

На правах рукописи

Шестаков Сергей Алексеевич

**Методы построения и поддержания тетраэдральных спутниковых
формаций**

Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2020 год

Работа выполнена в Федеральном государственном учреждении "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук"

- Научный руководитель: Овчинников Михаил Юрьевич,
доктор физико-математических наук,
профессор, и.о. заведующего отделом
№7 «Динамика космических систем»,
главный научный сотрудник
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
- Официальные оппоненты: Самсонов Виталий Александрович
доктор физико-математических наук,
профессор, главный научный сотрудник,
НИИ механики МГУ
им. М. В. Ломоносова
- Эйсмонт Натан Андреевич
кандидат технических наук,
ведущий научный сотрудник
ФГБУН ИКИ РАН
- Ведущая организация: Федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский
авиационный институт (национальный
исследовательский университет)»

Защита состоится 20 октября 2020 г. в 11:00 час. на заседании
Диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ФГУ «ФИЦ
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН», по адресу:
125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института
прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН <http://keldysh.ru/>.

Автореферат разослан " ____ " _____ 20____ г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук

М.Г. Ширококов

Общая характеристика работы

Актуальность тематики исследования

Концепция четырёх спутников, обращающихся вокруг Земли на близких орбитах, а потому имеющих возможность при подходящем фазировании формировать тетраэдр относительно небольшого размера, полезна для исследования характеристик динамического поля (к примеру, магнитного и электрического полей Земли). Причина этому следующая: физические параметры поля – напряжённость, индуктивность и прочие характеристики поля, а также плотность движущихся в поле частиц – меняются в пространстве и во времени. Несколько последовательных измерений, проведённых одним спутником, не позволяют отличить пространственное изменение параметров поля от временного. Два спутника, проводя одновременные измерения в разных точках орбиты, позволяют вычислить градиент напряжённости, однако лишь вдоль направления, соединяющего эти спутники. При этом отделение пространственных и временных изменений поля – весьма нетривиальная задача. По аналогии с этим, три спутника позволяют вычислить градиент по любому направлению в плоскости, проходящей через эти спутники, но не по направлению, ортогональному этой плоскости. Следовательно, минимальное число спутников, необходимое для получения непрерывных измерений, позволяющих вычислить пространственные динамические характеристики электромагнитного поля, равно четырём. Вследствие этого разработка и запуск миссии по изучению, например, геомагнитного поля, плотности ионизированных частиц в атмосфере Земли и т.п. неизбежно сталкивается с необходимостью развертывания, построения, поддержания и управления тетраэдральной формацией спутников. Изучение тетраэдральных спутниковых формаций, включая построение, поддержание и управление их движением, в основном велось в связи с двумя успешно реализованными миссиями: Cluster/ClusterII, и Magnetospheric MultiScale.

Поскольку явное описание тетраэдра с помощью 12 переменных (координат вершин) неудобно для анализа и управления, при проектировании вышеупомянутых миссий форма тетраэдра описывалась с помощью одной или нескольких скалярных функций, исследовалось влияние формы тетраэдра на возможность проведения необходимых измерений и зависимости между формой тетраэдральной конфигурации и возникающими при измерениях ошибками.

На настоящий момент автору не известно об осуществлении миссии, использующей четыре спутника для изучения ионосферы (т.е. верхней части атмосферы) Земли. Для изучения самой ионосферы разработано и реализовано достаточно много миссий. В их числе – AEROS, CHAMP, Ørsted, Swarm, Чибис-М, Demeter, ICON. Миссия DICE показала принципиальную возможность использования наноспутников типа CubeSat («кубсат» –

микроспутник объёмом в один литр и массой порядка одного килограмма) для исследования ионосферы.

Интерес к исследованию ионосферы носит как теоретический, так и прикладной характер. Теоретическая значимость исследований атмосферы заключается в том, что атмосфера является нестационарной средой: процессы, протекающие в ней, зависят от состояния магнитосферы Земли, климата, движения атмосферы, времени года, активности Солнца и даже антропогенных факторов. Изучение подобной неоднородной среды позволяет глубже понять физику происходящих в атмосфере явлений, а также оценивать и предсказывать влияние различных природных и техногенных факторов друг на друга.

Практическая значимость исследования заключается в том, что изучение разномасштабных вариаций ионосферы связано теснее всего с обеспечением радиосвязи. Неоднородная среда, которой является ионосфера, может приводить к снижению интенсивности передаваемого сигнала. Помимо этого, неоднородность ионосферы снижает точность спутниковой навигации с помощью группировок GPS и GLONASS, вызывает задержку сигналов при обеспечении связи. Необходимо учитывать влияния ионосферы и вносить поправки в теоретические и эмпирические модели распространения радиосигналов в ионосфере.

Использование тетраэдральной конфигурации возможно на разных орбитах и при различных размерах тетраэдра. Инерционные длины заряженных частиц плазмы (электронов и ионов) варьируются от десятков метров до десятков километров. Поэтому необходимо подбирать характерный размер тетраэдра. На высотах от 250 до 800 км находится слой ионосферы, ответственный за обеспечение радиокommunikации. При этом высоты до 400 км содержат максимальную концентрацию заряженных частиц. Орбиты малого наклона проходят над экваториальной аномалией и плазменными пузырями. На широте 18° находится передатчик в Аресибо, Пуэрто-Рико, на 22° – радиопередатчик сверхнизкой частоты в Австралии, на 56° – нагревной стенд Сура, на 70° – нагревной стенд и радар EISCAT. Над подобными объектами могут наблюдаться интересные с теоретической точки зрения неоднородности ионосферы. На полярной орбите интерес представляют авроральный овал, поляризационный джет, касп и прочие особенности высокоширотной ионосферы.

Цель работы и решаемые задачи

Целью настоящей работы является создание методики построения тетраэдральной формации из четырёх спутников на низкой околоземной орбите.

Для построения формации требуется решить следующие связанные между собой задачи. Первая – построение адекватной математической модели движения четырёх спутников на орбите. В такой модели движения необходимо описать эволюцию формации: размер, форму, прочие геометрические

характеристики тетраэдра. Для проведения измерений тетраэдр должен оставаться невырожденным на всем протяжении миссии. Также, для улучшения качества проводимых измерений, необходимо, чтобы тетраэдр был близок по форме к правильному тетраэдру.

