



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Материалы защиты • Сведения об автореферате



Трофимов С.П.

Увод малых космических  
аппаратов с низких  
околоземных орбит

*Автореферат диссертации*

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Трофимов С.П. Увод малых космических аппаратов с низких околоземных орбит: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.01. М., 2015. 20 с. URL: <http://library.keldysh.ru/avtoref.asp?id=2015-trofimov>

*На правах рукописи*

**Трофимов Сергей Павлович**

**УВОД МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ  
С НИЗКИХ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОРБИТ**

Специальность 01.02.01 — Теоретическая механика

Автореферат на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2015

Работа выполнена в Московском физико-техническом институте (МФТИ)

Научный руководитель: Овчинников Михаил Юрьевич,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
заведующий сектором № 4 «Ориентация и управление движением» отдела № 5 «Механика космического полета и управление движением» Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

Официальные оппоненты: Петухов Вячеслав Георгиевич,  
доктор технических наук, доцент, начальник отдела Научно-исследовательского института прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (НИИ ПМЭ МАИ)

Поляхова Елена Николаевна,  
кандидат физико-математических наук, доцент  
кафедры небесной механики Санкт-Петербургского государственного университета (СПбГУ)

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (МГУ)

Защита состоится 30 июня 2015 г. в 11<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 002.024.01, созданного на базе ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 125047, Москва, Миусская пл., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и на сайте института <http://keldysh.ru>.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ мая 2015 г.

Учёный секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук

Т.А. Полилова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность тематики исследования

Проблема образования *космического мусора* – засорения околоземного космического пространства отработавшими срок и/или вышедшими из строя космическими аппаратами (КА), верхними ступенями ракет, другими разнообразными объектами антропогенной природы – стала очевидной после проведения Китаем в 2007 году теста с уничтожением спутника Фэньюнь-1С. Усугубило дело столкновение спутника связи Iridium-33 с уже давно не функционирующим советским военным спутником Космос-2251 в 2009 году. Опасность наступления *синдрома Кесслера*, достижения критической плотности мусора, которая вызывает цепную реакцию фрагментации, грозит остановить на долгое время дальнейшее освоение космического пространства человеком. Согласно прогнозам большинства специалистов, для самых загрязненных околоземных орбит – *низких солнечно-синхронных* и *геостационарной* – критический уровень плотности мусора будет превзойден уже к середине XXI века.

В 2002 году, по поручению *Комитета ООН по мирному использованию космического пространства, Межагентский координационный комитет по космическому мусору* подготовил список мер, направленных на ограничение техногенного засорения космоса. Предложения, выработанные согласованно с ведущими государствами-членами Комитета, включали, к примеру, 25-летнее ограничение на максимальное время жизни исчерпавших свой ресурс низкоорбитальных космических аппаратов и перевод геостационарных спутников на *орбиты захоронения*. Впоследствии национальные стандарты всех крупнейших космических держав были адаптированы в соответствии с этими предложениями.

Очевидно, что любые способы удаления с орбиты существующего космического мусора сложны с технической точки зрения и весьма дорогостоящи. Кроме того, они будут неэффективными в случае отсутствия тщательно продуманной и законодательно закрепленной программы, имеющей целью уменьшить загрязнение космоса отходами технологической деятельности человека. Можно с уверенностью констатировать тот факт, что разработка технологий *деорбитинга*, увода исчерпавших ресурс КА с орбиты, становится крайне актуальной и востребованной задачей сегодняшнего дня.

Особняком стоит проблема деорбитинга малых КА, возможности активного маневрирования которых (в том числе и для деорбитинга) отсутствуют либо минимальны. Количество выводимых на околоземные орбиты малых КА растет лавинообразно. Тем самым стимулируется создание новых систем управления движением с минимальным или даже нулевым потреблением топлива и/или энергии. Исполнительные органы таких систем управления должны быть компактными и легкими, чтобы удовлетворять жестким требованиям на допустимые габариты и массу, предъявляемым к малым аппаратам. В последние годы интенсивно разрабатываются и тестируются новые технические решения типа солнечного паруса, позволяющие наиболее эффективно использовать естественные внешние силы.

## Цель работы и решаемые задачи

Целью исследования являлась разработка эффективных алгоритмов деорбитинга, которые могут быть реализованы на борту малых спутников с учетом присущих им массогабаритных и энергетических ограничений.

В диссертации решаются задачи увода малых КА с помощью двигателей малой тяги или с использованием солнечного паруса. В первой задаче рассмотрены популярные на практике случаи, когда КА пассивно стабилизируется по магнитному полю или собственным вращением. В силу необходимости идентификации вектора тяги не более двух маршевых двигателей могут быть установлены вдоль единственной стабилизированной оси. Направление вектора тяги оказывается заданным в каждый момент времени, и остается управлять лишь ее величиной. Такое управление будем называть *одноосным*.

Во второй задаче требуется осуществить увод малых КА с низких орбит высотой более 700 км, используя каркасный солнечный парус для увеличения силы светового давления. Сложность задачи заключается в нахождении режима углового движения КА с парусом, экономичного в плане его поддержания и вместе с тем синхронизованного с орбитальным движением КА так, чтобы обеспечить вековое уменьшение большой полуоси. Помимо динамической части задачи исследуется проблема параметрического синтеза каркасных парусных систем с заданными динамическими характеристиками. Проводится сравнение эффективности топливных и парусных систем деорбитинга.

## Выносимые на защиту результаты и положения

- Для двух типов пассивной стабилизации КА построено оптимальное одноосное управление величиной малой тяги, обеспечивающее требуемое снижение орбиты. Получена убывающая зависимость затрат топлива от продолжительности процесса увода. Ошибки стабилизации и неточности моделей внешней среды дают вклад не более нескольких процентов.
- Разработан экономичный способ увода малых КА с верхнего сегмента низких орбит (>700 км) с помощью солнечного паруса за счет силы светового давления. Показано, что достигается значительный выигрыш в быстродействии по сравнению с традиционным способом увода – стабилизацией паруса по набегающему потоку. Доказана устойчивость построенного квазипериодического режима углового движения КА с парусом по начальным данным и различным параметрам парусной системы.
- Решена задача инвариантного масштабирования параметров квадратного паруса, сохраняющего уровень *характеристического ускорения* и прочностные свойства *направляющих штанг* паруса. Обнаружено существование предельной полезной массы, которой можно сообщить заданное характеристическое ускорение, масштабируя конкретный образец паруса. Выведено оптимальное в плане доли полезной массы соотношение между массой штанг и массой механизма развертывания. Значение эффективного удельного импульса паруса,

рассчитанное для операции увода с орбиты, оказалось гораздо меньше удельного импульса двигателя малой тяги, что свидетельствует о неэффективности использования паруса только в целях деорбитинга.

