

Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН



Исследование характеристик орбитального построения многоспутниковой группировки

Белый Глеб Юрьевич

**Научный руководитель:
к. ф. – м.н.
Иванов Данил Сергеевич**



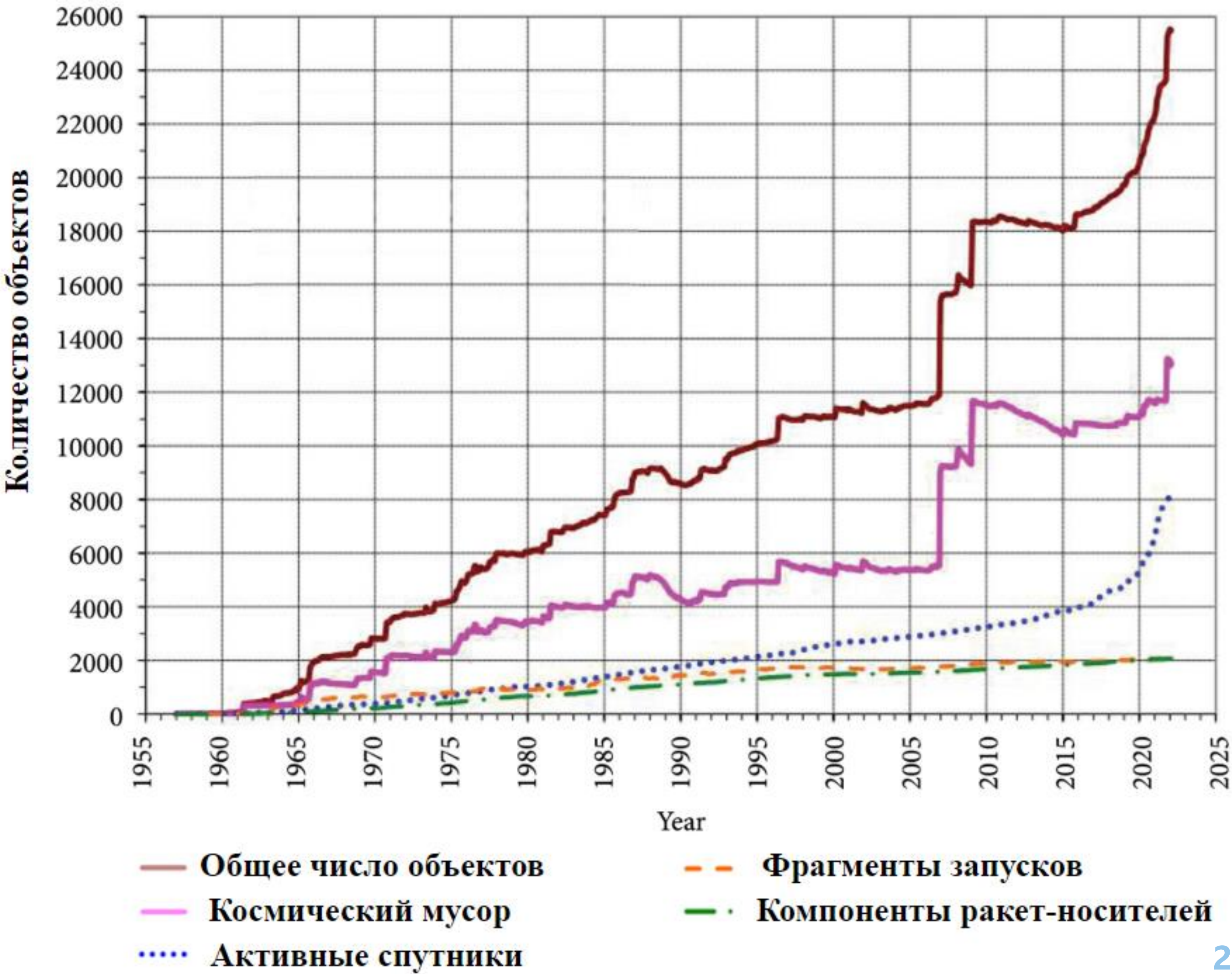
Многоспутниковые группировки



Параметры многоспутниковых группировок

Группировка	Планируемое кол-во КА	Фактическое кол-во КА	Рабочая высота, км
OneWeb	6732	648	1200
Iridium Next	81	81	780
Kuiper	3236	29	590–630
Starlink	>12000	7,578	480–550

Эволюция популяции космических объектов

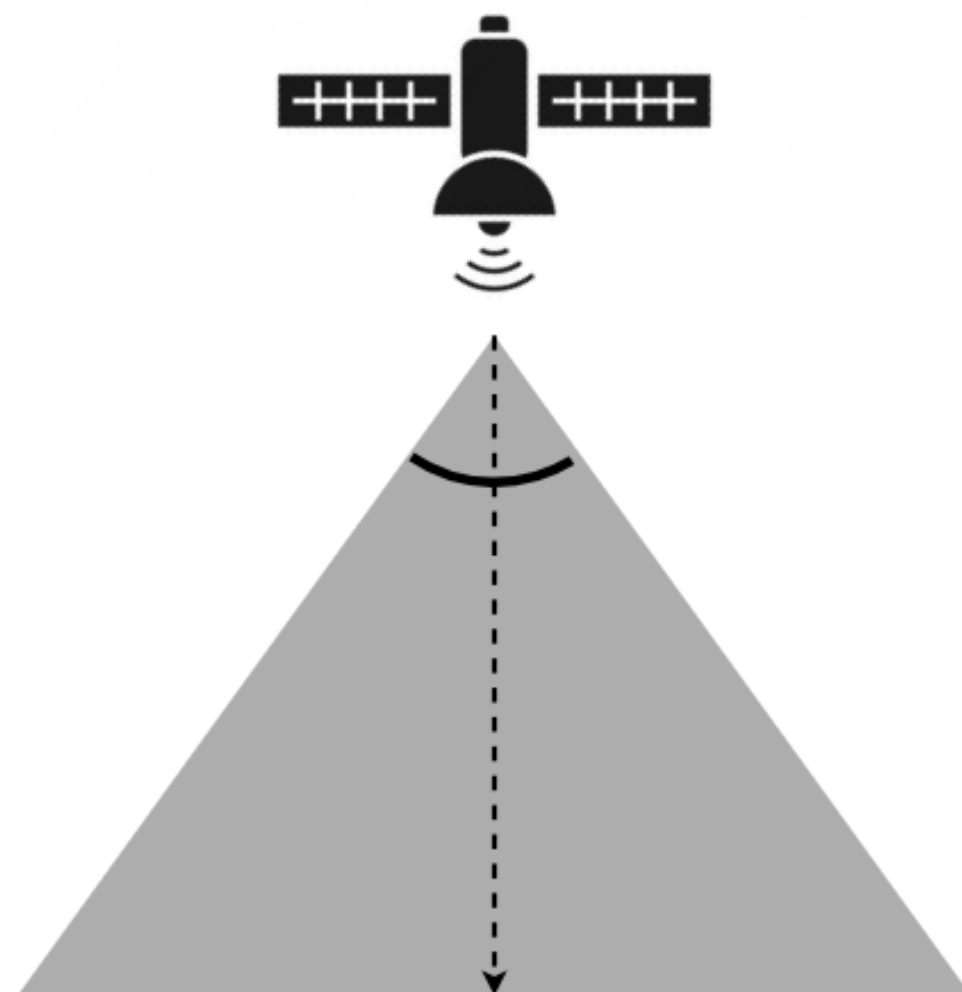


Требования к орбитальному построению



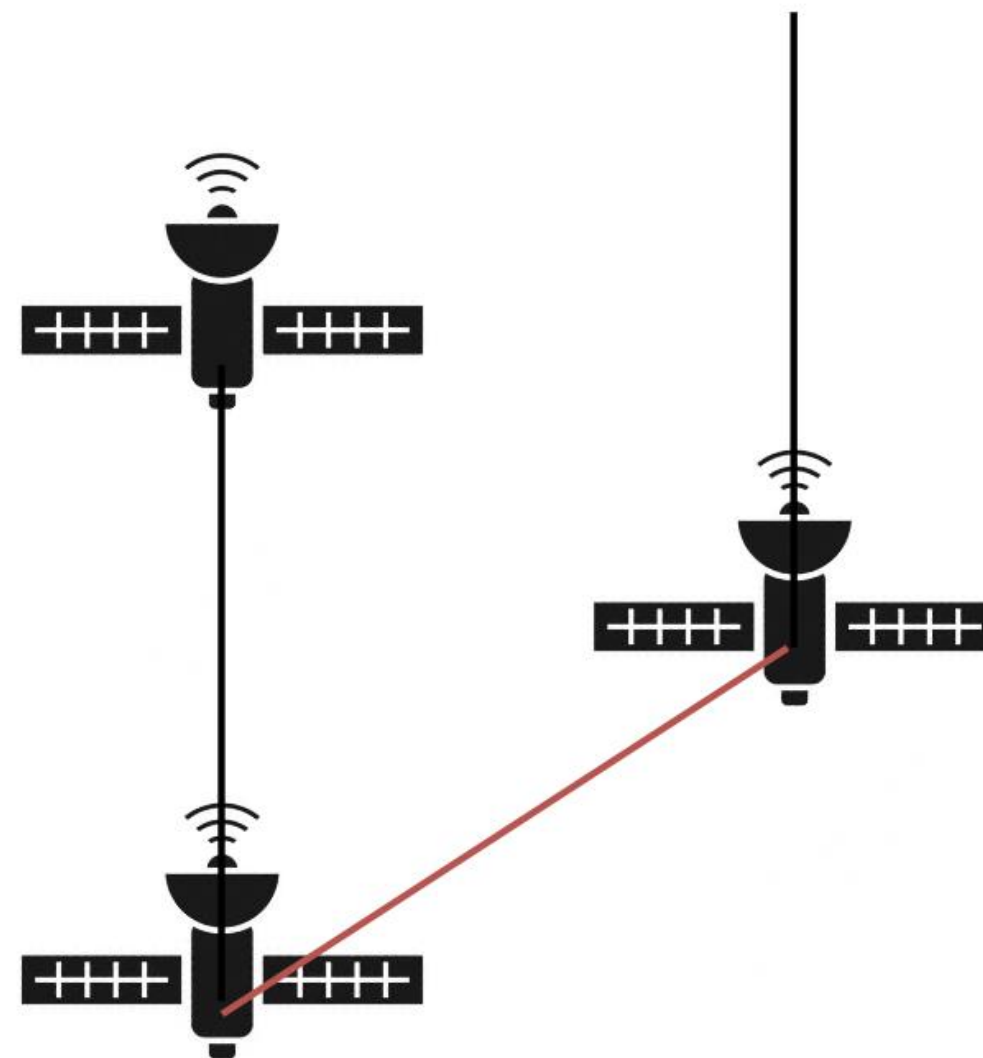
Глобальное непрерывное покрытие

Каждый участок земной поверхности в любой момент времени находится в зоне радиовидимости хотя бы одного космического аппарата в составе группировки.



Межспутниковая связность

Постоянное наличие соседей в пределах зоны действия лазерных межспутниковой линии связи (МЛС).



Отсутствие опасных сближений

Минимальное расстояние между любой парой КА в любой момент времени в рамках орбитального построения не должно быть ниже определенного порога



Задача



Дано:

Многоспутниковая группировка связи на околокруговых НОО. На КА действуют силы гравитации, действие аэродинамического сопротивления не рассматривается.

- Полезная нагрузка каждого спутника представляет собой антенну, направленную в надир и формирующую круговой конус покрытия с постоянным углом раствора.
- Между КА из соседних плоскостей в группировке осуществляется передача данных по межспутниковой линии связи.

Цель:

Рассчитать параметры орбитального построения, обеспечивающего требования к покрытию, устойчивости межспутниковой линии связи и отсутствию столкновений.

Определение орбитального построения

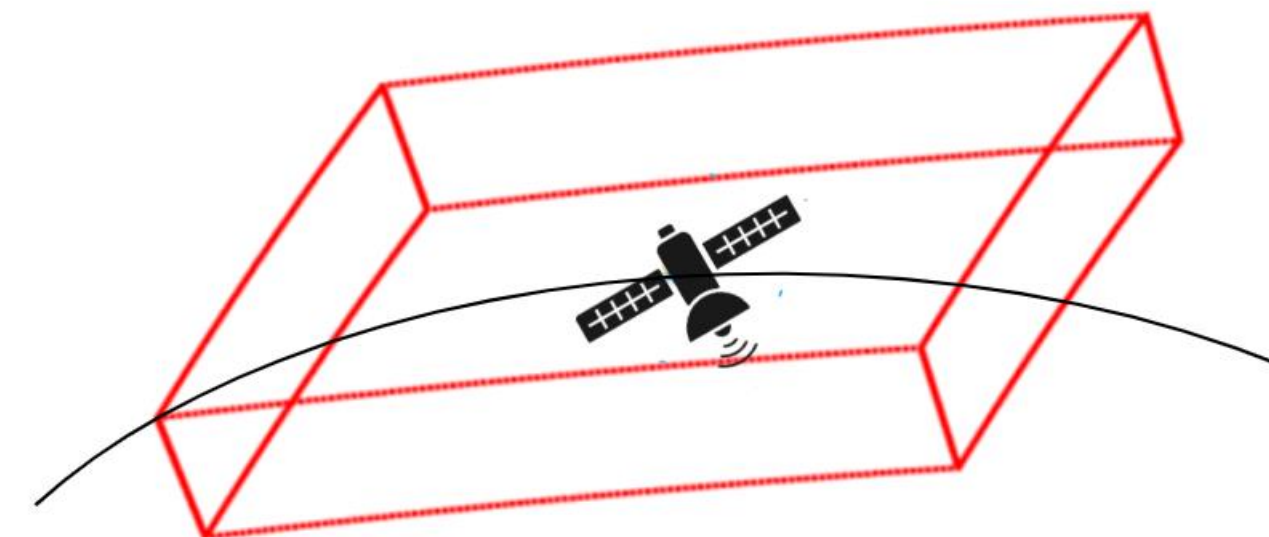


Орбитальное построение включает две взаимосвязанных составляющих: целевую конфигурацию и слотовую структуру.

