

На правах рукописи

Охитина Анна Сергеевна

**ПОСТРОЕНИЕ ТРЕХОСНОГО МАГНИТНОГО УПРАВЛЕНИЯ
ОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА РОЯ ЧАСТИЦ**

Специальность 1.1.7 – Теоретическая механика, динамика машин

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2023

Работа выполнена в Федеральном государственном учреждении
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша Российской академии наук»

Научный руководитель:

Ткачев Степан Сергеевич, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник отдела №7 Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук».

Официальные оппоненты:

Буров Александр Анатольевич, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник отдела №24 Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук».

Каленова Вера Ильинична, кандидат физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Лаборатории навигации и управления ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», Научно-исследовательский институт механики.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук.

Защита состоится "31" октября 2023 г. в 11:00 час. на заседании диссертационного совета 24.1.237.02, созданного на базе ФГУ «ФИЦ Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН <http://keldysh.ru/>.

Автореферат разослан " ____ " _____ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.237.02,
к.ф.-м.н Ширококов М.Г.

Общая характеристика работы

Актуальность тематики исследования

Создание новых подходов к разработке малых космических аппаратов (КА) в настоящее время является одной из важнейших тенденций развития в космической отрасли. Малые КА имеют преимущества перед большими аппаратами, будучи, как правило, менее дорогими в изготовлении и выведении на орбиту посредством попутного запуска. Кроме этого, в настоящее время происходит переход от производства одиночных аппаратов к большим сериям, когда группировка насчитывает сотни идентичных спутников. На изготовление малых КА тратится меньше средств (по сравнению с большими КА) за счет меньших размеров и массы, однако из-за этого такие аппараты имеют существенные ограничения как по энерговооруженности, так и по массе и объему, которые могут быть выделены для служебных систем, таких как системы идентификации и управления ориентацией. В связи с этим, как правило, в качестве исполнительных органов на малых КА используется электромагнитная система управления ориентацией, которая обычно состоит из трех взаимно перпендикулярных токовых катушек (электромагнитов). Малый вес и небольшой размер катушек делает использование электромагнитной системы экономически выгодным. Построение системы управления ориентацией только на основе токовых катушек позволяет значительно снизить расходы миссии в целом, а также обеспечить длительный срок службы аппарата за счет высокой износостойкости магнитных исполнительных органов.

Исследованию движения КА с магнитным управлением посвящено множество трудов российских и зарубежных ученых. Магнитные системы ориентации (МСО) широко используются для решения задач демпфирования угловой скорости (В.В. Белецкий, М.Ю. Овчинников, Д.С. Ролдугин, В.В. Сазонов, В.В. Сидоренко, К.Т. Alfriend, J. Cubas, T.W. Flatley, A.C. Stickler), одноосной и трехосной ориентаций КА (В.И. Каленова, В.М. Морозов, М.Ю. Овчинников, Д.С. Ролдугин, В.В. Сазонов, A. Astolfi, G. Avanzini, S. Berge, F. Celani, C. Chasset, C.J. Damaren, F. Giulietti, M. Lovera, R. Misra, R. Noteborn, M. Shigehara, A. de Ruitter, R. Wisniewski), отслеживания заданного программного движения (Я.В. Маштаков, В.И. Пеньков, Д.С. Ролдугин, С.С. Ткачев, E.M. Jafarov, A. Sofyalı). В основном алгоритмы управления КА с МСО требуют использования вспомогательных элементов управления (В.В. Белецкий, А.В.

Дорошин, А.И. Игнатов, В.И. Каленова, В.М. Морозов, В.В. Сазонов, А.А. Тихонов, W.T. Thomson).

В настоящее время активно исследуется проблема обеспечения трехосной ориентации КА только с помощью магнитных исполнительных органов. Однако, при синтезе алгоритмов управления необходимо учитывать ограничение в направлении управляющего момента – вдоль вектора индукции геомагнитного поля невозможно создать управляющий магнитный момент. Следовательно, возмущающий момент, направленный вдоль вектора геомагнитной индукции, не может быть скомпенсирован МСО. Это неизбежно приводит к ошибкам ориентации в 10-15 градусов, что подтверждается рядом исследований (В.И. Каленова, В.М. Морозов, М.Ю. Овчинников, Д.С. Ролдугин, R. Bruni, F. Celani) и летными испытаниями (С. Chasset).

В диссертационной работе для обхода указанного ограничения и повышения точности ориентации вместо стабилизации в заданной (целевой) ориентации предлагается построение специального опорного движения в окрестности целевой ориентации и стабилизация спутника на нем. Для этого предлагается конкретная процедура, учитывающая то, что вектор геомагнитной индукции при движении КА по орбите меняет свое направление и в целом система является управляемой (В.И. Каленова, В.М. Морозов, S.P. Bhat). Поддержание опорного движения, в том числе компенсация возмущений, требует определенного управляющего момента в зависимости от положения спутника на орбите, его ориентации и момента времени. Правильным образом выбранное опорное движение может обеспечить относительно небольшую компоненту управляющего момента вдоль вектора геомагнитной индукции. Это позволит поддерживать этот режим ориентации с помощью только МСО с достаточно хорошей точностью. В итоге спутник стабилизируется в малой окрестности целевой ориентации с точностью несколько градусов вместо стабилизации непосредственно в целевой ориентации с невысокой точностью (10-15 градусов). Это позволяет использовать надежную МСО в задачах, где достаточно обеспечить точность 2-5 градусов.

Решенные в диссертационной работе задачи отвечают текущим запросам отечественной космической промышленности, соответствуют критическим технологиям: транспортные и космические системы, технологии создания ракетно-космической и транспортной техники нового поколения. Полученные результаты использовались в рамках выполнения госзадания Министерства науки и высшего образования РФ темы FFMN-2022-0006, грантов РФФИ №17-71-

20117, РНФ №22-71-10009, а также контрактов с ООО «Спутниковые инновационные космические системы».

Цель работы и решаемые задачи

Целью настоящей работы является реализация трехосного управления ориентацией КА с МСО и повышение точности ориентации, что позволит расширить круг задач, решаемых малыми космическими аппаратами микро- и нанокласса.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие **задачи**:

1. Разработка методики построения алгоритма управления, обеспечивающего трехосную ориентацию с помощью электромагнитных управляющих элементов.
2. Анализ влияния возмущений на качество работы системы управления ориентацией и учет методических ошибок.
3. Адаптация методики к задачам трехосной ориентации в следующих режимах движения малых КА:
 - орбитальная ориентация,
 - «косая» орбитальная ориентация (повернутая на заданный постоянный угол относительно орбитальной ориентации),
 - инерциальная ориентация.

Соответствие паспорту специальности

Диссертационная работа **соответствует паспорту специальности (ПС) 1.1.7 «Теоретическая механика, динамика машин»** по ряду направлений. Работа посвящена построению законов управления механической системой, в качестве которой выступает КА с МСО. При анализе уравнений движения используются методы аналитической механики (направление 1 ПС), механики твердого тела (направление 6 ПС), динамики космических аппаратов (направление 10 ПС). Возможность применения предложенного стабилизирующего закона управления КА опирается на методы теории устойчивости (направление 2 ПС). Для верификации моделей и алгоритмов управления проводилось математическое и компьютерное моделирование кинематики и динамики (направление 14 ПС) КА с МСО.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработана, обоснована и реализована методика построения закона управления, обеспечивающего трехосную магнитную ориентацию, состоящая из трех частей:
 - поиск оптимальных параметров дипольной модели, описывающей геомагнитное поле на заданном временном интервале,
 - построение опорного движения в окрестности целевого режима ориентации,
 - построение закона управления и поиск коэффициентов управления.
2. Предложен подход к учету и уменьшению влияния возмущений, действующих на аппарат, при построении опорного движения. Подход включает в себя
 - поиск оптимальных параметров дипольной модели,
 - алгоритм «сдвига» коэффициентов управления,
 - процедуру «склейки» опорных движений в момент переключения между интервалами.

Показана работоспособность методики при постоянно действующих возмущениях.

3. С использованием разработанной методики реализованы алгоритмы управления для трех типовых режимов движения малого космического аппарата:
 - орбитальная ориентация,
 - «косая» орбитальная ориентация,
 - инерциальная ориентация.