### **Научная новизна работы**

Научная новизна работы обусловлена оригинальностью постановок задач: в задаче увода малых КА с помощью двигателя малой тяги наложены максимально жесткие ограничения на направление тяги, а в задаче парусного деорбитинга исследуется угловое движение паруса в присутствии трех равных по порядку величины внешних моментов – гравитационного, светового давления, аэродинамического – и при наличии протяженного теневого участка орбиты. Параметрический синтез каркасных парусных систем с одновременным обеспечением и динамических, и прочностных характеристик паруса впервые проводится в аналитической форме.

### **Теоретическая и практическая ценность результатов**

Полученные в диссертации теоретические результаты имеют ярко выраженную практическую направленность и могут быть применены при проработке облика миссий и проектировании систем деорбитинга современных малых спутников.

### **Апробация результатов исследования**

Результаты исследования докладывались и обсуждались на следующих конференциях и семинарах:

- Семинар отдела № 5 «Механика космического полета и управление движением» ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, рук. д.ф.-м.н., проф. Ю.Ф. Голубев, 2 апреля 2015 г.
- XXXIX Академические чтения по космонавтике, посвященные памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства, секция «Прикладная небесная механика и управление движением», Москва, 27-30 января 2015 г.
- Семинар «Динамика относительного движения», рук. чл.-корр. РАН, проф. В.В. Белецкий, проф. Ю.Ф. Голубев, проф. В.Е. Павловский, доц. К.Е. Якимова, доц. Е.В. Мелкумова), МГУ, Москва, 15 декабря 2014 г.
- Семинар им. В.А. Егорова по механике космического полета (рук. д.ф.-м.н., проф. В.В. Сазонов и доц. М.П. Заплетин), МГУ, Москва, 3 декабря 2014 г.
- 57-я научная конференция МФТИ, посвященная 120-летию со дня рождения П.Л. Капицы, Долгопрудный, 24-29 ноября 2014 г.
- 64<sup>th</sup> International Astronautical Congress, Beijing, China, September 23-27, 2013
- 9<sup>th</sup> International Symposium of the International Academy of Astronautics (IAA) on Small Satellites for Earth Observation, Berlin, Germany, April 8-12, 2013

- 8<sup>th</sup> International Symposium of the International Academy of Astronautics (IAA) on Small Satellites for Earth Observation, Berlin, Germany, April 4-8, 2011

Работа над диссертацией велась в рамках Соглашения № 8182 с Минобрнауки, а также при частичной поддержке грантов РФФИ 14-01-31313-мол-а, 13-01-00665-а, 12-01-33045-мол\_а\_вед.

### **Публикации по теме диссертации**

Результаты исследования опубликованы в 10 печатных работах, в том числе в одном издании из перечня рекомендованных ВАК российских журналов и трех зарубежных изданиях, индексирующихся в международных базах *Web of Science* и/или *Scopus*, а также в двух препринтах ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация общим объемом 125 страниц содержит 67 рисунков и 7 таблиц и состоит из введения, трех глав, заключения, списка сокращений, библиографического списка и списка иллюстративного материала (таблиц и рисунков). Количество использованных источников в библиографическом списке – 150.

### **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** обосновывается актуальность проблемы космического мусора и важность комплексных мер по предотвращению его образования. Одной из основных мер является увод отработавших свой срок КА с орбиты. Подчеркивается сложность деорбитинга малых аппаратов. Дается подробный обзор современных механизмов увода спутников с различных классов околоземных орбит. Детально описываются перспективные на сегодняшний день бестопливные средства увода – тросовые и парусные системы. Приведены подробности соответствующих миссий, как уже реализованных, так и запланированных в ближайшем будущем.

По итогам обзора выделяются требующие решения задачи, о которых и пойдет речь в дальнейшем. Кратко очерчивается содержание глав диссертации.

В **первой главе** рассматривается задача увода с орбиты типичного представителя малых аппаратов – наноспутника типа 3U CubeSat размером 10x10x30 см и массой 3 кг, покрытого с одной или обеих торцевых граней матрицей *электроспрейных (коллоидных) двигателей* с удельным импульсом 2500 с. Максимальная тяга одной матрицы равна 600 мкН. Переживающие в последние годы ренессанс, электроспрейные двигатели зарекомендовали себя как самая перспективная технология реактивного движения нано- и пикоспутников. Эффект сочетания высокого удельного импульса (не менее 1500 с) и возможности прецизионного создания тяги в диапазоне от нескольких мкН до 1 мН достигается благодаря хорошей масштабируемости этих двигателей по мощности. Потребляемая матрицей мощность гарантированно не будет превосходить 15 Вт даже при 50%-ном КПД двигателя. Сухая масса одной двигательной установки-матрицы составляет порядка 250 г, ее объем соответствует форм-фактору 1/3 U.

С учетом ограниченности массы и размеров, а также из-за проблемы с обеспечением бесперебойного энергопитания малых аппаратов использование активных систем ориентации и стабилизации крайне затруднительно. По этой причине наиболее распространены *пассивные системы одноосной стабилизации*. Для ЗУ-кубсата без дополнительных громоздких механизмов наподобие гравитационной штанги или парусной конструкции естественным выбором станет *пассивная магнитная система стабилизации* (ПМСС). Ее компонентами обычно являются *постоянный магнит*, создающий выравнивающий вдоль вектора геомагнитной индукции момент, и *гистерезисные стержни*, эффективно рассеивающие энергию колебаний относительно этого направления. С учетом продолжительности увода с орбиты в качестве модели геомагнитного поля разумно использовать осредненную за один оборот Земли вокруг оси модификацию *модели наклонного диполя – модель прямого диполя*, который строго антипараллелен земной оси.

Другой простой способ пассивной одноосной стабилизации – *стабилизация собственным вращением*: КА, подобно волчку, закручивается вокруг оси максимального момента инерции, после чего ось вращения долго остается почти неподвижной в инерциальном пространстве. Медленная прецессия оси под влиянием внешних моментов может быть компенсирована *токовой катушкой*, которая создает осевой дипольный момент. Аналогично реализуется и программное движение оси вращения, к примеру, отслеживание направления на Солнце. Рассмотрим именно этот важный с практической точки зрения случай, обеспечивающий максимальный токосъем с солнечных панелей.

Так как управление орбитальным движением КА с помощью двигателей малой тяги подразумевает длительные активные участки, в течение которых нужно точно поворачивать вектор тяги, на борт КА с одноосной системой стабилизации нет резона устанавливать более двух двигательных установок – вдоль единственной стабилизированной оси. Значит, орбитальное и угловое движение КА *развязываются*: направление тяги в любой момент времени задается ориентацией стабилизированной оси, а управление сводится только к изменению величины тяги. Подобный тип управления логично именовать *одноосным*.

В задаче увода КА с орбиты исключительный интерес представляет поведение большой полуоси и эксцентриситета. В зависимости от характера их изменения можно выделить два режима деорбитинга: *круговой*, когда опускаются одновременно и перигей, и апогей орбиты, и *эллиптический*, когда уменьшается лишь высота перигея. При одноосном управлении для кругового режима требуется использовать два двигателя, в то время как для эллиптического режима достаточно одного. Терминальные условия в виде достижения заданного значения за фиксированное число витков формулируются соответственно для большой полуоси орбиты или перицентрального расстояния.

