**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ИНСТИТУТ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ. М.В. КЕЛДЫША РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК»**

**Утверждена**
Ученым советом
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
протокол №14-22 от «10» ноября 2022 г.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**
«Элементы теории функций и функционального анализа»

**Научные специальности:**
1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»;
1.1.6 - «Вычислительная математика»

**Форма обучения:**
очная

Москва, 2022

**Дисциплина**: «Элементы теории функций и функционального анализа»
**Научные специальности:**
1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексыпрограмм», 1.1.6 - «Вычислительная математика»
**Форма обучения**: очная

**ИСПОЛНИТЕЛЬ** (разработчик программ):
Афендиков А.Л., заместитель директора ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, д.ф-м.н.;
Веденяпин В.В., ведущий научный сотрудник ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, д.ф.-м.н.
Дудникова Т.В., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ведущий научный сотрудник, д.ф.-м.н.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА РЕКОМЕНДОВАНА
Ученым советом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
протокол № 14/22 от «10» ноября 2022 г.

Заведующий аспирантурой_____________________/ Меньшов И.С. /

# Оглавление

# АННОТАЦИЯ

Рабочая программа дисциплины «Элементы теории функций и функционального анализа» разработана и составлена на основании ФГТ - «Федеральные государственные требования к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)» (Приказ Минобрнауки № 951 от 20.10.2021г.), в соответствии с учебными планами подготовки аспирантов ФГУ «Федеральный исследовательский центр «Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) по научным специальностям:
1.2.2. – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»;
1.1.6 - «Вычислительная математика».

Дисциплина «Элементы теории функций и функционального анализа» в рамках Блока «Образовательный компонент» программы подготовки научных и научно - педагогических кадров в аспирантуре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

Основным источником материалов для формирования содержания программы являются: материалы конференций, симпозиумов, семинаров, Интернет-ресурсы, научные издания и монографические исследования и публикации.

Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану составляет 2 зач.ед. (72 часа), из них лекций – 4 часа, семинарских занятий – 10 часов, практических занятий – 0 часов и самостоятельной работы – 58 часа. Дисциплина реализуется на 1-м курсе, в 1-м семестре, продолжительность обучения – 1 семестр.

Текущая аттестация проводится не менее 2 раз в соответствии с заданиями и формами контроля, предусмотренными настоящей программой.

Промежуточная оценка знания осуществляется в период зачетно-экзаменационной сессии в форме зачета.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цели и задачи дисциплины** «Элементы теории функций и функционального анализа»

**Цель:** освоение фундаментальных знаний и компетенций, которые позволят представлять и разрабатывать методами дифференциальных уравнений модели физико-химических процессов и их дискретные модели в удобном виде, а также владеть математическим аппаратом, позволяющим выбрать наиболее правильную модель, аналитически исследовать и оценивать её свойства.

**Задачи:**

- освоить основы математического и функционального анализа;
- практическое освоение накопленных по дисциплине знаний при использовании математического и функционального анализа;
- стимулирование к самостоятельной деятельности по освоению дисциплины.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Элементы теории функций и функционального анализа» направлен на получение определенных профессиональных знаний, умений и компетенций.

**а) универсальные (УК):** не предусмотрено

**б) общепрофессиональных (ОПК):** Владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности (ОПК-1)

**в) профессиональных (ПК):** Способность использовать математический и функциональный анализ в исследованиях(ПК-1),

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- основные понятия функционального анализа
- основные методы использования математического и функционального анализа.
- основные математические методы качественного исследования модели химических и физических процессов с помощью математического и функционального анализа.

- **Уметь:**
- использовать основные понятия математического и функционального анализа
- уверенно проводить качественную оценку поведения химических и физических процессов с помощью математического и функционального анализа.

**Владеть:**

- навыками функционального анализа
- основными понятиями математического и функционального анализа.
- навыками исследования основных свойств моделей физико-химической теории с помощью математического и функционального анализа.