Итоговая точность улучшена в несколько раз по сравнению с известными подходами.

Научная новизна работы

1. Разработана методика построения алгоритма трехосного магнитного управления, содержащая процедуру построения опорного движения, при реализации которого минимизируется проекция управляющего момента на вектор геомагнитной индукции и таким образом улучшается итоговая точность ориентации (относительно заданной целевой ориентации).
2. Учитываются возмущения при синтезе управления путем применения вспомогательных процедур:

- различие моделей геомагнитного поля на этапе построения опорного движения и этапе численного моделирования учитывается с помощью подбора оптимальных на некотором временном интервале параметров дипольной модели,
 - влияние ошибок знания тензора инерции КА и ошибок знания модели взаимодействия КА с атмосферой Земли на итоговую точность ориентации уменьшается за счет процедуры «сдвига» коэффициентов управления вглубь области устойчивости.
3. Формализованы (предложены соответствующие целевые функции) и решены с помощью метода роя частиц задачи поиска оптимальных параметров опорного движения, оптимальных коэффициентов управления, а также оптимальных параметров дипольной модели.
 4. Рассмотрены три типовых режима ориентации КА – орбитальная, «косая» орбитальная и инерциальная ориентация, для каждого режима проведен численный анализ влияния ошибки знания тензора инерции на итоговую точность ориентации для различных наборов целевых функций, что позволяет определить наиболее «устойчивые к возмущениям» наборы в каждом случае.

Практическая значимость работы

1. В работе разработан подход к синтезу управления КА с помощью МСО, который позволяет решить задачу трехосной стабилизации для типовых ориентаций без необходимости применения других органов управления.
2. Реализация предложенного метода не требует значительных временных затрат и вычислительных мощностей, осуществляется на персональном компьютере (на бортовой компьютер необходимо загружать только параметры управления каждые несколько витков), а также позволяет учитывать изменения (уточнять модели и возмущения в управлении) для корректировки управления.
3. Увеличение точности ориентации достигается за счет
 - построения вспомогательного управляемого МСО опорного движения,
 - поиска оптимальных параметров дипольной модели,
 - использования закона управления, стабилизирующего заданные режимы углового движения,
 - формализации задачи (выбора целевых функций).

Итоговая точность ориентации улучшена в несколько раз по сравнению с известными подходами.

Апробация результатов работы

Результаты работы были представлены на следующих всероссийских и международных конференциях:

1. Международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», 3-5 июня 2020 г, Москва, ИПУ РАН, Россия.
2. 63-я Всероссийская научная конференция МФТИ, 23-29 ноября 2020 г, Москва, Россия.
3. XLV Академические чтения по космонавтике, 30 марта – 2 апреля 2021 г, Москва, Россия.
4. 72-й Международный Астронавтический Конгресс (72nd International Astronautical Congress, IAC), 25-29 октября 2021, Дубай, ОАЭ.
5. XLVI Академические чтения по космонавтике, 25-28 января 2022 г, Москва, Россия.
6. XLVII Академические чтения по космонавтике, 24-27 января 2023 г, Москва, Россия.
7. Конференция молодых ученых ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 24 марта 2023 г, Москва, Россия.

Результаты работы также обсуждались на следующих научных семинарах:

1. Семинар «Динамика космических систем» отдела №7 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (под рук. М.Ю. Овчинникова).
2. Семинар по прикладной механике и управлению НИИ механики МГУ (под рук. В.В. Александрова, Н.А. Парусникова, Ю.В. Болотина).
3. Научный семинар ИПМех РАН «Теория управления и динамика систем» (под рук. академика Ф.Л. Черноусько).
4. Научный семинар «Механика и управление движением космических аппаратов» Баллистического центра ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (под рук. А.Г. Тучина).
5. Семинар отдела механики ФИЦ «Информатика и управление» РАН (под рук. проф. С.Я. Степанова).
6. Семинар «Динамические системы и механика» МАИ (под рук. Б.С. Бардина, П.С. Красильникова).
7. Научный семинар АО «Корпорация «ВНИИЭМ» «Вопросы электромеханики»» (под рук. В.Я. Гечи).

8. Научный семинар кафедры теоретической механики МФТИ (под рук. С.В. Соколова).
9. Семинар отдела №5 ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (под рук. проф. Ю.Ф. Голубева).

Публикации

Основные положения и результаты диссертации были опубликованы в **6** изданиях [1–6], включенных в перечень рекомендованных ВАК РФ и индексируемых в базах данных Scopus и/или Web of Science.

Личный вклад автора

Содержание диссертационной работы и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы и получены лично автором. Постановки задач, некоторые методические аспекты и результаты исследований обсуждались с научным руководителем С.С. Ткачевым и соавторами.

Содержание работы

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы и приложения, являющегося неотъемлемой частью диссертационной работы.

Во введении обосновывается актуальность и практическая значимость работы, а также проводится обзор существующих подходов к решению поставленных задач.

Первая глава посвящена построению трехосной магнитной ориентации КА с МСО в заданном положении (целевой ориентации) при следующих допущениях: орбита круговая кеплерова, действуют гравитационный и аэродинамический моменты, управляющий момент – магнитный.

Алгоритм построения управления состоит из двух последовательных этапов. Первый этап включает в себя построение вспомогательного движения в окрестности целевой ориентации (например, орбитальной), на котором проекция управляющего момента на вектор магнитной индукции Земли минимальна. В этом случае реальное (магнитное) управление близко к требуемому (программному) управлению. На втором этапе проводится поиск коэффициентов управления, обеспечивающих асимптотическую устойчивость. При синтезе закона управления используется теорема Барбашина-Красовского, для поиска оптимальных значений коэффициентов управления применяется метод глобальной оптимизации – метод роя частиц. Он же применяется и для нахождения оптимальных значений параметров вспомогательного движения.

Используются следующие системы координат: ИСК – инерциальная система координат (*J2000*); ЦСК – целевая система координат, определяется требуемым режимом движения; ОпСК – опорная система координат, ее ориентация относительно ЦСК задается углами (последовательность поворотов 2-3-1); ССК – связанная система координат, ее оси суть главные центральные оси инерции КА, а начало совпадает с центром масс КА (Рис. 1). Задача системы управления – совместить оси ОпСК и ССК.

Для описания движения КА с МСО используются динамические уравнения Эйлера и кинематические соотношения

$$\begin{cases} \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{abs} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} = \mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{aero} + \mathbf{M}_{ctrl} + \mathbf{M}_{dist} \\ \dot{\mathbf{A}} = -[\boldsymbol{\omega}_{abs}]_{\times} \mathbf{A}, \end{cases}$$

где \mathbf{J} – тензор инерции КА, \mathbf{M}_{grav} – гравитационный момент, \mathbf{M}_{aero} – аэродинамический момент, \mathbf{M}_{ctrl} – управляющий момент, \mathbf{M}_{dist} – внешние возмущения, $\boldsymbol{\omega}_{abs}$ – абсолютная угловая скорость КА, \mathbf{A} – матрица перехода из ИСК в ССК (переводит вектор $\mathbf{r}_{ИСК}$, заданный в ИСК, в вектор в ССК $\mathbf{r}_{ССК}$ следующим образом: $\mathbf{r}_{ССК} = \mathbf{A}\mathbf{r}_{ИСК}$).

