

*На правах рукописи*

Монахова Ульяна Владимировна

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРАВЛЯЕМОГО  
ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ГРУППЫ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ  
АППАРАТОВ НА НИЗКОЙ ОКОЛОЗЕМНОЙ ОРБИТЕ**

Специальность 1.1.7 — Теоретическая механика, динамика машин

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

**Научный руководитель:**

**Иванов Данил Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник отдела № 7 «Динамика космических систем» ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

**Официальные оппоненты:**

**Петухов Вячеслав Георгиевич**, доктор технических наук, член-корреспондент РАН, первый заместитель директора по науке Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

**Игнатов Александр Иванович**, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры ФНЗ «Теоретическая механика» имени профессора Н.Е. Жуковского Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук

Защита состоится «4» июня 2024 г. в 11:00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.237.02, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., д.4

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ИПМ им. М.В. Келдыша РАН <https://keldysh.ru/council/1/>

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета 24.1.237.02  
к.ф.-м.н., доцент

М.Г. Ширококов

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы исследования

В настоящее время бурно развиваются распределённые космические системы, состоящие из большого числа космических аппаратов и решающие единую задачу. Самым распространённым типом таких систем является созвездие, или группировка, когда космические аппараты равномерно распределены на одной или нескольких орбитах. Управление орбитальным движением в таких системах, как правило, осуществляется индивидуально для каждого космического аппарата с помощью команд из центра управления полётом. Другой тип распределённых космических систем — это групповой полёт аппаратов на близком расстоянии друг относительно друга. Управление относительным движением такой системы осуществляется с помощью автономных алгоритмов управления, реализованных на бортовых компьютерах космических аппаратов, на основе измерений параметров относительного движения. Относительное движение может оцениваться с помощью специальных систем, например, с использованием обработки видеоизображения или измерений лазерных дальномеров, а может и вычисляться на основе переданной по межспутниковому каналу связи информации об орбитальном положении соседних аппаратов, полученной, например, с помощью автономной навигационной системы. Однако, каждая автономная система определения относительного движения имеет ограниченный радиус работы, равно как и уверенный приём по межспутниковому каналу связи осуществляется лишь в пределах заданного относительного расстояния, определяемого аппаратными особенностями. Таким образом, при построении алгоритмов управления относительным движением прежде всего требуется учитывать коммуникационные ограничения и обеспечивать связность группового полёта космических аппаратов.

Традиционный подход к управлению заключается в использовании бортовой двигательной установки для управления относительным движением в групповом полете. Однако, на борту малых космических аппаратов (МКА), вследствие ограничений по массе, стоимости и объему, установка реактивного двигателя может быть затруднена. Поэтому в последнее время активно развиваются бестопливные подходы к управлению относительным орбитальным движением. В частности, для этой цели могут использоваться силы солнечного давления (Kumar K.D., Gong S., Егоров В.А., Старинова О.Л.), электростатического взаимодействия (Schaub H., Parker G.G., Асланов В.С.), и аэродинамического сопротивления (Leonard C.L., Bevilacqua R., Sabatini M., Palmerini G., Андриевский Б.Р.).

Применение аэродинамической силы для управления относительным движением сопряжено с рядом трудностей. Во-первых, аэродинамическое сопротивление пропорционально плотности атмосферы, а значит будет

эффективным лишь на низких орбитах. Во-вторых, плотность атмосферы зависит от положения аппарата на орбите, сезонных эффектов и солнечной активности. Из-за ошибок существующих моделей плотности атмосферы не удастся с высокой точностью вычислить значение управляющей силы. Несмотря на эти недостатки, управление относительным движением при помощи аэродинамических сил часто рассматривается в литературе. Как правило, рассматривается дифференциальная сила аэродинамического сопротивления, а для синтеза закона управления используются пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор (Kumar B.S., Ng A.), управление на основе прямого метода Ляпунова (Pérez D., Bevilacqua R.), оптимальное управление (Dellelce L., Kerschen G.) и т.д. При этом управляемым оказывается движение только в плоскости орбиты. В некоторых работах рассматривается также дифференциальная подъемная сила, которая позволяет управлять относительным движением вне плоскости орбиты (Horsley M., Shao X.).

Для задания требуемой площади спутника относительно набегающего потока требуется управление движением аппарата относительно центра масс. Магнитные системы ориентации имеют значительно меньшие требования по энергетике, занимают меньший объем и имеют меньшую стоимость по сравнению с маховичной системой, поэтому такие системы часто устанавливаются на аппараты класса кубсат. Однако, хотя трехосная стабилизация с помощью магнитной системы ориентации характеризуется невысокой конечной точностью как в орбитальной, так и в инерциальной системе отсчета, системы магнитного управления превосходно справляются с некоторыми конкретными задачами. Исследование характеристик углового движения при различных алгоритмах управления широко представлено в литературе, например, для режима демпфирования угловой скорости после отделения спутника от ракеты-носителя (Alfriend K., Desouky M.A., Ролдугин Д.С.); для достижения полупассивной стабилизации вдоль локальной вертикали совместно с использованием гравитационного момента (Сазонов В.В., Игнатов А.И.); для стабилизации по вектору скорости спутника совместно с использованием аэродинамического момента (Белоконов И.В., Тимбай И.А., Калёнова В.И., Морозов В.М.); для обеспечения стабилизации одной из осей с помощью собственного вращения (Avanzini G., Slavinskis A.), включая стабилизацию по направлению на Солнце (Карпенко С.О., Lavagna M.) для зарядки аккумуляторов. В литературе рассматриваются различные подходы к управлению для достижения трехосной стабилизации спутника в орбитальной системе отсчета, однако значительные проблемы при стабилизации возникают у спутников с вытянутыми эллипсоидами инерции, таких как кубсаты формата 3U.

Анализ литературы показывает, что в настоящее время многие известные научные группы занимаются решением задач, связанных с управлением относительным движением в групповом полете и обеспечением требуемого

углового движения аппаратов, а значит тематика настоящего диссертационного исследования является актуальной и востребованной.

### **Цели и задачи работы**

Целью настоящей работы является разработка методов построения управления относительным движением малых космических аппаратов в групповом полете с использованием аэродинамических сил на низкой околоземной орбите.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

- Разработка алгоритмов управления относительным движением космических аппаратов с использованием аэродинамических сил.
- Исследование управляемого движения группы малых космических аппаратов с учётом коммуникационных ограничений.
- Построение и реализация опорного углового движения для обеспечения действия требуемой аэродинамической силы.
- Оценка точности ориентации, которую обеспечивает магнитная система управления, в зависимости от внешних неучтенных возмущений и параметров МКА.

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Предложены алгоритмы управления относительным движением космических аппаратов с использованием аэродинамических сил для задачи обеспечения ограниченности относительных траекторий движения спутников в группе. Получены конечные выражения для требуемого размера коммуникационной области в зависимости от ошибок выведения во время кластерного запуска. С помощью численного исследования показано, что в случае действия внешних возмущений управление с учётом параметра среднего сдвига способствует улучшению связности аппаратов в группе, что приводит к ограниченности относительных траекторий.
2. Разработана методика построения и бестопливного поддержания спутниковой формации в конфигурации правильного треугольника с изменяемым размером ребра при пролёте над экваториальной зоной. В результате исследования показано, что качество получаемой треугольной формации зависит от солнечной активности и ошибок выведения.
3. Предложен алгоритм стабилизации гравитационных положений равновесия вытянутого МКА с помощью магнитной системы управления, что требуется для обеспечения действия требуемой аэродинамической силы. Исследование показало, что с использованием предложенного алгоритма удаётся достичь точности ориентации в среднем не хуже 5 градусов с учетом ошибок начальных условий и неточности знания тензора инерции.