**Приобрести опыт:**

- построения моделей физико-химических процессов с помощью математического и функционального анализа;
- исследования поведения физико-химических процессов с помощью функционального анализа

## СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### *3.1. Структура дисциплины*

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам учебных работ**

| **Вид учебной работы** | **Трудоемкость общая** | |
|---|---|---|
| | **зач.ед.** | **час.** |
| **ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ** по Учебному плану | **2** | **72** |
| Лекции (Л) | | **4** |
| Практические занятия (ПЗ) | - | - |
| Семинары (С) | | **10** |
| Самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к семинарским и практическим занятиям) и самостоятельное изучение тем дисциплины | | ***58*** |
| ***Вид контроля: зачет*** | | |

## 3.2. *Содержание разделов дисциплины*

**Общее содержание дисциплины**

| № раздела | Наименование раздела | Содержание раздела | Форма текущей аттестации |
|---|---|---|---|
| 1. | Метрические и топологические пространства | Определение метрического пространства. Замкнутые и открытые множества. Сепарабельное метрическое пространство. Полные пространства. Теорема о вложенных замкнутых шарах. Теорема Бэра. Пополнение метрических пространств. Компактные множества в метрических пространствах. Критерий компактности Хаусдорфа. Критерий компактности в некоторых метрических пространствах. Теорема существования минимума функционала на бикомпактном множестве. Принцип сжимающих отображений и его применения. Определение топологического пространства. | О, ДЗ |
| 2. | Нормированные линейные пространства | Линейные пространства. Линейная зависимость, подпространство, базис. Нормированные, банаховы пространства. Примеры. Евклидовые, гильбертовы пространства. Примеры. Ортогональность. Процесс ортогонализации. Теорема о разложении гильбертова пространства в сумму ортогональных подпространств. Неравенство Бесселя. Замкнутость в смысле Стеклова. Равенство Парсеваля-Стеклова. Теорема Рисса-Фишера об изоморфизме гильбертовых пространств. Задача о наилучшем приближении элемента фиксированным аппроксимирующим множеством (в нормированном, гильбертовом пространстве). | О, ДЗ |
| 3. | Линейные операторы | Опеределение линейного оператора. Обратный оператор. Теорема Банаха об обратном операторе. Теорема Банаха о замкнутом графике. Проекторы. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха-Штейнгауза для операторов. Ее применение. | О, ДЗ |
| 4. | Линейные функционалы | Линейный функционал на линейном пространстве. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. (Общая) теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала, определенного на линейном пространстве. Линейные функционалы в нормированном пространстве. Примеры. Сопряженное пространство. Теорема Банаха - Штейнгауза для линейных функционалов. Ее применение. Теорема Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. | О, ДЗ |
| 5. | Резольвента оператора | Спектр и спектральный радиус оператора. Резольвента оператора. Определение сопряженного оператора. Самосопряженный оператор. Его спектр. Проекционные операторы. Спектральное разложение самосопряженного оператора. | О, ДЗ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6. | Компактные операторы в гильбертовом пространстве | Определение компактного оператора. Его свойства. Теорема Гильберта-Шмидта об общем виде компактного самосопряженного оператора в гильбертовом пространстве. Теорема Фредгольма. | О, ДЗ |
| 7. | Квадратичные функционалы | Билинейная форма. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов. Вариационные уравнения. Теорема Вишика-Лакса-Мильграма. | О, ДЗ |
| 8. | Дифференцирование в линейных пространствах | Дифференциал Фреше и Гато. Теорема о неявной функции и ее применения. Метод Ньютона. | О, ДЗ |

**Примечание**: О – опрос, Д – дискуссия (диспут, круглый стол, мозговой штурм, ролевая игра), ДЗ – домашнее задание (эссе и пр.). Формы контроля не являются жесткими и могут быть заменены преподавателем на другую форму контроля в зависимости от контингента обучающихся. Кроме того, на занятиях семинарских может проводится работа с нормативными документами, изданиями средств информации и прочее, что также оценивается преподавателем.