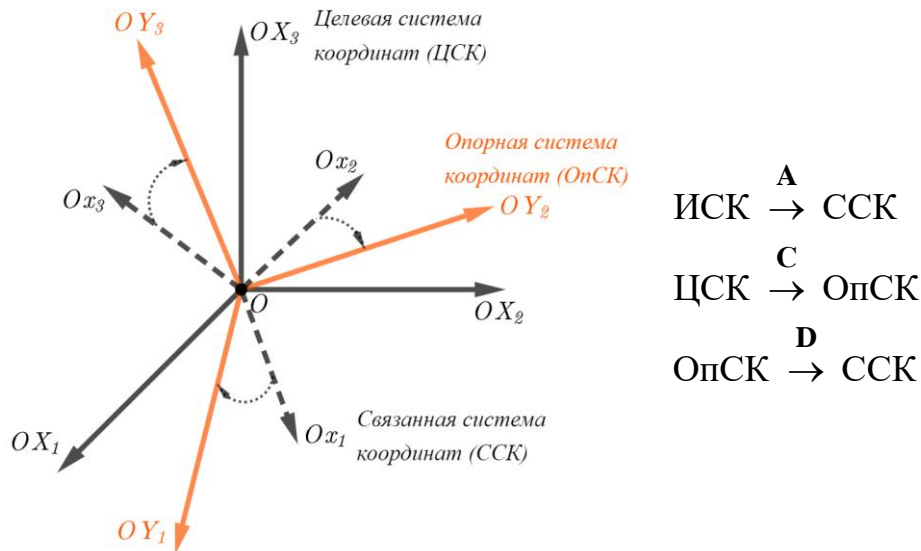


Рис. 1. Системы координат и соответствующие матрицы перехода

Управление строится на основе функции Ляпунова. Уравнение относительного движения есть

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} = & -\boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} + \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{rel} \times \mathbf{DC}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref})) - \mathbf{JDC}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref}) + \\ & + \mathbf{JD}(\mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_{ref} \times \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref})) + \mathbf{M}_{grav} + \mathbf{M}_{aero} + \mathbf{M}_{ctrl}, \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\omega}_0$ – угловая скорость ЦСК относительно ИСК, $\boldsymbol{\omega}_{ref}$ – угловая скорость ОпСК относительно ЦСК, $\boldsymbol{\omega}_{rel}$ – относительная угловая скорость КА. Кандидат-функция Ляпунова и ее производная суть

$$V = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{rel}^T \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{rel} + k_d \left((1 - d_{11}) + (1 - d_{22}) + (1 - d_{33}) \right), \quad k_d = const > 0,$$

$$\dot{V} = \boldsymbol{\omega}_{rel}^T (\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_d \mathbf{S}_d), \quad \mathbf{S}_d = (d_{23} - d_{32}, d_{31} - d_{13}, d_{12} - d_{21})^T,$$

Где d_{ij} – компоненты матрицы \mathbf{D} . По теореме Барбашина-Красовского для асимптотической устойчивости достаточно обеспечить неположительность \dot{V} : $\dot{V} \leq 0$. Для этого вводится $k_\omega = const > 0$ так, чтобы выполнялось соотношение

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} + k_d \mathbf{S}_d = -k_\omega \boldsymbol{\omega}_{rel}.$$

Таким образом, получаем выражение для управляющего момента

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -k_{\omega} \boldsymbol{\omega}_{rel} - k_d \mathbf{S}_d + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{J} \left(\boldsymbol{\omega}_{rel} \times \mathbf{DC}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref}) \right) - \\ - \mathbf{JD} \left(\mathbf{C} \boldsymbol{\omega}_{ref} \times \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref}) \right) + \mathbf{JDC}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref}) - \mathbf{M}_{grav} - \mathbf{M}_{aero}.$$

При этом с помощью МСО из-за ограничения на направление механического момента может быть реализована только перпендикулярная вектору геомагнитной индукции часть \mathbf{M}_{ctrl} :

$$\mathbf{M}_{magn} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} = \mathbf{M}_{ctrl} - \frac{\mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{M}_{ctrl})}{B^2},$$

где $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{B} \times \mathbf{M}_{ctrl}}{B^2}$ – дипольный момент КА, $\mathbf{B} = -B_0 \left(\mathbf{k} - 3 \left(\frac{\mathbf{k}^T \mathbf{r}}{r} \right) \frac{\mathbf{r}}{r} \right)$ – вектор

геомагнитной индукции (для описания геомагнитного поля используется дипольная модель), \mathbf{k} – единичный вектор оси диполя.

Уравнение относительного движения с учетом ограничения на направление управляющего момента имеет вид

$$\mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{rel} = -k_{\omega} \boldsymbol{\omega}_{rel} - k_d \mathbf{S}_d - \frac{\mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{M}_{ctrl})}{B^2}.$$

В этом случае, так как произвольные положительные коэффициенты управления не обеспечивают асимптотическую устойчивость, для поиска k_d , k_{ω} используется теория Флоке. Однако данный подход применим в случае, когда целевая ориентация является положением равновесия (или стационарным движением) системы без управления. В этом случае рассматриваются линеаризованные в окрестности целевой ориентации ($\boldsymbol{\omega}_{rel} = 0$, $\mathbf{C} = \mathbf{E}$) уравнения относительного движения

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{G}(t) \mathbf{x}, \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (\boldsymbol{\omega}_{rel}^T, \mathbf{s}^T)$ – вектор состояния размерности 6×1 . Это система линейных однородных уравнений с периодическими коэффициентами. Если у матрицы монодромии $\mathbf{X}(T)$ (T – период) системы (1) все собственные значения по модулю строго меньше единицы, т.е. $|\lambda_i| < 1$, $i = \overline{1,6}$, то система (1) асимптотически устойчива. Коэффициенты управления выбираются из области устойчивости, то есть такой области на плоскости (k_d, k_{ω}) , для которой справедливо $k_d > 0, k_{\omega} > 0$: $|\lambda_i| < 1$, $i = \overline{1,6}$.

В случае, когда целевая ориентация не является положением равновесия (или стационарным движением) для системы без управления, линеаризация уравнений относительного движения дает неоднородную систему

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{G}(t)\mathbf{y} + \mathbf{f}(t) \quad (2)$$

с периодической неоднородной частью, так как гравитационный и аэродинамический моменты в окрестности целевого движения являются периодическими функциями, так же, как и выражения, описывающие модель прямого диполя, которая используется для определения вектора геомагнитной индукции. В этом случае из асимптотической устойчивости соответствующей однородной системы (1) следует, что система (2) также является асимптотически устойчивой. При этом, т.к. $\lambda_i \neq 1, i = \overline{1,6}$, существует единственное периодическое решение вида

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{X}(t)[\mathbf{E} - \mathbf{X}(T)]^{-1} \left\{ \int_0^t \mathbf{X}^{-1}(\tau)\mathbf{f}(\tau)d\tau + \mathbf{X}(T) \int_t^T \mathbf{X}^{-1}(\tau)\mathbf{f}(\tau)d\tau \right\}, \quad (3)$$

к которому сходятся все решения системы (2) и которое определяет итоговую точность ориентации в ЦСК.

Таким образом, задачей первой главы диссертационной работы является построение вспомогательного опорного движения в окрестности целевого, на котором существует периодическое решение (3), амплитуда которого стремится к нулю. Итоговая точность ориентации будет складываться из отклонения опорного движения от целевого и от точности отслеживания опорного движения магнитной системой управления в нелинейном случае.

Неоднородная часть $\mathbf{f}(t)$ зависит только от опорного движения

$$\mathbf{f}(t) = -\frac{\mathbf{CB}}{B} \left(\frac{(\mathbf{CB})^T \mathbf{M}_{ctrl}^0}{B} \right), \quad (4)$$

где $\mathbf{M}_{ctrl}^0(\boldsymbol{\omega}_{ref}, \mathbf{C})$ – момент, реализующий опорное движение (\mathbf{D} – единичная матрица, $\boldsymbol{\omega}_{rel} = (0, 0, 0)^T$):

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{ctrl}^0 = & \mathbf{J}(\mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_{ref} \times \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref}) + \mathbf{C}(\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref})) + \\ & + \mathbf{C}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref}) \times \mathbf{JC}(\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{ref}) - \mathbf{M}_{grav}^0 - \mathbf{M}_{aero}^0. \end{aligned}$$

Матрица монодромии $\mathbf{X}(T)$ соответствующей однородной системы (1) зависит как от опорного движения, так и от коэффициентов управления.

Таким образом, задача разбивается на два независимых этапа – на первом этапе строится опорное движение, на котором проекция управляющего момента на вектор магнитной индукции Земли минимальна, а на втором – производится поиск оптимальных коэффициентов управления, обеспечивающих асимптотическую устойчивость (с учетом найденного опорного движения на первом этапе).