Целевая конфигурация определяет геометрию относительного размещения спутников в пространстве и их номинальные орбиты.



Слотовая структура определяет допустимые отклонения параметров орбиты каждого КА от номинальных значений, при которых система сохраняет свои функциональные свойства

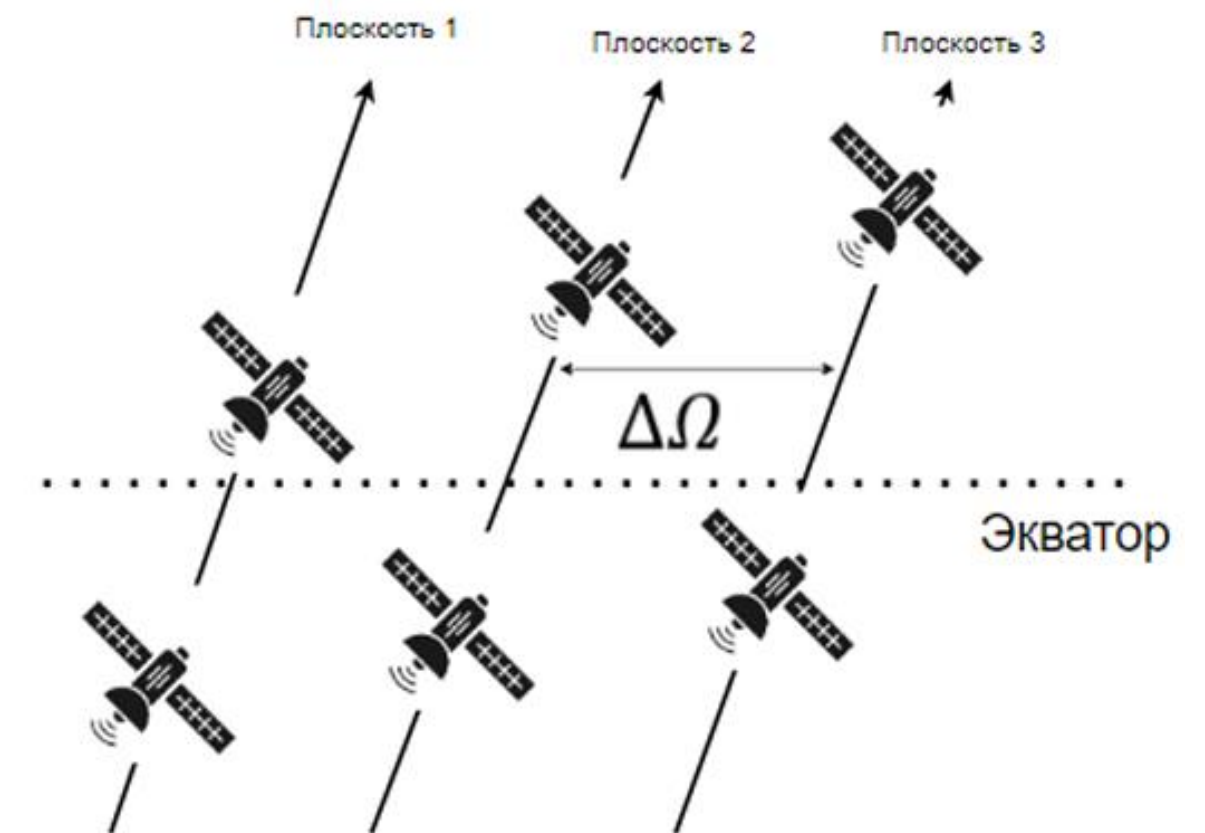
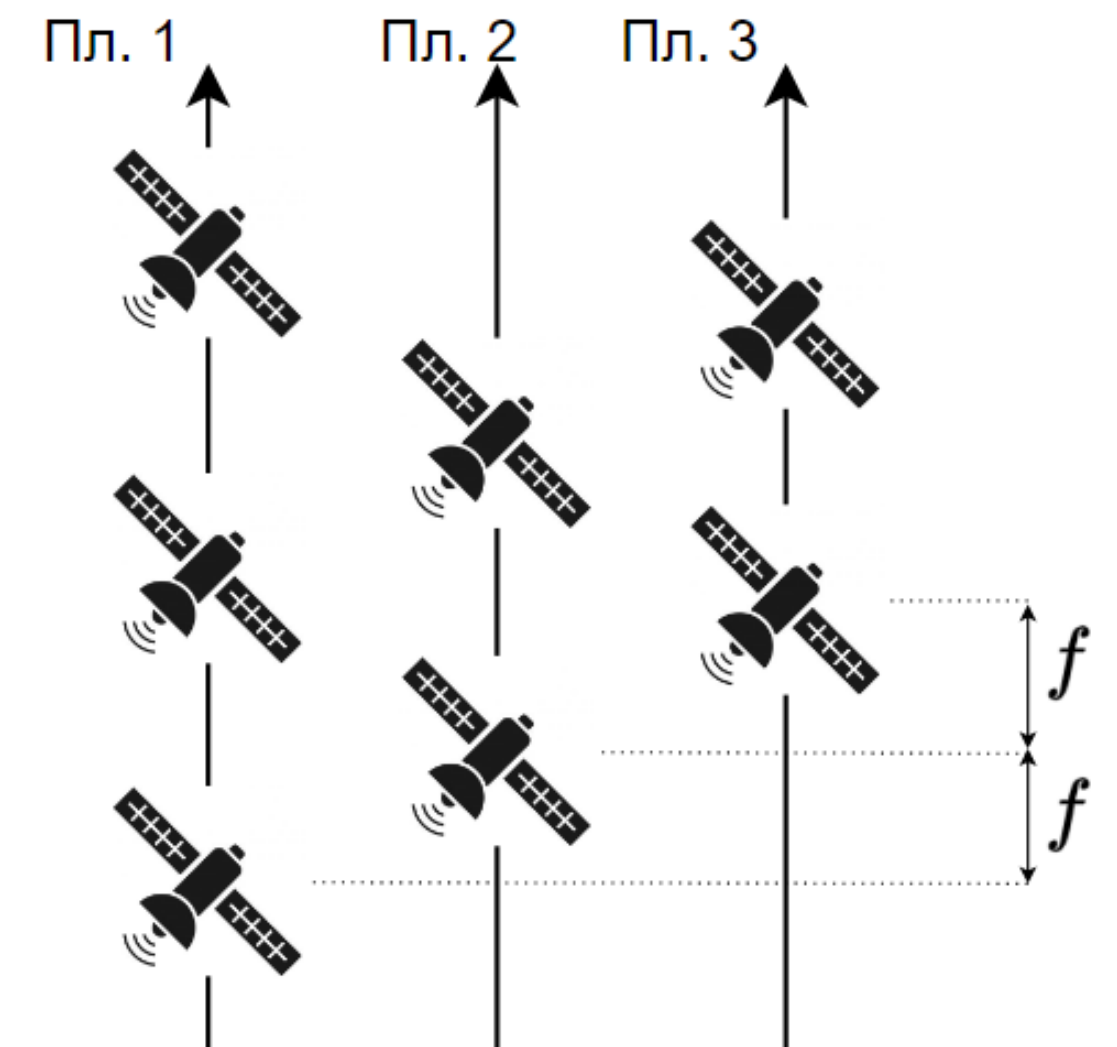
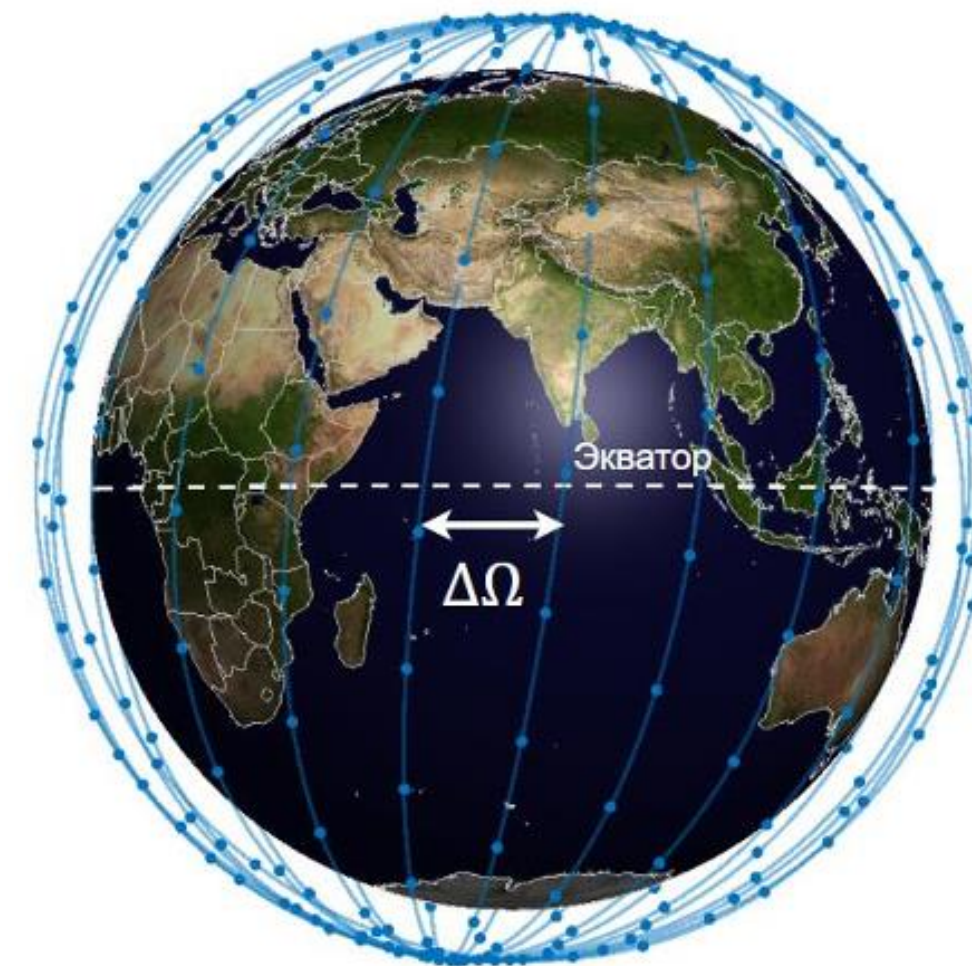
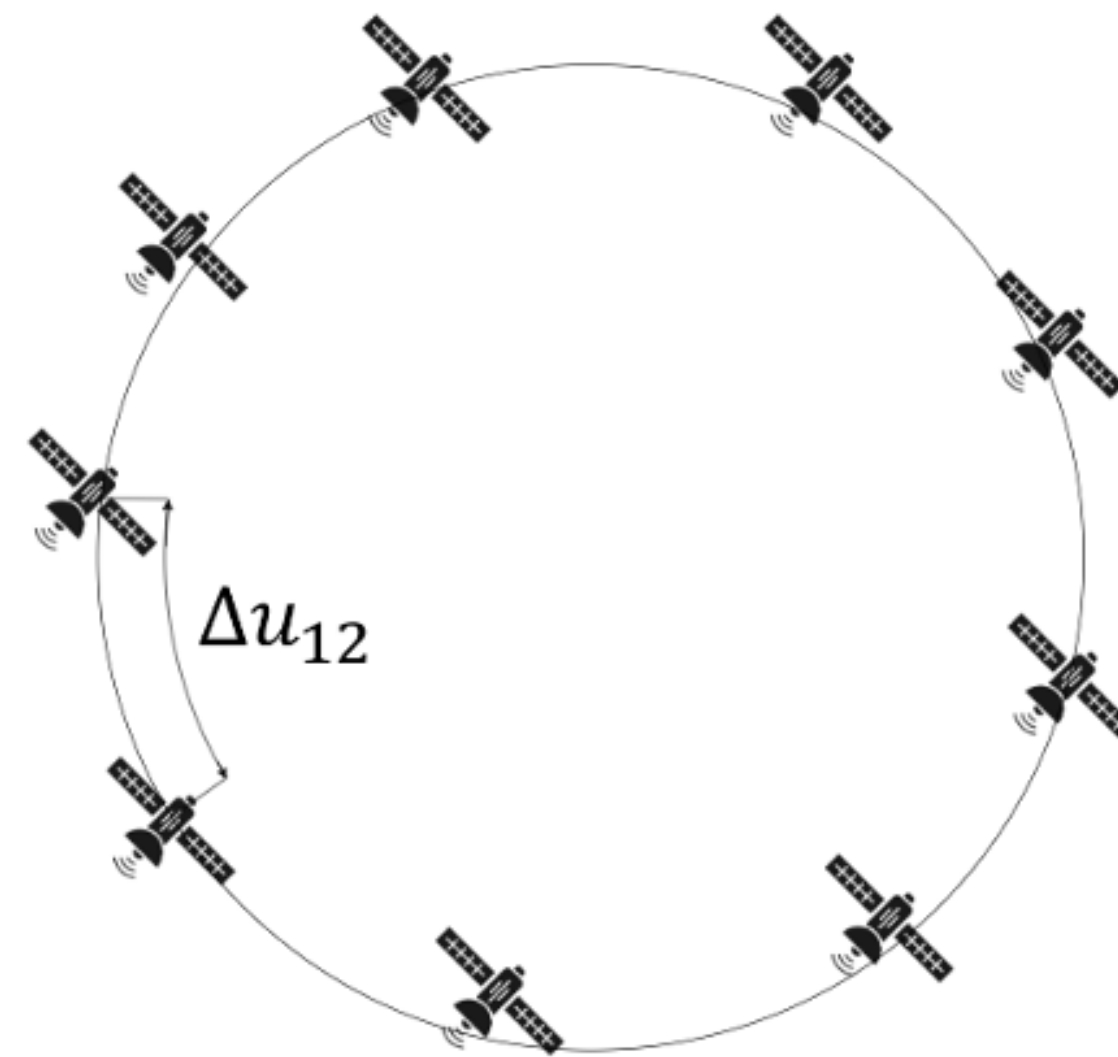


Параметризация номинальной конфигурации



Номинальная конфигурация определяется вектором $(h, i, N, P, \Delta\Omega, f)$:

- Все КА движутся по круговым орбитам ($e = 0$) с одинаковыми высотой h и наклонением i
- N КА движутся по P одинаково разнесенным по долготе восходящего узла (ДВУ) плоскостям на величину $\Delta\Omega$
- В каждой плоскости $S = \frac{N}{P}$ КА равномерно распределены по аргументу широты u на Δu_{12}
- При нахождении КА в восходящем узле своей орбиты спутник из соседней плоскости в направлении на восток обладает u , значение которого равно f



Обеспечение непрерывного покрытия



В модели покрытия земной поверхности антенна КА образует круговой конус.