В дальнейшем изложении сосредоточимся на круговом режиме деорбитинга КА. Терминальное значение высоты орбиты возьмем равным 300 км: требование более консервативно, нежели достаточное для соблюдения 25-летнего ограничения срока жизни снижение до высоты 500 км, однако оно поможет предотвратить



стремительное засорение важного эшелона высот 340-430 км, используемого орбитальными станциями. В качестве начальной низкой орбиты возьмем околокруговую орбиту высотой 900 км и наклоном 51.6°.

На высоте более 300 км влияние атмосферного сопротивления на эволюцию орбиты 3U-кубсата, парусность которого не превышает 0.01 м<sup>2</sup>/кг, на два-три порядка меньше эффектов от второй зональной гармоники геопотенциала и работы двигателя малой тяги. Поэтому на протяжении всего процесса увода КА в аналитических выкладках учитываются лишь последние два фактора.

В результате приходим к следующей постановке задачи оптимального деорбитинга: для 3U-кубсата с упомянутыми выше параметрами построить закон оптимального управления величиной тяги, уменьшающий высоту орбиты спутника до требуемого уровня за заданное время. При этом вектор тяги считается коллинеарным продольной (стабилизированной) оси кубсата. Оба типа пассивной стабилизации аппарата – собственным вращением и с помощью ПМСС – в дальнейшем анализируются параллельно по причине схожести процедуры оптимизации. Под оптимальным будем понимать закон управления, минимизирующий затраты *суммарной характеристической скорости*, что ведет к минимизации затрат топлива.

Удобно сформулировать оптимизационную задачу в терминах орбитальных элементов. Тогда она можно естественно расщепляется на две подзадачи с *быстрым* и *медленным временем*. Первая относится к оптимизации управления на одном витке – в предположении постоянства пяти медленных орбитальных элементов. В оптимальный закон управления неизбежно войдут некоторые неизвестные параметры. В их нахождении состоит цель второй подзадачи – анализа осредненной динамики системы. Значения всех параметров оптимизируются в рамках решения *задачи нелинейного программирования* (NLP) с учетом выбранных или заранее заданных граничных условий. Рассмотрим по отдельности каждую из двух подзадач.

Можно показать, что при составлении функции Гамильтона-Понтрягина для выявления структуры оптимального управления на отдельно взятом витке достаточно ограничиться слагаемыми, соответствующими тем медленным элементам, на которые наложены терминальные условия. Таким образом,

$$\mathcal{H} = -|\tau| + \psi_a \frac{2a^3\tau}{\mu} \frac{\sin i \cos u}{\sqrt{1 + 3\sin^2 i \sin^2 u}} \quad (1)$$

для стабилизации по геомагнитному полю и

$$\mathcal{H} = -|\tau| + \psi_a \frac{2a^3\tau}{\mu} (\sigma_y \cos u - \sigma_x \sin u) \quad (2)$$

для стабилизации вращением, где  $\tau$  – величина тяги (знак показывает на один из двух двигателей),  $\mu$  – гравитационный параметр Земли,  $a$  – большая полуось,  $i$  – наклонение орбиты,  $u$  – аргумент широты,  $\psi_a$  – сопряженная большой полуоси

переменная. Выражения параметров  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  через наклонение орбиты, эклиптическую долготу Солнца и долготу восходящего узла громоздки и здесь опущены. Из принципа максимума следует, что оптимальное управление на  $k$ -м витке – релейное, то есть имеет структуру

$$\tau_k(u) = \tau_{\max, k} \sum_{j=1}^2 (-1)^j I(u_{jk}, \Delta u_{jk}), \quad (3)$$

где

$$I(u_{jk}, \Delta u_{jk}) = \begin{cases} 1, & |u - u_{jk}| \leq \Delta u_{jk}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (4)$$

Точки на орбите со значениями аргумента широты  $u_{1k}$  и  $u_{2k}$  играют роль центров активных участков. Для спутника с ПМСС они совпадают с узлами орбиты, а для стабилизированного вращением КА находятся из соотношения

$$\tan u_{jk} = -\frac{\sigma_{x,k}}{\sigma_{y,k}}. \quad (5)$$

В силу симметрии центры активных участков разнесены на полвитка, а их длины совпадают. Поэтому удобно ввести обозначения

$$u_k \equiv u_{2k}, \quad \Delta u_k \equiv \Delta u_{1k} = \Delta u_{2k}. \quad (6)$$

Перейдем теперь к оптимизации в медленном времени. Суть ее – в решении задачи нелинейного программирования относительно неизвестных величин  $\Delta u_k$ . Пусть требуется сократить значение большой полуоси орбиты с  $a_0$  до  $a_f$ , совершив  $N$  полных витков. За целевую функцию можно принять

$$J(\Delta u_1, \dots, \Delta u_N) = \sum_{k=1}^N \frac{a_k^{3/2} \Delta u_k}{m_k}, \quad (7)$$

где  $m_k$  – масса спутника на  $k$ -м витке. Эквивалентность характеристической скорости вытекает из соотношения

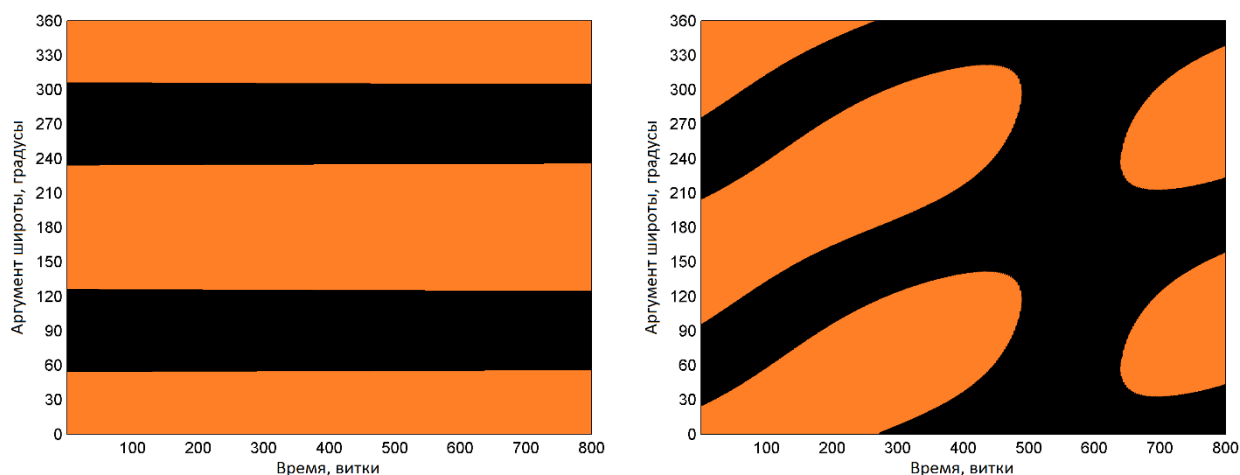
$$\Delta V = \frac{4T_{\max}}{\sqrt{\mu}} J, \quad (8)$$

где  $T_{\max}$  – максимальная тяга каждой из торцевых двигательных установок, неизменная в течение полета. Граничное условие в виде равенства записывается как

$$\sum_{k=1}^N \delta a_k + a_0 - a_f = 0. \quad (9)$$

Остальные вспомогательные соотношения, которые необходимы при постановке NLP-задачи, а также условия существования и единственности ее решения приведены в тексте диссертации.