### **Научная новизна работы**

В работе предложены новые алгоритмы управления относительным движением группы малых спутников с учётом коммуникационных ограничений. Получены новые результаты аналитического исследования управляемого движения с использованием теории графов, которые подтверждены численно методом Монте-Карло. Предложен новый подход к управлению движением группы, состоящей из трёх аппаратов, для достижения требуемого относительного положения в зоне интереса над экватором. Для реализации необходимого аэродинамического сопротивления, действующего на аппарат, был предложен новый алгоритм активного магнитного управления ориентацией с матрицей параметров управления, выбор которых осуществляется с использованием теории Флоке.

### **Научная и практическая значимость работы**

Предложенный подход к управлению движением группы трёх спутников планируется реализовать в миссии по исследованию гамма-вспышек в атмосфере совместно с НИИЯФ МГУ. Результаты исследования управляемого движения группы малых спутников с учетом коммуникационных ограничений могут быть использованы при проектировании реальной миссии, в которых участвуют аппараты с оптической системой относительной навигации. Предложенный алгоритм активного магнитного управления применим для малых спутников формата 3U кубсат или ТНС-0.

### **Апробация результатов работы**

Результаты работы были представлены на следующих всероссийских и международных конференциях:

- Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С. П. Королева и других выдающихся отечественных ученых – пионеров освоения космического пространства (г. Москва, 2019, 2022, 2023).
- International Astronautical Congress (2021, 2023).
- The 13th IAA Symposium on Small Satellites for Earth observation (г. Берлин, Германия, 2021).
- Конференция международных математических центров мирового уровня (г. Сочи, 2021).
- International Workshop on Satellite Constellations & Formation Flying (г. Глазго, Шотландия, 2019).
- XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа, 2019).

Результаты работы также обсуждались на следующих научных семинарах:

- Семинар «Динамика космических систем» отдела №7 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (под рук. М.Ю. Овчинникова).
- Московский городской научно-методический семинар по теоретической механике МГТУ им. Н.Э. Баумана (под рук. И.Г. Благовещенского).

- Семинар по механике, управлению и информатике ИКИ РАН (под рук. Р.Р. Назирова).
- Семинар «Механика космического полета», проводимый на кафедре «Космические системы и ракетостроение» МАИ (под рук. В.Г. Петухова).
- Научный семинар «Механика и управление движением космических аппаратов» Баллистического центра ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (под рук. А.Г. Тучина).
- Семинар отдела №5 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (под рук. Ю.Ф. Голубева).

### **Публикации**

По теме диссертации опубликовано 10 научных работ в изданиях, рекомендованных ВАК, в которых излагаются основные научные результаты диссертации. Из них 5 статей опубликованы в журналах, индексируемых в базах научного цитирования Scopus и/или Web of Science, 3 – конференционные статьи в сборниках трудов конференций, индексируемых в базах Scopus и/или Web of Science.

### **Личный вклад соискателя**

Содержание диссертационной работы и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы и получены лично автором. Постановки задач были сформулированы научным руководителем Ивановым Д.С., результаты исследований обсуждались с соавторами.

### **Диссертационная работа соответствует паспорту специальности (ПС)**

1.1.7 «Теоретическая механика, динамика машин» по ряду направлений. Рассматриваемые механические системы состоят из нескольких МКА. При анализе уравнений движения группы МКА используются методы аналитической механики (направление 1 ПС) и динамики космических аппаратов (направление 10 ПС). Построенные законы управления как для движения МКА относительно друг друга, так и для движения МКА относительно центра масс опираются на методы теории устойчивости (направление 2 ПС). Для верификации моделей и алгоритмов управления проводилось математическое и компьютерное моделирование кинематики и динамики (направление 14 ПС) движения группы МКА, оснащенных магнитной системой ориентации. Работа имеет выраженный фундаментальный характер и поэтому относится к физико-математической отрасли наук.

**Объём** диссертационной работы составляет 103 страницы. Работа включает в себя 37 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 99 наименований. Диссертационная работа имеет следующую **структуру**. Она состоит из введения, трёх глав, заключения и списка использованной литературы.

## Содержание работы

**Во введении** проводится обзор существующих подходов к управлению движением группового полёта МКА, сформулированы цели и задачи работы, обоснована ее актуальность и практическая значимость.

**Первая глава** посвящена решению задачи обеспечения ограниченности относительного движения группы МКА после кластерного запуска. Предполагается, что каждый аппарат оснащен системой определения относительного движения, способной оценивать положение и скорость любого МКА в пределах заданной зоны видимости. Если расстояние до какого-то аппарата больше, чем радиус зоны видимости, то информация о его движении отсутствует. МКА запускаются на низкую околоземную орбиту близкую к круговой. После отделения предполагается, что аппараты находятся на расстояниях существенно меньших радиуса орбиты.

Для построения управления рассматривается линеаризованная модель относительного движения в орбитальной системе координат (ОрбСК, ось  $Oy$  вдоль нормали к плоскости орбиты,  $Oz$  вдоль радиус-вектора,  $Ox$  дополняет до правой тройки). Пусть  $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$  — координаты  $i$ -го МКА в ОрбСК,  $i = 1, \dots, N$ , где  $N$  — количество МКА в группе. Тогда для координат вектора относительного положения МКА можно записать следующую систему уравнений движения:

$$\begin{aligned}\ddot{x}_i + 2\omega\dot{z}_i &= u_i^x, \\ \ddot{y}_i + \omega^2 y_i &= u_i^y, \\ \ddot{z}_i - 2\omega\dot{x}_i - 3\omega^2 z_i &= u_i^z.\end{aligned}$$

Решение этой системы при нулевом управляющем ускорении  $\mathbf{u} = [u_i^x, u_i^y, u_i^z]^T$  имеет вид:

$$\begin{aligned}x_i &= D_i(t) + 2A_i \cos(\omega t + \psi_i), \\ y_i &= B_i \cos(\omega t + \varphi_i), \\ z_i &= 2C_i + A_i \sin(\omega t + \psi_i),\end{aligned}$$

где  $A, B, C, D, \psi, \varphi$  — параметры движения, которые зависят от начальных условий,  $\omega$  — орбитальная угловая скорость. Можно заметить, что движение по оси  $Oy$  является ограниченным, поэтому в работе рассматривается движение спутников в плоскости  $Oxz$ . По оси  $Ox$  относительное расстояние линейно увеличивается со временем пропорционально параметру  $C_i$ :  $D_i(t) = -3C_i\omega t + x_i(0) - 2\dot{z}_i(0)/\omega$ . В диссертации параметр  $C_i$  называется дрейфом МКА, а параметр  $D_i$  — сдвигом. Для того, чтобы относительные расстояния между аппаратами не увеличивались, основной целью управления является устранение именно относительных дрейфов  $C_{ij} = C_i - C_j$ . В работе



предложен закон управления  $u_i^x$  вдоль оси  $Ox$  (при этом  $u_i^y = u_i^z = 0$ ), построенный на основе средних значений относительных дрейфов аппаратов внутри зоны видимости:

$$u_i^x = -k \bar{C}_i, \quad (1)$$

где  $\bar{C}_i = \sum_{j=1}^{N_{comm}^i} C_{ij} / N_{comm}^i$  — величина среднего дрейфа относительно  $i$ -го МКА,

$N_{comm}^i$  — количество аппаратов, попавших в зону видимости  $i$ -го аппарата,  $k > 0$  — коэффициент управления. Уравнения изменения вектора дрейфов  $\mathbf{C} = [C_1, C_2, \dots, C_N]^T$  с учетом рассматриваемого закона управления записываются следующим образом:

$$\dot{\mathbf{C}} = -\frac{k}{\omega} \mathbf{S} \mathbf{C},$$

где матрица  $\mathbf{S}$  имеет следующие элементы:

$$s_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j \text{ и } i\text{-й вне зоны видимости } j\text{-го}, \\ -1 / N_{comm}^i, & \text{если } i \neq j \text{ и } i\text{-й в зоне видимости } j\text{-го}. \end{cases}$$

Данные уравнения являются линейными дифференциальными уравнениями первого порядка, решение которых зависит от собственных значений матрицы  $\mathbf{S}$ . В диссертации показано, что собственные числа матрицы  $\mathbf{S}$  совпадают с собственными числами нормированной матрицы Кирхгофа из теории графов. Таким образом, для случая, когда аппараты образуют связный граф, удастся показать, что при увеличении времени дрейфы спутников экспоненциально уменьшаются до общей величины дрейфа  $\mathbf{C} \rightarrow \alpha_1 \mathbf{h}_1$ , где  $\alpha_1$  — параметр, зависящий от начальных условий,  $\mathbf{h}_1$  — вектор, состоящий из единиц и соответствующий нулевому собственному значению матрицы  $\mathbf{S}$ . То есть, под действием предложенного управления относительные дрейфы  $C_{ij}$  между всеми аппаратами экспоненциально уменьшаются к нулю.