Вторая задача состоит в получении таких опорных орбит для каждого из спутников, чтобы тетраэдр во время пассивного движения спутников сохранял свою форму на протяжении времени проведения измерений.

Третья задача – разработка методики управления группой спутников для поддержания формы и размера тетраэдра заданными для увеличения продолжительности жизни миссии.

Соответствие паспорту специальности

Работа соответствует паспорту научной специальности 01.02.01 – Теоретическая механика. Рассматриваемые механические системы состоят из нескольких космических аппаратов и Земли. Исследование направлено на поиск начальных данных для четырёх космических аппаратов и построение управления этими аппаратами. В работе приведена постановка задачи, выбрана и обоснована корректная теоретико-механическая модель, а методы теоретической механики, теории устойчивости, динамики космического полета и численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений используются для получения и исследования решений. Область исследований – прикладная небесная механика. Работа имеет выраженный фундаментальный характер и поэтому относится к физико-математической отрасли наук.

Положения, выносимые на защиту

1) На основе анализа существующих подходов введено описание качества тетраэдра с помощью скалярной функции. Найдены необходимые и достаточные условия, при которых введённое качество тетраэдра сохраняется в линеаризованной модели движения. Описаны семипараметрические семейства решений. Исследованы условия существования тетраэдральных конфигураций, сохраняющих качество, в зависимости от амплитуд колебаний спутников на относительных орбитах.

2) В частных случаях тетраэдра с равными амплитудами и формации вида leader-follower (ведущий-ведомый) проведена минимизация деградации формации с учётом возмущений от второй гармоники гравитационного поля Земли. Показано, что в пассивном движении время, в течение которого тетраэдр остаётся невырожденным, зависит от высоты орбиты и размеров тетраэдра. Продемонстрировано, что на высоте 400 км при низкой солнечной активности для тетраэдра с характерным размером 1 км, это время составляет порядка недели. Исследована чувствительность формации к начальным данным движения спутников.

3) Разработана методика построения алгоритма управления относительным движением спутников в группе на основе прямого метода Ляпунова с использованием геометрических характеристик опорных орбит. Построен алгоритм управления тетраэдральной формацией, позволяющий поддерживать тетраэдр невырожденным, а качество тетраэдра – близким к необходимому. Проведена адаптация алгоритма с учётом особенностей исполнения при использовании сил аэродинамического сопротивления. Показано, что при различных наклонениях опорной орбиты, временах запуска, размерах тетраэдра и ошибок в начальных данных, построенное управление способно поддерживать тетраэдр на протяжении от одного до нескольких месяцев. Продемонстрирована возможность использования паруса на спутниках для увеличения времени поддержания заданной конфигурации тетраэдральной формации.

Научная новизна работы

Найдены необходимые и достаточные условия, накладываемые на начальные данные спутников в группе и обеспечивающие сохранение формы и размера тетраэдральной группировки в линейном приближении.

Разработана методика построения управления спутниками в группе на основе прямого метода Ляпунова и геометрических характеристик относительных опорных орбиты.

Построен алгоритм управления тетраэдральной спутниковой конфигурацией с помощью сил аэродинамического сопротивления, поддерживающий форму и размер тетраэдра.

Практическая значимость

Полученные в ходе выполнения диссертационной работы результаты позволяют:

- на этапах проектирования миссии с использованием тетраэдральной спутниковой формации подобрать необходимые опорные орбиты;
- проводить трёхмерное исследование ионосферы Земли с помощью групп малых космических аппаратов, разработанных с использованием предложенной методики;
- использовать представленную методику построения управления для поддержания относительных орбит при построении миссий с использованием спутниковых формаций.

Достоверность полученных научных положений, результатов и выводов

Достоверность результатов исследования обеспечивается соответствием выбранных моделей относительного движения спутников в группе общепринятым стандартам, проведением численного моделирования, подтверждающего полученные аналитические результаты, сравнением

полученных результатов с опубликованными ранее смежными результатами других авторов.

Апробация результатов работы

Результаты исследования доложены и обсуждены на следующих отечественных и зарубежных конференциях:

- 1) XLIV Академические Чтения по космонавтике. Москва, 28-31 января 2020 г.
- 2) XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Уфа, 19-24 августа 2019 г.
- 3) 10th International Workshop on Satellite Constellation and Formation Flying. Glasgow, Scotland, 16-19 July 2019
- 4) 69th International Astronautical Congress. Bremen, Germany, 1-5 October 2018
- 5) XLII Академические Чтения по космонавтике. Москва, 23-26 января 2018 г.
- 6) 3rd COSPAR Symposium «Small Satellites for Space Research». Jeju, Korea, 17-21 September 2017
- 7) 9th International Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying. Boulder, Colorado, USA, 19-21 June 2017
- 8) 5-ая Всероссийская научно-техническая конференция «Современные проблемы ориентации и навигации космических аппаратов». Таруса, 5-8 сентября 2016 г.

а также на научных семинарах:

- 1) семинар «Динамические системы и механика», Московский авиационный институт, руководитель семинара д.ф.-м.н., профессор Б.С. Бардин, 23 апреля 2020 г.
- 2) семинар ИКИ РАН по механике, управлению и информатике, руководитель семинара д.ф.-м.н., профессор Р.Р. Назиров, 6 февраля 2020 г.
- 3) объединённый семинар отделов №№ 5 и 7 «Механика и управление движением» ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, руководители д.ф.-м.н., профессор Ю.Ф. Голубев и д.ф.-м.н., профессор М.Ю. Овчинников, 23 января 2020 г.
- 4) семинар им. В.А. Егорова по механике космического полета, руководители д.ф.-м.н., профессор В.В. Сазонов и к.ф.-м.н., доцент М.П. Заплетин, Московский государственный университет, 4 декабря 2019 г.
- 5) семинары отдела №7 «Динамика космических систем» ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, руководитель д.ф.-м.н., профессор М.Ю. Овчинников, 4 июля 2019 г., 3 декабря 2019 г.