Примеры результатов численного решения NLP-задачи приведены на рисунках 1, а-б. В качестве решателя использовалась функция *fmincon*, реализованная в пакете Optimization Toolbox в среде MATLAB®. Интервалы значений аргумента широты, соответствующие активным участкам, закрашены оранжевым, а черные зоны отвечают пассивным участкам орбиты.



а) для стабилизации КА по геомагнитному полю

б) для стабилизации КА собственным вращением (ось вращения – на Солнце)

Рисунок 1 – Решение NLP-задачи при длительности увода  $N = 800$  витков

Подробные данные по суммарным затратам характеристической скорости и эквивалентной массе топлива для разного числа витков собраны в таблице 1 (случай ПМСС) и таблице 2 (случай стабилизации собственным вращением). Результаты расчетов отражают экспоненциальный рост затрат характеристической скорости при уменьшении количества витков, что связано с низкой эффективностью управления вдали от оптимальных точек орбиты – центров активных участков.

Таблица 1 – Численные результаты для случая стабилизации с помощью ПМСС

Продолжительность процесса снижения орбиты, витки	Затраты характеристической скорости $\Delta V$ , м/с	Эквивалентная масса топлива, г
700	700.2	84.5
800	571.5	69.2
900	525.9	63.7
1000	500.3	60.6

Таблица 2 – Численные результаты для случая стабилизации вращением

Продолжительность процесса снижения орбиты, витки	Затраты характеристической скорости $\Delta V$ , м/с	Эквивалентная масса топлива, г
700	472.2	57.3
800	425.3	51.6
900	395.2	48.0
1000	385.1	46.8

В пределе, когда двигатели работают в течение всего времени снижения высоты орбиты, имеем оптимальный по быстродействию перелет, затраты на который при отсутствии ограничений на направление вектора тяги можно оценить по формуле

$$\Delta V = \sqrt{\frac{\mu}{a_f}} \left( 1 - \sqrt{\frac{a_f}{a_0}} \right) \quad (10)$$

Для рассматриваемой задачи они равны 325.8 м/с. При увеличении числа витков, напротив, длина активных участков сокращается, что ведет к росту эффективности управления. Пологая часть зависимости затрат топлива от длительности снижения начинается в районе  $N = 800$  витков, и дальнейшее увеличение числа витков нецелесообразно.

Для спутника, стабилизированного осью вращения на Солнце, представляет интерес проанализировать получаемые результаты на предмет чувствительности к начальным условиям, задающим геометрию задачи: значениям долготы восходящего узла и эклиптической долготы Солнца. Вариации затрат характеристической скорости, наблюдавшиеся в численных экспериментах, могут быть оценены в 3-5 % (этот вывод, естественно, не относится к солнечно-синхронным орбитам, длительное время сохраняющим исходную ориентацию относительно вектора на Солнце и потому на порядок более чувствительным к начальным условиям).

С точки зрения полноты исследования и достоверности получаемых результатов важным этапом является оценка степени влияния ошибок углового движения спутника на эффективность управления. Первый класс ошибок включает погрешности моделей внешней среды и аппарата: ошибки модели магнитного поля, эксцентриситет тяги и т.п. Второй класс ошибок – ошибки стабилизации, которые по существу носят случайный характер. Максимальные из наблюдавшихся в численных экспериментах величины терминальных вариаций имели место при условии резонанса 2:1 углового движения с орбитальным и достигали 5 %. В отсутствие резонанса (а в реальном полете резонанс не может сохраняться в точности в течение долгого времени) уровень вариаций оказывается в 5-10 раз ниже.

**Вторая глава** диссертации посвящена альтернативному механизму увода с орбиты – парусным системам, в частности их наиболее распространенному представителю – плоскому парусу. По аналогии с современными проектами КА с парусом типа CubeSail будет рассматриваться четырехлепестковый квадратный парус 5x5 метров, который является составным элементом 3U-кубсата массой 3 кг. Форм-фактор паруса возьмем равным 2U, а его массу вместе с массой механизма развертывания примем за 1.4 кг. Парус прикрепляется к 1U-модулю с бортовыми системами и полезной нагрузкой. Центр масс КА с парусом отстоит на некоторое расстояние от центра давления вдоль оси паруса, являющейся в то же время осью симметрии всей конструкции.

Господствующий подход к проблеме увода КА с низкой орбиты с помощью солнечного паруса предполагает его использование в роли атмосферного, то есть выставление паруса *по набегающему потоку* для увеличения аэродинамического сопротивления. В то же время на низких орбитах из верхнего сегмента (с высотой более 700 км) сила атмосферного торможения уступает силе светового давления. Для орбит выше 800 км они уже различаются по порядку величины. Естественно было бы в таком случае привлекать к деорбитингу именно силу светового давления. Ненулевая в среднем за виток проекция силы давления на направление, противоположное вектору скорости (для околокруговых орбит – на трансверсальное направление) позволит сильно ускорить процесс снижения орбиты на самом проблемном – начальном – этапе, когда атмосферная плотность очень низка. По мере дальнейшего спуска сопротивление атмосферы будет возрастать и в какой-то момент обеспечит пассивную стабилизацию паруса по набегающему потоку.

Еще более амбициозная задача – осуществить желаемые вековые изменения орбиты за счет светового давления при максимальной эксплуатации внешних моментов для реализации соответствующего режима углового движения. Если ввести *связанную с КА систему координат*  $O\xi\eta\zeta$  (ССК) таким образом, что ось  $O\xi$  совпадает с осью симметрии, и описывать ее ориентацию относительно осей *орбитальной системы координат*  $Oxyz$  (ОСК) через углы Эйлера (рисунок 2), благоприятная с точки зрения увода с помощью светового давления (рисунок 3) ориентация нормали паруса  $\mathbf{n}$  задается соотношениями  $\psi \approx 180^\circ$ ,  $0 < \theta < 90^\circ$  (будем считать для определенности, что вектор на Солнце  $\mathbf{s}$  образует острый угол с вектором орбитального момента).

В качестве модели оптических свойств плоского солнечного паруса возьмем относительно простую, но весьма точную модель, учитывающую зеркальное отражение, диффузное отражение и поглощение. Соответствующие коэффициенты обозначим как  $r_s$ ,  $r_d$  и  $a$ . Сила давления солнечного излучения, действующая на спутник с плоским парусом площадью  $A$ , выражается формулой

$$\mathbf{F}_{SRP} = - \left[ \left( 2|\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}|r_s + \frac{2}{3}r_d \right) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + |\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}|(r_d + a)\mathbf{s} \right] PA, \quad (11)$$

где  $P \approx 4.56 \cdot 10^{-6}$  Н/м<sup>2</sup> – световое давление на расстоянии 1 а.е. от Солнца.