Далее в диссертации получена аналитическая оценка необходимого радиуса зоны видимости  $R_{comm}$  для сохранения связности графа, образованного аппаратами. Предполагается, что во время кластерного запуска аппаратам придается скорость вдоль оси  $Ox$  ОрбСК с одинаковыми интервалами времени  $\Delta t$  между запусками. Вектор скорости отделения  $\mathbf{V}_0$  в проекциях на оси ОрбСК рассмотрен как многомерная нормально распределенная случайная величина с известным математическим ожиданием  $E[\mathbf{V}_0] = [\mu_v, 0, 0]^T$  и ковариационной матрицей  $\text{Var}[\mathbf{V}_0] = \text{diag}(\sigma_v^2, \sigma_v^2, \sigma_v^2)$  характеризующей ошибки отделения. Также предполагается, что управление начинается только после того, как все аппараты будут выпущены из пускового контейнера. Предполагается, что при кластерном запуске основной вклад в изменение расстояний между МКА в

плоскости  $Oxz$  вносит параметр  $D_i$ , поэтому для нахождения необходимого  $R_{comm}$  оценивается, как изменяется параметр  $D_i$ . Затем в главе проводится оценка параметра  $D_i$ , учитывая ошибки начальных данных и уравнения движения. Итоговое выражение для  $R_{comm}$  имеет следующий вид:

$$R_{comm} = \mu_D + 3\sigma_D = 3\Delta t \mu_V + 3\sigma_V \sqrt{9\Delta t^2 (2N^2 - 2N + 1) + \frac{8}{\omega^2} + \frac{18\omega^2}{k^2 \lambda_{\min}^2}},$$

где  $N$  — количество аппаратов в группе,  $\lambda_{\min}$  — наименьшее положительное собственное число матрицы  $\mathbf{S}$ .

Для верификации полученной аналитической оценки проводится численное исследование с помощью метода Монте-Карло. При моделировании движения 20-ти аппаратов учитывалось:

- центральное поле Земли;
- величина управляющего ускорения только отрицательна и ограничена допустимыми значениями аэродинамического сопротивления  $u_i^x \in [-u_{\max}^x, -u_{\min}^x]$ , где  $u_{\max}^x = \frac{c_x}{2m} S_{\max} \rho |\mathbf{V}|^2$ ,  $u_{\min}^x = \frac{c_x}{2m} S_{\min} \rho |\mathbf{V}|^2$ , ( $m = 5$  кг,  $c_x = 1$ ,  $S_{\max} = 0.03$  м<sup>2</sup>,  $S_{\min} = 0.01$  м<sup>2</sup>);

- постоянная плотность атмосферы  $\rho = 7 \cdot 10^{-12}$  кг/м<sup>3</sup>, соответствующая высоте орбиты 350 км;

- параметры скорости отделения  $\mu_V = 0.05$  м/с,  $\sigma_V = 0.01$  м/с.

Также, для исследования влияния возмущений было проведено численное исследование, в котором учитывалось действие второй зональной гармоники разложения геопотенциала (остальные параметры моделирования при этом оставались неизменными). Для каждого значения параметра  $\alpha$ , где  $R_{comm} = \mu_D + \alpha \cdot \sigma_D$ , было проведено 300 численных экспериментов с различными скоростями отделения. Отношение числа самой многочисленной группы к общему числу спутников ( $N_{group} / N$ ) и количество подгрупп вычислялись по результатам каждого численного моделирования, результаты расчётов представлены в виде диаграммы размаха на Рис. 1. Из графиков видно, что при использовании аналитической оценки в  $3\sigma_D$  почти во всех примерах моделирования все аппараты образовывали единую группу. Однако, влияние неучтенного возмущения от  $J_2$  в некоторых случаях приводило к отделению нескольких аппаратов от основной группы.

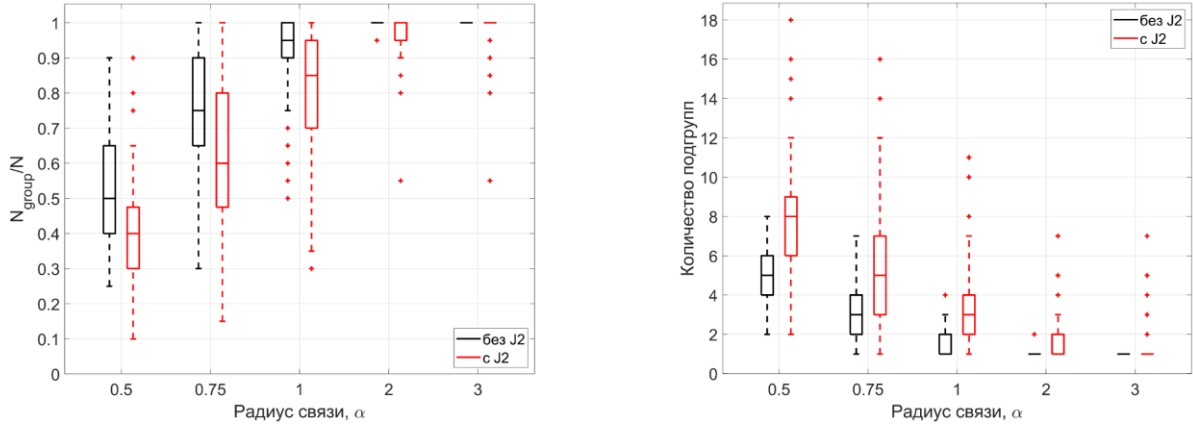


Рис. 1. Результаты численного исследования с помощью метода Монте-Карло

Далее, для улучшения связности движения аппаратов в группе под действием неучтенных возмущений в диссертационной работе предложен алгоритм управления, построенный на основе средних значений параметров сдвига  $D_i$ :

$$u_i^x = -k \bar{C}_i + 3\omega^2 \bar{D}_i,$$

где  $\bar{D}_i = \sum_{j=1}^{N_{comm}^i} D_{ij} / N_{comm}^i$  — величина среднего сдвига относительно  $i$ -го МКА. С

учетом предложенного управления уравнения изменения векторов параметров  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{D}$  будут иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{C}} \\ \dot{\mathbf{D}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k}{\omega} \mathbf{S} & 3\omega \mathbf{S} \\ -3\omega \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{D} \end{pmatrix}.$$

Для изучения полученной системы рассматривается матрица:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} a\mathbf{S} & \mathbf{S} \\ -\mathbf{E} & \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