Размер зоны обзора θ определяется высотой орбиты h и половиной угла раствора антенны α_{fov} .

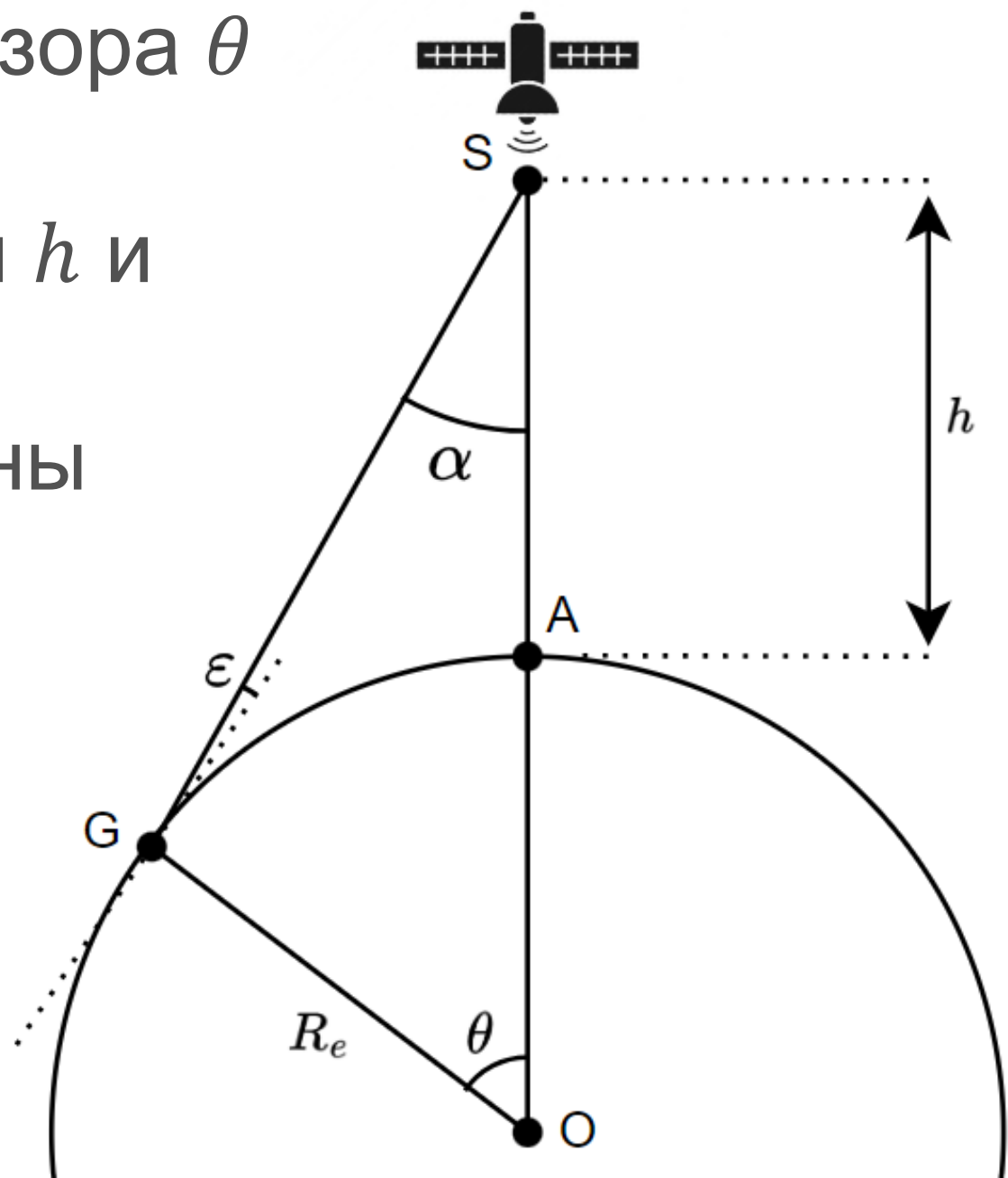


Схема покрытия земной поверхности

Для обеспечения непрерывного обзора используется **подход полос покрытия** (street-of-coverage).
Полуширина полосы покрытия λ_{street} :

$$\cos \lambda_{street} = \frac{\cos \theta}{\cos(\Delta u_{12}/2)} \quad (1)$$

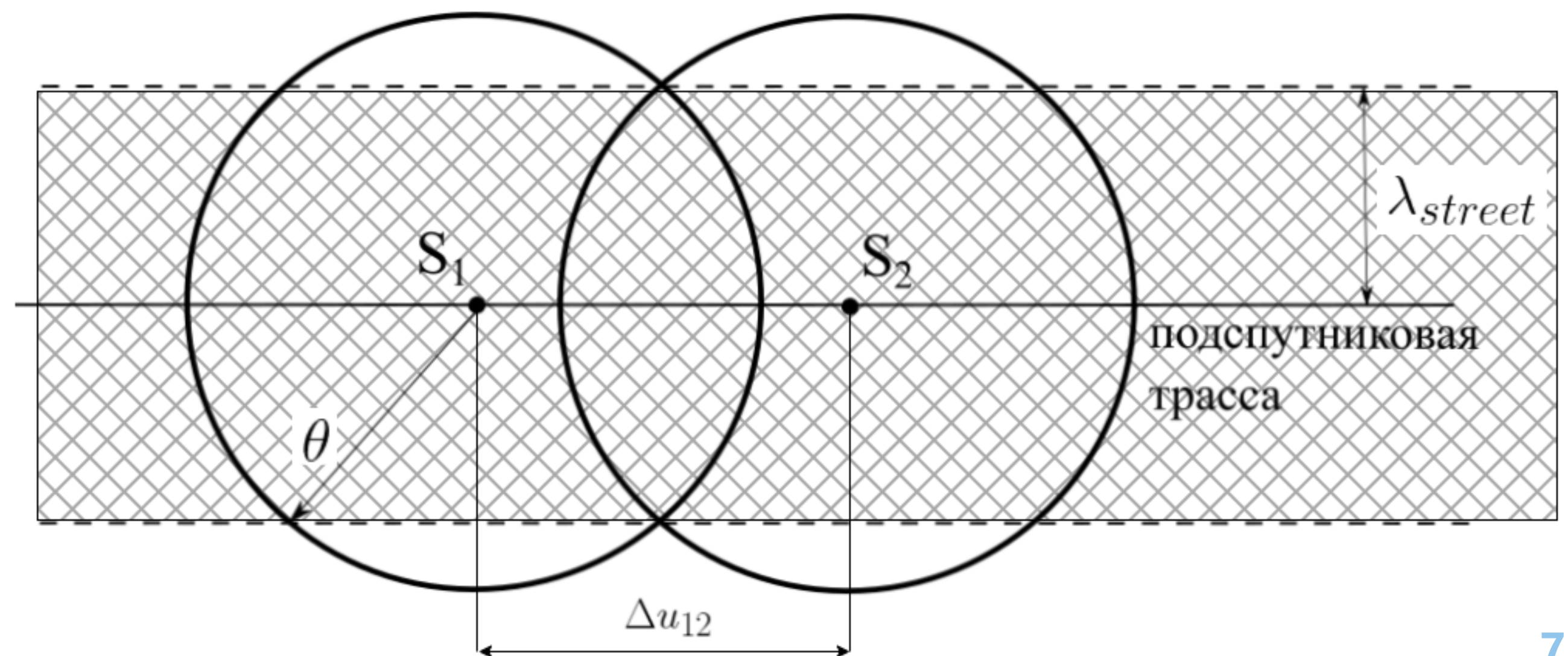


Схема полосы покрытия

Обеспечения покрытия между плоскостями



Для полярных орбит все плоскости пересекаются в околополярной области. Существуют два вида положения плоскостей: коорбитальные и ретроградные плоскости

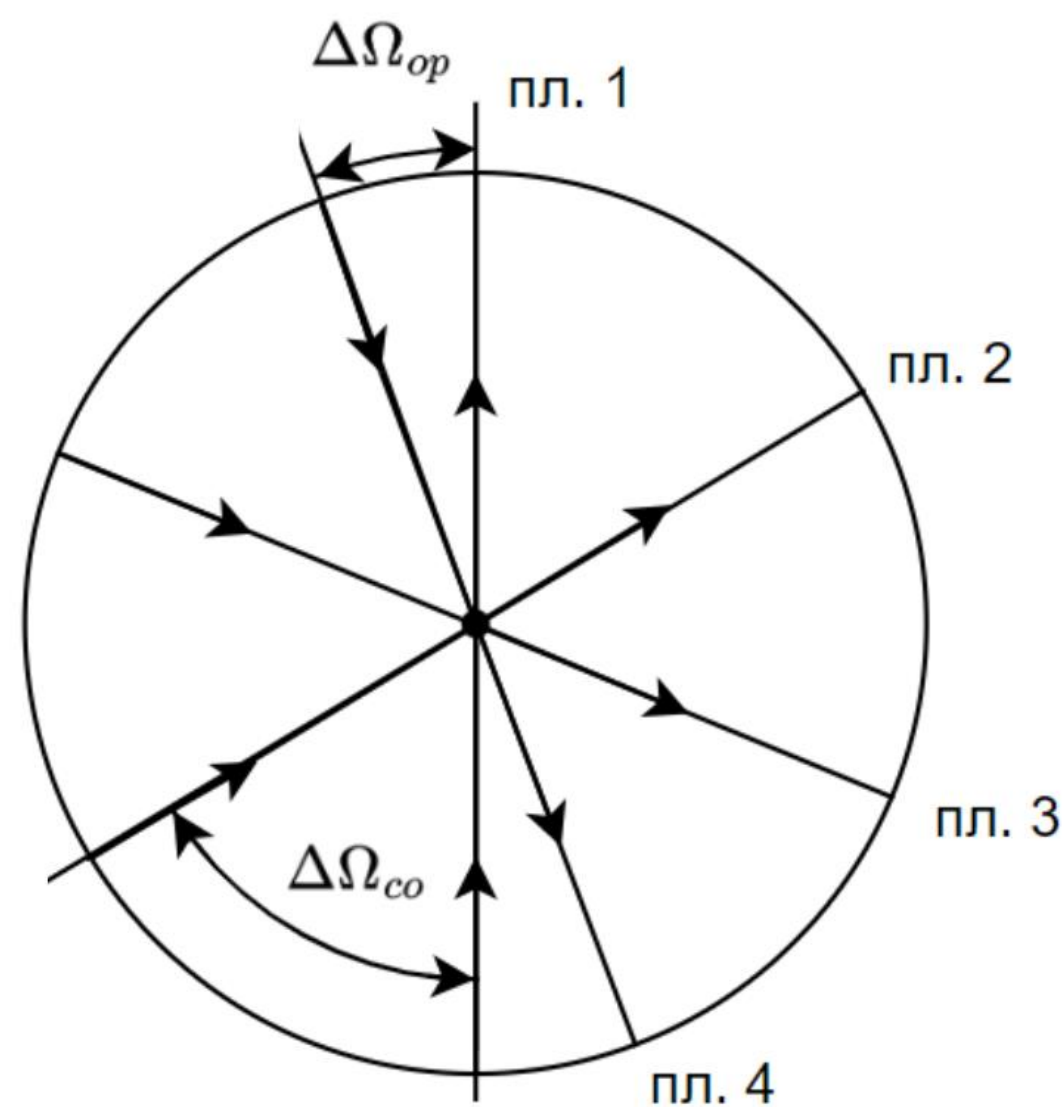
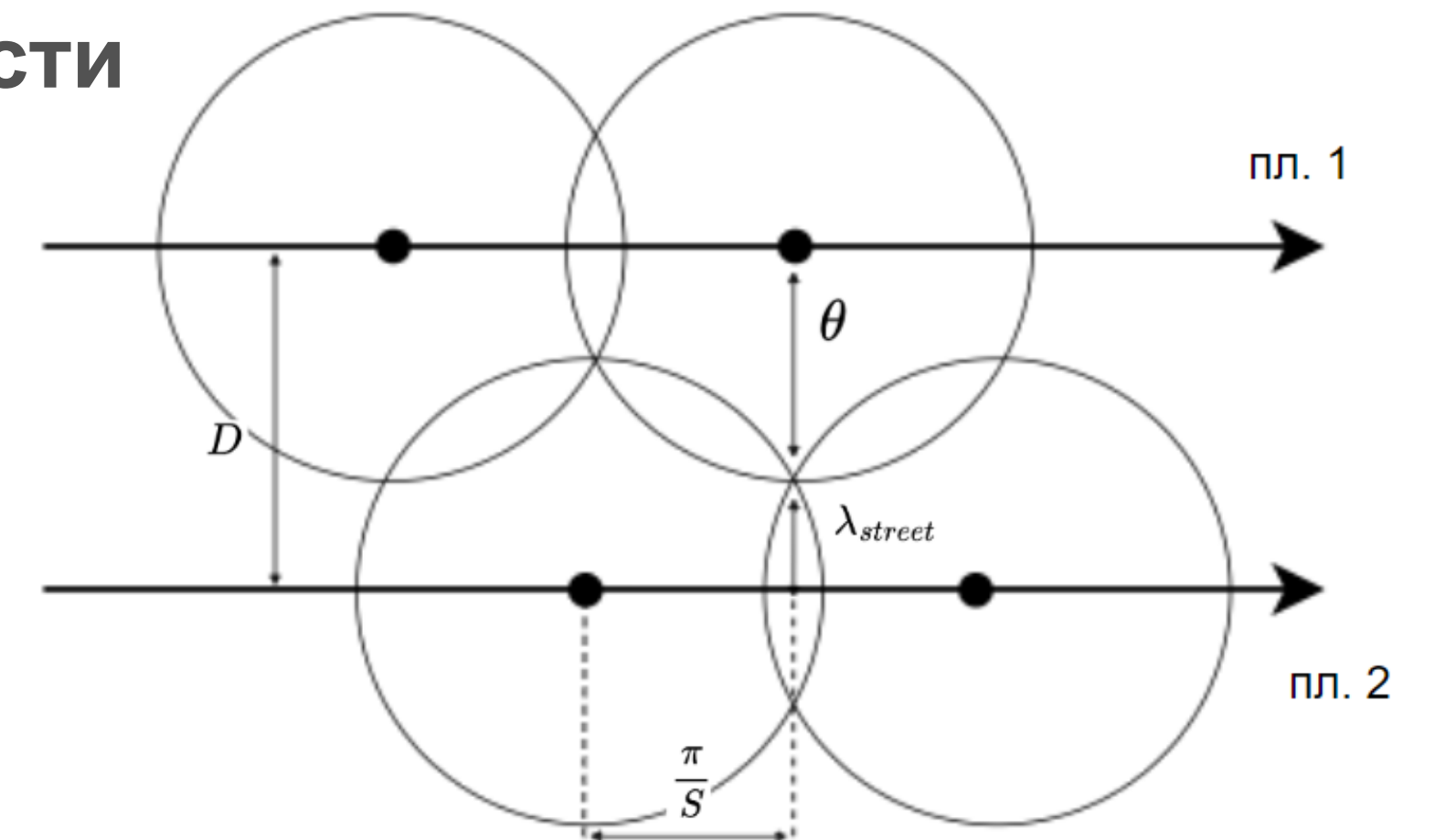