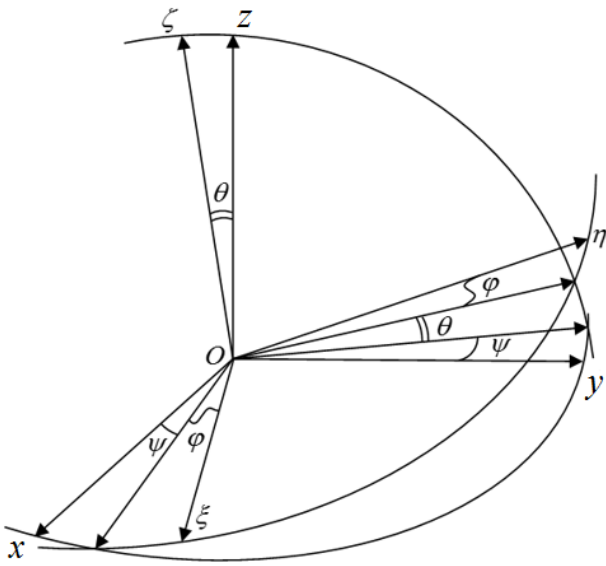


Рисунок 2 – Углы Эйлера взаимной ориентации ОСК и ССК

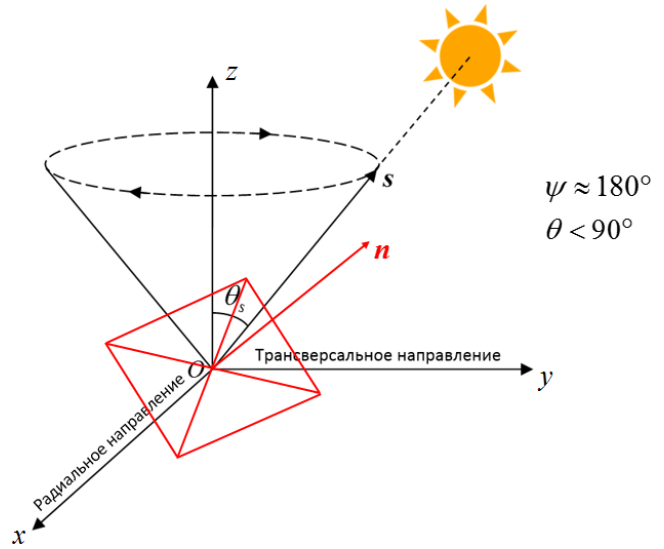


Рисунок 3 – Благоприятная для увода с орбиты ориентация нормали паруса

Выгодный для увода с орбиты вращательный режим КА с парусом, напоминающий *гиперболоидальную прецессию*, не реализуется в отсутствии управления. Главную дестабилизирующую роль играет момент силы светового давления. Угловое движение спутника с парусом будет хаотическим. Чтобы стабилизировать вращение КА, попробуем ввести в уравнения эволюции углов Эйлера  $\psi$  и  $\theta$  модельное демпфирование. Тогда они примут вид

$$\ddot{\psi} + \dot{\omega}_0 + \frac{\dot{\theta}}{\sin \theta} [2(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta] = -\frac{1}{I_t \sin^2 \theta} \frac{\partial U}{\partial \psi} - k_\psi \dot{\psi}, \quad (12)$$

$$\ddot{\theta} - (\dot{\psi} + \omega_0) \sin \theta [(\dot{\psi} + \omega_0) \cos \theta - \kappa \omega_\zeta] = -\frac{1}{I_t} \frac{\partial U}{\partial \theta} - k_\theta \dot{\theta},$$

где  $\kappa = I_n / I_t$ ,  $I_n$  и  $I_t$  – продольный (осевой) и поперечный моменты инерции КА с парусом,  $\omega_0$  – орбитальная угловая скорость,  $U$  – суммарный потенциал внешних моментов,  $\omega_\zeta$  – скорость закрутки КА с парусом (проекция абсолютной угловой скорости на ось  $O\zeta$ ), являющаяся первым интегралом. Для обоснованного выбора значений коэффициентов демпфирования  $k_\psi$  и  $k_\theta$  в диссертации используется инструмент *ляпуновских экспонент* (*ляпуновских характеристических показателей*). Величина *старшей экспоненты*

$$\lambda_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\|\mathbf{w}(t)\|}{\|\mathbf{w}(t_0)\|} \quad (13)$$

характеризует скорость разбегания двух близких фазовых траекторий, которые в начальный момент времени  $t_0$  различаются на  $\mathbf{w}(t_0)$ . Положительность старшей

ляпуновской экспоненты указывает на хаотичность динамики, а равенство нулю – на регулярность.

Сосредоточимся в основном на наиболее популярных низких орбитах – солнечно-синхронных (ССО). Чтобы смоделировать различные условия освещенности, в работе рассматривается набор из четырех ССО высотой 900 км и наклоном  $99^\circ$  со значениями *среднего местного времени восходящего узла* от 18 часов (ССО типа закат-восход) до 12 часов (ССО типа полдень-полночь). Как показали результаты обширных численных исследований, коэффициенты демпфирования  $k_\psi = k_\theta = 2 \cdot 10^{-3}$  Нмс подходят для обеспечения регулярности углового движения КА с парусом во всем диапазоне условий освещенности орбиты и при различных уровнях солнечной активности (СА). Типичный вид эволюции углов  $\psi$  и  $\theta$ , значения которых в начальный момент соответствовали случаю гиперболоидальной прецессии (т.е.  $\psi = 180^\circ$  и  $0 < \theta < 90^\circ$ ), показан на рисунке 4. Получающийся квазипериодический режим углового движения КА с парусом естественно называть *квазигиперболоидальной прецессией*.