где  $a = -\frac{k}{3\omega^2}$ . Собственные и присоединённые векторы и собственные значения матрицы  $\mathbf{T}$  полностью определяют решение уравнений, поэтому в диссертации проведён анализ данной матрицы и получена связь между собственными значениями матрицы  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{T}$ :

$$\eta_{\pm} = \frac{a\lambda \pm \sqrt{a^2\lambda^2 - 4\lambda}}{2},$$

где  $\eta$  — собственные значения матрицы  $\mathbf{T}$ ,  $\lambda$  — матрицы  $\mathbf{S}$ . Затем рассмотрены случаи: 1)  $\lambda \neq 0$  и  $\lambda \neq \frac{4}{a^2}$ , 2)  $\lambda = 0$ , 3)  $\lambda = \frac{4}{a^2}$ . Суммируя все рассмотренные случаи, сделан вывод, что  $N-1$  положительному значению  $\lambda$ , будет соответствовать  $2N-2$  значения  $\eta$  с отрицательной действительной

частью. Значение  $\eta = 0$  имеет кратность равную двум и порождает двумерное корневое подпространство у матрицы  $\mathbf{T}$ . Следовательно, получаем, что в решении системы будут слагаемые экспоненциально затухающие, и со временем движение будет стремиться к следующим значениям:

$$\begin{aligned} C_i &= -b_1, \\ D_i &= b_0 + 3b_1\omega t, \end{aligned}$$

где  $b_0$  и  $b_1$  — константы, зависящие от начальных условий. Таким образом, предложенный закон управления приводит к сходимости параметров дрейфов и сдвигов к значениям  $C_i$  и  $D_i$ , одинаковым для всех МКА в группе, а значит значения относительных дрейфов и сдвигов  $C_{ij}$  и  $D_{ij}$  стремятся к нулю.

В следующем разделе главы предложен синтез предложенных законов управления и проведено численное исследование управляемого движения с учетом второй зональной гармоники геопотенциала. Рассматривается совместная работа двух алгоритмов согласно следующему закону управления:

$$u_i^x = \begin{cases} -k\bar{C}_i, & |\bar{D}_i| < 0.85R_{comm}, \\ -k\bar{C}_i + 3\omega^2\bar{D}_i, & 0.85R_{comm} \leq |\bar{D}_i| \leq R_{comm}. \end{cases} \quad (2)$$

В этом случае, как только значение  $|\bar{D}_i|$  приближается к границе зоны видимости, происходит переключение управления на то, которое уменьшает относительные сдвиги траекторий аппаратов  $|\bar{D}_i|$ , что в свою очередь уменьшает и относительные расстояния между аппаратами. Таким образом, сохраняется связность всей группы МКА. На рис. 2 представлены результаты исследования предложенных алгоритмов управления (1) и (2) с помощью метода Монте-Карло в зависимости от числа  $\alpha$ , которое учитывается при подсчёте  $R_{comm} = \mu_D + \alpha \cdot \sigma_D$ . Из рис. 2 можно заключить, что алгоритм управления (2), лучше справляется с удержанием связности группы по сравнению с алгоритмом (1).

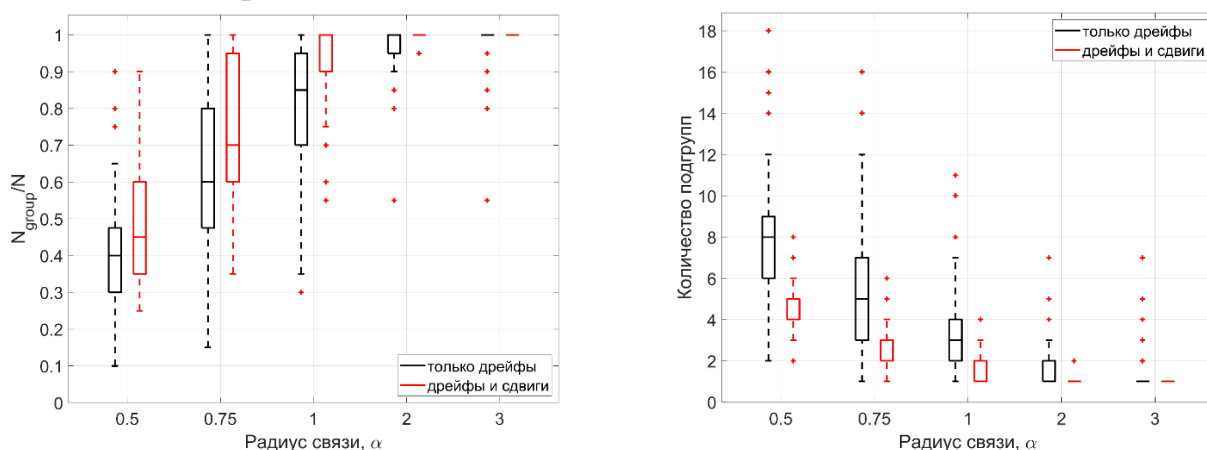


Рис. 2. Результаты работы двух алгоритмов управления

**Во второй главе** рассматривается миссия по исследованию гамма-вспышек в атмосфере Земли, состоящая из трёх МКА. Для осуществления локализации источника вспышек по измерениям с помощью триангуляции необходимо, чтобы аппараты образовывали правильный треугольник в проекции на поверхность Земли при пролете приэкваториальной зоны. Также в силу особенностей проведения измерений за время миссии сторона треугольника должна увеличиться от 100 до 1000 км. Предполагается, что миссия будет проводиться в течение одного года. Управление относительным орбитальным движением предлагается осуществить с использованием сил аэродинамического сопротивления и естественной динамики движения в гравитационном поле Земли.

В начале главы проводится анализ влияния аэродинамического сопротивления и второй зональной гармоники геопотенциала на движение отдельного МКА на околокруговой орбите. Рассматривается осреднение этого влияния за один виток аппарата на орбите и получается следующая скорость изменения элементов орбиты:

$$\begin{aligned}\frac{d\Omega}{dN} &= -\frac{2\pi\delta}{\mu p^2} \cos i \left( \frac{pad}{об} \right), \\ \frac{dp}{dN} &= -\frac{2\pi\rho}{m} S c_x p^2 \left( \frac{m}{об} \right), \\ \frac{di}{dN} &= 0,\end{aligned}$$

где  $\Omega$  — долгота восходящего узла (ДВУ),  $p$  — фокальный параметр,  $i$  — наклонение,  $\delta = 3J_2\mu R_E^2 / 2$ ,  $J_2 = 1082.6 \cdot 10^{-6}$ ,  $R_E = 6.378 \cdot 10^6$  м — средний радиус Земли,  $\mu$  — гравитационный параметр Земли,  $m$  — масса аппарата,  $\rho$  — плотность атмосферы,  $S$  — площадь характерного поперечного сечения аппарата,  $c_x$  — баллистический коэффициент сопротивления. Из получившихся уравнений можно заметить, что под действием второй зональной гармоники изменяется ДВУ, и, следовательно, плоскость орбиты МКА поворачивается. Также под действием аэродинамического сопротивления изменяется фокальный параметр орбиты МКА, что в свою очередь влияет на аргумент широты. Полученные следствия далее в диссертации используются для выбора опорных орбит аппаратов.

Для формирования правильного треугольника рассматривается вариант построения, когда два аппарата находятся на одной орбите, но с разными аргументами широты, а третий находится на другой орбите (Рис. 3).