## 3.3. *Лекционные занятия*

| № занятия | № раздела | Краткое содержание темы занятия | Кол-во часов |
|---|---|---|---|
| 1. | 1,2,3,4 | Метрическое пространство. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Компактные множества в метрических пространствах. Линейные пространства (нормированные, банаховы, евклидовые и гильбертовы). Теорема о разложении гильбертова пространства в сумму ортогональных подпространств. Неравенство Бесселя. Замкнутость в смысле Стеклова. Равенство Парсеваля-Стеклова. Теорема Рисса-Фишера об изоморфизме гильбертовых пространств. Теорема Банаха об обратном операторе. Теорема Банаха о замкнутом графике. Принцип равномерной ограниченности. Теорема Банаха–Штейнгауза. Теорема Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. | 2 |
| 2. | 5,6,7,8 | Спектр и спектральный радиус оператора. Резольвента оператора. Компактные операторы в гильбертовом пространстве. Теорема Фредгольма. Вариационные методы минимизации квадратичных функционалов. Теорема Вишика-Лакса-Мильграма. Дифференциал Фреше и Гато. Теорема о неявной функции и ее применения. Метод Ньютона. | 2 |
| **ВСЕГО** | | | **4** |

## 3.4. *Семинарские занятия*

| № занятия | № раздела (темы) | Краткое содержание темы занятия | Кол-во часов |
|---|---|---|---|
| 3. | 1,2 | Примеры сепарабельных пространств, полных метрических пространств. Примеры компактных и некомпактных множеств в метрических пространствах. Примеры применения принципа сжимающих отображений. Примеры банаховых и гильбертовых пространств. Задача о наилучшем приближении элемента фиксированным аппроксимирующим множеством (в нормированном или гильбертовом пространстве). | 2 |
| 4. | 3,4 | Задачи по темам: линейные операторы и линейные функционалы; теорема Банаха об обратном операторе, теорема Банаха о замкнутом графике. Применение теоремы Банаха-Штейнгауза. Применение теоремы Рисса об общем виде линейных функционалов в гильбертовом пространстве и теоремы Хана-Банаха о продолжении линейного функционала. | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5. | 5,6 | Задачи по темам: спектр и спектральный радиус оператора; резольвента оператора; сопряженный оператор; самосопряженный оператор; компактного оператор; теорема Фредгольма. | 3 |
| 6. | 7,8 | Задачи по темам: вариационные методы минимизации квадратичных функционалов; дифференциал Фреше и Гато. Теорема о неявной функции и ее применения. Метод Ньютона. | 36 |
| **ВСЕГО** | | | **10** |

## 4. ТЕКУЩАЯ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Текущая аттестация аспирантов**. Текущая аттестация аспирантов проводится в соответствии с локальным актом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН - Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Текущая аттестация по дисциплине проводится в форме опроса, а также оценки вопроса-ответа в рамках участия обучающихся в дискуссиях и различных контрольных мероприятиях по оцениванию фактических результатов обучения, осуществляемых преподавателем, ведущим дисциплину. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины см. ниже.

Объектами оценивания выступают:

– учебная дисциплина – активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость занятий;

– степень усвоения теоретических знаний и уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы, проводимых в рамках семинаров, практических занятий и самостоятельной работы.

Оценивание обучающегося на занятиях осуществляется с использованием нормативных оценок по 4-х бальной системе (5-отлично, 4-хорошо, 3-удовлетворительно, 2-не удовлетворительно).

**Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.**

| Форма контроля знаний | Вид аттестации | Примечание |
|---|---|---|
| проверочные работы в течение всего курса | текущая | Ниже приведены перечени рекомендуемых задач и контрольных вопросов |
| зачет | итоговая | |

**Примерный перечень рекомендуемых контрольных вопросов для оценки текущего уровня успеваемости студента:**

1. Привести примеры сепарабельных пространств.
2. Привести примеры полных пространств. Доказать полноту пространства $l_p$.
3. Доказать теорему о “вложенных замкнутых шарах”.
4. Теорема Бэра.
5. Привести примеры компактных множеств.
6. Компактны ли пространства $C[a,b]$, $l_p$, $\mathbb{R}^n$ ?
7. Доказать критерий Хаусдорфа компактности множества в метрическом пространстве.

8. Критерий компактности множества в $C[a,b]$.
9. Критерий компактности множества в $l_p$.
10. Применение принципа сжимающих отображений к доказательству существования и единственности решений дифффеpенциальных уравнений.
11. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям.
12. Привести примеры банаховых, гильбертовых пространств.
13. Доказать обобщенную теорему Пифагора.
14. Теорема о разложении гильбертова пространства в сумму ортогональных подпространств.
15. Доказать, что гильбертово пространство сепарабельно тогда и только тогда, когда в нём существует счётный ортонормированный базис.
16. Доказать минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
17. Критерий замкнутости в смысле Стеклова ортонормированной системы.
18. Теорема Рисса-Фишера об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.
19. Существование элемента наилучшего приближения в нормированном пространстве.
20. Существование и единственность элемента наилучшего приближения в гильбертовом пространстве.
21. Доказать, что пространство линейных непрерывных операторов, определенных всюду в банаховом пространстве и со значениями в банаховом пространстве, является банаховым пространством (в смысле равномерной сходимости и в смысле сильной сходимости).
22. Теорема Банаха об обратном операторе.
23. Теорема Банаха о замкнутом графике.
24. Принцип равномерной ограниченности.
25. Теорема Банаха–Штейнгауза.
26. Применение теоремы Банаха–Штейнгауза для оценки метода интерполирования по Лагранжу в пространстве $C[a,b]$.
27. Доказать устойчивость обратимости оператора при малых возмущениях.
28. Доказать теорему Банаха: пусть $A$ - ограниченный линейный оператор ($A \in L\ (E, E_1)$), $A$ отображает банахово пространство $E$ на все банахово пространство $E_1$. Тогда существует $\delta > 0$, такое, что если $B \in L\ (E, E_1)$ и $\|A - B\| < \delta$, то $B$ отображает $E$ на все пространство $E_1$.
29. Доказать, что $(H)^* = H$ для гильбертова пространства $H$.
30. Доказать, что $(l_p)^* = l_q$, $p > 1,\ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$
31. Применение теоремы Банаха–Штейнгауза для приближенного вычисления интеграла.
32. Применение теоремы Хана–Банаха о продолжении линейного функционала в нормированном пространстве.
33. Доказать, что спектр линейного ограниченного оператора – замкнутое множество.
34. Доказать лемму об аннуляторе ядра оператора, т.е. если $A$ отображает банахово пространство $E$ на все банахово пространство $E_1$, то $(\ker A)^{\perp} = \operatorname{Im} A^*$.
35. Компактный оператор. Его свойства. Расщепление компактного оператора. Свойства собственных значений компактного оператора.
36. Доказать, что единичный оператор в бесконечномерном банаховым пространстве не компактен.
37. Теорема Гильберта-Шмидта о компактном самосопряженном операторе.
38. Альтернатива Фредгольма.
39. Билинейная форма. Теорема Вишика-Лакса-Мильграма.
40. Применение теоремы о неявной функции.