Опорное движение (углы ориентации) параметризуется в виде линейной комбинации периодических функций

$$\begin{aligned}\alpha &= a_1 \sin u + a_2 \cos u + a_3 \sin 2u + a_4 \cos 2u, \\ \beta &= b_1 \sin u + b_2 \cos u + b_3 \sin 2u + b_4 \cos 2u, \\ \gamma &= g_1 \sin u + g_2 \cos u + g_3 \sin 2u + g_4 \cos 2u,\end{aligned}\quad (5)$$

где $u = \omega_{orb} t$ – аргумент широты. Частоты выбраны исходя из естественных масштабов – орбитальная частота ω_{orb} соответствует частоте движения КА по орбите (частота изменения радиус-вектора); двойная орбитальная частота $2\omega_{orb}$ используется, так как вектор геомагнитной индукции \mathbf{B} в модели прямого диполя описывается периодической функцией с периодом $T/2$ (здесь T – орбитальный период) и частотой $2\omega_{orb}$.

Таблица 1. Используемые выражения в целевой функции в задаче построения опорного движения

ϕ_1	$\left\ \frac{\mathbf{C}(t_i)\mathbf{B}(t_i)}{B(t_i)} \left(\frac{(\mathbf{C}(t_i)\mathbf{B}(t_i))^T \mathbf{M}_{ctrl}^0(t_i)}{B(t_i)} \right) \right\ _2$
ϕ_2	$(\mathbf{C}(t_i)\mathbf{B}(t_i))^T \mathbf{M}_{ctrl}^0(t_i)$
ϕ_3	$\left\ \frac{\mathbf{C}(t_i)\mathbf{B}(t_i)}{B(t_i)} \left(\frac{(\mathbf{C}(t_i)\mathbf{B}(t_i))^T \mathbf{M}_{ctrl}^0(t_i)}{B(t_i)} \right) \right\ _\infty$

где $\|\mathbf{x}\|_2 := \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}$, $\|\mathbf{x}\|_\infty := \max_i |x_i|$.

На первом этапе ставится задача оптимизации с целевой функцией

$$\Phi_n^{trajectory} = \max_i |\phi_n(t_i)| \rightarrow \min, \quad t_i \in [0, T], \quad n = \overline{1, 3}$$

$$\mathbb{U} = \{a_k, b_k, g_k \in [b_{\min}, b_{\max}], \quad k = \overline{1, 4}\},$$

где \mathbb{U} – пространство поиска. Выражение под знаком модуля предлагается выбирать, исходя из вида неоднородной части (4), одним из трех вариантов, представленных в Таблице 1. Оптимизируемые параметры – коэффициенты опорного движения (5) a_i, b_i, g_i ($i = \overline{1,4}$).

Задача оптимизации решается методом роя частиц. Модель, описывающая принятие решений частицами в рое, оказывается эффективным способом оптимизации – в случае, когда оптимизируемая целевая функция содержит множество локальных минимумов, алгоритм позволяет избежать попадание в них и продолжает поиск глобального оптимума. Положение частицы в рое задает возможное решение оптимизационной задачи. Решение о перемещении частица принимает на основе трех факторов: ее текущего направления движения, знания о собственном лучшем состоянии и о лучшем состоянии всего роя. Таким образом, задача роя найти минимум целевой функции

$$\Phi(\mathbf{x}_p) \xrightarrow{\mathbb{U}} \min,$$

где $\Phi(\mathbf{x}_p): \mathbb{R}^W \rightarrow \mathbb{R}$ – целевая функция задачи, W – количество параметров оптимизации, $p = \overline{1, P}$, где P – общее количество частиц в рое, $\mathbf{x}_p \in \mathbb{R}^W$ – W -мерный вектор параметров (точка в \mathbb{R}^W), который задает текущее положение p -й частицы. Пространство поиска $\mathbb{U} = \{\mathbf{x}_p \in \mathbb{R}^D \mid \chi_{\min}^j \leq x_p^j \leq \chi_{\max}^j, j = \overline{1, W}\}$ определяет ограничения на величины параметров оптимизации. Для нахождения наилучшего положения \mathbf{x}_{bob} роя отводится некоторый отрезок дискретного времени – N (число итераций). Решение о том, какое положение занять на следующей итерации, каждая частица принимает на основе своего текущего положения $\mathbf{x}_p(i)$ и смещения $\Delta \mathbf{x}_p(i)$:

$$\mathbf{x}_p(i+1) = \mathbf{x}_p(i) + \Delta \mathbf{x}_p(i). \quad (6)$$

Выражение для смещения имеет вид

$$\Delta \mathbf{x}_p(i) = c_{in} \Delta \mathbf{x}_p(i-1) + c_{cog} [\mathbf{x}_{p,best} - \mathbf{x}_p(i)] + c_{soc} [\mathbf{x}_{best} - \mathbf{x}_p(i)], \quad (7)$$

где первое слагаемое (*инерционная компонента*) отвечает за стремление частицы продолжить движение в том же направлении, второе (*когнитивная компонента*) – стремление к собственному лучшему положению $\mathbf{x}_{p,best}$ и третье (*социальная компонента*) – стремление к лучшему положению \mathbf{x}_{best} , найденному всеми частицами из окрестности p -й частицы роя. Вклад каждой компоненты определяется весовыми коэффициентами c_{in}, c_{cog}, c_{soc} .

В диссертационной работе используются два критерия остановки поиска:

- 1) малая величина изменения целевой функции,
- 2) стагнация роя – попадание всех частиц в некоторую окрестность найденного лучшего положения).

На Рис. 2 и Рис. 3 приведены примеры опорных движений (для высот орбит 550 км и 650 км), найденных с помощью метода роя с целевой функцией $\Phi_1^{trajectory}$ в результате работы алгоритма.

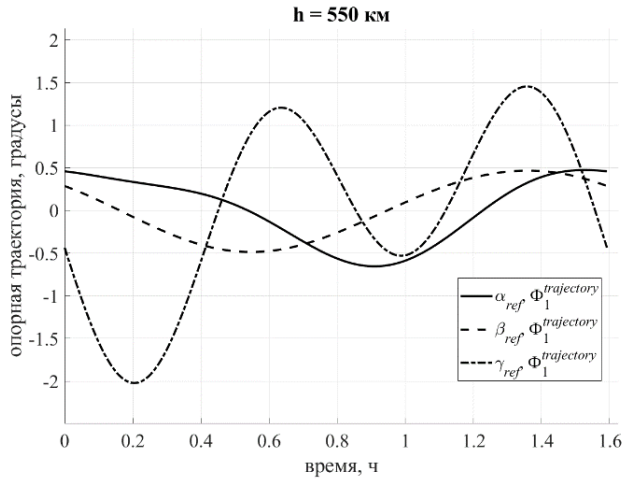


Рис. 2. Опорное движение, высота орбиты 550 км, функционал $\Phi_1^{trajectory}$

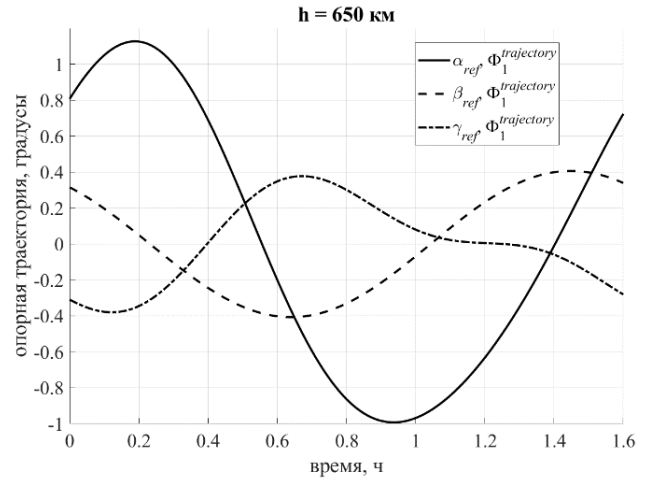


Рис. 3. Опорное движение, высота орбиты 650 км, функционал $\Phi_1^{trajectory}$

На втором этапе в первой главе диссертационной работы ставится задача поиска оптимальных коэффициентов управления, обеспечивающих асимптотическую устойчивость. Параметры оптимизации – коэффициенты управления k_d, k_ω . Целевая функция в этом случае имеет вид

$$\Phi^{gains} = \max_i (|\lambda_i|) \rightarrow \min, \quad i = \overline{1,6},$$

$$\mathbb{U} = \left\{ \begin{array}{l} k_\omega \in (5 \cdot 10^{-5}, 10^{-2}) \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с} \\ k_d \in (10^{-8}, 5 \cdot 10^{-5}) \text{ Н} \cdot \text{м} \end{array} \right\}.$$

Рассматриваются только пары коэффициентов, для которых выполняется условие $|\lambda_i| < 1, i = \overline{1,6}$. Задача также решается методом роя частиц.

