Лакса–Рябенького–Филиппова о связи аппроксимации, устойчисвости и сходимости. Простейшие разностные схемы. Исследование разностных схем на аппроксимацию и устойчивость. Строгая и нестрогая устойчивость.
15. Понятие о жестких системах ОДУ. Одношаговые и многошагове методы. Явные и неявные методы Рунге–Кутты как пример одношаговых методов, их функции устойчивости. Одноитерационные методы Розенброка. Понятие A–, A0–, A(0) и L(p)– устойчивости метода.
16. Методы Адамса и формул дифференцирования назад как примеры многошаговых методов. Общая схема исследования устойчивости многошаговых методов на сходимость. Представление Норсика для многошаговых методов.
17. Краевые задачи, методы пристрелки и прогонки. Численные методы решения задачи Штурма–Лиувилля.
18. Методы построения разностных схем для уравнений в частных производных: конечно-разностные, метод неопределенных коэффициентов, интегро– интерполяционные, сеточно-характеристические, метод прямых.
19. Теорема Лакса–Рябенького–Филиппова. Отличия исследования устойчивости эволюционных задач от неэволюционных. Условие Куранта–Фридрихса–Леви о соответствии областей зависимости дифференциальной и разностной задач.
20. Спектральный признак устойчивости. Примеры исследования устойчивости разностных схем на основе спектрального признака.
21. Метод энергетических неравентств Самарского. Исследование устойчивости двухслойных схем с весами для уравнения теплопроводности на основе данного метода.
22. Основные разностные схемы для решения уравнения переноса: явные и неявные схемы "уголок", схемы Лакса и Лакса–Ведроффа. Аппроксимация, усточивость, монотонность. Теорема Годунова.
23. Основные разностные схемы для решения квазилинейного уравнения переноса (уравнения Хопфа): схема Куранта–Изаксона–Риса, схемы Лакса и Лакса–Ведроффа, нецентральные схемы Мак–Кормака. Аппроксимация, усточивость. Доказать, что в линейном случае последние две схемы переходят в схему Лакса–Вендроффа для уравнения переноса.
24. Корректная постановка краевых условий для линейных гиперболических систем ОДУ. Система уравнений акустики. Инварианты Римана.
25. Основные разностные схемы для решения одномерных уравнений параболического типа. Монотонность разностной схемы на примере двухслойной разностной схемы. Схема Кранка–Николсон.
26. Проблема численного решения задач эллиптического типа и связь с методами вычислительной линейной алгебры. Доказательство устойчивости схемы "крест" для двумерного уравнения Лапласа и Пуассона. Мажоранта Гершгорина.
27. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа. Метод установления и разностные методы на его основе: метод простой итерации с оптимальным параметром. Исследование эволюции невязки.

28. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: метод простой итерации с чебышевским набором параметров. Эффективность метода.
29. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: метод переменных направлений в случае двухи трех пространственных измерений. Отличия в свойствах устойчивости метода в этих двух случаях.
30. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: попеременно–треугольный метод. Устойчивость и схема реализации.
31. Методы решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа: метод последовательной верхней релаксации с оптимальным параметром.
32. Сравнение эффективности различных методов решения сеточных уравнений при аппроксимации задач эллиптического типа.
33. Метод ращепления по физическим процессам для решения задач математической физики.
34. Метод двуциклического покомпонентного расщепления для решения задач математической физики.
35. Приближенная факторизация при решении задач математической физики.
36. . Численные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерры 2 рода: сеточные методы метод Галеркина, метод наименьших квадратов, метод коллокации.
37. Некорректные задачи. Метод регуляризации Тихонова.

Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Требования к знаниям и критерии выставления оценок
Незачет	основное содержание учебного материала не раскрыто; допущены грубые ошибка в определении понятий и при использовании терминологии; не даны ответы на дополнительные вопросы.
Зачет	раскрыто содержание материала, даны корректные определенияпонятий; допускаются незначительные нарушения последовательности изложения; допускаются небольшие неточности при использовании терминов илив логических выводах; при неточностях задаются дополнительные вопросы.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. 3-е изд., испр., М.. Наука, 1989, 616с.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы. М., Наука, 1975, 630с.

Дополнительная литература и Интернет-ресурсы

3. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. М.: Мир, 2001, 429с.
4. Аристова Е.Н., Завьялова Н.А., Лобанов А.И. Практическиезанятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть I. М., МФТИ, 2014, 242с. https://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/study/materials/compmath/other/Aristova_ Zavyalova_Lobanov_2014.pdf
5. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990, 512с.
6. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие задачи и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999, 685с.
7. Аристова Е.Н., Лобанов А.И. Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть II. М., МФТИ, 2015, 308с.
8. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, М., 2010, 590с.

9. Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численные методы. Книга 1. Численный анализ. М.: Академия, 2013, 304 с.
10. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Численные методы. Книга 2. Методы математической физики. М.: изд. центр "Академия", 2013, 303 с.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения интерактивных методов обучения для чтения лекций требуется аудитория с мультимедиа (возможен вариант с интерактивной доской) или белая доска под фломастеры.

Для проведения дискуссий и круглых столов, возможно, использование аудиторий со специальным расположением столов и стульев.

ИСПОЛНИТЕЛИ (разработчики программы):
Аристова Е.Н., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, г.н.с., д.ф.-м.н.