Схема размещения плоскостей

Коорбитальные плоскости

Касание
полосы покрытия
и зоны обзора

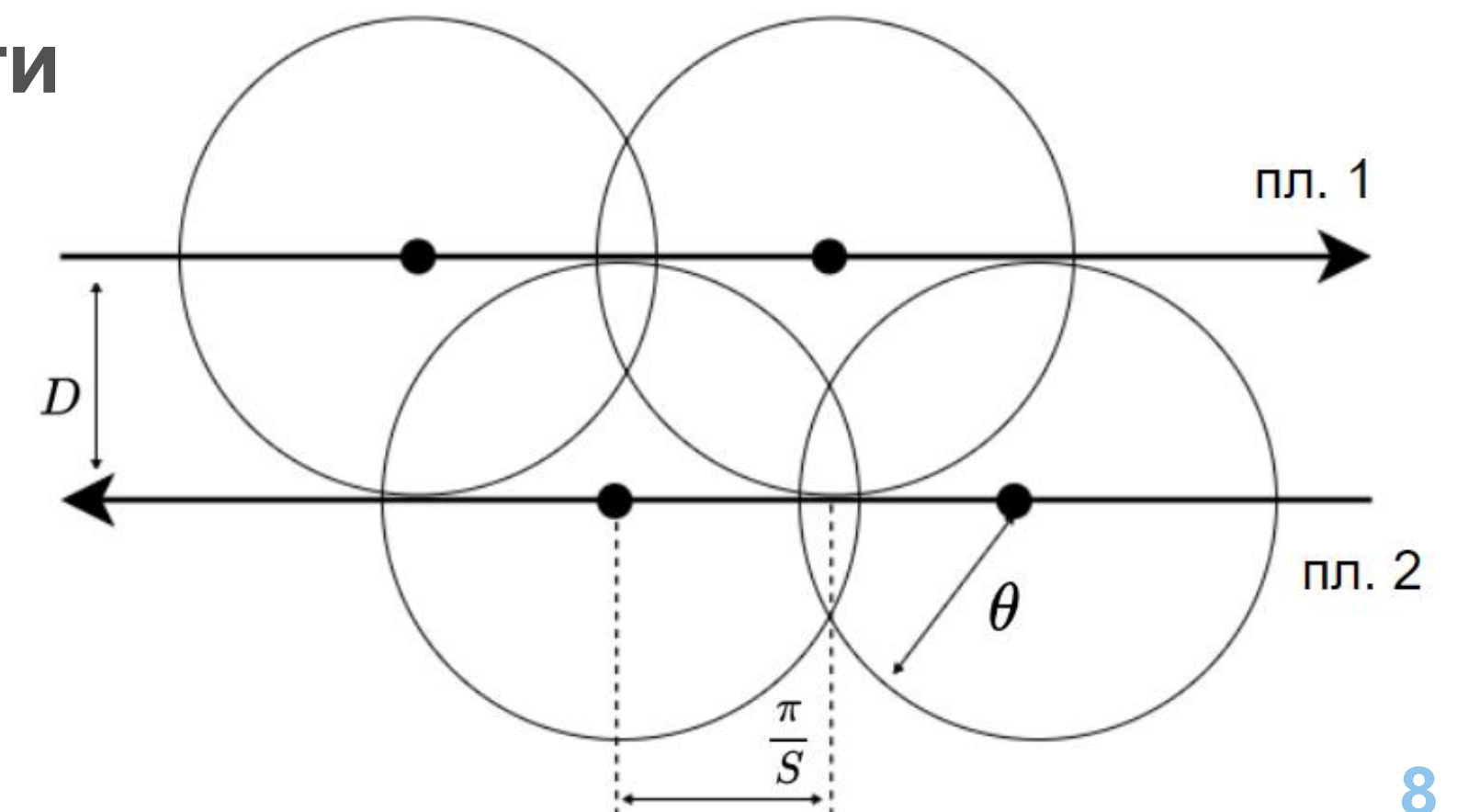
$$(2) \quad \begin{aligned} D_{co} &= \lambda_{street} + \theta, \\ \sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2}\right) &= \sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2} / \sin i \end{aligned}$$



Ретроградные плоскости

Касание зон обзора

$$(3) \quad \begin{aligned} D_{op} &= 2 \cdot \lambda_{street} \\ \sin\left(\frac{\Delta\Omega_{op}}{2}\right) &= \sin \lambda_{street} / \sin i \end{aligned}$$



Необходимое условие непрерывного покрытия



Для обеспечения непрерывного покрытия необходима одновременное выполнение условия перекрытия 2 видов плоскостей.

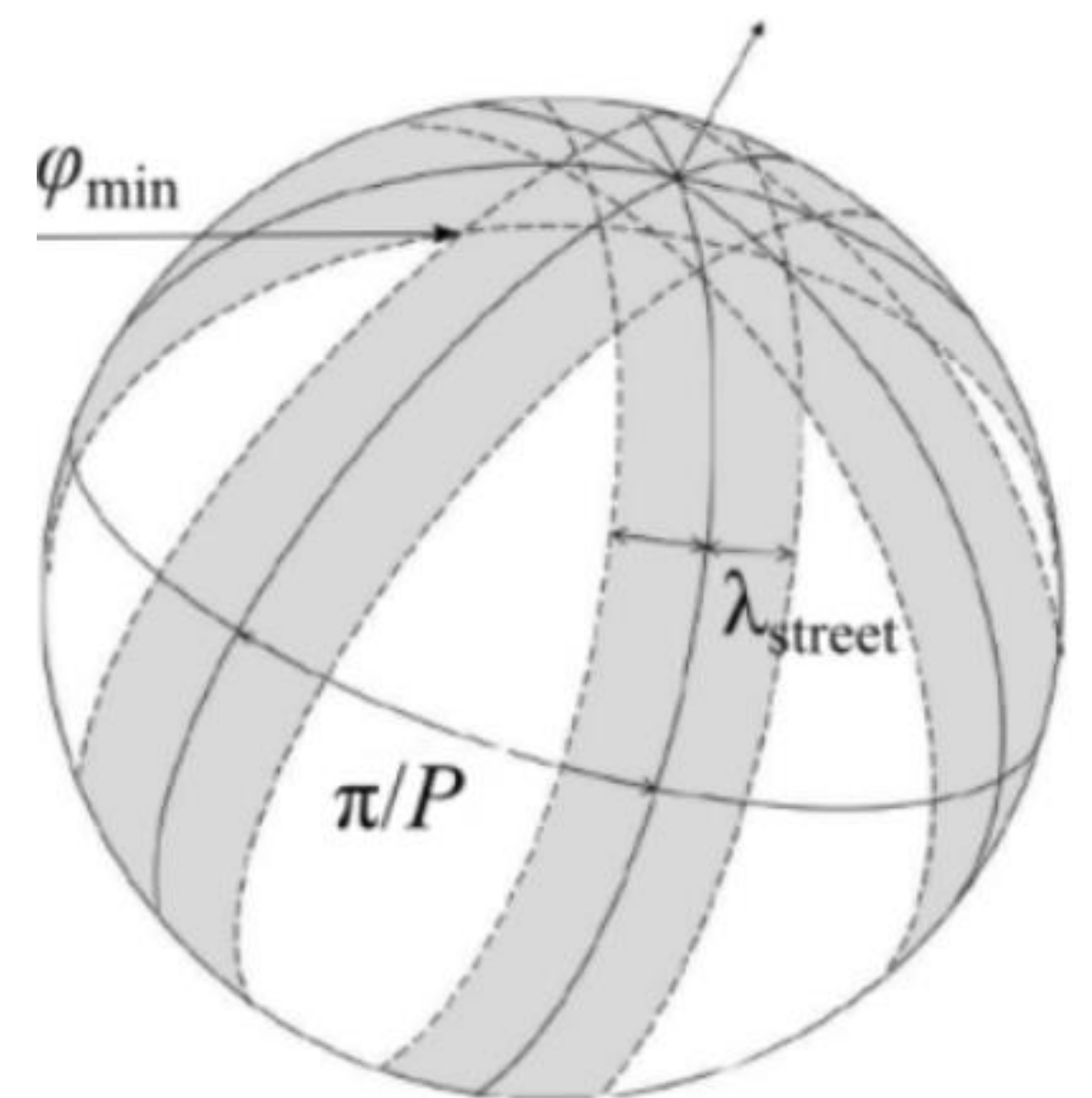
- Синхронизация коорбитальных плоскостей определяет максимальное значение $\Delta\Omega$;
- Синхронизация ретроградных плоскостей определяет минимальное значение $\Delta\Omega$.

Необходимое условие непрерывного покрытия:

$$\Delta\Omega \in \left[\frac{\pi - 2 \arcsin\left(\frac{\sin \lambda_{street}}{\sin i}\right)}{P - 1}; 2 \arcsin\left(\frac{\sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2}}{\sin i}\right) \right] = [\Delta\Omega^{min}; \Delta\Omega^{max}] \quad (4)$$

Условие покрытие земной поверхности выше некоторой широты φ_{min} для околополярных группировок:

$$\sin\left(\frac{\Delta\Omega_{co}}{2} \cdot \cos \varphi_{min}\right) = \sin \frac{\theta + \lambda_{street}}{2} / \sin i. \quad (5)$$



Слотовая структура



Номинальный (целевой) вектор состояния КА - вектор состояния КА, соответствующий номинальной (целевой) орбитальной структуре.