Результаты первой главы, включающие в себя построение и обоснование методики поиска управляемого МСО опорного углового движения и коэффициентов управления с помощью решения соответствующих задач оптимизации методом роя частиц, а также получение оценок точности ориентации в окрестности целевой с помощью решения задачи квадратичного

программирования с ограничением типа равенства, опубликованы в работах [1–3,5,6].

Во второй главе ставится задача адаптации подхода, полученного в Главе 1 диссертационной работы, к возмущенной задаче и уменьшения влияния возмущений на итоговую точность ориентации.

Рассматриваемые возмущения:

- различие моделей геомагнитного поля на этапе построения опорного движения и этапе численного моделирования,
- ошибки знания тензора инерции КА,
- ошибки знания модели взаимодействия КА с атмосферой Земли,
- влияние неучтенных случайных возмущающих моментов \mathbf{M}_{dist} .

Линеаризованная в окрестности опорного движения система уравнений с учетом внешних возмущений имеет вид

$$\dot{\mathbf{y}} = (\mathbf{G}(t) + \delta\mathbf{G}(t))\mathbf{y} + (\mathbf{f}(t) + \delta\mathbf{f}(t)). \quad (8)$$

Возмущение $\delta\mathbf{f}(t)$ неоднородной части влияет на итоговую точность ориентации, а возмущение матрицы системы $\delta\mathbf{G}(t)$ и на итоговую точность, и на устойчивость. Таким образом, задача также разбивается на две части – сначала предлагается способ уменьшения возмущения неоднородной части, а затем способ учета и уменьшения влияния возмущений на матрицу системы.

В диссертационной работе модели наклонного диполя или IGRF, используемая при численном моделировании, считается «реальным» полем \mathbf{V}^{real} . Модель прямого диполя используется в процессе построения опорного движения и управления, так как является периодической, и считается приближенным упрощенным представлением геомагнитного поля. Разница между «реальным» полем и упрощенной моделью влияет на эффективность управления. С учетом различия моделей геомагнитного поля на этапе построения опорного движения (\mathbf{V}) и этапе численного моделирования (\mathbf{V}^{real}) получаем выражение для возмущения неоднородной части уравнений (8)

$$\delta\mathbf{f}(t) = -2 \frac{\mathbf{C}\mathbf{V} \left((\mathbf{C}\mathbf{V})^T \mathbf{M}_{ctrl}^0 \right)}{B^2} (\mathbf{V}^T \delta\mathbf{V}) - \frac{\mathbf{C}\delta\mathbf{V} \left((\mathbf{C}\mathbf{V})^T \mathbf{M}_{ctrl}^0 \right)}{B^2} - \frac{\mathbf{C}\mathbf{V} \left((\mathbf{C}\delta\mathbf{V})^T \mathbf{M}_{ctrl}^0 \right)}{B^2},$$

где $\delta\mathbf{V} = \mathbf{V}^{real} - \mathbf{V}$. Чтобы уменьшить $\delta\mathbf{f}(t)$, нужно подобрать более близкое к \mathbf{V}^{real} на некотором временном интервале описание геомагнитного поля, уменьшающее разницу $\delta\mathbf{V}$. Новую модель, описывающее геомагнитное поле на

этапе построения опорного движения, будем искать в виде периодической функции времени (также в виде дипольной модели)

$$\tilde{\mathbf{B}} = -B_0 \left(\tilde{\mathbf{k}} - 3 \left(\frac{\tilde{\mathbf{k}}^T \mathbf{r}}{r} \right) \frac{\mathbf{r}}{r} \right),$$

где $\tilde{\mathbf{k}} = (\cos \varphi \sin \theta, \sin \varphi \sin \theta, -\cos \theta)^T$ – единичный постоянный (в ИСК) вектор оси нового диполя (Рис. 4), зависящий от параметров φ и θ .

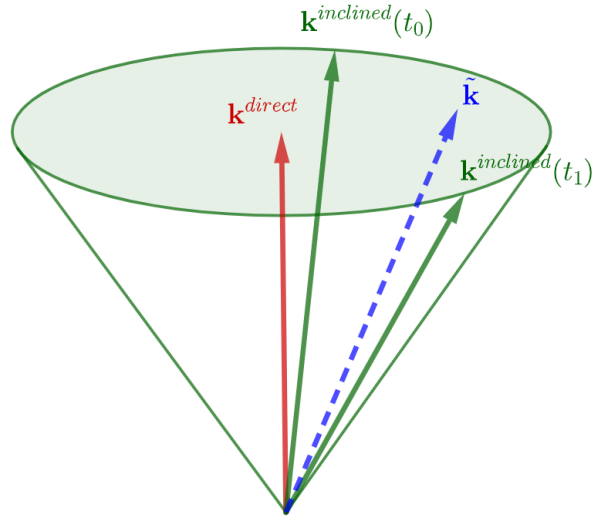


Рис. 4. Орты осей прямого \mathbf{k}^{direct} , наклонного $\mathbf{k}^{inclined}$ и нового диполя $\tilde{\mathbf{k}}$; \mathbf{k}^{direct} и $\tilde{\mathbf{k}}$ – постоянные векторы в ИСК, $\mathbf{k}^{inclined}(t)$ – периодическая вектор-функция с периодом 24 часа

Таблица 2. Используемые в задаче поиска параметров дипольной модели выражения

$\delta\beta_1$	$\frac{\ \mathbf{B}^{real}(t_i) - \tilde{\mathbf{B}}(t_i)\ _2}{\ \mathbf{B}^{real}(t_i)\ _2}$
$\delta\beta_2$	$\frac{\ \mathbf{B}^{real}(t_i) - \tilde{\mathbf{B}}(t_i)\ _\infty}{\ \mathbf{B}^{real}(t_i)\ _\infty}$
$\delta\beta_3$	$\ \mathbf{B}^{real}(t_i) - \tilde{\mathbf{B}}(t_i)\ _2$
$\delta\beta_4$	$\frac{\ \mathbf{B}^{real}(t_i) - \tilde{\mathbf{B}}(t_i)\ _\infty}{\ \mathbf{B}^{real}(t_i)\ _2}$

Чтобы получить оптимальную на некотором заданном временном промежутке модель геомагнитного поля ставится оптимизационная задача с целевой функцией

$$\Phi_k^{dipole} = \max_i (\delta\beta_k(t_i)) \rightarrow \min, \quad k = \overline{1,4},$$

$$\mathbb{U} = \{\varphi \in (0, 2\pi), \theta \in (0, \pi/2)\}.$$

Параметры оптимизации – сферические координаты (углы φ, θ), задающие положение вектора $\tilde{\mathbf{k}}$. Выражения для $\delta\beta_k$ приведены в Таблице 2.

Особенностью этого предварительного этапа является необходимость пересчитывать опорное движение и коэффициенты управления на каждом выбранном временном промежутке. При этом, чтобы обеспечить дважды гладкий переход между опорными движениями с разными $\tilde{\mathbf{k}}$, в диссертационной работе предлагается процедура «склейки»: на интервалах, начиная со второго, вместо 12-ти оптимизируемых параметров (коэффициентов опорного движения (5)) предлагается оставить 3 искомого параметра (например, a_1, b_1, g_1) и 9 связей вида

$$\begin{pmatrix} \cos \omega_0 T & \sin 2\omega_0 T & \cos 2\omega_0 T \\ -\sin \omega_0 T & 2\cos 2\omega_0 T & -2\sin 2\omega_0 T \\ -\cos \omega_0 T & -4\sin 2\omega_0 T & -4\cos 2\omega_0 T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha(T) - a_1 \sin \omega_0 T \\ \dot{\alpha}(T)/\omega_0 - a_1 \cos \omega_0 T \\ \ddot{\alpha}(T)/\omega_0^2 + a_1 \sin \omega_0 T \end{pmatrix},$$

(для углов β и γ аналогично). Соответствующая задача оптимизации также решается методом роя частиц, однако границы области поиска коэффициентов выбираются так, чтобы зависимые параметры удовлетворяли исходным ограничениям. Преимущества процедуры «склейки»:

- ускорение работы программы (оптимизация 3-х параметров вместо 12-ти),
- дважды непрерывно-дифференцируемое опорное движение обеспечивает непрерывность управляющего момента $\mathbf{M}_{ctrl}^0(\boldsymbol{\omega}_{ref}, \mathbf{C})$ на нем.