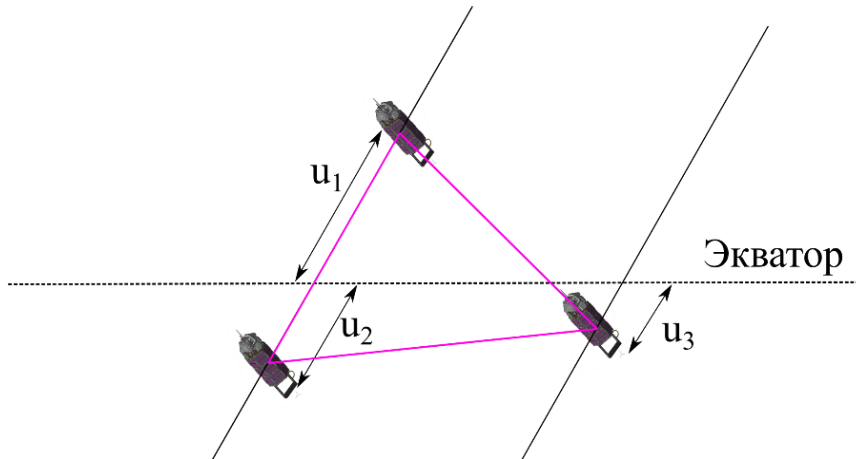


Рис. 3. Опорные орбиты

Размер треугольника будет изменяться за счет изменения разности ДВУ между орбитами и разности аргументов широты. Исходя из требований на увеличение стороны треугольника до 1000 км за один год, можно получить требуемую скорость изменения разницы ДВУ двух орбит:

$$\Delta\dot{\Omega}_{req} = \frac{L \sin 60^\circ}{\Delta T R \sin(i_1)},$$

где  $L$  — это требуемая длина стороны правильного треугольника через время  $\Delta T$ ,  $i_1$  — наклонение одной из орбит. Зная требуемое изменение разности ДВУ, можно выбрать наклонение второй орбиты таким образом, чтобы эта разность ДВУ реализовалась за счет влияния второй зональной гармоники:

$$\cos(i_2) = \cos(i_1) - \Delta\dot{\Omega}_{req} \frac{n\delta}{\mu R^2},$$

где  $n$  — среднее движение. Таким образом, удалось получить связь наклонений между орбитами, которая позволяет расходиться орбитам по ДВУ с требуемой скоростью. Далее необходимо решить задачу фазирования аппаратов на орбитах. Так как в диссертационной работе рассматриваются низкие околоземные околокруговые орбиты, наиболее важным является влияние атмосферы на большую полуось, что, в свою очередь, приводит к изменению величины среднего движения  $n$ . Изменяя ориентацию МКА относительно набегающего потока, можно влиять на величину площади поперечного сечения. Таким образом, будет меняться среднее движение, и, в свою очередь, скорость изменения аргумента широты. В работе предлагается рассмотреть следующий закон управления:

$$\tau_k = k_1 \Delta n_{1k} + k_2 (\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}).$$

Здесь  $\tau_k$  — управляющее ускорение  $k$ -го аппарата,  $\Delta u_{1k} = u_1 - u_k$ ,  $\Delta n_{1k} = n_1 - n_k$ ,  $k_1, k_2$  — параметры управления,  $\Delta u_k^{req}$  — необходимая разница фаз между аппаратами, которая может быть рассчитана при помощи текущей разницы

между долготами восходящего узла  $\Delta\Omega$ , и учитывая, что МКА должны образовывать правильный треугольник:

$$\Delta u_2^{req} = \Delta\Omega \frac{\sin i_1}{\sin(\pi/3)}, \quad \Delta u_3^{req} = \frac{\Delta\Omega}{2} \frac{\sin i_1}{\sin(\pi/3)}.$$

В диссертации показано, что в случае, когда параметры управления  $k_1, k_2$  положительны, управление приводит систему к требуемым значениям разницы аргументов широты и среднего движения, а именно  $\Delta u_{1k} \rightarrow \Delta u_k^{ref}, \Delta n_{1k} \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Далее предполагается, что один из аппаратов может удерживать определённую площадь поперечного сечения на протяжении всей миссии, а именно  $S_1 = \frac{1}{2}(S_{max} + S_{min})$ . Тогда требуемое значение площади поперечного сечения для оставшихся 2-го и 3-го аппаратов можно посчитать следующим образом:

$$S_k^* = K_1 \Delta n_{1k} + K_2 (\Delta u_{1k} - \Delta u_k^{req}) + \frac{1}{2}(S_{max} + S_{min}),$$

где  $K_1 > 0, K_2 > 0$  — новые параметры управления, связанные с исходными как

$K_{1,2} = \frac{2m}{c_x \rho V^2} k_{1,2}$ . Учитывая, что аэродинамическое сопротивление достаточно

слабо влияет на относительное движение (может потребоваться несколько витков для заметного изменения относительной фазы на рассматриваемых орбитах), а также для решения проблемы выхода рассчитанной площади поперечного сечения за пределы допустимого интервала  $[S_{min}, S_{max}]$ , предлагается упростить закон управления следующим образом:

$$S_k = \begin{cases} S_{max}, & \text{если } |S_k^* - S_{max}| < |S_k^* - S_1|, \\ S_{min}, & \text{если } |S_k^* - S_{min}| < |S_k^* - S_1|, \\ S_1, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (3)$$

При этом обновление требуемой площади поперечного сечения аппаратов проводится не в каждый момент времени, а лишь раз за виток. Текущее значение  $\Delta n_{1k}$  предлагается вычислять следующим образом:

$$\Delta n_{1k}(t_i) = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} (\Delta u_{1k}(t_i) - \Delta u_{1k}(t_{i-1})),$$

где  $t_i$  — это текущий момент времени, который соответствует прохождению первым аппаратом восходящего узла,  $t_{i-1}$  — предыдущий момент времени, когда первый аппарат проходил восходящий узел,  $\Delta u_{1k}(t_i), \Delta u_{1k}(t_{i-1})$  — соответствующие этим моментам времени значения разниц аргументов широты аппаратов.

Далее в диссертации проводится численное моделирование для изучения характеристик управляемого движения при различных ошибках выведения и различной величине солнечной активности. При моделировании движения аппаратов учитывалось:

- отличие гравитационного поля Земли от центрального учитывалось в виде разложения поля в ряд по сферическим гармоникам  $10 \times 10$ , использовался набор коэффициентов для модели «EGM2008»;
- вариация плотности атмосферы в зависимости от текущего времени года, положения аппарата и солнечной активности (модель ГОСТ Р 25645.166-2004);
- атмосфера вращается вместе с Землей, т.е.  $\mathbf{V}_{atmo} = \boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{R}$ ,  $\boldsymbol{\Omega}_E$  — угловая скорость вращения Земли,  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор МКА;
- максимальная и минимальная площади поперечного сечения соответствуют параллелепипеду  $10 \times 10 \times 30$  см и принимают значения  $S_{min} = 0.01 \text{ м}^2$ ,  $S_{max} = 0.03 \text{ м}^2$ ;
- параметры алгоритма управления приняты постоянными на время всего моделирования  $K_1 = 1.5 \cdot 10^6 \text{ м}^2 \cdot \text{с}$ ,  $K_2 = 30 \text{ м}^2$ ;
- наклонение первых двух аппаратов составляет  $i_{1,2} = 51.7^\circ$ , у третьего аппарата  $i_3 \approx 51.94^\circ$ .