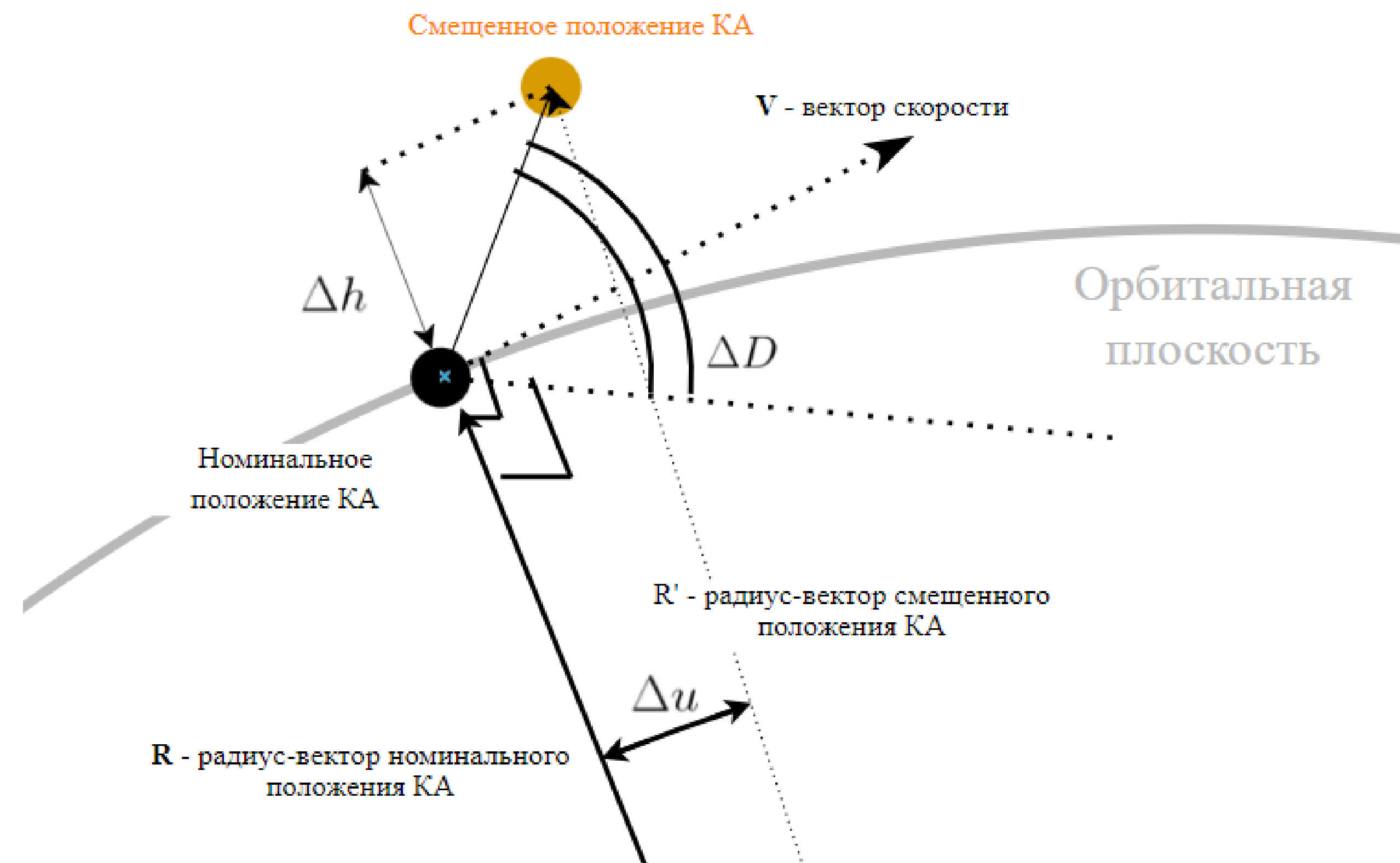
Контролируемый объем - область пространства (только координатного), в рамках которого КА считается удовлетворяющим номинальной орбитальной структуре.

Криволинейная система координат (КСК)

Δh - смещение КА в направлении радиус-вектора

Δu - смещение КА в направлении вектора скорости

ΔD - смещение КА перпендикулярно плоскости



Криволинейная система координат

Сервисный слот



Сервисный слот - это область координатного пространства, находясь в которых КА зонами обзора не образуют разрывов в покрытии.

Рассматриваются смещения аппаратов:

- Из одной плоскости
- В коорбитальных плоскостях
- В ретроградных плоскостях

Смещения вдоль осей КСК:

- По высоте (изменения размера зоны обзора $\Delta\theta$ и смещение из-за разницы периодов Δu_h)
- По треку (смещение по аргументу широты Δu)
- Перпендикулярно плоскости (расхождение плоскостей ΔD)

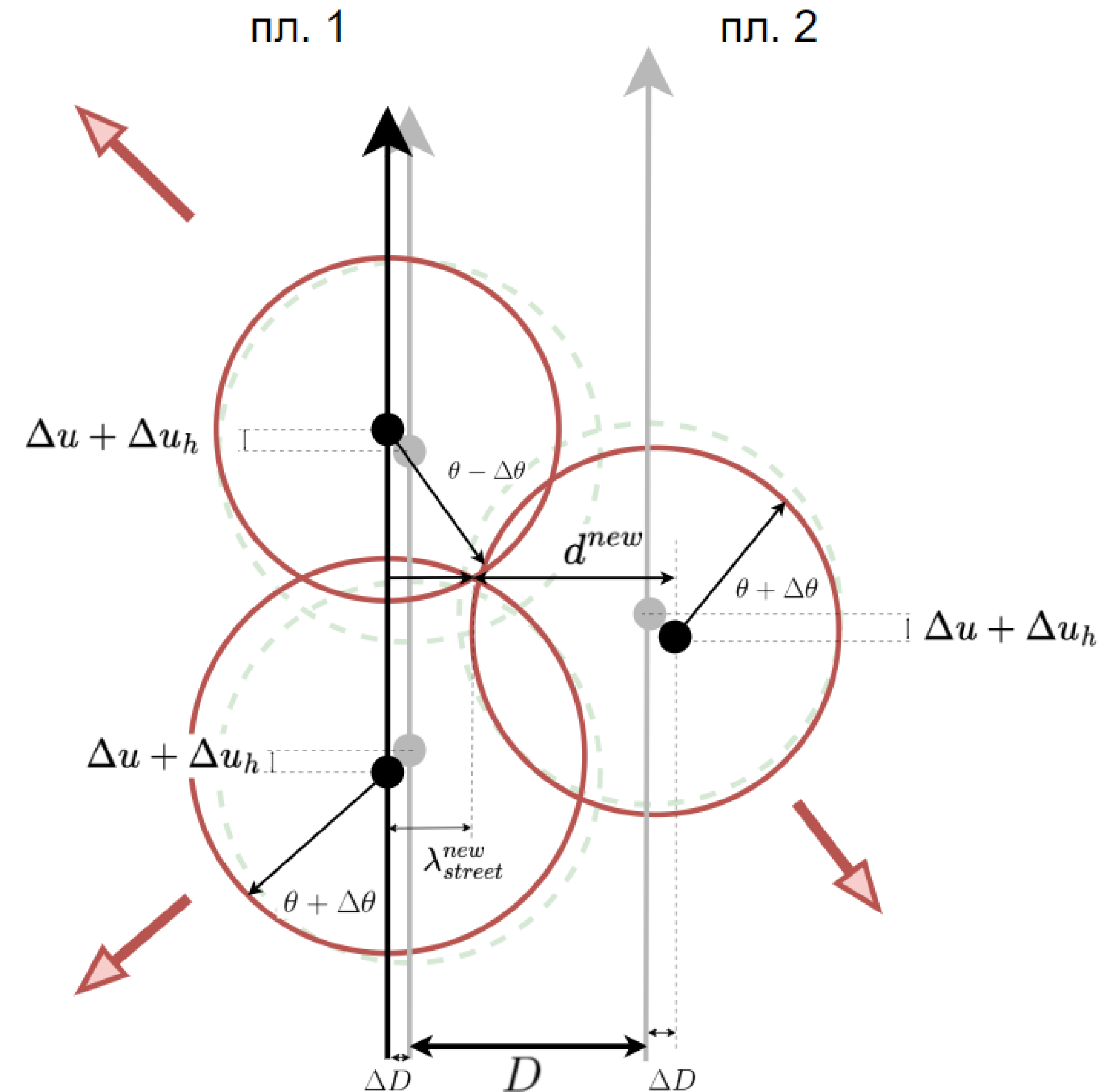


Схема критического смещения, определяющего размер сервисного слота

Слот МЛС

Слот МЛС - это область координатного пространства, при нахождении в котором КА не нарушает связность с соседями.

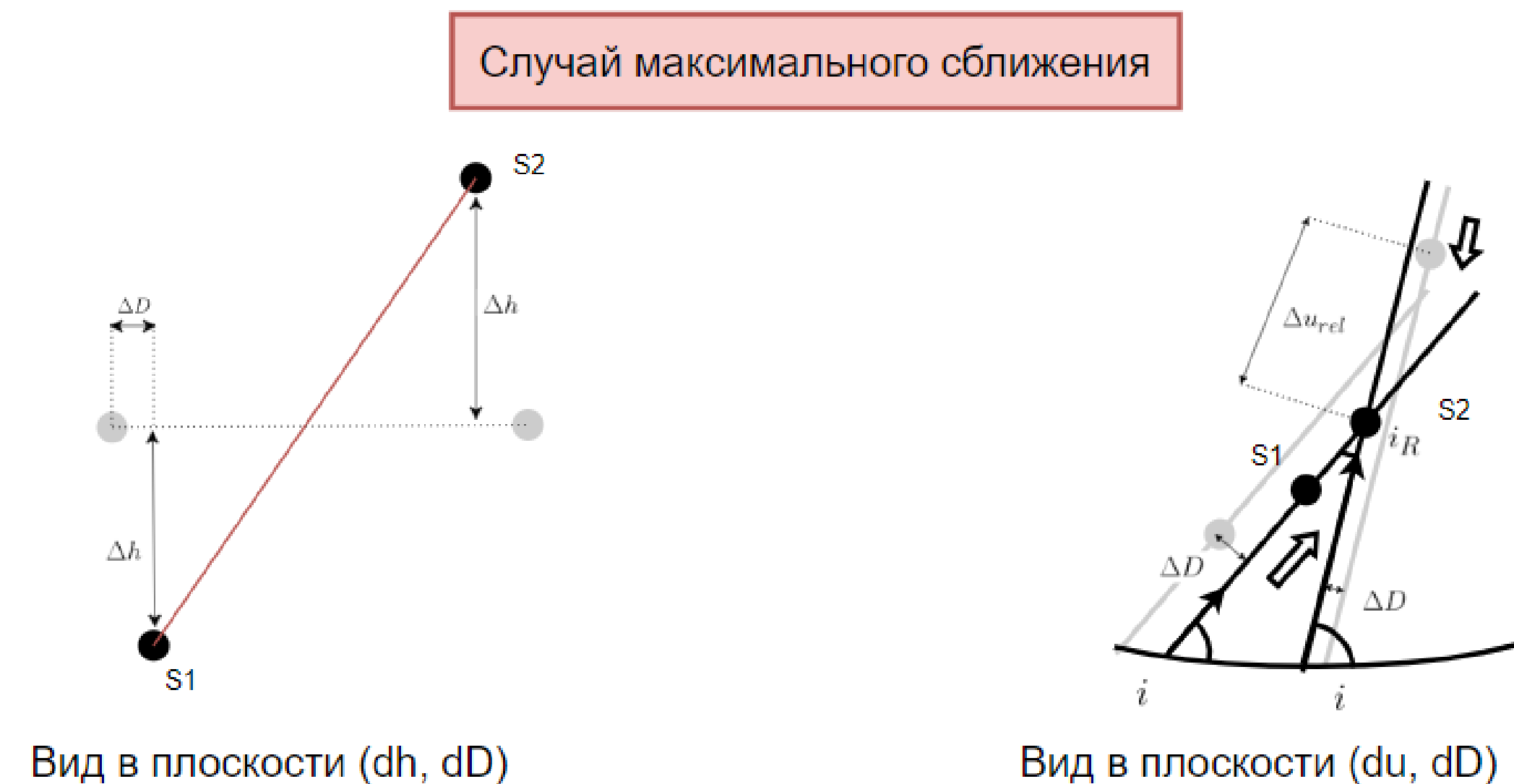
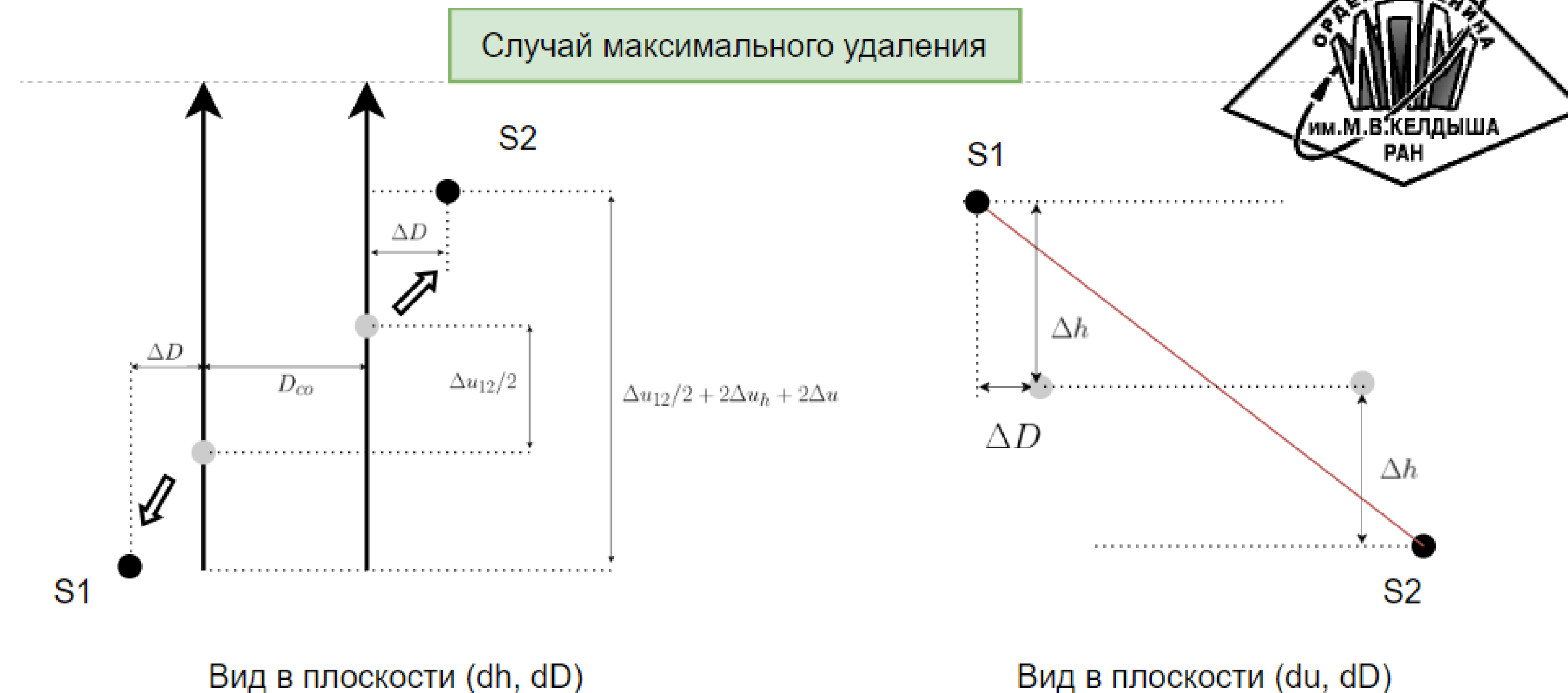
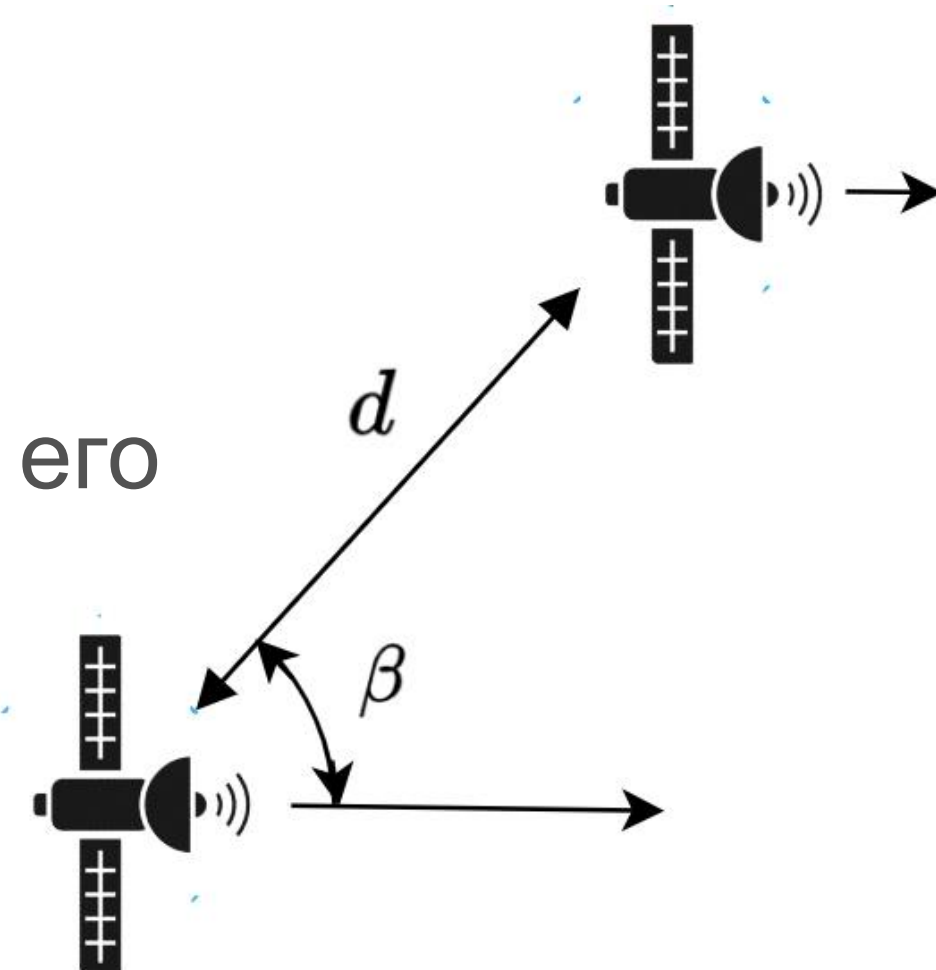
Связность определяется выполнением двух условий:

- Угол места β между КА и его корреспондентом:

$$\beta \in [\beta_{min}, \beta_{max}]$$

- Расстояние d между КА и его корреспондентом:

$$d \in [d_{min}, d_{max}]$$



Схемы критических смещений, определяющих размер слота МЛС

Безопасный слот



Безопасный слот - это область пространства, находясь в которой соответствующий ей КА не приближается к любому другому КА из группировки на расстояние менее ρ_{min} .

При анализе минимального расстояния рассчитывается минимальное достижимое расстояние между каждой парой КА ρ :

$$\rho = a \cdot \alpha_{min} =$$

$$= 2a \cdot \arcsin \left[\cos \left(\frac{i_R}{2} \right) \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos(i)^2 + \sin(i)^2 \cdot \cos(\Delta\Omega)}{2}} \right] \quad (6)$$

$$\cos i_R = \cos i^2 + \sin i^2 \cdot \cos \Delta\Omega$$

В построении определяется параметры максимального сближения. Для данной ситуации определяется доступное для смещения расстояние d_{access} :

$$d_{access} = \sqrt{\Delta h^2 + (R_e + h)^2 \cdot (\Delta u + \Delta u_h)^2 + (R_e + h)^2 \cdot (\Delta D)^2} \quad (7)$$

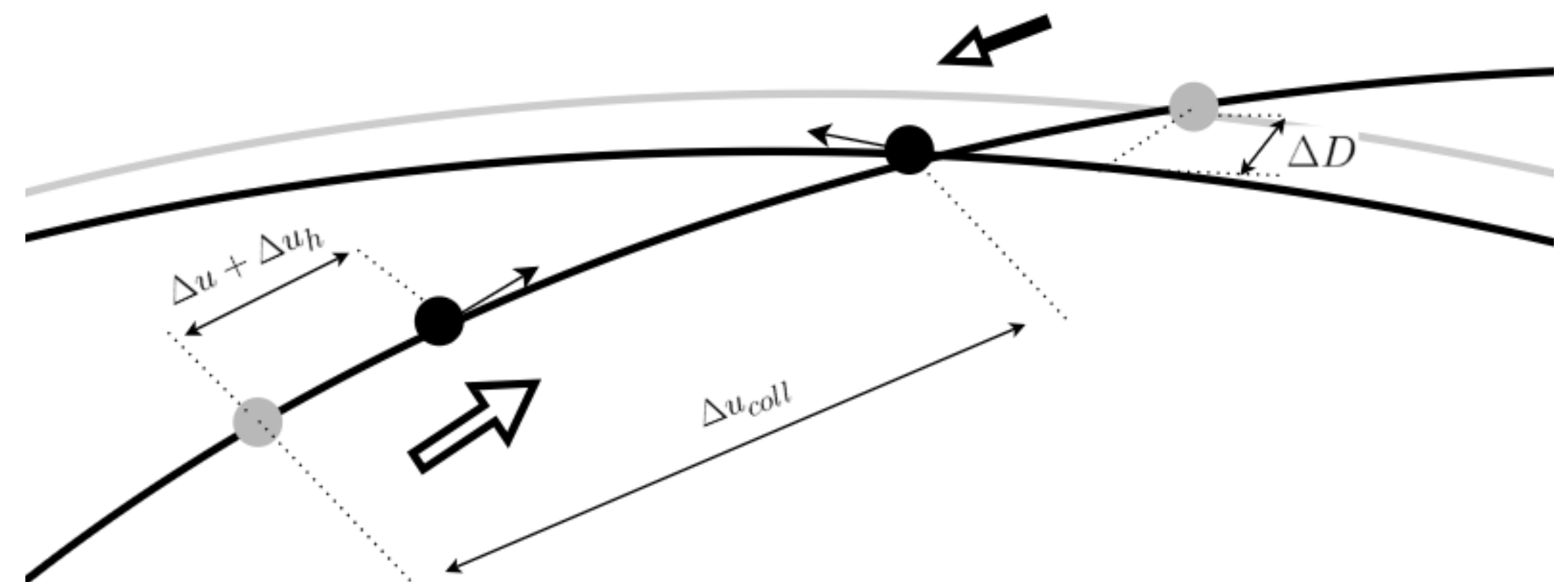


Схема сближения

Начальные условия



Для некоторого построения, определяемого вектором $(h, i, N, P, \Delta\Omega, f)$, орбитальные элементы каждого КА вычисляются как:

$$a_{i,j} = R_e + h,$$

$$i_{i,j} = i,$$

$$e_{i,j} = 0,$$

$$\omega_{i,j} = 0,$$

$$\Omega_{i,j} = \Omega_0 + \Delta\Omega \cdot (j - 1),$$

$$u = u_0 + \frac{2\pi}{S} \cdot (i - 1) + f(j - 1)$$

$i \in [1, S]$ - индекс КА в плоскости

$j \in [1, P]$ - индекс плоскости

(8)

Рассматриваются группировки на основе следующих ограничений:

Параметр	Обозначение	Значение
Угол полураствора антенны КА	α	50 град
Допустимая высота	h	[450, 1000] км
Допустимое наклонение	i	[80, 90] град
Угол места терминала МЛС	β	[-30, 30] град
Расстояние между КА для МЛС	d	[200, 2000] км
Мин. расстояние между КА	ρ_{min}	20 км

Для обеспечения внутриплоскостной непрерывности вводится коэффициент заполнения k (заменяет S в параметризации группировки):

$$k = \frac{S \cdot \theta}{\pi} \tag{9}$$

Выбор параметров построения



Вектор подбираемых параметров:

$$\mathbf{x} = (h, i, k, P, \Delta\Omega, f) \quad (10)$$

Постановка задачи поиска параметров орбитального построения:

$$\min_{\mathbf{x} \in X} \{f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}))\},$$

$$\text{где } f(\mathbf{x}) : X \rightarrow R^2,$$

$$f_1(\mathbf{x}) = N,$$

$$f_2(\mathbf{x}) = -\min(\Delta R_{cov}, \Delta R_{isl}, \Delta R_{cas}) \quad (11)$$

при ограничениях: $h \in [450, 1000]$ км

$$i \in [80, 90] \text{ град}$$

$$k > 1$$

$$P \in Z_+,$$

$\Delta R_{cov}, \Delta R_{isl}, \Delta R_{cas}$ - минимальный размер (по одному из направлений) сервисного, МПС и безопасного слотов.

Декомпозиция задачи поиска:

- Поиск построений с наименьшим числом КА

$$\min_{\mathbf{y} \in Y} \{f(\mathbf{y}) = (f_1(\mathbf{y}), f_3(\mathbf{y}))\},$$

$$\text{где } f(\mathbf{y}) : X \rightarrow R^2,$$

$$\mathbf{y} = (h, i, k, P),$$

$$f_1(\mathbf{x}) = N,$$

$$f_3(\mathbf{x}) = -|\Delta\Omega_{max} - \Delta\Omega_{min}| \quad (12)$$

при ограничениях: $h \in [450, 1000]$ км

$$i \in [80, 90] \text{ град}$$

$$k > 1$$

$$P \in Z_+.$$

- Поиск построений с наибольшим размером слота
Для 5 вариантов с наименьшим числом КА проводится анализ размеров слотов. Выбирается построение с наибольшим размером слота.

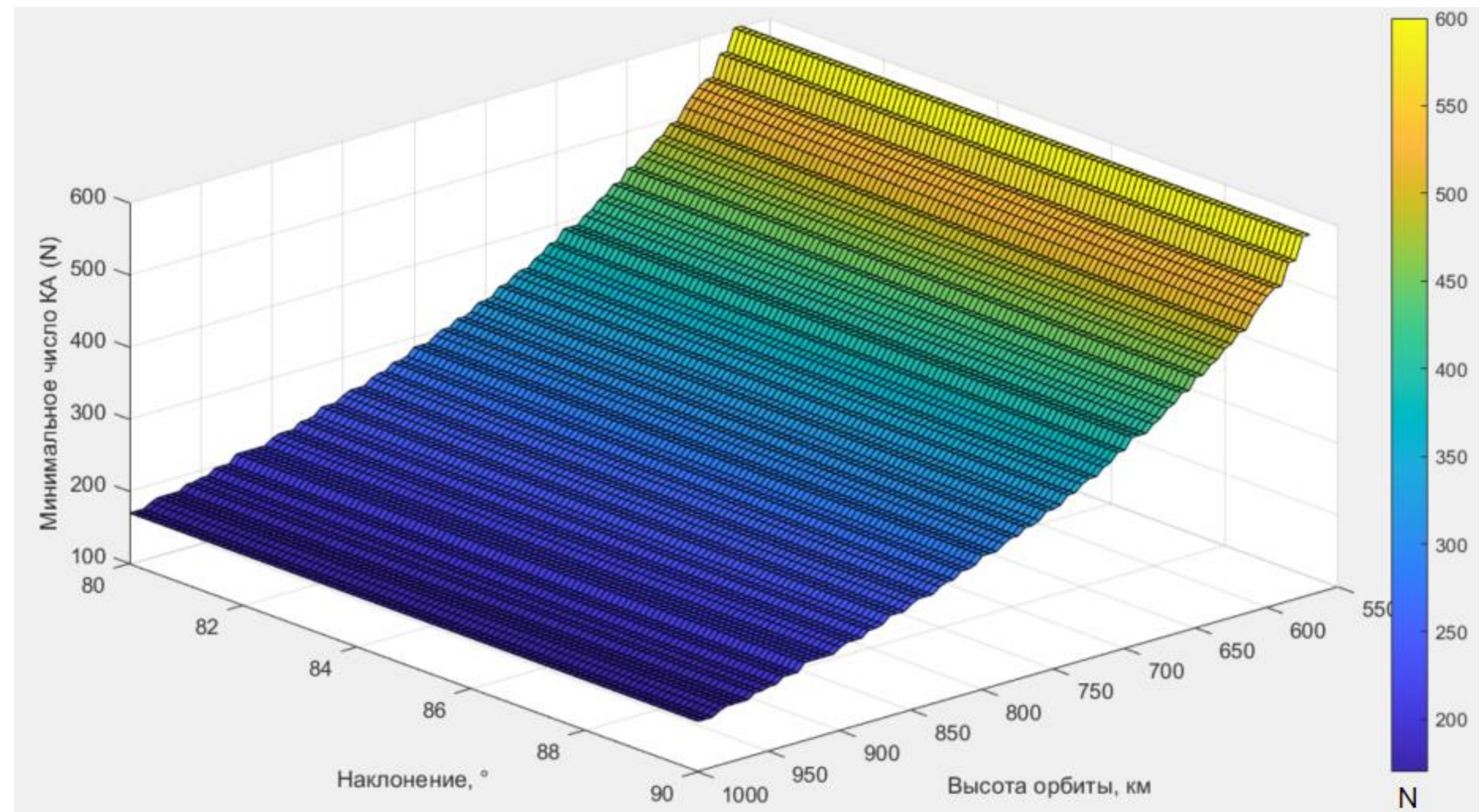
Поиск построений с наименьшим числом КА



Наименьшим числом КА
обладают построения:

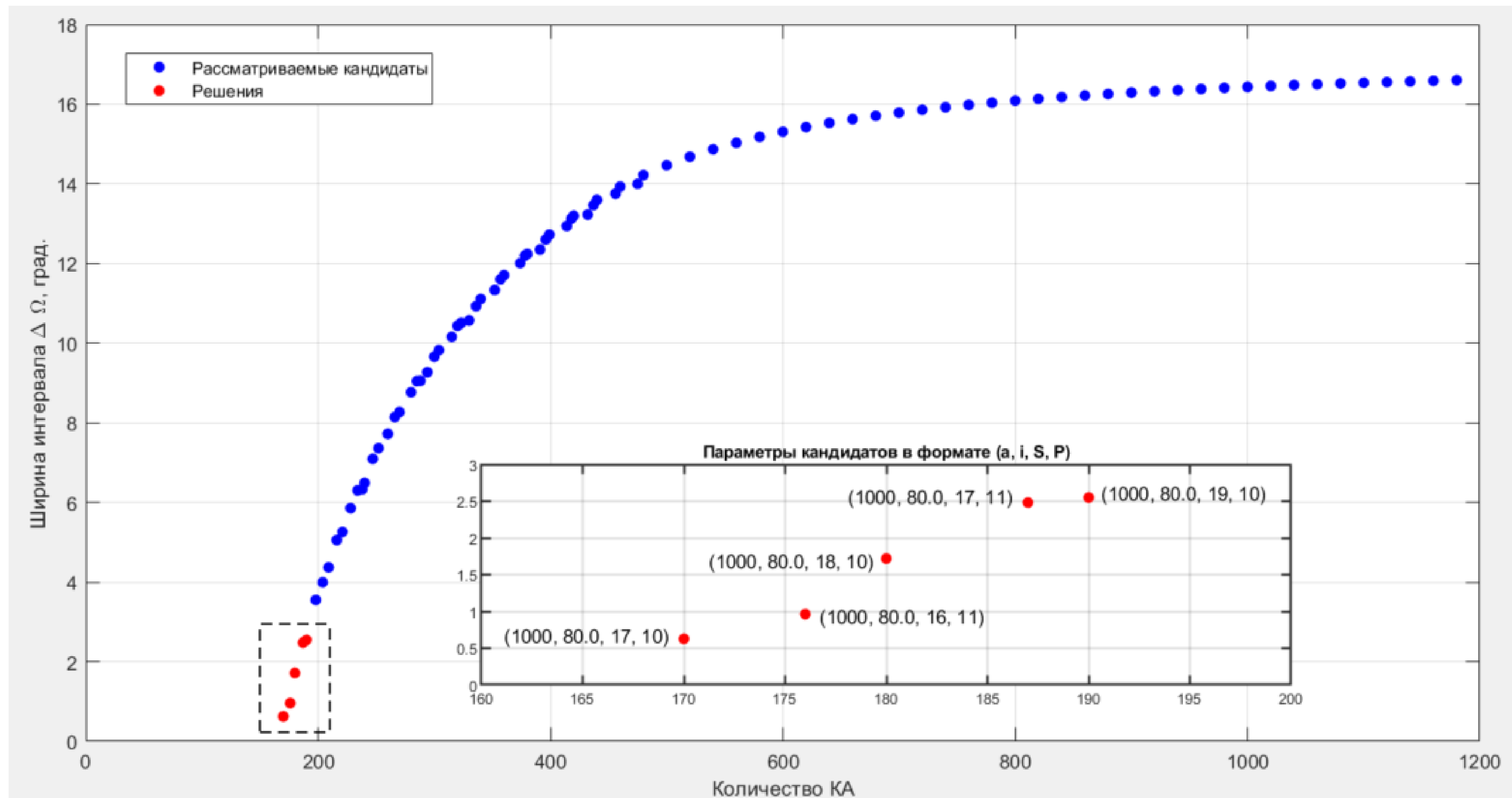
- **Наибольшие высоты**
(наибольший размер
зоны обзора)

Были выбраны 5
вариантов с наибольшим
числом КА и диапазоном
смещения по ДВУ.



Зависимость минимального числа КА для комбинаций высоты и наклонения

Поиск построений с наименьшим числом КА



Парето-фронт решений, получаемых на первом этапе поиска параметров орбитального построения

Варьирование $\Delta\Omega$, f



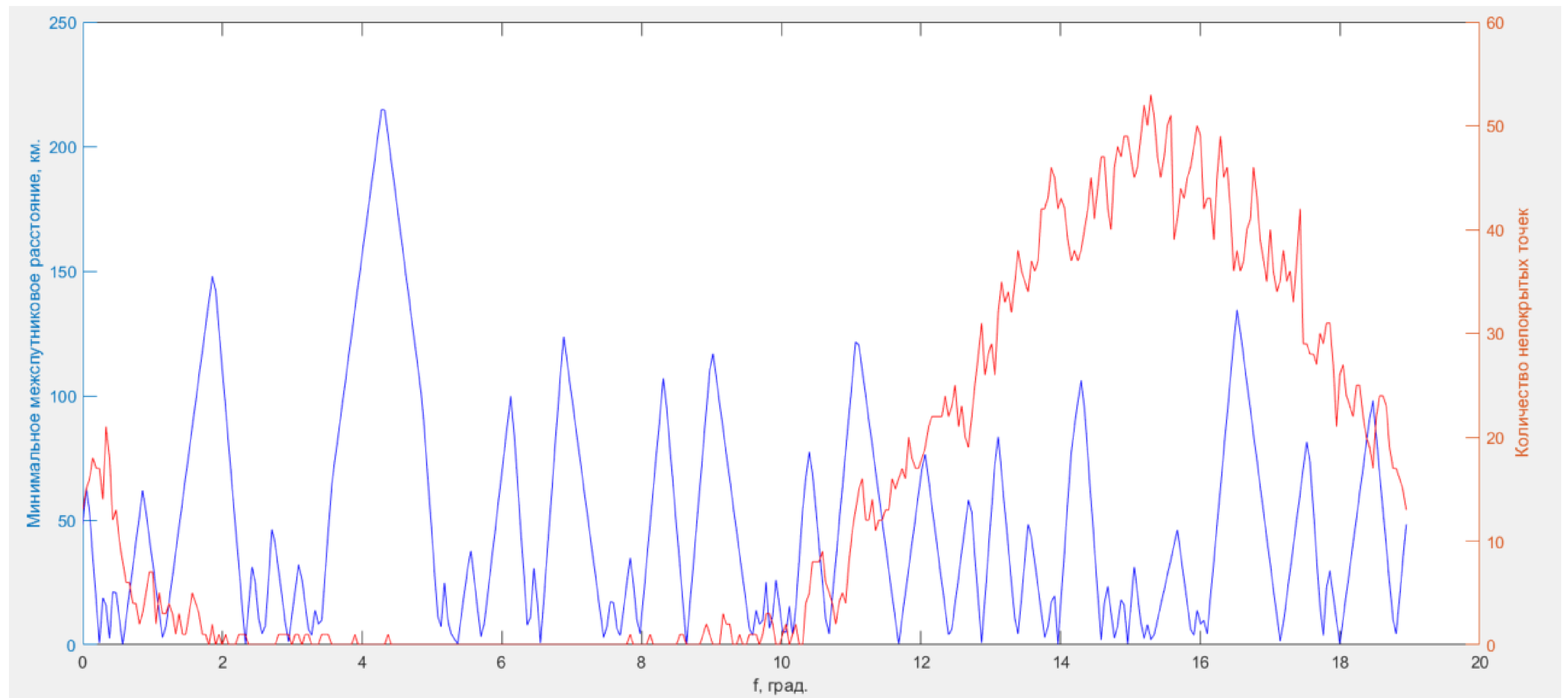
Для каждой комбинации, избранной на шаге поиска построений с наименьшим числом КА, проводится варьирование параметров ($\Delta\Omega$, f).

В качестве примера рассмотрим один из избранных вариантов:

$$y = (1000, 80, 1.2464, 10) \quad [\Delta\Omega^{min}; \Delta\Omega^{max}] = [18.19, 20.74]^\circ$$

Рассматриваются только комбинации, где:

- На земной поверхности нет непокрытых точек (используется сетка Фибоначчи)
- Минимальное расстояние в группировке $> \rho_{min}$



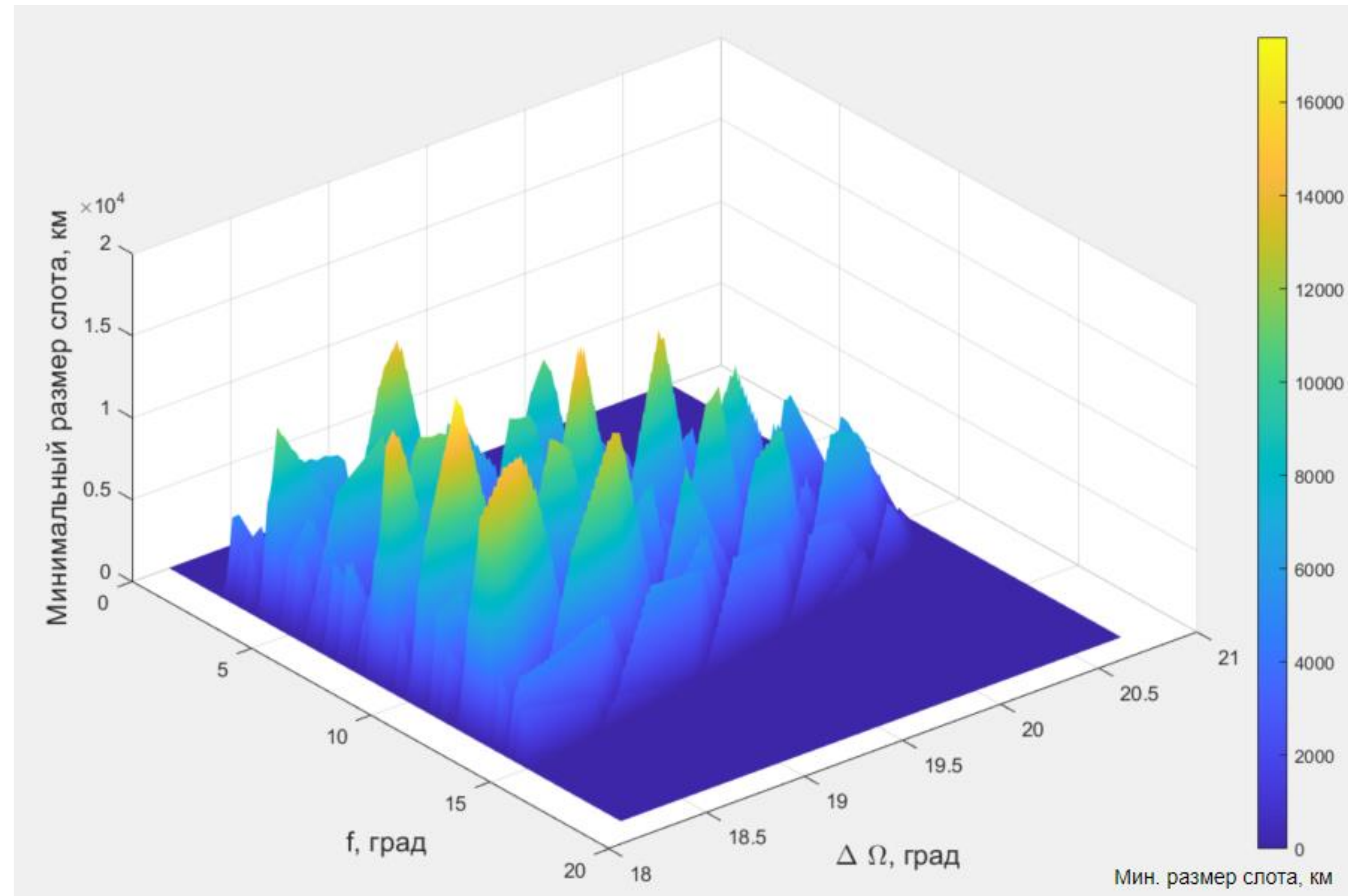
Зависимость минимального расстояния и количества непокрытых сот от фазового параметра для $\Delta\Omega = 19$ град

Поиск построения с минимальным размером слота



На рисунке представлен график зависимости минимального размера слота от параметров $\Delta\Omega$, f при фиксированных

$h = 1000$ км,
 $i = 80$ град,
 $k = 1.264$,
 $P = 10$.