Далее во второй главе диссертационной работы рассматривается влияние возмущений на асимптотическую устойчивость требуемого режима и общую точность ориентации ССК относительно ЦСК. Матрица возмущенной системы – $\mathbf{G}(t) + \delta\mathbf{G}(t)$. Матрица монодромии соответствующей однородной системы – $\mathbf{X}(T) + \delta\mathbf{X}(T)$. С помощью метода роя на втором этапе в Главе 1 диссертационной работы найдены коэффициенты управления, обеспечивающие асимптотическую устойчивость без учета возмущений. Коэффициенты удовлетворяют условию $|\lambda_i| < 1, i = \overline{1,6}$, то есть лежат внутри области

устойчивости (области, ограниченной линией уровня со значением $\max_i |\lambda_i| = 1$).

При учете внешних возмущений область устойчивости деформируется и коэффициенты могут оказаться вне новой (деформированной) «области устойчивости», если найденное на этапе 2 значение лежало близко к границе. То есть собственные значения для найденных коэффициентов управления могут стать больше единицы в возмущенном случае. Необходима процедура, предотвращающая выход коэффициентов из области устойчивости при добавлении возмущений.

В диссертационной работе предлагается эмпирически разработанная процедура «сдвига» коэффициентов на основе информации, собранной методом роя в процессе поиска оптимальных коэффициентов управления. На каждой итерации каждая частица роя в своем положении вычисляет значение целевой функции – максимальное собственное значение матрицы монодромии, что используется при построении области устойчивости. Частицы стремятся найти минимум в области устойчивости, то есть с течением итераций они будут собираться в окрестности лучшего (наименьшего) значения. Расположение частиц около лучшего положения и в области устойчивости в целом за все итерации дает представление об области устойчивости и позволяет сдвинуть найденные коэффициенты «вглубь» области устойчивости по формуле, которая по сути является средневзвешенным значением:

$$\begin{pmatrix} k_\omega \\ k_d \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{«сдвиг»}} \begin{pmatrix} k_\omega \\ k_{d,new} \end{pmatrix}, \text{ где } k_{d,new} = \frac{\sum_{p=1}^{p_{\max}} \Phi^{gains}(p) \cdot k_d(p)}{\sum_{p=1}^{p_{\max}} \Phi^{gains}(p)},$$

где p_{\max} – количество частиц на всех итерациях, для которых $\Phi^{gains}(p) < 0.6$. На Рис. 5 показан результат работы описанного алгоритма (деформированная «область устойчивости» приведена для примера для некоторых возмущений).

Во второй главе диссертационной работы дополняется подход, описанный в Главе 1. Предлагаются три способа уменьшения влияния возмущений на итоговую точность ориентации:

- методика поиска оптимальных параметров дипольной модели, описывающей геомагнитное поле на заданном интервале времени, позволяет минимизировать ошибку, возникающую из-за различия моделей геомагнитного поля,

- алгоритм «сдвига» коэффициентов управления сохраняет асимптотическую устойчивость при наличии возмущений,
- процедура «склейки» между интервалами аппроксимации позволяет построить дважды непрерывно-дифференцируемое опорное движение, при этом отсутствуют переходные процессы в моменты переключений, таким образом точность ориентации не ухудшается.

Результаты второй главы опубликованы в [4,5].

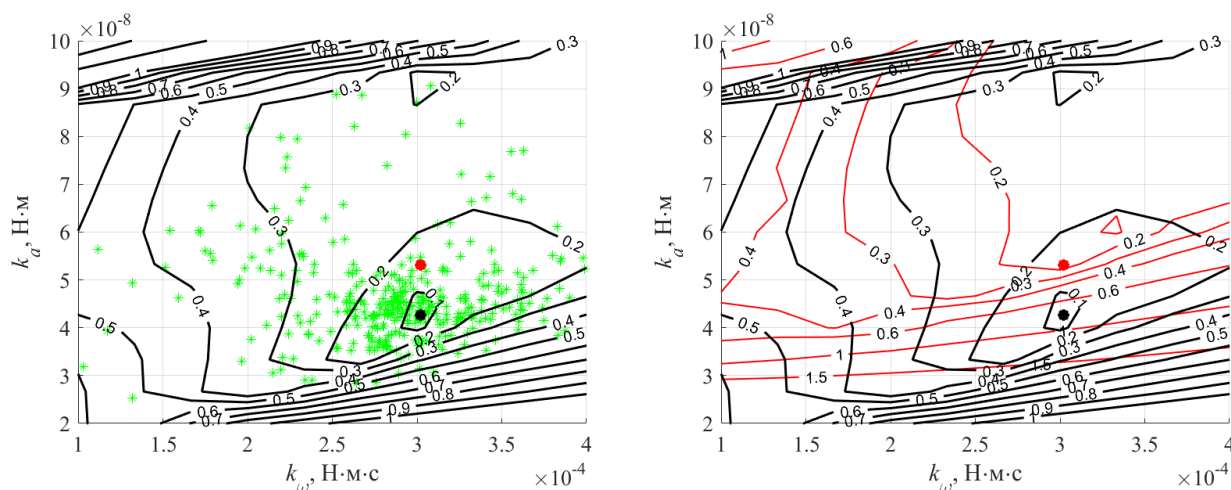


Рис. 5. Линии уровня $\max |\lambda_i|$ в пространстве коэффициентов управления, зеленым обозначено распределение частиц на всех итерациях, для которых значение целевой функции меньше 0.6, черным – недеформированная область устойчивости (без возмущений) и коэффициенты управления, найденные методом роя на этапе 2, красным – деформированная «область устойчивости» (с некоторыми возмущениями) и коэффициенты управления после применения процедуры «сдвига»

Третья глава посвящена адаптации разработанной методики для трех типовых режимов движения малого космического аппарата, а именно:

1. Орбитальная ориентация в неустойчивом гравитационном положении равновесия.
2. «Косая» орбитальная ориентация.
3. Инерциальная ориентация.

Задача третьей главы диссертационной работы – применить разработанную методику, исследовать влияние возмущений на итоговую точность ориентации в указанных режимах и выбрать наиболее «устойчивые к возмущениям» наборы целевых функций для каждого из режимов движения.

Для анализа рассматривается КА в форме прямоугольного параллелепипеда размерами $10 \times 20 \times 30$ см (6U-кубсат) со смещенным на 1 см в положительном направлении второй оси ССК центром масс. Тензор инерции КА в ССК $\mathbf{J} = \text{diag}(0.15, 0.13, 0.11)$ кг·м². Наклонение орбиты – $i = 57^\circ$.

В первом и втором целевых режимах – орбитальной ориентации в неустойчивом гравитационном положении равновесия и «косой» орбитальной ориентации – при построении опорного движения в малой окрестности целевого на рассматриваемый КА действует малый гравитационный момент, характерная величина которого $\mathbf{M}_{grav} \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ Н·м, а также постоянный возмущающий аэродинамический момент того же порядка – $\mathbf{M}_{aero} \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ Н·м. Это приводит к необходимости учитывать и компенсировать управлением оба указанных момента на этапе построения опорного движения в указанных режимах. Режим инерциальной ориентации характеризуется тем, что аэродинамический момент ($\mathbf{M}_{aero} \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ Н·м) на порядок меньше, чем гравитационный ($\mathbf{M}_{grav} \sim 10^{-7} - 10^{-8}$ Н·м), и меняется периодически, тем самым вносит меньший вклад по сравнению с гравитационным. В связи с этим, на этапе построения опорного движения для режима инерциальной ориентации \mathbf{M}_{aero} не учитывается и считается возмущением.