Публикации

Основные положения и результаты диссертации были опубликованы в 8 научных изданиях, из них 5 включено в перечень рекомендованных ВАК РФ: 3 статьи в журналах, индексируемых в базах данных Scopus и/или Web of Science, 2 препринта ИПМ им. М.В. Келдыша РАН [1–8] (публикации в изданиях, включённых в перечень ВАК, выделены полужирным начертанием).

Личный вклад автора

Содержание диссертационной работы и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора и получены лично автором. Постановки задач и результаты исследований обсуждались с соавторами опубликованных работ и научным руководителем.

Результаты работы использованы при выполнении грантов РФФИ (№№16-01-00739, 18-31-20014).

Содержание работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка использованной литературы и приложений. Объём диссертации составляет 152 страницы. Работа включает в себя 41 рисунок и 2 таблицы. Список литературы содержит 158 наименований.

Во введении обосновывается актуальность и практическая значимость работы, а также проводится обзор существующих подходов к решению поставленных задач.

Первая глава содержит общее описание тетраэдральной спутниковой формации с учётом существующих научных исследований и проведенных космических миссий. Из всех работ, так или иначе рассматривающих тетраэдральные формации спутников, особенно отмечены циклы статей, посвященные миссиям Cluster II и MMS.

Поскольку работа посвящена исследованию формации, т.е. нескольким спутникам, обращающимся по близким орбитам, для предварительных аналитических расчётов используются модели относительного движения спутников (относительно фиктивной орбитальной системы координат, либо относительно одного из спутников), в главе также приводится краткое описание используемых в работе моделей движения. Кроме того, приводится краткий обзор бестопливных методов управления относительным движением спутников в группе.

Во второй главе диссертации рассматривается следующая задача: четыре космических аппарата движутся пассивно по близким околокруговым орбитам вокруг Земли.

Необходимо

1. Найти естественное математическое описание формы тетраэдра, образуемого четырьмя спутниками.

2. Исследовать начальные условия для спутников на орбитах, чтобы тетраэдр, образуемый четырьмя спутниками, со временем не менял свою форму.

3. Обеспечить невырожденность тетраэдра в любой момент времени, т.е. обеспечить, чтобы спутники не находились в одной плоскости в каждый момент времени.

4. При выполнении условий 2 и 3 обеспечить максимальную близость тетраэдра к правильному тетраэдру того же объёма.

Всё исследование в первой главе проводится с использованием линейной модели движения Хилла-Клохесси-Уилтшира

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = 0,$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = 0,$$

$$\ddot{z} + n^2z = 0.$$

Ограниченные решения системы имеют вид

$$\begin{aligned}x_i &= A_i \sin \nu + B_i \cos \nu, \\y_i &= 2A_i \cos \nu - 2B_i \sin \nu + C_i, \quad (i=1\dots 4), \\z_i &= D_i \sin \nu + E_i \cos \nu,\end{aligned}\tag{1}$$

где буквами A, B, C, D, E обозначены константы, отвечающие за начальные условия движения спутников согласно модели.

Для описания формы тетраэдра в работе выбрана следующая скалярная функция, называемая качеством тетраэдра

$$\mathbb{Q} = 12 \frac{(3\mathbb{V})^{2/3}}{\mathbb{L}},$$

где \mathbb{V} – это объём тетраэдра, \mathbb{L} – сумма квадратов длин рёбер тетраэдра, а коэффициент подобран так, чтобы качество правильного тетраэдра равнялось единице. Подобный выбор обосновывается аналитически и численно. Аналитическое удобство выбранного качества опирается на известную связь между представленной функцией и инвариантными геометрическими характеристиками (сингулярными числами) линейного оператора преобразования правильного тетраэдра в данный. Численное обоснование опирается на известные результаты о высокой чувствительности выбранного качества к нежелательным изменениям формы тетраэдра. В главе подробно описывается и обосновывается выбор качества со ссылками на известные исследования. Приводится сравнение приведенной методики выбора качества с таковыми в миссиях Cluster II и MMS.

Далее в главе разделе описываются необходимые и достаточные условия того, чтобы качество тетраэдра оставалось ненулевым и постоянным на всём протяжении движения спутников по орбите в линейной модели движения. Последовательно доказываются и обсуждаются следующие утверждения и теоремы.

1. В линейной модели движения можно рассматривать движение группы относительно одного из спутников. Это утверждение позволяет рассматривать движение только трёх спутников, при этом их движение описывается 15 начальными данными A_i, B_i, C_i, D_i, E_i . Для удобства нотации далее в работе начальные данные группируются в векторы: $\mathbf{A} = (A_1, A_2, A_3)$, прочие векторы определяются аналогично.
2. Если спутники движутся в соответствии с уравнениями (1) так, что качество тетраэдра остаётся неизменным с течением времени, то неизменными остаются по отдельности объём тетраэдра и сумма квадратов длин его рёбер.
3. Объём тетраэдра при движении (1) рассматривается как тригонометрический полином от времени, при этом находятся

необходимые и достаточные условия сохранения объёма со временем. Эти условия имеют вид

$$\mathbf{D} = p\mathbf{A} + q\mathbf{B}, \quad \mathbf{E} = -q\mathbf{A} + p\mathbf{B},$$

где p и q – произвольные коэффициенты.

4. С учётом сохранения объёма тетраэдра находятся необходимые и достаточные условия сохранения суммы квадратов длин его рёбер. Для описания соответствующих соотношений вводится симметричная билинейная функция

$$f(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \mathbf{R}_1^T \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{R}_2.$$

Окончательные условия имеют вид

$$f(\mathbf{A}, \mathbf{C}) = 0, \quad f(\mathbf{B}, \mathbf{C}) = 0, \quad f(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = 0, \quad f(\mathbf{A}, \mathbf{A}) = f(\mathbf{B}, \mathbf{B}).$$

Затем в главе приводится аналитический алгоритм полной параметризации решений задачи с помощью диагонализации билинейной функции f . Показано, что все решения, т.е. все возможные тетраэдры, сохраняющие своё качество при движении в линейной модели, распадаются на семипараметрические семейства. Для этого в трёхмерном пространстве выбираются три попарно ортогональных вектора таких, что модули двух из них совпадают. Каждая такая тройка векторов порождает решение

$$\mathbf{A} = a_1\mathbf{e}_1 + a_2\mathbf{e}_2 + a_3\mathbf{e}_3, \quad \mathbf{B} = b_1\mathbf{e}_1 + b_2\mathbf{e}_2 + b_3\mathbf{e}_3, \quad \mathbf{C} = c_1\mathbf{e}_1 + c_2\mathbf{e}_2 + c_3\mathbf{e}_3,$$

$$\mathbf{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}.$$

Тройка векторов при этом задаётся пятью параметрами: три задают ориентацию ортогональной тройки и два фиксируют длины векторов. Оставшиеся два параметра – коэффициенты p и q , обеспечивающие сохранение объёма тетраэдра.