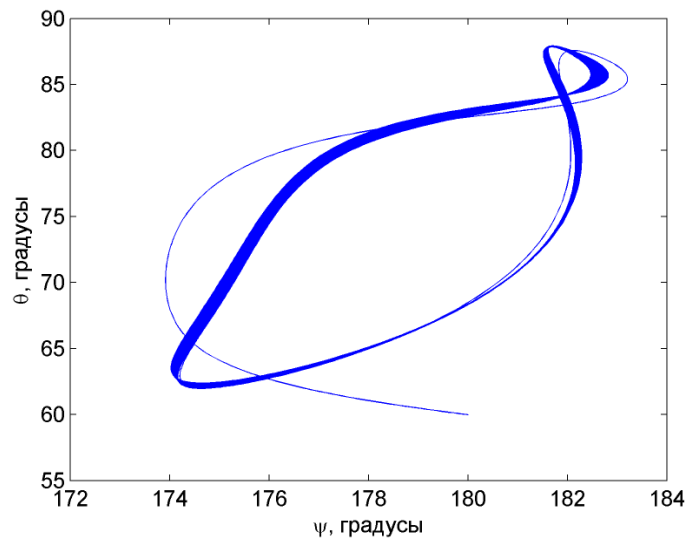


Рисунок 4 – Недельная эволюция углов прецессии и нутации

Изменение скорости закрутки  $\omega_\zeta$  может значительно ускорить процесс снижения высоты орбиты путем настройки среднего значения угла нутации  $\bar{\theta}$  в квазигиперболоидальной прецессии. На рисунках 5, а-б представлена эволюция высоты орбиты КА, полученная совместным интегрированием уравнений углового и орбитального движения при двух различных значениях скоростей закрутки для ССО типа закат-восход. Сравнение с процессом деорбитинга КА с неуправляемо вращающимся (см. рисунок 6, а) или стабилизированным по потоку (см. рисунок 6, б) парусом обнаруживает колоссальный выигрыш в продолжительности увода с орбиты. Длительность операции деорбитинга, даже с максимальным использованием атмосферного торможения, на 70-135 % больше, чем в предложенном режиме. Выгодность проявляется еще более выпукло при низком уровне СА, когда выигрыш в быстродействии достигает до 200 %.

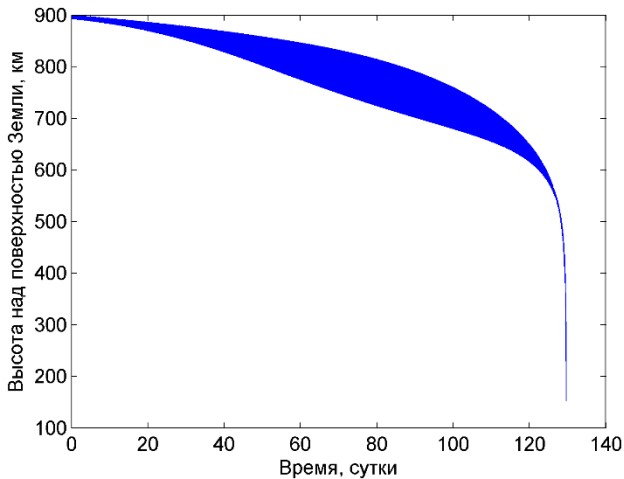
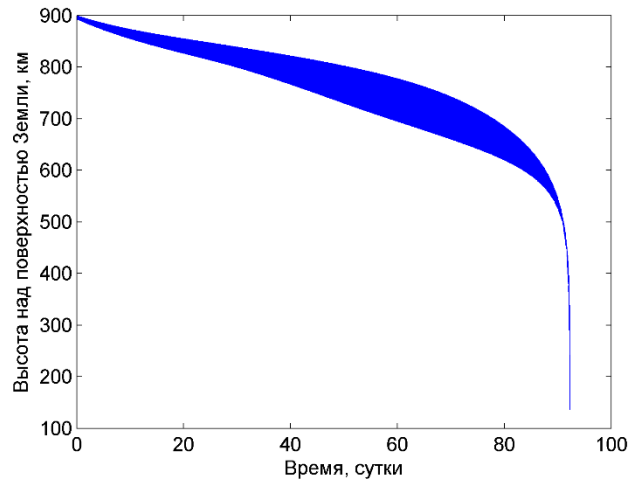
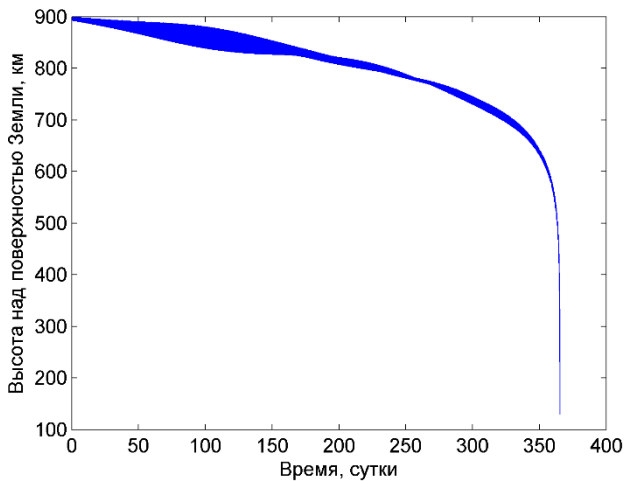
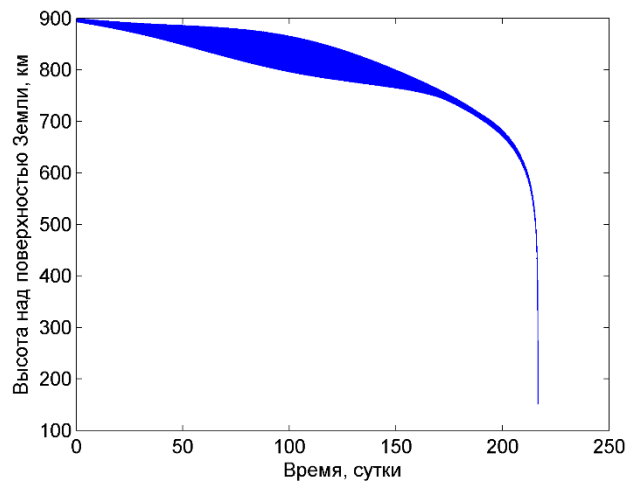
а)  $\omega_{\zeta} = 0$  рад/сб)  $\omega_{\zeta} = 1.1 \cdot 10^{-4}$  рад/с

Рисунок 5 – Эволюция высоты ССО типа закат-восход (средний уровень СА)



а) с неуправляемым вращением паруса



б) при стабилизации паруса по потоку

Рисунок 6 – Эволюция высоты ССО типа закат-восход (средний уровень СА)

Преимущество квазигиперболоидальной прецессии состоит не только в выигрыше в скорости увода, но и в экономичности управления угловым движением КА с парусом, требуемого для поддержания нужного режима. Максимальная величина демпфирующего момента примерно равна  $2 \cdot 10^{-6}$  Нм и может быть легко обеспечена даже миниатюрными токовыми катушками для кубсатов, дипольный момент которых  $0.2 \text{ Ам}^2$ . Затраты электроэнергии на генерацию демпфирующего момента не превышают 0.5 Вт, что существенно ниже требований режима стабилизации КА с парусом по потоку.

Предложенный метод работает также и в задаче увода с других типов орбит, не являющихся солнечно-синхронными. Условия освещенности для таких орбит могут значительно меняться со временем, но в любой момент будут близки к одному из рассмотренных в работе случаев ССО. Кардинальное изменение условий освещенности орбиты КА вроде перехода Солнца в другое полупространство относительно ее плоскости может вынудить перенастройку среднего значения угла



нутации – управлением скоростью закрутки либо варьированием смещения центра давления КА с парусом от центра масс.

В работе тщательно проанализирован вопрос чувствительности квазигиперболоидальной прецессии к начальным условиям углового движения, а также геометрическим и оптическим параметрам системы. Определяющим является соотношение между внешними моментами.