Номинальные положения и скорости для каждого МКА выбраны таким образом, чтобы в начальный момент времени все они находились на круговых орбитах с высотой 450 км, и формировали правильный треугольник с длиной стороны 1 км. Начальные условия, а точнее их отличие от номинальных значений, могут существенно влиять на эффективность работы алгоритма. Например, если в начальный момент разница средних движений между аппаратами слишком большая, аппараты будут быстро разлетаться вдоль орбиты. Кроме того, в зависимости от текущей солнечной активности величина плотности атмосферы может отличаться на порядки. По этой причине в диссертации проводится численное исследование с помощью метода Монте-Карло с учетом ошибок по начальным положениям аппаратов для двух сценариев: высокая и низкая солнечные активности, которые соответствуют запуску миссии в 2013 и 2019 годах. Во время каждого моделирования движения начальные условия вычислялись следующим образом:

$$\mathbf{R}_k^0 = \mathbf{R}_k^{nominal} + \Delta \mathbf{R}_k,$$

$$\mathbf{V}_k^0 = \mathbf{V}_k^{nominal} + \Delta \mathbf{V}_k,$$

где  $\Delta \mathbf{R}_k \in N(\mathbf{0}, \mathbf{E} \sigma_R^2)$ ,  $\Delta \mathbf{V}_k \in N(\mathbf{0}, \mathbf{E} \sigma_V^2)$  — нормально распределенные случайные векторы. Рассматривается три различных набора  $\sigma_R, \sigma_V$ : 10 м и 0.01 м/с, 50 м и 0.05 м/с, 100 м и 0.1 м/с. Для оценки эффективности работы алгоритма управления вводится скалярный параметр, характеризующий «качество» треугольника:



$$Q = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{S_{tr}}{\sum_{k=1}^3 l_k^2}.$$

Здесь  $S_{tr}$  — площадь треугольника,  $l_k$  — длины сторон треугольника. Эта величина равняется единице для правильного треугольника, и нулю для вырожденного. Для каждого набора  $\sigma_R$ ,  $\sigma_V$  проводится по 200 запусков моделирования. В каждом из них считается среднее значение качества на трех временных интервалах: первые два месяца (голубые точки), последние семь месяцев (синие точки), и полное время миссии (желтые точки). Результаты представлены на рис. 4, 5. Для низкой солнечной активности удается поддерживать правильную треугольную конфигурацию только в случае средних ошибок в начальных условиях, так как уже большие ошибки начальных условий приводят к сильной деградации качества. В то же время, во время высокой солнечной активности удается поддерживать треугольную формацию в том числе и для больших ошибок в начальных условиях.

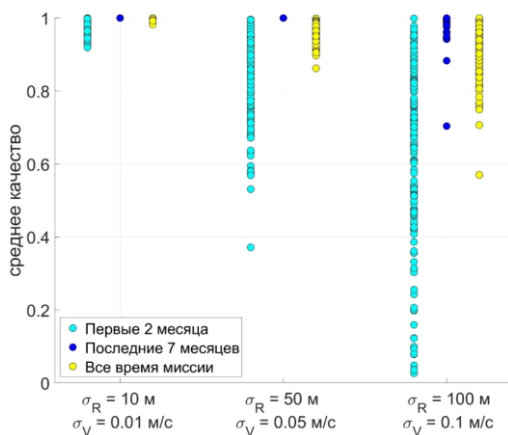


Рис. 4. Качество треугольника при высокой солнечной активности

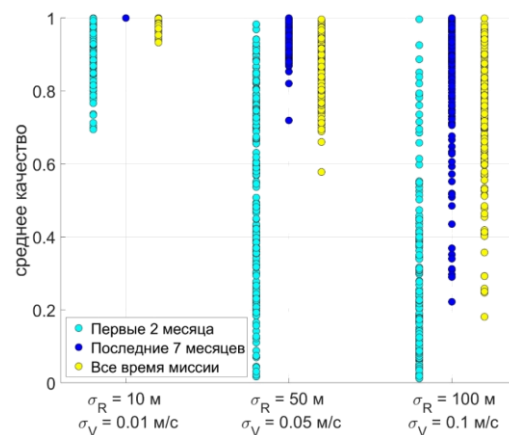


Рис. 5. Качество треугольника при низкой солнечной активности

**В третьей главе** рассматривается задача управления движением МКА относительно центра масс для задания требуемой площади поперечного сечения относительно набегающего потока. Для обеспечения требуемого углового движения аппарата в диссертации предлагается использовать магнитные катушки в качестве исполнительного органа. Также аппарат предполагается динамически вытянутым, а именно — с тензором инерции вида  $\mathbf{J} = \text{diag}(A, A, C)$  и  $A > C$ .

В начале главы вводятся системы координат, которые используются в работе: ИСК — инерциальная система координат, связанная с Землей (J2000), ССК — связанная с МКА система координат. Для описания углового движения используются динамические уравнения Эйлера и соотношения Пуассона для матрицы перехода из ИСК в ССК:

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{M} + \mathbf{M}_{ctrl},$$

$$\dot{\mathbf{S}}_{ИСК \rightarrow ССК} = -[\boldsymbol{\Omega}]_{\times} \mathbf{S}_{ИСК \rightarrow ССК},$$

где  $\boldsymbol{\Omega} = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3]^T$  — абсолютная угловая скорость МКА в проекциях на оси ССК,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{M}_{ctrl}$  — момент внешних сил и управляющий момент соответственно,  $\mathbf{S}_{ИСК \rightarrow ССК}$  — матрица перехода из ИСК в ССК,  $[\boldsymbol{\Omega}]_{\times}$  — кососимметрическая матрица. В качестве внешних моментов рассматриваются гравитационный момент и момент аэродинамических сил. Момент гравитационных сил имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}_{grav} = 3 \frac{\mu}{R^5} \mathbf{R} \times \mathbf{J}\mathbf{R},$$

где  $\mathbf{R}$  — это радиус-вектор, соединяющий центр Земли с центром масс МКА и  $R = |\mathbf{R}|$ . Предполагается, что МКА имеет форму параллелепипеда. В этом случае момент аэродинамических сил будет состоять из моментов, действующих на стороны МКА. Пусть  $\mathbf{n}_j$  — это вектор из центра масс МКА в геометрический центр  $j$ -й стороны, а  $\mathbf{F}_{aero}^j$  — это аэродинамическая сила, действующая на  $j$ -ю сторону, тогда аэродинамический момент имеет вид:

$$\mathbf{M}_{aero} = \sum_j \mathbf{n}_j \times \mathbf{F}_{aero}^j.$$

Суммирование здесь происходит только по сторонам МКА, которые обдуваются в текущий момент. Стоит отметить, что в диссертации аэродинамический момент не учитывается при построении закона управления и появляется лишь в численном моделировании в качестве возмущающего. Управляющий момент для МКА, оснащенного магнитными катушками, выглядит следующим образом:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = \mathbf{m} \times \mathbf{B},$$

где  $\mathbf{m}$  — дипольный момент, создаваемый катушками,  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции Земли. В силу того, что магнитные катушки не способны обеспечить управляющий момент вдоль вектора магнитного поля, в работе предлагается рассмотреть в качестве опорного движения гравитационные положения равновесия в орбитальной системе координат, изображенные на рис.6.

Опорная система координат (ОСК) описывается с помощью опорной угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_{ref}$  и матрицы перехода из ИСК в ОСК  $\mathbf{S}_{ИСК \rightarrow ОСК}$ . Для получения закона управления сначала уравнения углового движения записываются относительно ОСК с учетом гравитационного момента:

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel}^{ССК} = & -\left(\mathbf{S}_{ОСК \rightarrow ССК} \boldsymbol{\omega}_{ref}^{ОСК} + \boldsymbol{\omega}_{rel}^{ССК}\right) \times \mathbf{J}\left(\mathbf{S}_{ОСК \rightarrow ССК} \boldsymbol{\omega}_{ref}^{ОСК} + \boldsymbol{\omega}_{rel}^{ССК}\right) + \\ & + \mathbf{J}[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \mathbf{S}_{ОСК \rightarrow ССК} \boldsymbol{\omega}_{ref}^{ОСК} + 3 \frac{\mu}{R^5} \mathbf{R}^{ССК} \times \mathbf{J}\mathbf{R}^{ССК} + \mathbf{M}_{ctrl}. \end{aligned}$$