Подробно разбирается геометрический смысл параметров, описывающих семейства решений. Показано, что в тетраэдральной формации каждый из спутников всё время движется в одной и той же плоскости, при этом эти плоскости параллельны друг другу. Произведена замена переменных и получена геометрическая интерпретация параметров.

Полученное постоянное качество тетраэдра максимизируется с помощью аналитических методов. Показано, что максимально возможное постоянное качество тетраэдра в линейной модели движения есть $Q_{\max} = \frac{1}{\sqrt[3]{5}}$.

В третьей главе диссертационной работы в явном виде находятся опорные орбиты для тетраэдральной спутниковой формации, пригодные для миссий по изучению ионосферы Земли. Для наглядного геометрического представления получающегося тетраэдра проводится переход к амплитудно-фазовому виду с помощью замены

$$A_1 = \alpha \cos \varphi, \quad B_1 = \alpha \sin \varphi, \quad A_2 = \beta \cos \psi, \quad B_2 = \beta \sin \psi, \quad A_3 = \gamma \cos \theta, \quad B_3 = \gamma \sin \theta.$$

Здесь буквами α, β, γ обозначены амплитуды колебаний первого второго и третьего спутников в плоскости орбиты, буквами φ, ψ, θ – начальные фазы движения. Полученные уравнения однородны по амплитудам, так что нормировка $\alpha = 1, \varphi = 0$ даёт следующие уравнения.

$$\begin{aligned} 2(\beta \cos \psi + \gamma \cos \theta + \beta \gamma \cos(\psi + \theta)) &= 3(1 + \beta^2 \cos 2\psi + \gamma^2 \cos 2\theta), \\ 2(\beta \sin \psi + \gamma \sin \theta + \beta \gamma \sin(\psi + \theta)) &= 3(\beta^2 \sin 2\psi + \gamma^2 \sin 2\theta). \end{aligned} \quad (2)$$

При известных значениях амплитуд β, γ систему можно разрешить относительно фаз θ, ψ , при этом возникает вопрос о существовании решений. В работе численно построены фазовые портреты системы (2) при различных значениях β, γ (рис. 1).

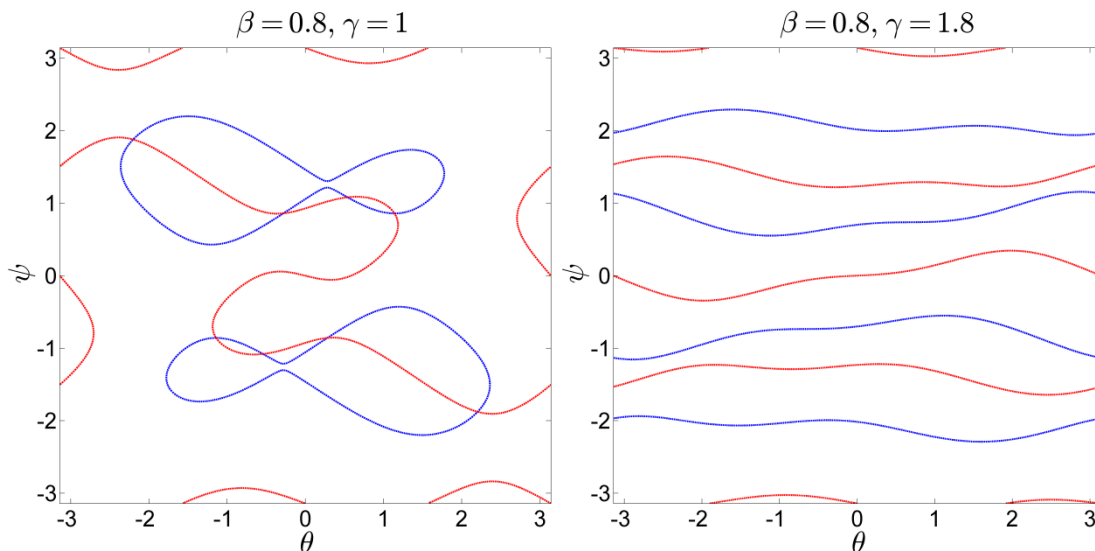


Рис. 1. Примеры фазовых портретов системы (2): синяя кривая – множество решений первого, красная – второго уравнения

Также в главе приводится численное исследование области существования решений системы (2) на плоскости β, γ (рис. 2).

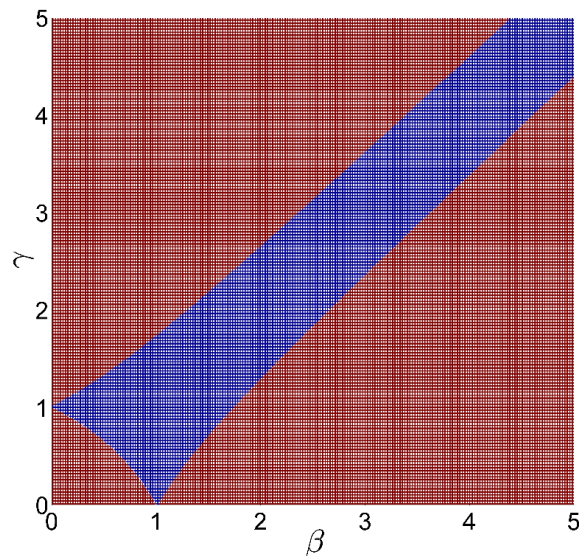


Рис. 2. Область существования решений системы (2) – синим цветом обозначены значения параметров, при которых решения существуют

Делается вывод о том, что решения существуют, когда амплитуды колебаний по крайней мере двух из трёх спутников отличаются между собой незначительно (на рисунках выше положено $\alpha = 1$).

Затем в главе получаются явные аналитические формулы для тетраэдральных формаций, в которых две из трёх амплитуд α, β, γ равны между собой. Особо исследуются два случая: трёх одинаковых амплитуд и конфигурации типа leader-follower. Первая интересна, поскольку в этом случае орбиты каждого из спутников имеют одинаковый в первом приближении эксцентриситет, а ошибки измерений, возникающие вследствие отличия тетраэдра от правильного, в среднем одинаковы между собой. Вторая конфигурация – тетраэдр, у которого два из четырёх спутников обращаются вокруг Земли по одной орбите, удобна по нескольким причинам. Возмущающие ускорения, разрушающие тетраэдр в реальном движении, влияют на два спутника, обращающиеся по одной орбите, в меньшей степени и более предсказуемым способом. Более того, на ту же орбиту можно «поставить» ещё несколько спутников друг за другом для проведения дополнительных измерений вдоль орбиты.

Случай трёх одинаковых амплитуд приводит к двум конфигурациям, образующим двухпараметрические семейства (размер и начальная фаза). Случай формации leader-follower приводит к единственному двухпараметрическому семейству (рис. 3).

Полученные семейства используются в дальнейшей работе для численного моделирования.

$$\mathbf{A} = K \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{6}/3 \cos \varphi + \sqrt{3}/3 \sin \varphi \\ \sqrt{6}/3 \cos \varphi - \sqrt{3}/3 \sin \varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = K \begin{pmatrix} 0 \\ -\sqrt{3}/3 \cos \varphi + \sqrt{6}/3 \sin \varphi \\ \sqrt{3}/3 \cos \varphi + \sqrt{6}/3 \sin \varphi \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C} = K \sqrt{\frac{5}{3}} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \sqrt{5}\mathbf{B}, \quad \mathbf{E} = -\sqrt{5}\mathbf{A}.$$

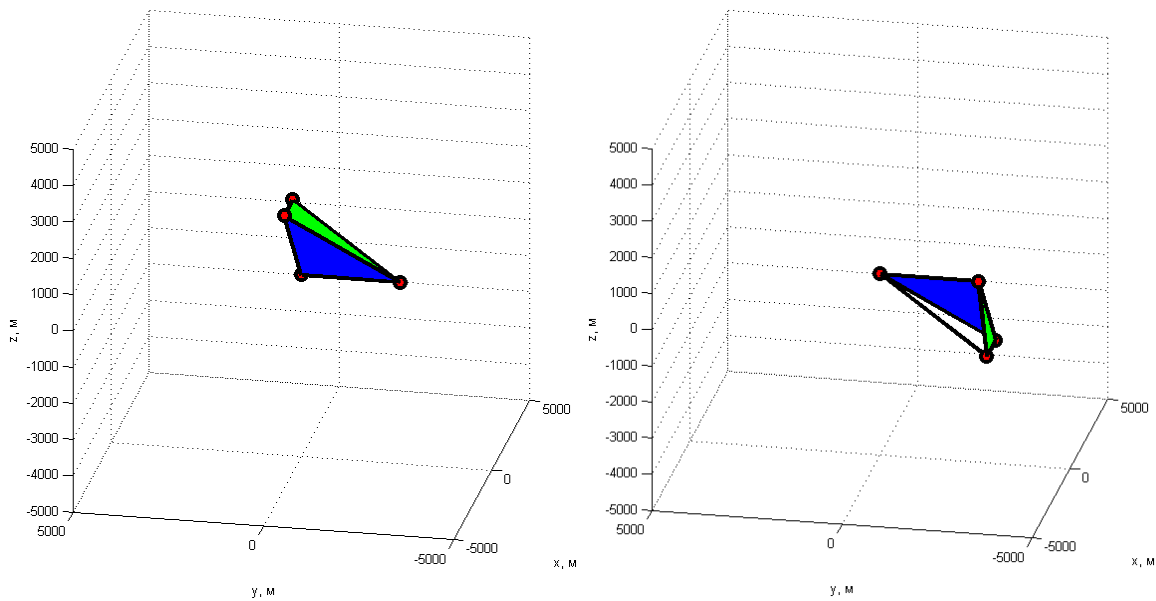


Рис. 3. Формация типа leader-follower

Опорные орбиты, сохраняющие качество, получены в линейной модели движения. В более полной модели движения, а также при наличии возмущений тетраэдр деградирует, а качество его падает, причём в некоторых случаях деградация происходит чрезвычайно быстро – на временах порядка суток. В работе полученные начальные данные для опорных орбит оптимизируются аналитически и численно. Оптимизация проводится по параметру φ , который, не влияя на геометрию тетраэдра, тем не менее, влияет на возмущения, вносимые в движение спутников.

Для аналитической оптимизации уравнения относительного движения в центральном поле разлагаются не до первого, а до второго порядка по малому параметру (отношение расстояния между спутниками к большой полуоси орбиты). В такой модели движения качество тетраэдра не сохраняется, однако удаётся найти явный вид огибающих для графика качества. Оптимизация состоит в уменьшении угла между нижней и верхней огибающими.

Полученные аналитически результаты затем оптимизируются численно – находятся начальные данные, обеспечивающие наименьшее падение качества во время пассивного обращения тетраэдра вокруг Земли. Расчёт проводится с учётом возмущений от второй гармоники гравитационного поля Земли.

Делается вывод, что поддержание пассивного невырожденного тетраэдра на промежутках времени, превышающих несколько суток, осуществить не удаётся, а потому для формирования тетраэдра неизбежно использование управления (рис. 4).

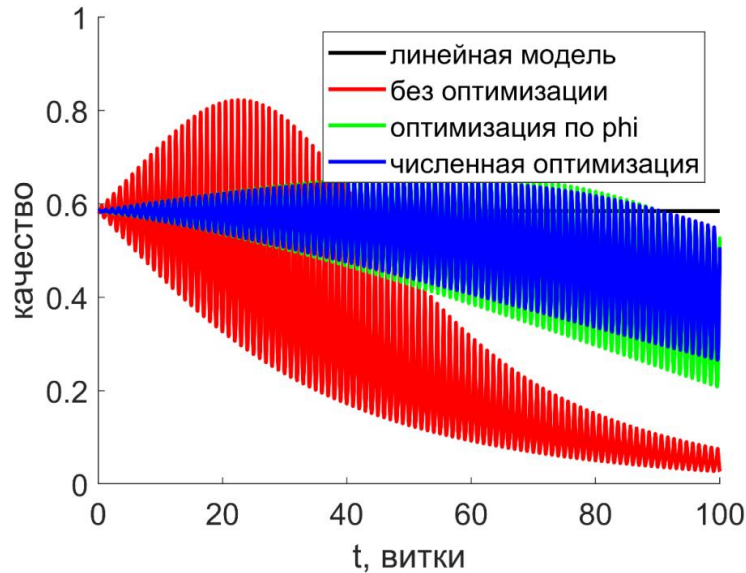


Рис. 4. Дegradaция качества формации leader-follower, высота орбиты 400 км, наклонение 56° , 1 виток = 1.54 часа

В конце главы проводится численное исследование того, насколько отклонение начальных положений и скоростей спутников от заданных влияет на динамику тетраэдральной формации и деградацию качества. Получено, что даже малая ошибка, вносимая в начальные данные, приводит к чрезвычайно быстрому разрушению тетраэдральной формации за 50 витков пассивного движения (рис. 5).

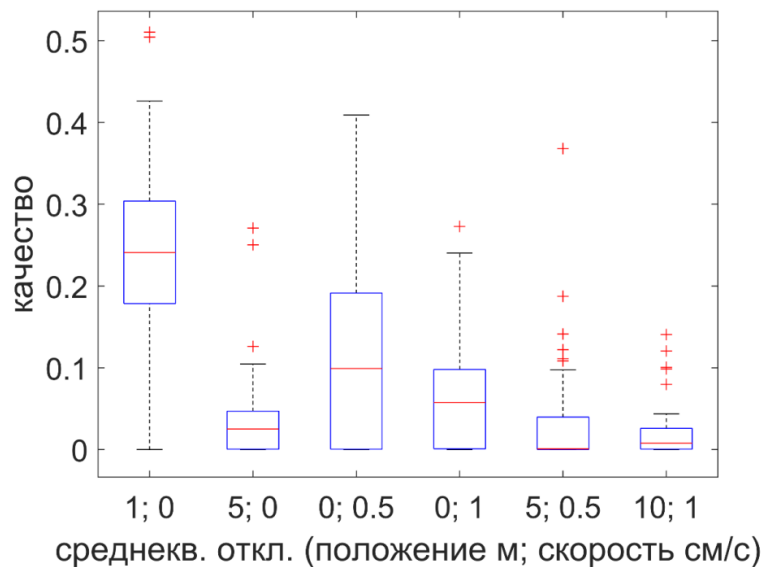


Рис. 5. Влияние ошибок исполнения на качество формации в пассивном движении

Четвертая глава работы посвящена разработке алгоритма управления спутниками в тетраэдральной формации. Основная цель исследования – разработка методики построения тетраэдральных спутниковых формаций для *малых* спутников на низких околокруговых орбитах. Поэтому целью главы является разработка бестопливного метода управления спутниками. Естественный выбор на низких орбитах – управление с помощью сил атмосферного сопротивления.

Управление строится с помощью линейной модели движения спутников в криволинейных координатах. Вначале рассматриваются два спутника, обращающиеся вокруг Земли по близким околокруговым орбитам. С учётом управления уравнения относительного движения имеют следующий вид

$$\frac{d^2}{dt^2} \rho - 2n \frac{d}{dt} (a_0 \varphi) - 3n^2 \rho = u_x,$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (a_0 \varphi) + 2n \frac{d}{dt} \rho = u_y,$$

$$\frac{d^2}{dt^2} (a_0 \theta) + n^2 (a_0 \theta) = u_z.$$

Без управления движение в такой модели описывается системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Для получения закона управления применяется метод вариации постоянных. Вводятся новые переменные $A, B, C, D, \eta, \lambda$, замена определяется формулами

$$\begin{aligned} \rho &= A \sin \eta + 2C, & a_0 \theta &= 2A \cos \eta + D, & a_0 \varphi &= B \sin \lambda, \\ \frac{d}{dt} \rho &= A n \cos \eta, & \frac{d}{dt} (a_0 \theta) &= -2A n \sin \eta - 3C \omega, & \frac{d}{dt} (a_0 \varphi_0) &= B n \cos \lambda. \end{aligned}$$

Две переменные A, B имеют смысл амплитуд колебаний спутника в плоскости орбиты и перпендикулярно плоскости орбиты соответственно. C имеет смысл скорости относительно дрейфа спутников, D – относительного сдвига спутников вдоль направления скорости движения. В линейной невозмущенной модели движения их производные равны нулю тождественно, поскольку величины сохраняются. Переменные η, λ имеют смысл фаз относительного движения спутника в и вне плоскости орбиты.

Производные новых переменных, взятые в силу уравнений движения, равны

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \frac{1}{n} (u_x \cos \eta - 2u_y \sin \eta), & \dot{B} &= \frac{1}{n} u_z \cos \lambda, \\ \dot{C} &= \frac{1}{n} u_y, & \dot{D} &= -3Cn - \frac{2}{n} u_x, \\ \dot{\lambda} &= n - \frac{1}{nB} u_z \sin \lambda, & \dot{\eta} &= n - \frac{1}{An} (u_x \sin \eta + 2u_y \cos \eta). \end{aligned}$$

Управление в работе строится таким образом, чтобы оно обеспечивало поддержание необходимых геометрических параметров тетраэдра с помощью прямого метода Ляпунова. Пусть D_{ref} – требуемое значение относительного сдвига спутников. Тогда кандидат-функция Ляпунова

$$V = C^2 + k_D(D - D_{ref})^2, \quad k_D > 0.$$

Вычисляя производную в силу уравнений движения и обеспечивая неположительность этой производной, получается следующий закон управления

$$u_y = 3n^2 k_D (D - D_{ref}) - k_C C,$$

где k_C, k_D – произвольные положительные коэффициенты. Необходимо отметить, что при расчёте управления не учитываются никакие нелинейные возмущения, а потому даже при малости этих возмущений (что предполагается вследствие близости орбит спутников) построенное управление приводит систему лишь в некоторую окрестность требуемого движения.

Основной проблемой при обеспечении управления с помощью сил атмосферного сопротивления является то, что сила воздействия направлена преимущественно вдоль скорости движения аппаратов. Это делает движение по остальным осям неконтролируемым и неуправляемым.

Для обеспечения формации типа leader-follower помимо

$$D_1 = D_{ref}, \quad D_2 = D_3 = 0.5D_{ref}, \quad C_1 = C_2 = C_3 = 0,$$

$$A_1 = B_1 = 0, \quad A_2 = A_3 = A_{ref}, \quad B_2 = B_3 = B_{ref}.$$

(здесь индексы при буквах есть номер спутника) требуется обеспечить правильную разность фаз между спутниками

$$\lambda_2 - \lambda_1 = \eta_2 - \eta_1 = \arccos \frac{1}{3}.$$

В случае управления с помощью силы атмосферного сопротивления только компонента u_y управления является достаточно большой. Для регулирования фаз и амплитуд колебаний в работе также используется прямой метод Ляпунова. В частности, кандидат-функция Ляпунова

$$V_{A,\phi} = (A_2 - A_{ref,2})^2 + (A_3 - A_{ref,3})^2 + k_\phi \left(\eta_2 - \lambda_2 - \frac{\pi}{2} \right)^2 + k_\phi \left(\eta_3 - \lambda_3 - \frac{\pi}{2} \right)^2$$

используется для поддержания амплитуд в плоскости орбиты и сохранения ориентации плоскости относительной орбиты.

Поскольку необходимое значение u_y ограничивает лишь один из углов, которые нормаль к поверхности спутника образует с осями системы координат, задание u_y не полностью задаёт ориентацию спутника. Оставшаяся степень свободы используется для обеспечения управления в направлении Oz ,

перпендикулярном плоскости опорной орбиты. Используемая модель атмосферы имеет вид

$$\mathbf{a}_{атм} = -\rho \frac{S}{m} (\delta \mathbf{v}, \mathbf{n}) \cdot ((1 - \varepsilon) \delta \mathbf{v} + 2\varepsilon \mathbf{n} (\delta \mathbf{v}, \mathbf{n}) + (1 - \varepsilon) \alpha \mathbf{n}).$$

Здесь $\rho_{атм}$ есть плотность атмосферы, $\delta \mathbf{v}$ – скорость относительно атмосферы, \mathbf{n} – направление нормали, α, ε – коэффициенты отражения и поглощения. Иными словами, для управления вне плоскости орбиты используется подъёмная сила атмосферы. На рассматриваемых высотах (около 400 км) эта сила мала по сравнению с силой лобового сопротивления, а потому движение перпендикулярно плоскости орбиты слабо управляемо.

При моделировании управляемого движения использовалась модель движения, включающая возмущения, связанные с несферичностью поля Земли и с воздействием атмосферы на спутники. Интегрирование проводилось численно, независимо для каждого из спутников, в инерциальной системе координат. Показано, что управление значительно продлевает время жизни тетраэдральной формации (рис. 6).

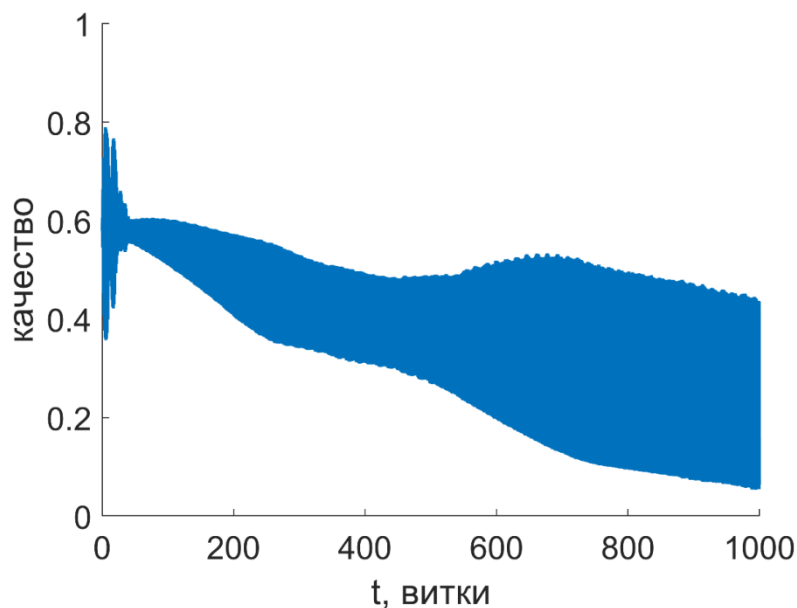


Рис. 6. Эволюция качества формации при наличии управления

Для продления жизни тетраэдральной формации на орбите в работе предлагаются несколько способов. Один из них – использовать тетраэдральную формацию малого размера. В частности, формацию с характерным размером 100 м удаётся поддерживать на протяжении длительных периодов времени (рис. 7).

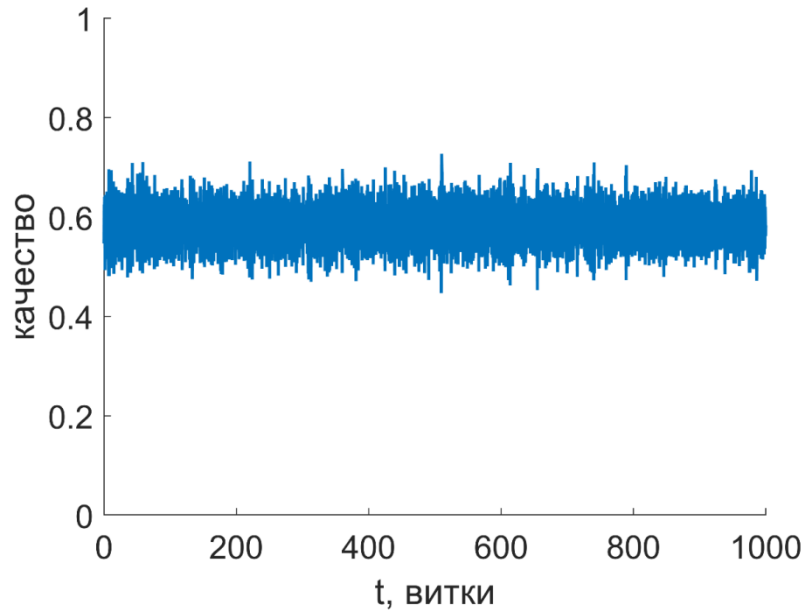


Рис. 7. Эволюция качества формации малого размера при наличии управления

Другой рассматриваемый способ – использование паруса (рис. 8).