**Примерный перечень рекомендуемых контрольных задач для оценки текущего уровня успеваемости студента:**

1. Доказать сепарабельность пространств $\mathbb{R}^n$, $l_p$, $C[a,b]$.
2. Является ли пространство $m=\left\{x=\left(x_1,x_2,\dots,x_n,\dots\right):\rho(x,y)=\sup\limits_n\left|x_n-y_n\right|<\infty\right\}$ сепарабельным?
3. Полно ли пространство непрерывных функций $C[a,b]$ с квадратичной метрикой, т.е. с метрикой $\rho(x,y)=\left(\int\limits_a^b|x(t)-y(t)|^2dt\right)^{1/2}$, $x,y\in C[a,b]$?
4. Является ли единичный шар в $C[a,b]$ компактным множеством?
5. Доказать, что множество $\left\{x\in l_2:\left|x_1\right|<1,\left|x_2\right|<\frac{1}{2},\dots,\left|x_n\right|<\frac{1}{2^{n-1}},\dots\right\}$ вполне ограничено.
6. Привести пример функционала $f(x)$, заданного на некомпактном в себе множестве $M$, таком, что $\sup\limits_M f(x)$ не достигается.
7. Доказать, что если замыкание единичного шара банахового пространства Н является компактным множеством, то пространство Н – конечномерно.
8. Является ли пространство $C[a,b]$ с чебышевской метрикой гильбертовым?
9. Привести примеры полных ортогональных систем.
10. Обладает ли пространство $m=\left\{x=\left(x_1,\dots,x_n,\dots\right):\|x\|=\sup\limits_n\left|x_n\right|<\infty\right\}$ счетным базисом?
11. Является ли пространство $C[a,b]$ строго нормированным пространством?
12. Доказать, что гильбертово пространство является строго нормированным.
13. Является ли оператор $Af=\frac{d}{dx}\left(f(x)\right)$, $f\in C[0,1]$, ограниченным?
14. Вычислить норму функционала $f(x)=\int\limits_0^1 x(t)dt$, $x\in L_2[0,1]$.
15. Вычислить норму функционала $f(x)=\int\limits_a^b a(t)x(t)\,dt$, $x\in C[a,b]$.
16. Найти пространство, сопряженное к пространству $m=\left\{x=\left(x_1,\dots,x_n,\dots\right):\|x\|=\sup\limits_n\left|x_n\right|<\infty\right\}$.
17. Найти пространство, сопряженное к пространству $C[a,b]$.
18. Доказать, что $\left\|A^*\right\|=\|A\|$.
19. Доказать, что если $P$ - проектор в банаховом пространстве $B$, то $B=\operatorname{Im}P\oplus\ker P$.
20. Найти спектр оператора $A:\left(x_1,x_2,\dots\right)\to\left(0,x_1,x_2,\dots\right)$, $x\in l_2$.
21. Доказать, что любой ограниченный линейный оператор, определенный в комплексном банаховом пространстве, имеющем хотя бы один отличный от нуля элемент, имеет непустой спектр.
22. Привести пример неограниченного оператора, имеющего пустой спектр.
23. Вычислить спектр оператора $Af(x)=x\,f(x)$, $f\in L_2[0,1]$.
24. Проверить, что оператор $A:\left(x_1,x_2,\dots\right)\to\left(0,x_1,\frac{x_2}{2},\dots,\frac{x_{n-1}}{n-1},\dots\right)$, $x\in l_2$, является компактным, но не имеет ни одного собственного вектора (сравнить с теоремой Гильберта-Шмидта). Найти его спектр.

**Итоговая аттестация аспирантов.** Итоговая аттестация аспирантов по дисциплине проводится проводится в соответствии с локальным актом ИПМ им. М.В. Келдыша РАН – Положением о текущей, промежуточной и итоговой аттестации аспирантов ИПМ им. М.В. Келдыша РАН по программам высшего образования – программам подготовки научно-педагогических кадров в аспирантуре и является обязательной.

Итоговая аттестация по дисциплине осуществляется в форме зачета в период зачетно-экзаменационной сессии в соответствии с Графиком учебного процесса по приказу (распоряжению заместителю директора по научной работе). Обучающийся допускается к зачету в случае выполнения аспирантом всех учебных заданий и мероприятий, предусмотренных настоящей программой. В случае наличия учебной задолженности (пропущенных занятий и (или) невыполненных заданий) аспирант отрабатывает пропущенные занятия и выполняет задания.

