

**ПРОГРАММА вступительного экзамена в аспирантуру
по специальности 1.1.9 -механика жидкости и газа.**

На экзамене оценивается знание материала общей части программы, а также вопросов в области будущей научной работы в аспирантуре. Билет вступительного экзамена состоит из двух вопросов по программе вступительного экзамена и одного дополнительного по теме предполагаемой научной работы. Список дополнительных вопросов предоставляется поступающим.

Общая часть.

1. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях.
2. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капелли. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.
3. Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц.
4. Теория систем линейных алгебраических уравнений и численные методы их решения
5. Доказательство существования решения системы дифференциальных уравнений первого порядка. Единственность решения. Зависимость от начальных данных и параметров.
6. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функции. Фундаментальная система решений. Детерминант Вронского. Линейное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Классификация особых точек на плоскости.
7. Функции комплексного переменного. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Уравнения Коши—Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Простейшие конформные отображения.
8. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки однозначных функций. Основная теорема о вычетах.
9. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона).
10. Линейные операторы в нормированных пространствах, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).
11. Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Теорема Рисса об общем виде линейного функционала.
12. Резольвента и спектр линейного оператора. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.
13. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимости ряда Фурье. Поточечная сходимости; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.
14. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера-Лагранжа. Вариационная задача с подвижными концами. Условия трансверсальности.
15. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
16. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера и метод Фурье.
17. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи.
18. Гармонические функции и принцип максимума. Краевые задачи для уравнения Пуассона. Фундаментальное решение и теория потенциала.

19. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Простейшая разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
20. Теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; формулы, задающие распределение скоростей и ускорений точек абсолютно твердого тела. Углы Эйлера.
21. Математический маятник. Уравнения движения. Фазовый портрет.
22. Теория деформаций. Компоненты тензора конечных деформаций и их геометрический смысл. Условия совместности для компонент тензора малой деформации. Девиаторная и шаровая части тензора малой деформации.
23. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент. Формула Остроградского-Гаусса. Дивергенция скорости. Вектор вихря скорости. Их кинематический смысл. Формула Стокса. Кинематические свойства вихрей.
24. Теория напряженного состояния. Внешние и внутренние силы. Массовые и поверхностные силы. Напряженное состояние в точке тела. Тензор напряжений Коши. Свойство взаимности и симметричность тензора напряжений.
25. Закон сохранения массы, законы баланса количества и момента количества движения в интегральной форме. Уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.
26. Связь между напряженным состоянием и процессом деформации. Определяющие соотношения. Закон Гука и закон Навье-Стокса: Изотропное линейно упругое тело и линейно вязкая жидкость.
27. Теорема живых сил для сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики - закон сохранения энергии. Массовые источники тепла, тепловой поток. Уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики. Энтропия.
28. Свободная энергия в классической линейной теории термоупругости. Определяющие соотношения для тензора напряжений и энтропии. Уравнения движения, соотношения Коши для деформаций, уравнение притока тепла (уравнение теплопроводности). Несвязанная термоупругость.
29. Постановка задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Граничные условия.
30. Плоские задачи теории упругости. Плоская деформация. Плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Задача Ламе о толстостенной трубе под действием внутреннего и внешнего давления.
31. Постановка начально-краевой задачи динамической теории упругости. Скорости распространения продольных и поперечных волн в изотропной упругой среде.
32. Вязкоупругость. Модели Максвелла и Фойгта. Изотропное линейно вязкоупругое тело. Ядра сдвиговой и объемной релаксации и ползучести, связь между ними.
33. Пластическая деформация тел. Диаграмма одноосного растяжения образца, эффект Баушингера. Понятия идеальной пластичности и упрочнения. Теория Прандтля-Рейсса. Теория малых упругопластических деформаций.
34. Уравнение неразрывности, уравнения Эйлера движения идеальной жидкости, уравнение притока тепла. Закон теплопроводности Фурье. Идеальный совершенный газ, несжимаемая жидкость. Адиабатические процессы. Начальные и граничные условия.
35. Гидростатика. Закон Архимеда. Установившиеся течения идеальных жидкостей и газов. Интеграл Бернулли.
36. Теорема Томсона. Динамические теоремы Гельмгольца о вихрях. Потенциальные течения идеальных жидкостей. Интеграл Коши—Лагранжа.
37. Потенциальные течения несжимаемых идеальных жидкостей. Уравнение Лапласа. Источники и стоки. Диполь. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости. Присоединенная масса сферы.
38. Звуковые волны в сжимаемых идеальных жидкостях и газах, волновое уравнение. Число Маха. Угол Маха. Эффект Доплера.
39. Уравнения Навье-Стокса. Число Рейнольдса. Ламинарные течения. Течение Пуазейля в каналах и трубах. Устойчивость течений жидкости. Уравнение Орра-Зоммерфельда. Понятие о турбулентности.
40. Условия на разрывах. Ударные волны. Инварианты Римана.

Рекомендуемая литература к общей части.

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
2. Тихонов АН, Самарский В.А Уравнения математической физики
3. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений
4. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. т. 1 2
6. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды
7. Кочин П.Е., Кибель ИЛ, Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. т.1,2
8. Черный Г.Г. Газовая динамика.
9. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики.