

**На правах рукописи**

**Ткачев Степан Сергеевич**

**Исследование управляемого углового движения  
аппаратов с ротирующими элементами**

**Специальность 01.02.01 – Теоретическая механика**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Москва - 2011**

Работа выполнена в Институте прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор

Овчинников Михаил Юрьевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук

Меркурьев Игорь Владимирович

кандидат физико-математических наук,

доцент

Досаев Марат Закирджанович

Ведущая организация: Московский авиационный институт

(государственный технический университет)

Защита состоится “31” мая 2011 г. в 11 часов на заседании Диссертационного совета Д 002.024.01 при Институте прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН по адресу: 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН.

Автореферат разослан “ \_\_\_\_ ” апреля 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

доктор физико-математических наук

 Т.А.Полилова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Объект исследования и актуальность работы

Объектом исследования в диссертационной работе являются системы управления ориентацией с ротирующими элементами: маховичные системы для спутников и системы с вентиляторными двигателями для ориентации тела, подвешенного на вертикальной струне.

В настоящее время маховичные системы получили широкое распространение. Они использовались, например, на спутнике “Электро (GOMS)”, спутниках серий “Метеор”, “Ресурс-О”, “Канопус”, спутнике “Татьяна-2”, поздних версиях “Meteosat”, малых спутниках “BIRD”, “SNAP”, “RapidEye” и других. Вопросами исследования динамики и построения таких систем занимались Б.В.Раушенбах, Е.Н.Токарь, В.Н.Бранец, В.В.Сазонов, О.М.Мирошник, А.Д.Беленький, К.Т.Alfriend, R.W.Longman, B.Wie и многие другие. Современные технологии позволяют использовать маховики на малогабаритных спутниках. Основным их преимуществом является возможность применения в отсутствие внешних силовых полей. Маховики не расходуют рабочее тело, как это делают реактивные двигатели, имеют достаточно малую массу. К недостаткам можно отнести насыщение маховиков (достижение максимальной скорости вращения или максимального кинетического момента), когда они уже не могут более увеличивать угловую скорость собственного вращения, а, следовательно, создавать управляющий момент. Обычно на спутниках имеются механизмы разгрузки маховиков. Однако возникают ситуации, представляющие практический интерес, когда использование таких механизмов невозможно (малые габариты аппарата, отсутствие или слабость полей). Поэтому необходимо провести детальное исследование динамики управляемого движения, чтобы гарантировать требуемую длительность эффективного функционирования маховиков без их разгрузки.

Второй тип систем ориентации – на базе вентиляторных двигателей - может применяться для объектов, движущихся в атмосфере, например, для управления ориентацией полезной нагрузки, подвешенной на воздушном баллоне. Баллоны широко используются для проведения научных исследований. С недавнего времени они стали применяться в образовательных целях<sup>1</sup>. При выполнении отдельных задач, решаемых полезной нагрузкой, требуется наведение прибора в заданную точку на поверхности Земли или отслеживание осью прибора направления в пространстве. Для подобного рода объектов в качестве исполнительных органов системы ориентации используются маховики. Такие системы, хотя и являются довольно точными и надежными, обходятся недешево. В настоящей работе анализируется использование исполнительных органов системы управления ориентацией в виде лопастных воздушных (вентиляторных) двигателей. В этом случае с их помощью удастся обеспечить необходимую ориентацию полезной нагрузки вокруг вертикали. Такие системы просты в эксплуатации и относительно дешевы. В то же время для небольших высот над поверхностью Земли (конкретные высоты зависят от параметров двигателя) эти двигатели достаточно эффективны. Эту систему можно протестировать в лабораторных условиях, что существенно упрощает задачу верификации математических моделей и алгоритмов управления.

## **Цель диссертационной работы**

Основной целью диссертационной работы является разработка комплексного подхода к исследованию динамики подвижных объектов с ротирующими элементами, входящими в состав систем управления ориентацией, и апробация методов управления их угловым движением на реальных примерах. Должны быть решены задачи построения алгоритма

---

<sup>1</sup> Примером является Европейская образовательная программа BEXUS, в рамках которой молодые исследователи участвуют в создании служебных модулей и полезной нагрузки для воздушных шаров, проводят их натурные испытания.

управления, реализующего программное движение и обеспечивающего его асимптотическую устойчивость, выбора параметров управления, оценки точности ориентации при действующих возмущениях.

### **Научная новизна работы**

Проведен анализ динамики малогабаритных аппаратов с маховичным и вентиляторным управлением с учетом специфики их конструктивного исполнения и условий движения.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- методы исследования применены для анализа динамики и оценки эффективности функционирования систем управления в ситуациях, когда система стеснена ограничениями на управление и информационно-вычислительное обеспечение;
- получены оценки точности ориентации в виде конечных соотношений при наличии разного рода возмущений;
- предложен и исследован алгоритм управления ориентацией макета на вертикальной струне, который позволяет реализовать требуемый режим его углового движения с помощью вентиляторных двигателей.

### **Практическая и теоретическая ценность**

Полученные в диссертации результаты применены к системам с маховичным управлением и управлением ориентацией с помощью вентиляторных двигателей. Найденные параметры управления и оценки точности ориентации получены в виде конечных общих соотношений, что позволяет эффективно проводить предварительный анализ динамики и синтез параметров систем управления.

Приведенная в работе методика использована при исследовании углового движения российского микроспутника “Чиби́с-М” и шведского микроспутника

“Mjollnir” с трехосным маховичным управлением ориентацией, и макета системы управления ориентацией полезной нагрузки, подвешенной на струне, с вентиляторными двигателями.

### **Выносимые на защиту результаты и положения**

1. В рамках исследования динамики микроспутника с трехосной маховичной системой ориентации синтезирован алгоритм управления, реализующий требуемое движение и его асимптотическую устойчивость; получены параметры алгоритма; получены оценки точности ориентации в виде конечных формул при действии внешних возмущений, при наличии ошибок в установке исполнительных элементов и определении главных осей инерции аппарата. Проведена лабораторная верификация полученных результатов.

2. Для осесимметричного вращающегося аппарата с маховичным управлением синтезирован алгоритм управления; построена, обоснована и реализована методика определения параметров управления; найдены конечные соотношения, описывающие эволюцию кинетических моментов маховиков на длительных интервалах времени; предложена модификация алгоритма управления, снижающая требования к информационно-вычислительному обеспечению спутника.

3. Для воздушно-винтовой (вентиляторной) системы ориентации макета на вертикальной струне проведена верификация принятой модели управляющего момента, включая лабораторные испытания, экспериментально определены параметры управления, синтезирован алгоритм работы вентиляторных двигателей, реализующий требуемый программный режим разворота вокруг вертикальной оси.

## Апробация работы

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях:

– 6th International Symposium of IAA “Small Satellites for Earth Observation”, Berlin, Germany, 2007;

– XXXI, XXXII, XXXV Академических чтениях по космонавтике, секция “Прикладная небесная механика и управление движением”, Москва, 2006, 2007, 2010гг.;

– 42-х, 44-х Чтениях, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского, секция “Проблемы ракетной и космической техники”, Калуга, 2007, 2009гг.;

– V Научно-практической конференции “Микротехнологии в авиации и космонавтике”, Москва, 2007г.;

– 49-ой, 50-ой, 52-ой, 53-ей Научных конференциях МФТИ “Современные проблемы фундаментальных наук”, Долгопрудный 2006, 2007, 2009, 2010гг.;

– семинаре “Динамика относительного движения”. Руководители: чл.-корр. РАН, проф. В.В.Белецкий, проф. Ю.Ф.Голубев, доц. К.Е.Якимова, доц. Е.В.Мелкумова (Москва, МГУ, 2009г.).

– семинаре “Анализ и синтез управляемых процессов”. Руководители: проф. В.В.Александров, д.ф.-м.н. С.С.Лемак. (Москва, МГУ, 2010г.).

– семинаре им. В.А.Егорова по механике космического полета. Руководители: чл.-корр. РАН, проф. В.В.Белецкий, проф. М.П.Заплетин и проф. В.В.Сазонов (Москва, МГУ, 2010г.);

– расширенном семинаре отдела №5 Института прикладной математики им.М.В.Келдыша РАН. Руководитель: проф. Ю.Ф.Голубев (Москва, 2011г.);

– семинаре кафедры теоретической механики Московского энергетического института. Руководитель: д.т.н. И.В.Меркурьев (Москва, 2011г.);

– семинаре кафедры теоретической механики Московского авиационного института. Руководитель: проф. Б.С.Бардин (Москва, 2011г.).

Результаты, полученные в работе, опубликованы в двух учебно-методических пособиях и используются при чтении спецкурса “Динамика и управление механическими системами” в МФТИ на кафедре теоретической механики.

Исследования по теме диссертации проведены в рамках работ по грантам РФФИ № 09-01-00431, № 07-01-92001, № 07-01-00040, № 06-01-00389, № 03-01-00652, Программы поддержки ведущих научных школ - НШ-6700.2010.1, НШ-1123.2008.1, НШ-2448.2006.1, НШ-2003.2003.1, гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук МК-2020.2010.1, Аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы (2006-2008гг.)”, проект № 6827, Гос. контрактам с Министерством образования и науки № 02.514.11.4011, № 02.434.11.7061, № 02.700.12.050, № 02.740.11.0860.

Результаты исследования опубликованы в 17 печатных работах, из них две - в рекомендованных ВАК изданиях. Список работ приведен в конце автореферата.

## **Структура и объем диссертации**

Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и двух приложений.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы, приведен обзор литературы, который касается текущего состояния дел в области активных систем ориентации малых аппаратов. Дано краткое содержание работы.

В **первой главе** диссертации приводятся системы координат (СК), которые используются в работе, получен алгоритм управления ориентацией, доказано, что он обеспечивает асимптотическую устойчивость требуемого движения. Основными системами координат, о которых идет речь в работе, являются связанная система координат, оси которой являются главными осями инерции тела и опорная система координат, движение и оси которой задаются требуемым движением аппарата в установившемся режиме. При доказательстве асимптотической устойчивости требуемого движения используется теорема Барбашина-Красовского. Получены уравнения управляемого движения в виде

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{отн} + k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{отн} + k_a\mathbf{S} = 0, \quad \dot{\mathbf{A}} = \mathbf{W}\mathbf{A},$$

которые дополняются законом управления

$$\mathbf{M}_{упр} = -k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{отн} - k_a\mathbf{S} + \mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_0 + \mathbf{W}\mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\omega}_{abc} \times \mathbf{K} - \mathbf{M}_{вн}.$$

Здесь  $\mathbf{J}$  - тензор инерции;  $\boldsymbol{\omega}_{отн}$  - вектор относительной угловой скорости (движения связанной относительно опорной системы координат);

$\mathbf{S} = (a_{23} - a_{32} \quad a_{31} - a_{13} \quad a_{12} - a_{21})^T$  - вектор рассогласования по ориентации;  $\mathbf{A}$  - матрица направляющих косинусов (переход от опорной к связанной СК);  $\mathbf{W}$  - кососимметрическая матрица, компонентами которой являются элементы вектора относительной угловой скорости;  $k_a, k_{\omega}$  - параметры управления;  $\boldsymbol{\omega}_0$  - абсолютная угловая скорость опорной системы координат;  $\boldsymbol{\omega}_{abc}$  - абсолютная угловая скорость аппарата;  $\mathbf{K}$  - суммарный кинетический момент аппарата;  $\mathbf{M}_{вн}$  - момент внешних сил. В дальнейшем эти уравнения используются для исследования движения исследуемых в последующих главах объектов.

Во **второй главе** проводится исследование углового движения спутника с активной трехосной маховичной системой ориентации, который движется по круговой орбите вокруг Земли. Здесь в качестве опорной используется орбитальная система координат, ось  $Ox_3$  которой направлена по вектору местной вертикали,  $Ox_2$  по нормали к плоскости орбиты, а третья ось дополняет это систему до правой. Вся необходимая информации о текущей ориентации считается известной. Результаты исследования использованы при

разработке системы ориентации российского микроспутника «Чибиc-M». На основании результатов первой главы диссертации в первом разделе получены уравнения движения в виде

$$\begin{aligned} J\dot{\omega}_{отн} + k_a S + k_\omega \omega_{отн} &= 0, \\ \dot{H} + (A\omega_0 + \omega_{отн}) \times H &= M + k_a S - A\omega_0 \times JA\omega_0 + k_\omega \omega_{отн} + \\ &- \omega_{отн} \times J\omega_{отн} - \omega_{отн} \times JA\omega_0 - JWA\omega_0 - A\omega_0 \times J\omega_{отн} - JA\dot{\omega}_0, \\ \dot{A} &= WA. \end{aligned}$$

Здесь  $H$  - кинетический момент маховиков.

Во втором разделе проведен поиск параметров управления, обеспечивающих максимальную степень устойчивости характеристического многочлена линеаризованной системы. Для этого система уравнений записывается в безразмерных переменных, линеаризуется в окрестности положения равновесия  $A = \text{diag}(1 \ 1 \ 1)$ ,  $\Omega = (0 \ 0 \ 0)$  и записывается характеристический многочлен системы, который имеет вид

$$(\lambda^2 + K_\omega \lambda + 2K_a)(\theta_1 \lambda^2 + K_\omega \lambda + 2K_a)(\theta_2 \lambda^2 + K_\omega \lambda + 2K_a) = 0.$$

Здесь введены безразмерные параметры  $K_a = t_0^2 k_a / J_1$ ,  $K_\omega = t_0 k_\omega / J_1$ ,  $\theta_1 = J_2 / J_1$ ,

$\theta_2 = J_3 / J_1$ . Корни этого многочлена легко определяются, что позволяет найти параметры  $K_a$  и  $K_\omega$ , обеспечивающие максимальную степень устойчивости<sup>2</sup>.

Получившиеся соотношения между параметрами дополняются уравнением, характеризующим ограничение на максимальный управляющий момент. В итоге определяется искомая пара параметров управления.

Третий раздел посвящен исследованию эволюции кинетических моментов маховиков на длительном интервале времени под действием магнитного (механического момента, обусловленного взаимодействием остаточного дипольного момента аппарата и геомагнитного поля) и аэродинамического возмущающих моментов. Предполагается, что аппарат

<sup>2</sup> Я.З.Цыпкин, П.В.Бромберг. О степени устойчивости линейных систем // Изв. АН СССР. ОТН. 1945. № 12. С.1163–1168.

точно сориентирован, т.е. управление удерживает связанные оси строго параллельно соответствующим осям опорной системы координат. Уравнение, описывающее эволюцию кинетического момента маховиков, имеет вид

$$\dot{\mathbf{H}} + \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{H} = \mathbf{M}_m + \mathbf{M}_a - \boldsymbol{\omega}_0 \times J\boldsymbol{\omega}_0.$$

Здесь  $\mathbf{M}_m$  и  $\mathbf{M}_a$  - соответственно, магнитный и аэродинамический моменты аппарата. Аэродинамический момент рассматривается в приближении сосредоточенного центра давления, а магнитный учитывает взаимодействие остаточного дипольного момента спутника и геомагнитного поля. Используя в качестве модели магнитного поля поле прямого диполя, получено решение в виде конечных зависимостей от времени и параметров моделей моментов. С учетом этого решения находится оценка времени, за которое достигается максимальный кинетический момент маховиков.

Четвертый раздел посвящен анализу влияния возмущений на точность ориентации. В качестве возмущений рассматриваются влияние внешних моментов, недиагональность тензора инерции и ошибки при установке исполнительных элементов системы ориентации – маховиков. При этом предполагается, что эти возмущения неизвестны, а, значит, не учитываются при формировании управления, с другой стороны эти возмущения достаточно малы, чтобы оказывать заметное влияние на систему при движениях вдали от положения равновесия. Уравнения движения в этом случае принимают вид

$$J\dot{\boldsymbol{\omega}}_{отн} + k_a \mathbf{S} + k_{\omega} \boldsymbol{\omega}_{отн} = \mathbf{M}_{возм}, \quad \dot{\mathbf{A}} = \mathbf{W}\mathbf{A}.$$

Движение системы при малом возмущении будет происходить в некоторой окрестности положения равновесия невозмущенной системы. Задачей этого раздела является нахождение отклонений движения от положения равновесия, что и является оценкой точности ориентации.

Доказывается следующее утверждение. Пусть имеется возмущенная система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$(\mathbf{D}_0 + \varepsilon \mathbf{D}_1) \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{E}_0 + \varepsilon \mathbf{E}_1) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{F}_0 + \varepsilon \mathbf{F}_1) \mathbf{q} = \varepsilon \mathbf{Q}.$$

Здесь  $\mathbf{D}_0, \mathbf{D}_1, \mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{F}_0, \mathbf{F}_1$  - матрицы с постоянными элементами,  $\mathbf{Q}$  - вектор с постоянными компонентами, и введен малый параметр  $\varepsilon \ll 1$ . Кроме этого, известно, что характеристический многочлен невозмущенной системы

$$\mathbf{D}_0 \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{E}_0 \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_0 \mathbf{q} = 0$$

устойчив. Тогда многочлен и для возмущенной системы при достаточно малом  $\varepsilon$  будет устойчивым, а новое асимптотически устойчивое положение равновесия будет иметь вид  $\mathbf{q}_0 = \varepsilon (\mathbf{F}_0 + \varepsilon \mathbf{F}_1)^{-1} \mathbf{Q} = \varepsilon \mathbf{F}_0^{-1} \mathbf{Q} + O(\varepsilon^2)$ .

Это утверждение используется для оценки точности ориентации при влиянии внешних возмущений (магнитный и аэродинамический моменты) и недиагональности тензора инерции. В первом случае возмущающий момент имеет вид

$$\mathbf{M}_{\text{возм}} = -\frac{1}{2} \rho C_x S v \mathbf{r}_a \times \mathbf{v} + \mathbf{L} \times \mathbf{B},$$

а оценка точности ориентации определяется соотношениями

$$\alpha_{\min} = -\frac{t_0^2}{2K_a J_1} \left( \frac{1}{2} r_{a3} \rho C_x S v^2 - L_3 B_1 + L_1 B_3 \right),$$

$$\beta_{\min} = \frac{t_0^2}{2K_a J_1} \left( \frac{1}{2} r_{a2} \rho C_x S v^2 + L_1 B_2 - L_2 B_1 \right), \quad \gamma_{\min} = -\frac{t_0^2}{2K_a J_1} (L_2 B_3 - L_3 B_2).$$

Во втором -  $\mathbf{M}_{\text{возм}} = -\mu J_1 \mathbf{I}_{\text{цб}} \dot{\boldsymbol{\omega}}_{\text{abc}} - \mu \boldsymbol{\omega}_{\text{abc}} \times J_1 \mathbf{I}_{\text{цб}} \boldsymbol{\omega}_{\text{abc}}$ . Здесь

$$\mu = \frac{J_{12}}{J_1} = \frac{J_{13}}{J_1} = \frac{J_{23}}{J_1}, \quad \mathbf{I}_{\text{цб}} - \text{матрица центробежных моментов инерции, } \boldsymbol{\omega}_{\text{abc}}$$

- вектор абсолютной угловой скорости. В этом случае оценка точности ориентации определяется соотношениями

$$\alpha_{\min} = 0, \quad \beta_{\min} = \mu \frac{\omega_{\text{opb}}^2}{2J_1 K_a} t_0^2, \quad \gamma_{\min} = -\mu \frac{\omega_{\text{opb}}^2}{2J_1 K_a} t_0^2.$$

В случае, когда возмущения вызваны отклонением осей маховиков относительно главных осей инерции, возмущающий момент имеет вид

$$\mathbf{M}_{\text{возм}} = -v \dot{\mathbf{H}}_1 - v \boldsymbol{\omega}_{\text{abc}} \times \mathbf{H}_1,$$

где  $\mathbf{H}_1 = (H_3 \ H_1 \ H_2)^T$ ,  $\nu \ll 1$ . Выражения для вынужденных колебаний получены в явном виде.

На основании результатов, полученных в первых четырех разделах второй главы, в пятом разделе проводится моделирование углового движения спутника «Чибис-М», а в шестом разделе приведены результаты лабораторных испытаний макета его системы ориентации.

Предметом изучения в **третьей главе** является алгоритм для трехосной маховичной системы ориентации быстровращающегося осесимметричного микроспутника. Ось  $Ox_1$  аппарата является осью симметрии. Здесь опорной системой координат является система, ось  $OX_1$  которой направлена на Солнце, а две другие вращаются с заданной постоянной угловой скоростью вокруг первой оси. Особенностью системы ориентации является отсутствие механизмов разгрузки, в то время как функционирование должно обеспечиваться в течение продолжительного времени. Результаты, полученные в главе, использованы при исследовании углового движения шведского микроспутника “Mjollnir”.

В первом разделе главы приводится постановка задачи. Второй раздел посвящен выводу уравнений движения и доказательству асимптотической устойчивости требуемого положения равновесия (закон управления здесь получен согласно методу, приведенному в первой главе). Производится переход к полусвязанным осям и выделяется осевое вращение, позволяющие понизить порядок системы на единицу.

В третьем разделе исследуются переходные процессы с целью нахождения зависимости между начальными условиями (ориентация и угловая скорость аппарата при отделении) и значениями кинетических моментов маховиков после приведения аппарата в положение равновесия. С учетом того, что управляющий момент намного больше момента внешних сил (в настоящей главе этим моментом является гравитационный момент), полагается, что суммарный кинетический момент аппарата сохраняется. В итоге получена

следующая связь между начальными условиями и кинетическими моментами МАХОВИКОВ:

$$h_{s1} = -1 + \Omega_{10} \cos \alpha \cos \beta - \theta \Omega_{20} \cos \alpha \sin \beta + \theta \Omega_{30} \sin \alpha,$$

$$h_{s2} = \Omega_{10} \sin \beta + \theta \Omega_{20} \cos \beta,$$

$$h_{s3} = -\Omega_{10} \sin \alpha \cos \beta + \theta \Omega_{20} \sin \alpha \sin \beta + \theta \Omega_{30} \cos \alpha.$$

Здесь  $\Omega_{i0}$  ( $i=1, 2, 3$ ) – абсолютная угловая скорость аппарата при отделении.

Все выражения записаны в безразмерных величинах

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \omega_{01} (1 \quad \varepsilon \cos \omega_{01} t \quad -\varepsilon \sin \omega_{01} t)^T = \omega_{01} \boldsymbol{\Omega}_0, \mathbf{J} = J_1 \text{diag}(1 \quad \theta \quad \theta) = J_1 \mathbf{I}, \mathbf{H} = J_1 \omega_{01} \mathbf{h},$$

$$\boldsymbol{\omega}_{отн} = \omega_{01} \boldsymbol{\Omega}_{отн}, \tau = \omega_{01} t,$$

где  $\omega_{01}$  - угловая скорость осевого вращения аппарата, параметр, который

считается малым параметром  $\varepsilon = \omega_{02} / \omega_{01} \ll 1$ ,  $\omega_{02}$  - скорость поворота оси симметрии в пространстве.

Второй задачей этого раздела является нахождение параметров управления, обеспечивающих максимальную степень устойчивости характеристического уравнения линеаризованной системы. Это уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} & \theta^2 \lambda^5 + (\theta^2 + 2\theta) K_\omega \lambda^4 + (\theta^2 + (h_{s2}^2 + h_{s3}^2) \theta + (\theta + h_{s1} + 1)^2 + \\ & + K_\omega^2 + 2\theta K_\omega^2 + 2K_a \theta) \lambda^3 + (2K_a \theta + (h_{s2}^2 + h_{s3}^2) + (\theta + h_{s1} + 1)^2 + \\ & + \theta^2 + 2K_a + K_\omega^2) K_\omega \lambda^2 + ((\theta + h_{s1} + 1 - K_a)^2 + (h_{s2}^2 + h_{s3}^2)(K_a + \theta) + \\ & + 2K_a K_\omega^2 + K_\omega^2 + 2\theta K_\omega^2) \lambda + K_\omega ((\theta + h_{s1} + 1 - K_a)^2 + h_{s2}^2 + h_{s3}^2 + K_\omega^2) = 0. \end{aligned}$$

Здесь  $K_a = k_a / J_1 \omega_{01}^2$ ,  $K_\omega = k_\omega / J_1 \omega_{01}$ . Сначала рассматривается случай  $h_{s2} = h_{s3} = 0$ ,

когда многочлен представим в виде

$$\begin{aligned} & \theta^2 \lambda^5 + (\theta^2 + 2\theta) K_\omega \lambda^4 + (\theta^2 + (\theta + h_{s1} + 1)^2 + K_\omega^2 + 2\theta K_\omega^2 + 2K_a \theta) \lambda^3 + \\ & + (2K_a \theta + (\theta + h_{s1} + 1)^2 + \theta^2 + 2K_a + K_\omega^2) K_\omega \lambda^2 + ((\theta + h_{s1} + 1 - K_a)^2 + \\ & + 2K_a K_\omega^2 + K_\omega^2 + 2\theta K_\omega^2) \lambda + K_\omega ((\theta + h_{s1} + 1 - K_a)^2 + K_\omega^2) = 0. \end{aligned}$$

Степень устойчивости этого многочлена определяется действительной частью самого правого корня, которая определяется выражением

$$real \lambda_{1,2} = -\frac{K_\omega}{2\theta} + \frac{1}{2\theta} \sqrt{\frac{K_\omega^2 - 4K_a\theta - (h_{s1} + 1)^2 + f(K_a, K_\omega)}{2}},$$

$$\text{где } f(K_a, K_\omega) = \sqrt{(K_\omega^2 - 4K_a\theta - (h_{s1} + 1)^2)^2 + 4K_\omega^2(h_{s1} + 1)^2}.$$

В результате с учетом ограничения на максимальное значение управляющего момента получаем систему алгебраических уравнений для нахождения параметров управления

$$\begin{aligned} \frac{dK_a}{dK_\omega} &= \frac{1}{4\theta} (2K_\omega - 2(2\theta\mu + K_\omega) + \frac{2K_\omega(h_{s1} + 1)^2}{(2\theta\mu + K_\omega)^2} - \frac{2K_\omega^2(h_{s1} + 1)^2}{(2\theta\mu + K_\omega)^3}) = -\Omega_{\max}, \\ \frac{1}{4\theta} (K_\omega^2 - (h_{s1} + 1)^2 - (2\theta\mu + K_\omega)^2) + \frac{K_\omega^2(h_{s1} + 1)^2}{(2\theta\mu + K_\omega)^2} &= K_a, \\ -\Omega_{\max} K_\omega + h'_{\max} &= K_a. \end{aligned}$$

Здесь  $\mu$  - значение действительной части самого правого корня. В общем случае эта система решается численно и при заданных параметрах системы -  $K_a \approx 0.9$ ,  $K_\omega \approx 1$ .

В общем случае, когда  $h_{s2} \neq 0$ ,  $h_{s3} \neq 0$ , показывается, что значения найденных параметров мало отличаются от искомым при малых значениях начальной относительной угловой скорости.

Четвертый раздел главы посвящен исследованию процессов эволюции маховиков на больших интервалах времени. Метод исследования аналогичен методу, использованному во второй главе. Описывающие эволюцию уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} h'_{s1} + \varepsilon h_{s3} &= 0, \\ h'_{s2} &= 3 \frac{\omega_0^2}{\omega_{01}^2} (1 + e \cos \vartheta)^3 (1 - \theta) e_{s1} e_{s3}, \\ h'_{s3} - \varepsilon h_{s1} &= 3 \frac{\omega_0^2}{\omega_{01}^2} (1 + e \cos \vartheta)^3 (\theta - 1) e_{s2} e_{s3}. \end{aligned}$$

Решение этой системы представимо в конечном виде

$$h_{z1} = f_{z1}(t) + \frac{3}{16} \frac{\omega_0^2}{\omega_{01}^2} (1 - \theta) \sin 2i \cos(\varepsilon\tau) \varepsilon\tau,$$

$$h_{z2} = f_{z2}(t) + \frac{3}{16} \frac{\omega_0^2}{\omega_{01}^2} (\theta - 1) \sin 2i \sin \tau \sin(\varepsilon\tau) \varepsilon\tau,$$

$$h_{z3} = f_{z3}(t) + \frac{3}{16} \frac{\omega_0^2}{\omega_{01}^2} (\theta - 1) \sin 2i \cos \tau \sin(\varepsilon\tau) \varepsilon\tau.$$

Здесь выписаны в явном виде слагаемые пропорциональные времени, они играют основную роль в насыщении маховиков. Расчеты для спутника “Mjollnir” дают требуемое значение запаса кинетического момента  $0.2 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ .

В пятом разделе на основе подхода, использованного во второй главе, предложена модификация алгоритма управления, который не требует информации о гравитационном моменте для формирования управления.

**Четвертая глава** посвящена исследованию управляемого движения макета на вертикальной струне. В качестве исполнительных органов используются вентиляторные двигатели. Предполагается, что тело может совершать осевое вращение вокруг вертикали.

В первом разделе главы формулируется задача и выводятся уравнения управляемого движения

$$J\dot{\omega} + \delta\omega + \sigma\alpha = \pm \frac{1}{2} RS\rho(v_e^2 - v^2), \quad \dot{\alpha} = \omega.$$

Здесь  $J$  – момент инерции тела, относительно оси вращения;  $\delta$  – коэффициент вязкого трения тела о воздух;  $\sigma$  – коэффициент упругости струны,  $v$  – скорость воздуха до входа в вентилятор,  $v_e$  – скорость воздуха после выхода из вентилятора,  $\rho$  – плотность воздуха,  $R$  – расстояние от оси вращения до двигателя,  $S$  – площадь, заметаемая пропеллером двигателя. Знак “+” или “-” выбирается в зависимости от того, положительный или отрицательный момент создается двигателями.

Далее производится переход к безразмерным переменным  $\omega = v_e/R \Omega$ ,  $t = R/v_e \tau$ , и вводятся обозначения  $k = \pm \rho S R^3 / 2J$ ,  $\varepsilon_1 = \delta R / J v_e$ ,  $\varepsilon_2 = \sigma R^2 / J v_e^2$ . Уравнения движения принимают вид

$$\Omega' + \varepsilon_1 \Omega + k \Omega^2 + \varepsilon_2 \alpha = k, \quad \alpha' = \Omega.$$

Во втором разделе проведено исследование этих уравнений. Выделяется два случая: управляемое движение ( $k \neq \varepsilon_1, \varepsilon_2$ ) и свободное движение ( $k = 0$ ). Для второго случая получаются гармонические колебания с затуханием, а для первого решение в нулевом приближении ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ ) имеет вид

$$\Omega = \frac{\tilde{C} \exp(2k\tau) - 1}{\tilde{C} \exp(2k\tau) + 1},$$

где  $\tilde{C}$  - постоянная интегрирования.

Третий раздел посвящен исследованию управления угловым движением тела. Рассматриваются два режима – его поворот на конечный угол и отслеживание программного угла поворота. Первый режим используется для верификации модели. Для второго режима предложен алгоритм на основе PD-регулятора<sup>3</sup>, который имеет вид

$$A = \sqrt{\frac{Q}{Jk} + \omega^2}, \quad \begin{cases} k > 0, \text{ если } \frac{Q}{J|k|} + \omega^2 \geq 0 \\ k < 0, \text{ если } \frac{Q}{J|k|} + \omega^2 < 0 \end{cases}.$$

Здесь  $Q = \sigma \alpha + \delta \omega_0 + J \dot{\omega}_0 - k_\gamma \alpha_{отн} - k_\omega \omega_{отн}$ ,  $k_\omega$ ,  $k_\gamma$  - параметры управления.

Управление в этом случае имеет вид  $u = Jk(A^2 - v^2)$ . Оно обеспечивает движение по программной траектории, задаваемой функциями  $\alpha_0(t)$  и  $\omega_0(t)$ , на фазовой плоскости  $(\alpha, \omega)$ .

<sup>3</sup> Proportional-Derivative регулятор, основанный на измерении отклонения и скорости относительно стабилизируемого положения.

Четвертый раздел главы посвящен верификации разработанной модели движения, определяются параметры системы и параметры исполнительных органов, производится сравнение управляющих и возмущающих моментов.

В **заключении** приводятся основные результаты, полученные в диссертации.