Оценивание обучающегося на промежуточной аттестации осуществляется с использованием нормативных оценок на зачете – зачет, незачет.

**Оценивание аспиранта на промежуточной аттестации в форме экзамена**

| Оценка | Требования к знаниям и критерии выставления оценок |
|---|---|
| Незачет | основное содержание учебного материала не раскрыто;<br>допущены грубые ошибка в определении понятий и при использовании терминологии;<br>не даны ответы на дополнительные вопросы. |
| Зачет | раскрыто содержание материала, даны корректные определения понятий;<br>допускаются незначительные нарушения последовательности изложения;<br>допускаются небольшие неточности при использовании терминов или в логических выводах;<br>при неточностях задаются дополнительные вопросы. |

## 5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

***Основная литература***

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 572 с.
2. В.И. Лебедев. Функциональный анализ и вычислительная математика. - М.: ВИНИТИ, 1994. - 214 с.
3. Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. Элементы функционального анализа. - М.: Наука, 1965. – 530 с.
4. Б.З. Вулих. Введение в функциональный анализ. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 1958, - 352 с.
5. К. Иосида. Функциональный анализ. - М.: Изд-во «Мир», 1967. – 624 с.
6. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. - М.: Изд-во «Мир», 1979.
7. У. Рудин. Функциональный анализ. – М.: Изд-во «Мир», 1975. – 444 с.

*Дополнительная литература и Интернет-ресурсы*

1. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Том 1. Функциональный анализ. – М.: Изд-во «Мир» 1977. – 357 с.
2. В.А. Треногин. Функциональный анализ. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 488 с.
3. Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. Краткий курс функционального анализа – М.: Высш. школа, 1982. – 271 с.
4. Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. Функциональный анализ. – М. Наука, 1984. – 752 с.
5. К.И. Бабенко. Основы численного анализа. - Москва-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2002. - 848 с.
6. Н. Я. Виленкин, Е. А. Горин, А. Г. Костюченко и др. Функциональный анализ (под ред. С.Г. Крейна). - М.: Наука, 1964. - 424 с.
7. А.Я. Хелемский. Лекции по функциональному анализу. - М.: МЦНМО, 2004. - 552 с.

**Интернет-ресурсы:**

https://ru.wikipedia.org - википедия
http://www.math.ru/ - портал математических интернет-ресурсов
http://www.mathnet.ru - общероссийский математический портал Math-Net.Ru
http://www.allmath.com/ - портал математических интернет-ресурсов
http://exponenta.ru/educat/links/l_catalog.asp - образовательный математический портал
http://www.mccme.ru/ - сайт Московского Центра Непрерывного Математического Образования
http://elibrary.ru/ - научная электронная библиотека
www.mathhelpplanet.com – некоммерческий математический форум
http://edu.ru/subjects/mathematics.html - российское образование, федеральный портал
http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm - международный научно-образовательный сайт EqWorld
http://www.scintific.narod.ru/ - собрание ссылок на научные поисковые системы
http://dxdy.ru - научный форум dxdy
http://www.eurekanet.ru - инновационная образовательная сеть Эврика.


## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для обеспечения интерактивных методов обучения для чтения лекций требуется аудитория с мультимедиа (возможен вариант с интерактивной доской).

Для проведения дискуссий и круглых столов, возможно, использование аудиторий со специальным расположением столов и стульев.


**ИСПОЛНИТЕЛИ** (разработчики программы):
Афендиков А.Л., заместитель директора ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, д.ф.-м.н.
Веденяпин В.В., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ведущий научный сотрудник, д.ф.-м.н.
Дудникова Т.В., ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, ведущий научный сотрудник, д.ф.-м.н.