На орбитах ниже 900 км при нулевой или небольшой положительной скорости закрутки существует единственный устойчивый квазипериодический режим – типа квазигиперболоидальной прецессии, благоприятной для деорбитинга. Переход к нему при различной начальной ориентации нормали паруса осуществляется не более чем за несколько витков.

Изменение величины  $d$  смещения центра давления от центра масс спутника влечет пропорциональное изменение момента светового давления и аэродинамического момента. Амплитуды отклонений углов прецессии и нутации от средних значений возрастают (при увеличении  $d$ ) или убывают (при уменьшении  $d$ ), а в пределе, когда центр давления КА с парусом совпадает с центром масс, квазигиперболоидальная прецессия трансформируется в классическую гиперболоидальную. Избыточно большое смещение  $d$  приводит к разрушению квазипериодического режима вращения.

Явление деградации поверхности солнечного паруса, неизбежное в жестких условиях космоса, выражается обычно в постепенном помутнении его мембраны – уменьшении коэффициента зеркального отражения и увеличении коэффициентов поглощения и диффузного отражения. Основное влияние деградация оказывает на угловое движение спутника: момент силы светового давления пропорционален  $1 - r_s$  и при даже незначительном снижении  $r_s$  резко растет, видоизменяя режим вращения. Чтобы избежать разрушения квазигиперболоидальной прецессии ввиду деградации паруса, достаточно соответствующим образом уменьшить смещение центра давления от центра масс.

**Третью главу** можно рассматривать как продолжение второй – проводится оценка эффективности парусных систем для деорбитинга низкоорбитальных КА, – но в то же время полученные результаты представляют самостоятельный интерес: попутно решается задача параметрического синтеза каркасных парусных систем, выводятся законы *динамически инвариантного масштабирования* парусов, сохраняющего динамические характеристики КА с парусом и прочностные свойства *направляющих штанг*, на которые крепятся лепестки паруса.

Получение и использование корректных законов масштабирования массогабаритных параметров парусных систем важно с практической точки зрения: полноценные наземные испытания, как правило, проводятся лишь для уменьшенных прототипов парусов, и поведение полноразмерных моделей в условиях реальных миссий можно только предсказывать, опираясь на законы масштабирования. Параметрический синтез парусных систем с заданными динамическими характеристиками серьезно затруднен в сравнении с топливными системами принципиальной нелинейностью законов масштабирования. Ключевую роль в такой ситуации

играет деформируемость направляющих штанг под воздействием натяжения полотна паруса и боковой нагрузки – светового давления и атмосферного торможения. Под динамическим масштабированием будем понимать изменение массогабаритных параметров паруса, оставляющее неизменным главную динамическую характеристику аппарата с парусом – отношение площадь-масса – и *относительный прогиб штанг* (см. рисунок 7). Из курса механики деформируемого твердого тела известно, что относительный прогиб полого стержня среднего радиуса  $\rho$  и толщины  $\tau$  под действием нагрузки  $F$  записывается в виде

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{\ell} \propto \frac{\ell^2 F}{\rho^3 \tau}, \quad (14)$$

где  $\ell$  – длина стержня. Поскольку для паруса  $F \propto \ell^2$ , а толщина материала штанг масштабируется плохо (толстые штанги в начальном намотанном состоянии пластически деформируются), необходимость сохранения  $\varepsilon$  при увеличении размеров паруса требует масштабирования радиуса штанг по закону  $\rho^3 \propto \ell^4$ . Следовательно, масса штанг  $m_{шт} \propto \rho \tau \ell$  будет возрастать пропорционально  $\ell^{7/3}$ . Полотно (мембрана) паруса, очевидно, утяжеляется как  $m_{мем} \propto \ell^2$ . Изменением массы механизма разворачивания  $m_{мех}$  при масштабировании можно пренебречь. В результате при увеличении размеров паруса в  $k$  раз динамика системы останется прежней, если

$$k^2 m_{мем} + k^{7/3} m_{шт} + m_{мех} + m'_{пол} = k^2 (m_{мем} + m_{шт} + m_{мех} + m_{пол}), \quad (15)$$

где  $m'_{пол}$  – величина *полезной массы* (суммарной массы полезной нагрузки и бортовых систем), которую способен обеспечить увеличенный в размерах парус.

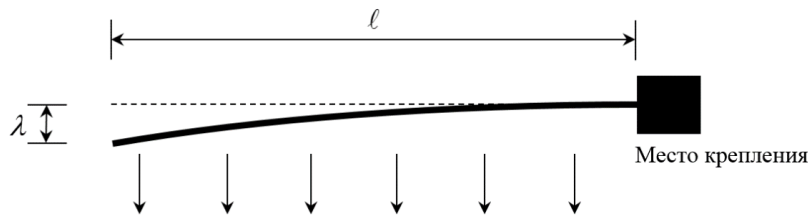


Рисунок 7 – Изгиб направляющей штанги под действием нагрузки

Для задачи параметрического синтеза удобно выразить полезную массу  $m'_{пол}$  как функцию площади паруса  $A' = k^2 A$ , воспользовавшись соотношением

$$m'_{пол} = k^2 \left( \frac{2\eta P A}{a_{хар}} - m_{мем} \right) - k^{7/3} m_{шт} - m_{мех}. \quad (16)$$

Кривые  $m'_{пол} = m'_{пол}(A')$  для нескольких различных уровней характеристического ускорения  $a_{хар}$  показаны на рисунке 8.

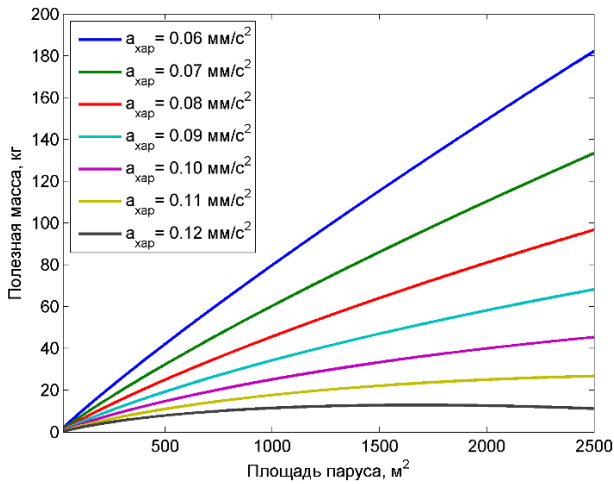


Рисунок 8 – Связь полезной массы с площадью паруса

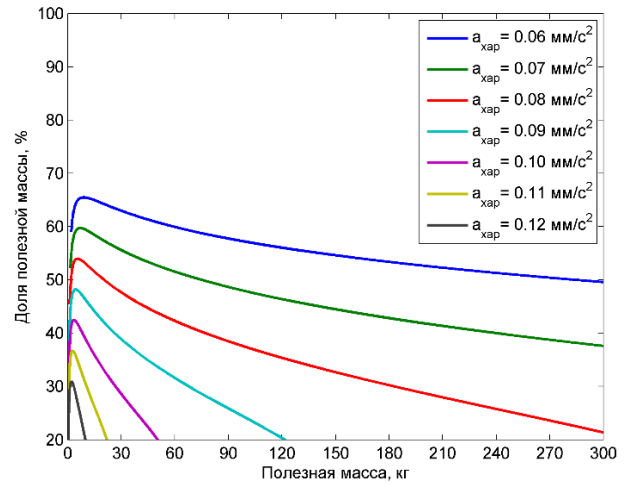


Рисунок 9 – Связь полезной массы с долей полезной массы

Пожалуй, наиболее важной для оценки эффективности парусных систем характеристикой является доля полезной массы от суммарной массы КА с парусом. На рисунке 9 представлен ряд графиков изменения этой характеристики при различном характеристическом ускорении. Для больших значений характеристического ускорения изображенные кривые имеют более острый максимум, после которого резко устремляются вниз.