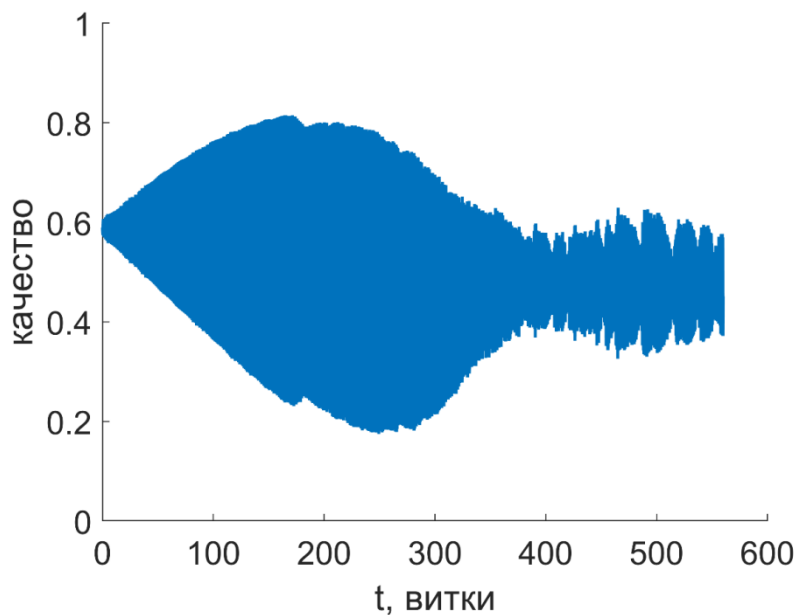


Рис. 8. Эволюция качества тетраэдра при наличии управления и использовании паруса

В работе делается вывод, что хотя управление с помощью только лишь сил атмосферного сопротивления в общем случае неспособно поддерживать тетраэдральную формацию неограниченно долго, оно может существенно замедлить деградацию формации. Срок жизни тетраэдра на орбите может быть продлен до нескольких месяцев. Отмечается также, что возможность управления зависит от высоты, наклона орбиты, времени запуска и характерного размера тетраэдральной формации.

В заклучении сформулированы основные результаты, полученные в ходе диссертационного исследования.

Приложения содержат дополнительные и вспомогательные сведения, слишком громоздкие для основного текста работы.

Основные результаты и выводы

Решена задача построения и поддержания тетраэдральной формации спутников на орбите. Первая глава работы содержит описание тетраэдральной формации, описание систем координат, вспомогательные сведения и соотношения.

Во второй главе решена общая задача нахождения опорных орбит для спутников в тетраэдральной формации. Введено и обосновано понятие качества тетраэдра, найдены необходимые и достаточные условия сохранения качества тетраэдра во время его пассивного движения по орбите в линейной модели относительного движения спутников. Подробно исследована система уравнений, описывающая упомянутые выше условия, описан геометрический смысл отдельных параметров найденных движений.

В третьей главе подробно исследована зависимость существования тетраэдральной формации с постоянным качеством в линейной модели от амплитуд колебаний отдельных спутников формации. Выделены специфические семейства решений, особое внимание уделено формациям, в которых амплитуды колебаний спутников равны между собой: формации типа «leader-follower» и формациям с тремя равными амплитудами. Описаны геометрические характеристики соответствующих тетраэдров, проведено аналитическое уточнение полученных опорных орбит. Построена методика получения опорной орбиты в модели движения, учитывающей нелинейность гравитационного поля Земли. Исследована зависимость скорости деградации формации от величины ошибок выведения спутников на опорную орбиту. По результатам исследования сделан вывод о необходимости управления спутниками формации, поскольку в пассивном движении качество тетраэдра падает до нуля в течение нескольких дней.

Четвёртая глава посвящена построению методики управления спутниками в формации, основанной на использовании прямого метода Ляпунова. Для построения кандидат-функции Ляпунова использованы геометрические характеристики относительных орбит спутников группы. Построенный алгоритм управления адаптирован к задаче с учетом особенностей его реализации при помощи сил аэродинамического сопротивления. Показано, что тетраэдральная формация в зависимости от своего размера и требуемых характеристик орбит может поддерживаться на протяжении нескольких месяцев.

Список публикаций по теме диссертации

1. Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Управление тетраэдральной группой спутников при помощи силы атмосферного сопротивления // XLIV Академические Чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства (Москва, 28-31 января 2020 г.): сборник тезисов в 2 т. Т. 1. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. С. 307–308.
2. **Shestakov S., Ovchinnikov M., Mashtakov Y. Analytical Approach to Construction of Tetrahedral Satellite Formation // J. Guid. Control. Dyn. 2019. Vol. 42, № 12, P. 2600–2614.**
3. Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Исследование тетраэдральной формации спутников на низкой околоземной орбите // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: Сборник трудов в 4 томах. Т. 1. Общая и прикладная механика. Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. С. 749–751.
4. **Smirnov G. V. et al. Tetrahedron formation of nanosatellites with single-input control // Astrophys. Space Sci. 2018. Vol. 363, № 9. P. 180.**
5. **Ovchinnikov M., Shestakov S., Mashtakov Y. Analytical approach to construction a reference motion for tetrahedral satellite formation // Proceedings of the 69th International Astronautical Congress (IAC 2018). Curran Associates, Inc. (2019). Vol.11. P. 7668–7675.**
6. Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Построение опорных относительных орбит для тетраэдральной конфигурации спутников // Труды XLII Академических Чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства. Москва, 23-26 января 2018 г. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. С. 87–88.
7. **Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Построение некоторых опорных относительных орбит для тетраэдральной конфигурации спутников // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2017. № 84. С. 1–26.**
8. **Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Поддержание тетраэдральной конфигурации группы спутников при помощи одноосного управления // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2016. № 95. С. 1–27.**