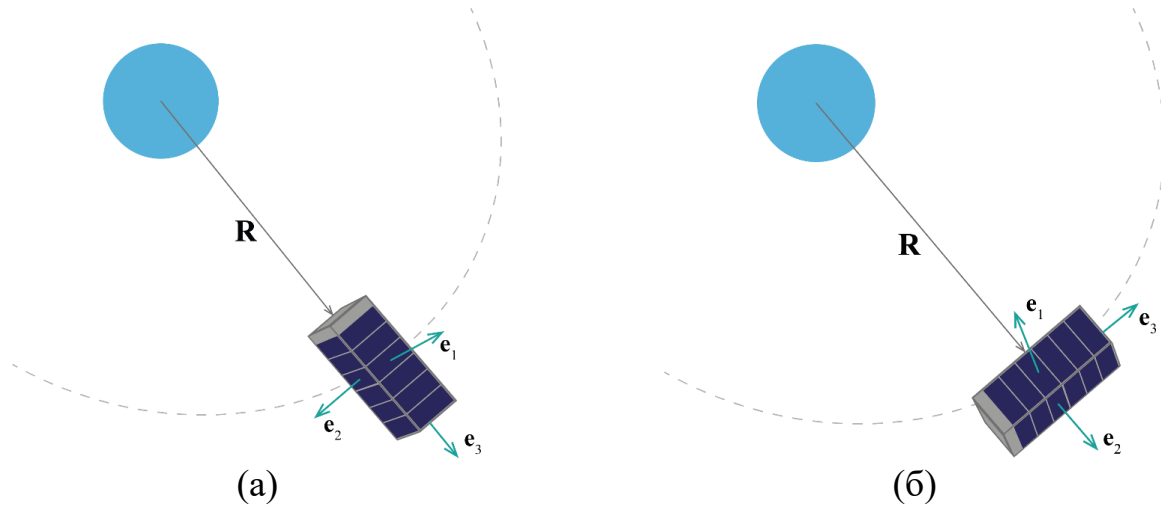


Рис.6. Используемые в работе гравитационные положения равновесия

Для синтеза закона управления в диссертации используется прямой метод Ляпунова. Кандидат-функция Ляпунова и ее производная в силу уравнений движения:

$$V = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{P}\boldsymbol{\omega}_{rel}) + 2(1 - q_0),$$

$$\dot{V} = (\boldsymbol{\omega}_{rel}, \mathbf{P}\mathbf{J}^{-1}(\hat{\mathbf{M}} + \mathbf{M}_{ctrl}) + \mathbf{q}),$$

$$\hat{\mathbf{M}} = -\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} + \mathbf{J}[\boldsymbol{\omega}_{rel}]_{\times} \boldsymbol{\omega}_{ref} + 3 \frac{\mu}{R^5} \mathbf{R} \times \mathbf{J}\mathbf{R},$$

где  $\mathbf{P}$  — положительно определенная диагональная матрица,  $q_0$  — это скалярная часть кватерниона  $\mathbf{Q} = (q_0 \quad \mathbf{q})^T$ , описывающего поворот из ОСК в ССК,  $\boldsymbol{\omega}_{rel}$  — угловая скорость относительно ОСК. Чтобы производная функции Ляпунова была неположительной и удовлетворялись условия теоремы Барбашина-Красовского, управляющий момент должен быть следующим:

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\hat{\mathbf{M}} - \mathbf{K}_q \mathbf{q} - \mathbf{K}_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel},$$

где  $\mathbf{K}_\omega$ ,  $\mathbf{K}_q = \mathbf{J}\mathbf{P}^{-1}$  — положительно определенные диагональные матрицы. Так как в работе предлагается реализовывать управляющий момент с помощью магнитных катушек, то от полной величины управления возможно создать только часть, перпендикулярную  $\mathbf{B}$ . Поэтому далее были рассмотрены уравнения движения в линейном приближении и выбраны матричные коэффициенты управления  $\mathbf{K}_\omega$  и  $\mathbf{K}_q$ , которые обеспечивают сходимость к опорному движению в линейном приближении. Уравнения движения в окрестности опорного движения (а) на рис. 6 имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} = \mathbf{Y}_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel} + \mathbf{Y}_\alpha \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{J}^{-1}[\mathbf{e}_B]_{\times} [\mathbf{e}_B]_{\times} (\mathbf{J}\mathbf{Y}_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel} + \mathbf{J}\mathbf{Y}_\alpha \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{K}_q \mathbf{q} + \mathbf{K}_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel}), \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\omega}_{rel}, \end{cases} \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_\omega = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{B+C-A}{B}\omega \\ 0 & \frac{A-C-B}{B}\omega & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}_\alpha = \begin{pmatrix} 3\omega^2 \frac{C-B}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 4\omega^2 \frac{C-A}{B} & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \frac{B-A}{C} \end{pmatrix},$$

$\mathbf{e}_B = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|$  — единичный вектор, направленный вдоль вектора магнитной индукции. Для движения в окрестности положения (б) на рис.6 можно получить аналогичные уравнения. Если в качестве модели магнитного поля Земли взять модель прямого диполя, то при движении МКА по круговой орбите, уравнения движения в окрестности ОСК будут являться периодическими с периодом  $T = 2\pi / \omega$ . В таком случае для изучения движения можно применить теорию Флоке и подобрать оптимальные матричные коэффициенты управления  $\mathbf{K}_\omega$  и  $\mathbf{K}_q$  в результате решения задачи минимизации  $\max_k \operatorname{Re}(\ln \rho_k) \rightarrow \min$ , где  $\rho_k$  — собственные значения матрицы монодромии линеаризованной системы уравнений (4). В результате решения задачи минимизации для 3U кубсата на орбите высотой 400 км были получены следующие коэффициенты управления:

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_q = \operatorname{diag}(1.12 \cdot 10^{-6}, 1.61 \cdot 10^{-6}, 5.78 \cdot 10^{-7}) \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ \text{для положения (а):} & \mathbf{K}_\omega = \operatorname{diag}(3.1 \cdot 10^{-4}, 3.68 \cdot 10^{-4}, 4.41 \cdot 10^{-4}) \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}; \\ & \mathbf{K}_q = \operatorname{diag}(1.05 \cdot 10^{-5}, -1.40 \cdot 10^{-7}, 5.22 \cdot 10^{-7}) \text{ Н} \cdot \text{м}, \\ \text{для положения (б):} & \mathbf{K}_\omega = \operatorname{diag}(5.36 \cdot 10^{-3}, 0.1 \cdot 10^{-3}, 0.59 \cdot 10^{-3}) \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}. \end{aligned}$$

Для демонстрации работы предложенного алгоритма управления ориентацией при помощи магнитных катушек проведено численное моделирование, учитывающее различные факторы:

- магнитное поле Земли по модели IGRF;
- нормально распределенная ошибка определения вектора геомагнитного поля Земли с  $\sigma = 300$  нТл;
- атмосфера вращается вместе с Землей, т.е.  $\mathbf{V}_{atmo} = \boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{R}$ ,  $\boldsymbol{\Omega}_E$  — угловая скорость вращения Земли,  $\mathbf{R}$  — радиус-вектор МКА;
- плотность атмосферы  $\rho$  постоянная и равна  $4.2 \cdot 10^{-12}$  кг / м<sup>3</sup>.

Сначала проведено исследование, как неточность начального положения МКА и знания тензора инерции влияет на сходимость управляемого движения к опорному. Для задачи стабилизации в положении равновесия (б) проводится 200 испытаний с различными неточностями и показано, что предложенный закон управления позволяет достигнуть стабилизации аппарата с точностью порядка 4-6°. Далее исследуется влияние аэродинамического момента на сходимость управляемого движения при условии несовпадения центра масс аппарата с его геометрическим центром. В результате наиболее

чувствительным закон управления оказывается к сдвигу центра масс вдоль оси  $Ox$  ССК. Это объясняется тем, что аэродинамический момент, возникающий в такой ситуации, стремится повернуть МКА из плоскости орбиты. Также наблюдается улучшение точности при увеличении сдвига вдоль оси  $Oz$  до некоторых пределов: это связано с тем, что в положении равновесия (б) при таком сдвиге возникает восстанавливающий аэродинамический момент, который способствует стабилизации оси симметрии МКА по потоку.