Чтобы оценить эффективность парусных систем деорбитинга и сравнить их с топливными можно по аналогии со случаем двигательных установок ввести на конечном промежутке времени  $T$  эффективный удельный импульс паруса

$$I_{sp} = \frac{a_{хар}}{g_0} \frac{T}{\ln(1/R)}, \quad (17)$$

где  $g_0$  – стандартное ускорение свободного падения,  $R$  – доля полезной массы. Для рассмотренной во второй главе задачи  $I_{sp} \approx 360 \div 450$  с, что говорит о меньшей (в сравнении с топливными) эффективности современных парусных систем, если они используются исключительно в целях увода КА с орбиты.

В заключении сформулированы основные результаты работы.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

- Для наиболее популярных на практике типов пассивной стабилизации малых КА – пассивной магнитной и собственным вращением – построено оптимальное управление величиной малой тяги, обеспечивающее требуемое снижение орбиты. Численные результаты приводятся для консервативного случая снижения до 300 км, чтобы предотвратить загрязнение используемого орбитальными станциями эшелона орбит 340-430 км. Исследована зависимость затрат топлива от длительности увода и параметров исходной орбиты; проанализировано влияние ошибок стабилизации, а также неточностей моделей внешней среды.
- В дополнение к известному механизму так называемого атмосферного паруса для увода КА с низких орбит высотой менее 700 км разработан экономичный способ увода с верхнего сегмента низких орбит ( $>700$  км) за счет силы светового давления. Напоминающий гиперболоидальную прецессию, режим углового движения КА с парусом обеспечивает вековое убывание большой полуоси и при этом максимально использует внешние моменты: для поддержания достаточно малого демпфирующего момента, реализуемого даже с помощью миниатюрных токовых катушек. Показано, что достигается выигрыш в быстродействии по сравнению с традиционным режимом стабилизации паруса по набегающему потоку от 30 до 200 %; численно исследована устойчивость открытого квазипериодического режима вращения как по отношению к начальным условиям углового движения, так и к изменению массогабаритных и оптических параметров паруса.
- Корректное сравнение эффективности парусных и топливных систем требует выведения законов масштабирования параметров парусов. Задача параметрического синтеза каркасного паруса была сведена в работе к задаче динамически инвариантного масштабирования. Обнаружено наличие предельного значения полезной массы, которой можно сообщить данное характеристическое ускорение, масштабируя конкретный образец паруса. Интересен результат об оптимальном в смысле доли полезной массы соотношении между массой механизма развертывания паруса и массой направляющих штанг. Ценность сделанных выводов не ограничивается задачей увода КА с орбиты.
- Оценка эффективного удельного импульса солнечного паруса с максимально возможной долей полезной массы для процедуры деорбитинга КА продемонстрировала нецелесообразность использования парусных систем только в целях завершения жизни спутников.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

(жирным выделены статьи в изданиях из перечня ВАК и баз Web of Science и/или Scopus)

1. С.П. Трофимов. Увод малых космических аппаратов с верхнего сегмента низких орбит с помощью паруса для увеличения силы светового давления // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша. — 2015. — № 32. — 32 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-32>
2. С.П. Трофимов. Динамически инвариантное масштабирование массогабаритных параметров каркасных парусных систем // Препринты ИПМ им.М.В.Келдыша. — 2015. — № 31. — 16 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-31>
3. С.П. Трофимов. Увод малых космических аппаратов с солнечно-синхронных орбит с помощью солнечного паруса // Труды XXXIX Академических чтений по космонавтике. — Москва. — 27-30 января, 2015. — Секция «Прикладная небесная механика и управление движением». — 1 с.
4. С.П. Трофимов. Динамически инвариантное масштабирование параметров космических аппаратов с солнечным парусом // Труды 57-й научной конференции МФТИ, посвященной 120-летию со дня рождения П.Л. Капицы. — Долгопрудный. — 24-29 ноября, 2014. — Управление и прикладная математика. — Т. 2. — С. 114-115.
5. Anna Guerman, Michael Ovchinnikov, Georgi Smirnov, Sergey Trofimov. High-Precision Single-Input Control of Relative Motion in Spacecraft Formation // **Acta Astronautica**. — 2014. — Vol. 94. — No. 1. — P. 375-382.  
URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.actaastro.2013.02.014>
6. Michael Ovchinnikov, Sergey Trofimov. Optimal Low-Thrust Deorbiting of Passively Stabilized LEO Satellites // **Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC**. — 64<sup>th</sup> IAC. — Beijing, China. — September 23-27, 2013. — 10 p.
7. Michael Ovchinnikov, Sergey Trofimov. Propellantless Deorbiting of Small Satellites: Techniques and Perspectives // Digest of the 9<sup>th</sup> International Symposium of the International Academy of Astronautics (IAA) on Small Satellites for Earth Observation. — Berlin, Germany. — April 8-12, 2013. — P. 507-510.
8. Anna Guerman, Michael Ovchinnikov, Georgi Smirnov, Sergey Trofimov. Closed Relative Trajectories for Formation Flying with Single-Input Control // **Mathematical Problems in Engineering**, Special Issue “Mathematical Methods Applied to the Celestial Mechanics of Artificial Satellites” — 2012. — Vol. 2012. — 20 p.  
URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2012/967248>

9. Д.С. Иванов, С.С. Ткачев, Д.С. Ролдугин, С.П. Трофимов, Д.О. Нуждин, С.О. Карпенко. Аналитическое, численное и полунатурное исследование алгоритмов управления ориентацией микроспутников // **Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского**. — 2011. — Выпуск 4. — № 2. — С. 152-154.
10. Irina Zaramenskikh, Michael Ovchinnikov, Sergey Trofimov. Single-Input Control in Formation of Small Satellites Aligned with Geomagnetic Field Induction Vector // Digest of the 8<sup>th</sup> International Symposium of the International Academy of Astronautics (IAA) on Small Satellites for Earth Observation. — Berlin, Germany. — April 4-8, 2011. — P. 139-142.