Таблица 3. Наборы целевых функций для оптимизационных задач на этапе поиска параметров дипольной модели и параметров опорного движения

	$\Phi_1^{trajectory}$	$\Phi_2^{trajectory}$	$\Phi_3^{trajectory}$
Прямой диполь	№ 1.0	№ 2.0	№ 3.0
Φ_1^{dipole}	№ 1.1	№ 2.1	№ 3.1
Φ_2^{dipole}	№ 1.2	№ 2.2	№ 3.2
Φ_3^{dipole}	№ 1.3	№ 2.3	№ 3.3
Φ_4^{dipole}	№ 1.4	№ 2.4	№ 3.4

Для подбора наилучшего набора целевых функций (Таблица 3) для каждого конкретного режима ориентации анализируется распределение наихудших значений точности отслеживания опорного движения для различных возмущений тензора инерции КА. Возмущенный тензор инерции есть

$$\mathbf{J}_{dist} = \delta \mathbf{J}^T \cdot \mathbf{J} \cdot \delta \mathbf{J},$$

где \mathbf{J} – невозмущенный тензор инерции КА, $\delta\mathbf{J}$ – матрица возмущений следующего вида

$$\delta\mathbf{J} = \delta\mathbf{J}^{diag} \delta\mathbf{J}^{rotation},$$

где $\delta\mathbf{J}^{diag}$ – диагональная матрица, задающая отличие величин главных моментов (до 5% по каждой компоненте), $\delta\mathbf{J}^{rotation}$ – матрица поворота, задающая отклонения главных осей инерции (максимальный угол в возмущенном и невозмущенном случаях составляет 5°), задается углами $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, последовательность поворотов 2-3-1.

На одном и том же опорном движении для различных возмущений тензора для каждой пары целевых функций вычисляется максимальное отклонение от опорного движения

$$\max_i |\alpha_{rel}(t_i), \beta_{rel}(t_i), \gamma_{rel}(t_i)|$$

за промежуток времени, равный временному интервалу, выбранному при поиске оптимальных параметров дипольной модели. В каждом режиме полученные значения, по которым определяется одна из лучших пар целевых функций, наносятся на коробчатую диаграмму (Box-plot) (Рис. 6а, Рис. 6в). Она позволяет визуализировать медианные значения, а также определить интервал, содержащий 50% от всех результатов.

На Рис. 6б и Рис. 6г для орбитальной и инерциальной ориентации на орбите высотой 550 км приведены результаты численного моделирования в полной модели, которая включает в себя неточность знания плотности атмосферы (20%), неточность знания тензора инерции (5%), внешние неучтенные возмущения ($\mathbf{M}_{dist} \sim 10^{-9}$ Н·м), модель геомагнитного поля – IGRF. Время моделирования $T \approx 30$ ч, что соответствует 18 виткам. Учтены процедуры «склейки» и «сдвига» коэффициентов управления, описанные во второй главе диссертационной работы. Итоговая точность ориентации в несколько раз лучше, чем в альтернативных подходах. Стоит отметить, что для инерциальной стабилизации все наборы целевых функций дают близкие результаты, поэтому можно выбрать любой набор. Для орбитальной стабилизации поведение опорных движений, полученных с помощью разных наборов целевых функций, при наличии возмущений отличаются и для численного моделирования выбирается наилучший набор. Графики, представленные на Рис. 6, показывают необходимость статистического исследования наборов целевых функций на

предмет «чувствительности к возмущениям» в каждой конкретной задаче, так как заранее произвольно выбранная пара не всегда даст лучший результат.

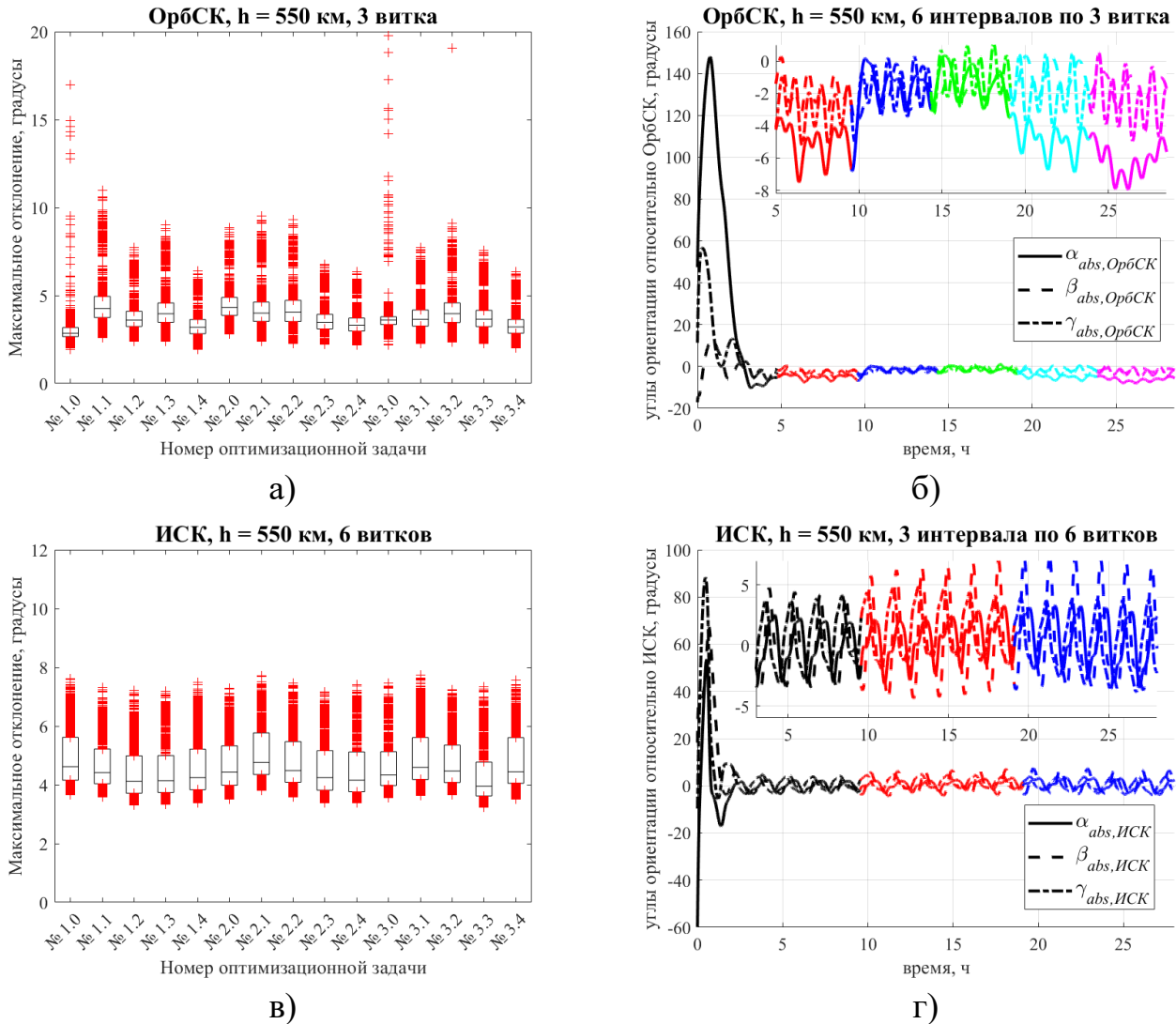


Рис. 6. Выбор лучшего набора целевых функций и численное моделирование на высоте 550 км в режиме орбитальной ориентации (а, б) (лучшая пара целевых функций №1.4), и инерциальной ориентации (в, г) (выбрана пара целевых функций №2.1).

На примере «косой» (30 градусов) орбитальной ориентации для высоты 550 км в третьей главе диссертационной работы также демонстрируется важность и целесообразность применения операций (Рис. 7)

- «сдвига» коэффициентов,
- поиска оптимальных параметров дипольной модели (6 витков),
- «склейки» опорных движений в моменты переключения между интервалами (3 интервала).