В двух **приложениях** приведены описания лабораторных стендов, на которых проводились лабораторная верификация моделей, полученных во второй и четвертой главах, в разработке и создании которых принимал непосредственное участие автор.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Д.С.Иванов, М.Ю.Овчинников, С.С.Ткачев. Управление ориентацией твердого тела, подвешенного на струне с использованием вентиляторных двигателей. Известия РАН. Теория и системы управления, 2011, №1, С.127-139.

2. М.Ю.Овчинников, С.С.Ткачев. Определение параметров относительного движения с помощью траекторных измерений. Космические исследования, 2008, том 46, вып.6, С.553-558.

3. D.S.Ivanov, M.Yu.Ovchinnikov, S.S.Tkachev, Laboratory tutorial practice with facility for attitude control simulation. Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications, Jan – April 2010, Vol. II, №1, pp.27-31.

4. М.Ю.Овчинников, С.А.Мирер, А.А.Дегтярев, С.С.Ткачев. Полунатурное моделирование как элемент подготовки специалистов по механике и управлению. Сборник научно-методических статей “Теоретическая механика”, М.: Изд-во Моск. ун-та, вып. 27, 2009, С.137-142.

5. С.С.Ткачев. Динамика осесимметричного тела, управляемого двумя маховиками. Труды 49-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных наук”. Часть III. Аэрофизика и космические исследования. М.:МФТИ, 2006, С.228-229.

6. М.Ю.Овчинников, С.А.Мирер, С.О.Карпенко, А.А.Дегтярев, С.С.Ткачев, А.С.Середницкий, И.В.Прилепский, Н.В.Куприянова. Методы лабораторной отработки динамических моделей и алгоритмов ориентации наноспутников. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXI Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2007г. Под общей редакцией А.К.Медведевой. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2007, С.110.

7. M.Yu.Ovchinnikov, S.O.Karpenko, A.S.Serednitskiy, S.S.Tkachev and N.V.Kupriyanova, Laboratory Facility for Attitude Control System Validation and Testing, Digest of the 6th International Symposium of IAA “Small Satellites for

Earth Observation”, Berlin, April, 2007. Berlin, Wissenschaft und Technik Verlag, 2007, pp.137-140.

8. М.Ю.Овчинников, С.С.Ткачѳв. Маховичная система управления для наноспутников. Труды XLII Чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция “Проблемы ракетной и космической техники”. Калуга, сентябрь 2007, Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2008, С.201-211.

9. Н.В.Куприянова, М.Ю.Овчинников, С.С.Ткачев. Алгоритмы управления ориентацией малых спутников с ограниченными энергетическими возможностями. Сборник трудов V Научно-практической конференции “Микротехнологии в авиации и космонавтике”, Москва, сентябрь 2007, М.: РНИИ КП, 2007, 10с.

10. С.С.Ткачѳв. Алгоритмы маховичной системы управления ориентацией для наноспутников. Труды 50-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математика. М.: МФТИ, 2007, С.48-50.

11. С.О.Карпенко, С.С.Ткачѳв, М.Ю.Овчинников. Результаты отработки алгоритмов ориентации микроспутников на лабораторном стенде. Труды 50-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных наук”. Часть III. Аэрофизика и космические исследования. М.: МФТИ, 2007, С.122-124.

12. М.Ю.Овчинников, С.О.Карпенко, С.С.Ткачев. Результаты отработки алгоритмов ориентации, полученные с использованием комплексного имитатора для моделирования систем управления ориентацией микроспутников. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXII Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2008г. Под общей редакцией А.К.Медведевой. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2008, С.125.

13. С.О.Карпенко, С.С.Ткачѳв. Исследование алгоритма трехосной маховичной системы ориентации. Труды 52-й научной конференции МФТИ

“Современные проблемы фундаментальных наук”. Часть III. Аэрофизика и космические исследования. Том 1. М.: МФТИ, 2009, С.183-184.

14. Д.С.Иванов, С.С.Ткачѳв. Использование воздушно-винтовых двигателей для управления угловым движением полезной нагрузки на воздушном шаре. Труды 52-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математики. Том 3. М.: МФТИ, 2009, С.147-149.

15. С.С.Ткачев. Методика построения и исследования алгоритма управления ориентацией малых подвижных объектов. Труды 53-й научной конференции МФТИ “Современные проблемы фундаментальных наук”. Часть VII. Управление и прикладная математика. М.: МФТИ, 2010, С.64-65.

16. D.Ivanov, M.Ovchinnikov, D.Nuzhdin, S.Tkachev, Balloon's payload attitude control system with propeller thruster use. Proceedings of the Taiwan-Russian bilateral symposium on problems in advanced mechanics. М.: Изд-во МГУ, 2010, С.85-92.

17. М.Ю.Овчинников, С.О.Карпенко, С.С.Ткачев. Исследование алгоритма трехосной маховичной системы управления ориентацией. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXV Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2011г. Под общей редакцией А.К.Медведевой. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2011, С.142.