Для задач группового полета представляет интерес переориентация аппаратов из одного положения равновесия в другое для создания требуемой величины атмосферного сопротивления, поэтому далее в работе продемонстрировано, как алгоритм справляется с задачей переориентации на примере построения треугольной формации. Во второй главе предполагалось, что один из аппаратов удерживает среднее значения площади поперечного сечения, а для оставшихся требуемая площадь поперечного сечения выбиралась из двух значений  $S_{min}$ ,  $S_{max}$  по закону (3). Применительно к предложенному алгоритму  $S_{max}$  соответствует положению (а),  $S_{min}$  — положению (б). Среднее положение по площади для одного из МКА предлагается реализовать следующим образом: этот аппарат будет стабилизироваться на равных промежутках времени то в одном положении, то в другом, что в среднем будет оказывать влияние на его движение, как будто бы реализуется среднее положение по площади поперечного сечения. Моделирование также включало в себя вариации плотности атмосферы по ГОСТу Р 25645.166-2004 и гравитационное поле Земли в виде разложения по сферическим гармоникам  $10 \times 10$ . Качество треугольной формации при пролете над экватором и ошибка ориентации одного из аппаратов представлены на рис. 7 и 8. Примерно за месяц качество треугольника достигает значений близких к единице и поддерживается оставшееся время миссии. Большие скачки на рис. 8 соответствуют переключениям требуемого углового положения с одного на другое.

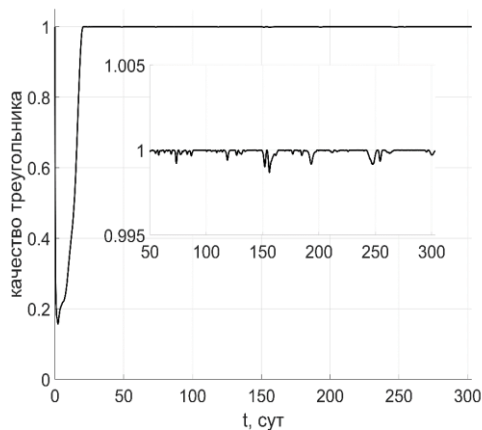


Рис. 7. Качество треугольника

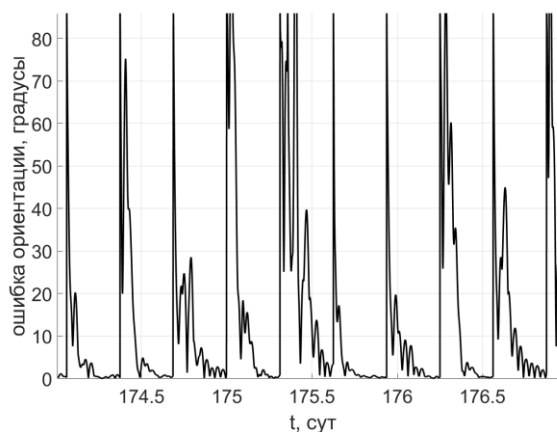


Рис. 8. Ошибки ориентации

**В заключении** сформулированы основные результаты, полученные в ходе диссертационного исследования.

## **Основные результаты и выводы**

В диссертационной работе был предложен ряд подходов к управлению движением малых космических аппаратов в групповом полёте и проведены аналитические и численные исследования управляемого движения, результаты которых могут быть использованы при разработке реальных миссий группового полёта.

В первой главе была показана сходимости движения группы МКА к ограниченному под действием предложенных законов управления, учитывающих коммуникационные ограничения. Для сохранения связности группы была получена аналитическая оценка размера зоны видимости. В ходе численного моделирования были подтверждены полученные аналитические оценки, а также показано, что в случае действия внешних возмущений управление с учётом параметра среднего сдвига способствует улучшению сходимости к ограниченному движению.

Во второй главе была предложена методика построения и бестопливного поддержания спутниковой формации в конфигурации правильного треугольника с изменяемым размером ребра для исследования молниевых эффектов. Изменение сторон треугольника основано на прецессии долготы восходящего узла под действием второй зональной гармоники и на влиянии атмосферного сопротивления на аргумент широты. Предложенная методика была верифицирована в ходе моделирования с учетом внешних возмущений.

Третья глава посвящена управлению угловым движением с помощью магнитных катушек для обеспечения действия на аппарат требуемой аэродинамической силы. Разработан алгоритм управления ориентацией, который стабилизирует МКА в гравитационных положениях равновесия. С помощью теории Флоке были подобраны оптимальные матричные коэффициенты управления. Проведено исследование управляемого движения, которое показало, что с учетом ошибок начальных условий и неточности знания тензора инерции удастся обеспечить точность ориентации в среднем не хуже 5 градусов. Также было продемонстрировано применение этого алгоритма управления для задачи обеспечения заданного относительного движения трёх МКА из второй главы.

## Список публикаций по теме диссертации

1. Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M., Nanosatellites swarm deployment using decentralized differential drag-based control with communicational constraints, *Acta Astronautica*, 2019, V. 159, P. 646-657. (doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.02.006).
2. Ivanov D., Monakhova U., Ovchinnikov M., Roldugin D., Decentralized Control of Nanosatellites Swarm Spatial Distribution in LEO Using Magnetorquers, *Advances in Space Research*, 2020, V. 67, № 11, P. 3489-3503. (doi.org/10.1016/j.asr.2020.05.024).
3. Monakhova U., Ivanov D., Mashtakov Ya., Shestakov S., Ovchinnikov M., Communication Area Estimation for Decentralized Control of Nanosatellites Swarm, *Acta Astronautica*, 2023, V. 211, P. 49-59. (doi.org/10.1016/j.actaastro.2023.06.003).
4. Roldugin D., Okhitina A., Monakhova U., Ovchinnikov M., Comparison of Feedback Three-Axis Magnetic Attitude Control Strategies, *Aerospace*, 2023, V. 10(12), 975, 13 p. (doi.org/10.3390/aerospace10120975).
5. Monakhova U., Shestakov S., Mashtakov Ya., Ivanov D., Decentralized Swarm Control of Small Satellites for Communication Connectivity Maintenance, *Cosmic Research*, 2024, V. 62(1), P. 106–116. (doi.org/10.1134/S0010952523700776).
6. Монахова У.В., Орбитальная стабилизация динамически вытянутого малого космического аппарата с помощью магнитной системы ориентации, *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*, 2024, № 5, 20 с. (doi.org/10.20948/prepr-2024-5).
7. Маштаков Я.В., Монахова У.В., Иванов Д.С., Идентификация транзиентных эффектов в атмосфере Земли при помощи малых космических аппаратов, *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*, 2024, № 12, 19 с. (doi.org/10.20948/prepr-2024-12).
8. Monakhova U., Ivanov D., Roldugin D., Magnetorquers attitude control for differential aerodynamic force application to nanosatellite formation flying construction and maintenance, *Advances in the Astronautical Sciences*, 1st IAA/AAS SciTech Forum on Space Flight Mechanics and Space Structures and Materials, 2020, P. 385-397.
9. Monakhova U., Ivanov D., Mashtakov Ya., Shestakov S., Approaches to studying the performance of swarm decentralized control algorithms, *Proceedings of 72<sup>nd</sup> International Astronautical Congress (IAC)*, 2021, 9 p.
10. Monakhova U., Ivanov D., Mashtakov Ya., Magnetorquers attitude control for formation flying in LEO, *Proceedings of 74<sup>th</sup> International Astronautical Congress (IAC)*, 2023, 5 p.

Монахова Ульяна Владимировна

Исследование динамики управляемого относительного движения группы малых  
космических аппаратов на низкой околоземной орбите

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук

Подписано в печать 19.03.2024. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 70 экз. Заказ А-3.  
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 125047, Москва, Миусская пл., 4