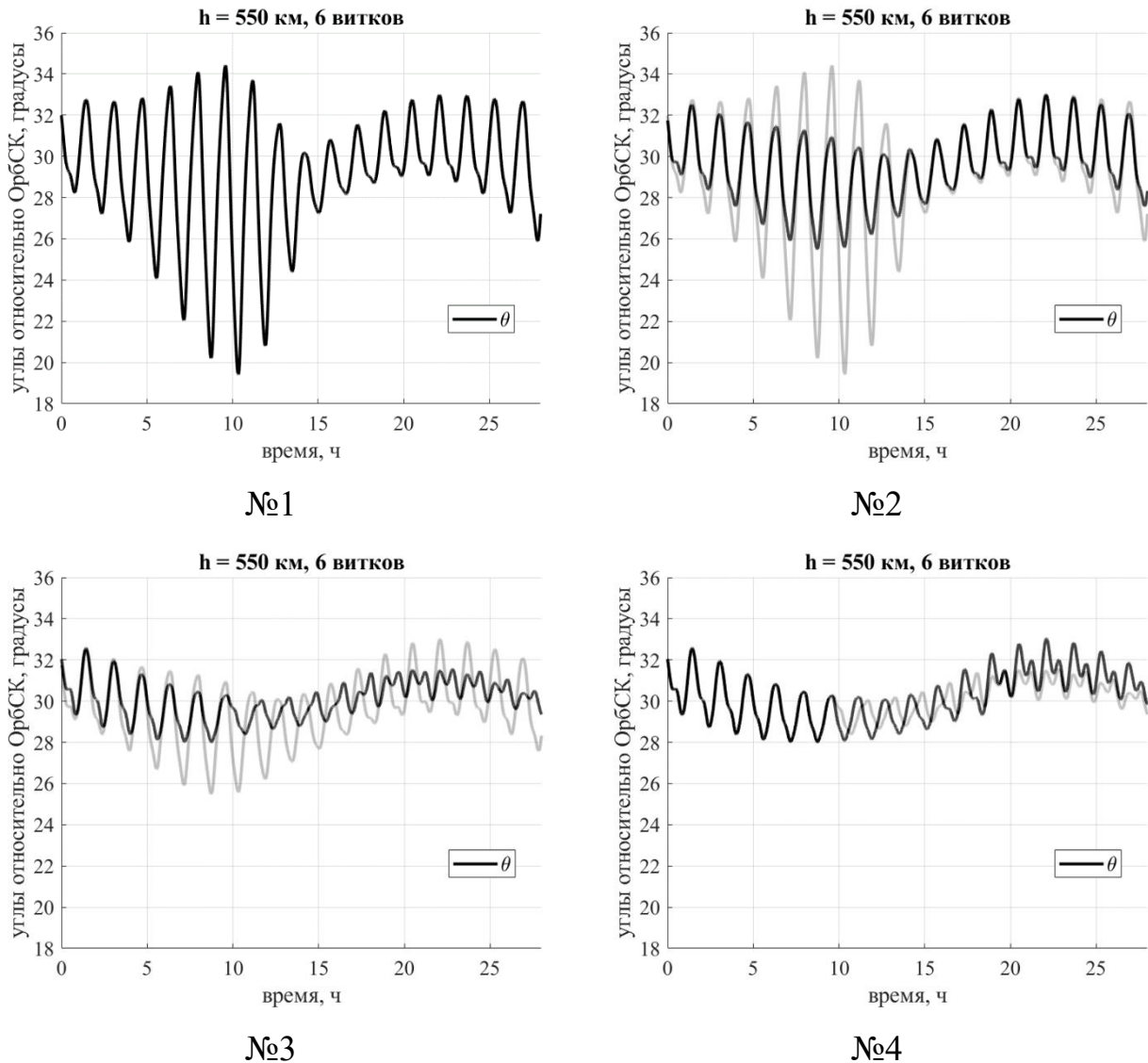


Рис. 7. Улучшение точности в «косой» орбитальной ориентации за счет применения процедур «сдвига», «склейки» и предварительного поиска оптимальных параметров дипольной модели
(номер в подписи соответствует номеру в Таблице 4)

Таблица 4. Способы построения управляемого МСО движения – без учета или с учетом дополнительных вспомогательных процедур

номер моделирования	№1	№2	№3	№4
используемые целевые функции	№1.0	№1.0	№1.3	№1.3
«сдвиг»	–	+	+	+
$\tilde{\mathbf{B}}$	–	–	+	+
«склейка»	–	–	–	+

Приведенные на Рис. 7 графики демонстрируют целесообразность использования предложенного в диссертационной работе подхода с дополнительными процедурами, позволяющими учесть ошибки внешних возмущений и обеспечивающими асимптотическую устойчивость в этом случае, к построению опорной управляемой МСО углового движения КА. В главе 3 подход применен для реализации следующих используемых в практических приложениях режимов ориентации: орбитальной, «косой» орбитальной и инерциальной ориентаций.

Достоинства подхода, предложенного в диссертационной работе:

- точность орбитальной ориентации лучше, чем в известных подходах,
- позволяет реализовать режим «косой» орбитальной ориентации с помощью МСО,
- можно стабилизировать любую ось в любом направлении в ИСК, при этом не нужна стабилизация вращением, которая возможна только вокруг главных осей инерции.

Результаты третьей главы опубликованы в [3–6].

В заключении сформулированы основные результаты, полученные в ходе диссертационного исследования.

В приложения вынесены наиболее объемные выкладки.

Основные результаты и выводы

В диссертационной работе исследованы ключевые аспекты актуальной в настоящее время задачи обеспечения трехосной ориентации с помощью электромагнитной системы управления ориентацией в типовых режимах углового движения КА – орбитальной ориентации, «косой» орбитальной ориентации, инерциальной ориентации.

Предложена, обоснована и апробирована методика построения управляемого МСО опорного движения КА и поиска коэффициентов управления. С помощью метода роя частиц решены задачи поиска оптимальных параметров опорного движения и оптимальных коэффициентов управления. Получены оценки точности в окрестности целевой ориентации с помощью решения задачи квадратичного программирования с ограничением типа равенства.

Построена и обоснована методика поиска оптимальных параметров дипольной модели, описывающей геомагнитное поле на заданном интервале времени, предложены целевые функции для соответствующей задачи нелинейной оптимизации, которая решена с помощью метода роя частиц. Построено дважды непрерывно-дифференцируемое опорное движение с помощью алгоритма «склейки» между рассматриваемыми временными интервалами, позволяющая избежать переходных процессов в моменты переключения между ними. Предложен алгоритм «сдвига» коэффициентов управления для улучшения итоговой точности ориентации относительно целевой и сохранения асимптотической устойчивости при наличии возмущений.

Предложена методика оценки и проведена оценка влияния возмущений на итоговую точность ориентации для разных целевых функций в указанных режимах ориентации, что позволило выбрать одну из наиболее «устойчивых к возмущениям» пару целевых функций для каждого из режимов.

Ключевым преимуществом предложенной в диссертационной работе методики является улучшенная в несколько раз точность ориентации по сравнению с существующими подходами при рассмотрении аналогичных возмущений.

Список публикаций по теме диссертации

1. Okhitina A. et al. Academy transaction note “closed form solution for a minimum deviation magnetically controllable satellite angular trajectory” // *Acta Astronaut.* 2023. Vol. 203. P. 60–64.
2. Guerman A.D. et al. Orbital and Angular Dynamics Analysis of the Small Satellite SAR Mission INFANTE // *Cosm. Res.* 2020. Vol. 58, № 3. P. 206–217.
3. Okhitina A., Roldugin D., Tkachev S. Application of the PSO for the construction of a 3-axis stable magnetically actuated satellite angular motion // *Acta Astronaut.* 2022. Vol. 195. P. 86–97.
4. Okhitina A., Tkachev S., Roldugin D. Comparative cost functions analysis in the construction of a reference angular motion implemented by magnetorquers // *Aerospace.* 2023. Vol. 10. P. 468.
5. Okhitina A.S., Roldugin D.S., Tkachev S.S. Biologically inspired optimization algorithm in satellite attitude control problems // 15th International Conference on Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems. Moscow, 2020.
6. Okhitina A., Roldugin D., Tkachev S. Magnetically controllable attitude trajectory constructed using the particle swarm optimization method // 72nd Int. Astronaut. Congr. 2021. P. 9.