Параметры короткопериодических колебаний

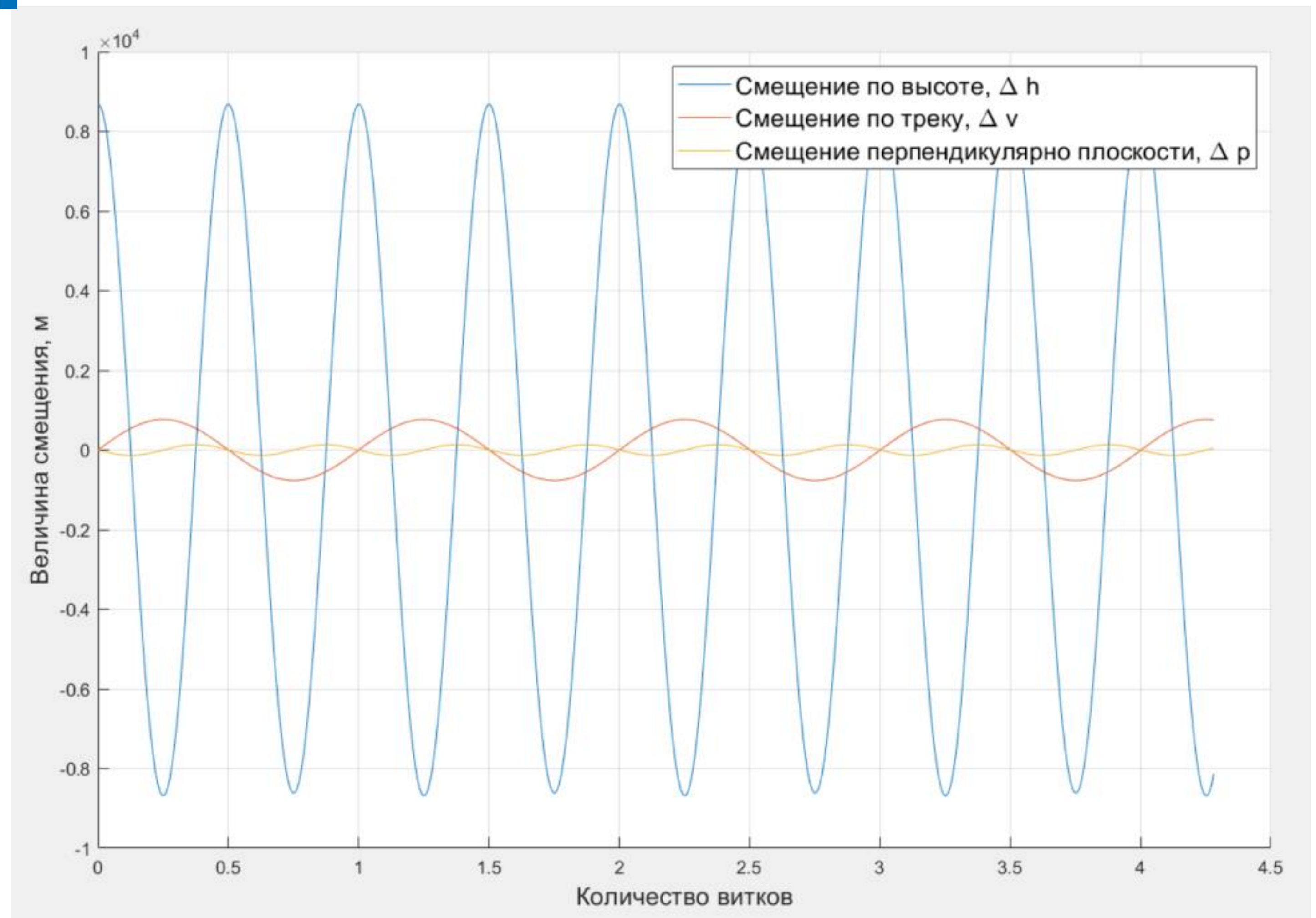


Амплитуды короткопериодических колебаний оскулирующих элементов определяют минимально допустимый размер слота.

Для определения амплитуд используются усредненные элементы орбиты с учетом J_2 .

$$\begin{aligned} A &= A_o + A_1 J_2 + A_2 J_2^2 \\ e_x &= e_{x_o} + e_{x_1} J_2 + e_{x_2} J_2^2 \\ e_y &= e_{y_o} + e_{y_1} J_2 + e_{y_2} J_2^2 \\ i &= i_o + i_1 J_2 + i_2 J_2^2 \\ \Omega &= \Omega_o + \Omega_1 J_2 + \Omega_2 J_2^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где $A = \frac{R^2}{a^2(1-e^2)^2}$, $e_x = e \cos \omega$, $e_y = e \sin \omega$.



Результаты поиска параметров построения



Для 5 избранных построений с получены значения $(\Delta\Omega, f)$, при которых достигается наибольший размер слота при фиксированных (h, i, k, P) .

Видно, что слоты построений под номерами 1, 2 меньше амплитуд естественных колебаний. Таким образом, слотовая структура данных не устойчива к короткопериодическим колебаниям.

Все комбинации обладают одинаковыми высотой и наклоном. Для таких орбит амплитуды короткопериодических колебаний (далее – баллистический слот):

- 8690 м в направлении радиус-вектора;
- 140 м вдоль трека;
- 780 м в направлении, перпендикулярном плоскости.

#	h , км	i , град	S	P	N	$\Delta\Omega$, град	f , град	ΔR_{min} , км
1	1000	80	17	10	170	18.6	9.9	3.7
2	1000	80	16	11	176	17.1	10.5	7.4
3	1000	80	18	10	180	18.6	10.6	10.4
4	1000	80	17	11	187	16.9	11.9	10.7
5	1000	80	19	10	190	18.5	9.9	9.2

Слоты избранного построения



В качестве финального было выбрано построение под номером 3 со следующими параметрами:

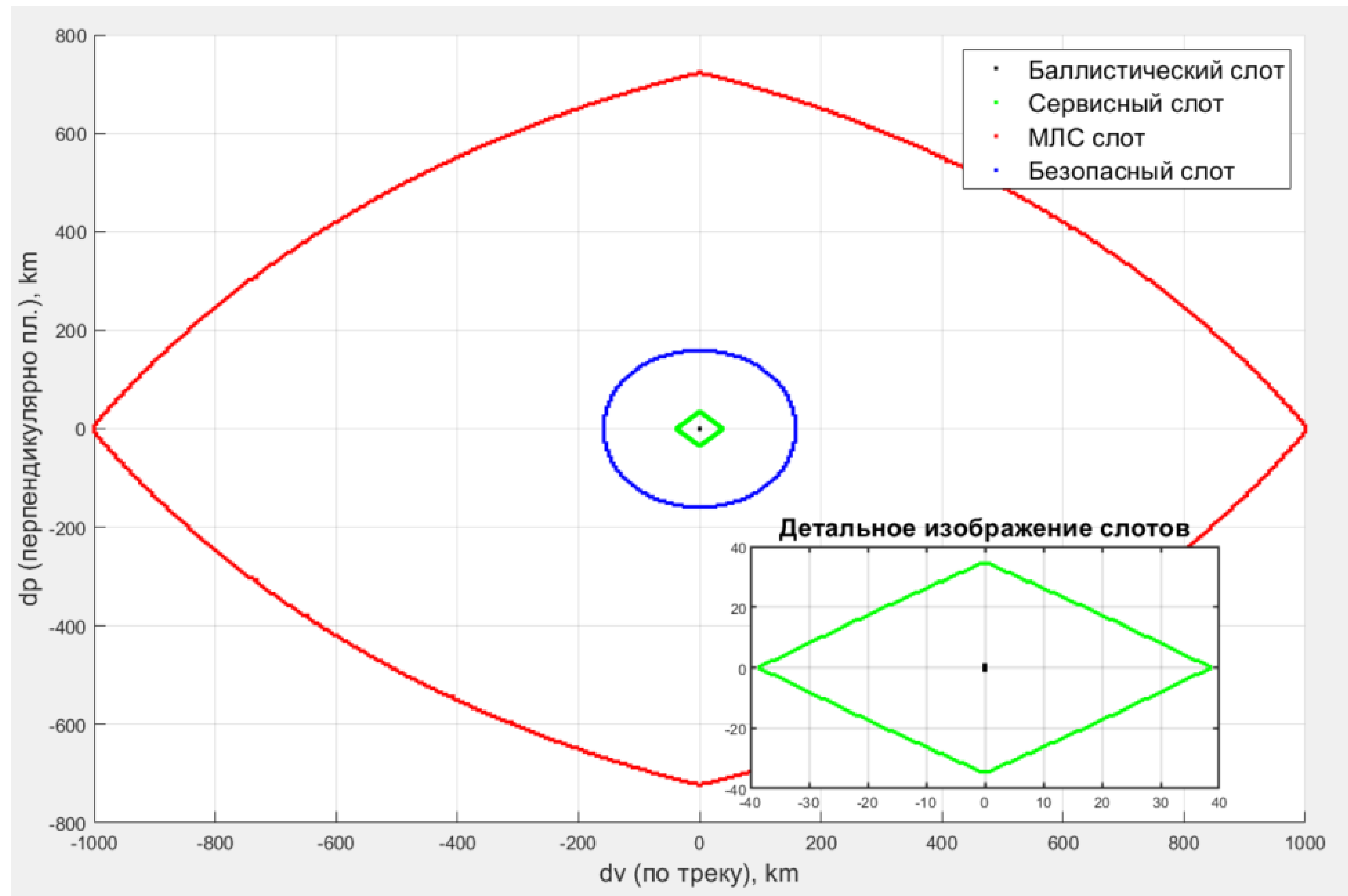
- $h = 1000$ км
- $i = 80$ град
- $N = 180$
- $P = 10$
- $\Delta\Omega = 18.6$ град
- $f = 10.6$ град

Напр.-е смещения	Сервисный слот	МЛС слот	Безопасный слот	Баллисти- ческий слот	Минимум
Δh_{up} , км	13.9	71.3	16.3	8.7	13.9
Δh_{down} , км	10.4	71.3	16.3	8.7	10.4
Δv , км	112.2	942.5	220.4	0.1	112.2
Δp , км	93.2	704.5	220.1	0.8	93.2

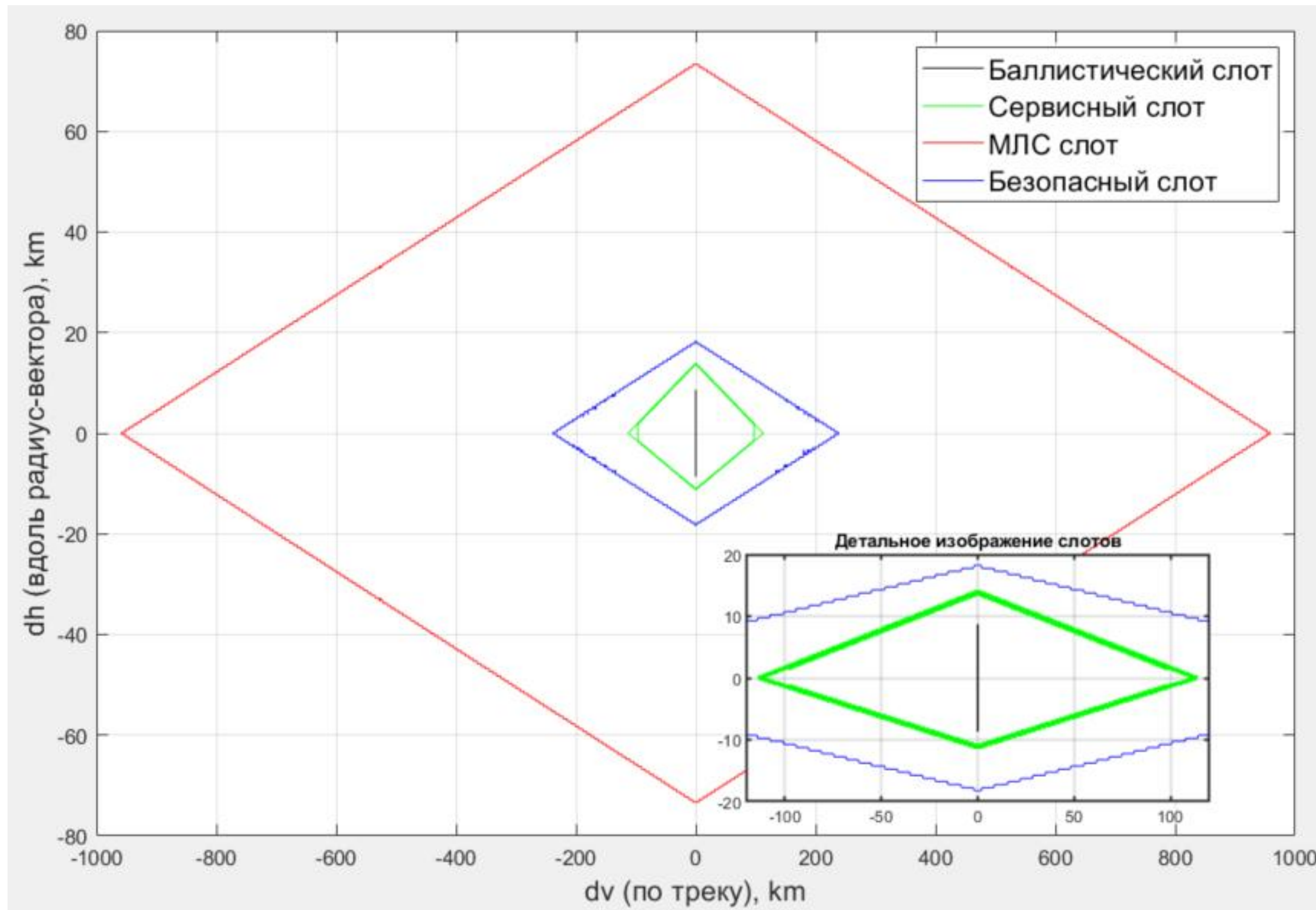
Здесь:

- Δh_{up} – максимальная величина смещения по высоте вдоль радиус-вектора,
- Δh_{down} – максимальная величина смещения по высоте против радиус-вектора,
- Δv – максимальная величина смещения вдоль трека в км
- Δp – максимальная величина смещения перпендикулярно плоскости в км

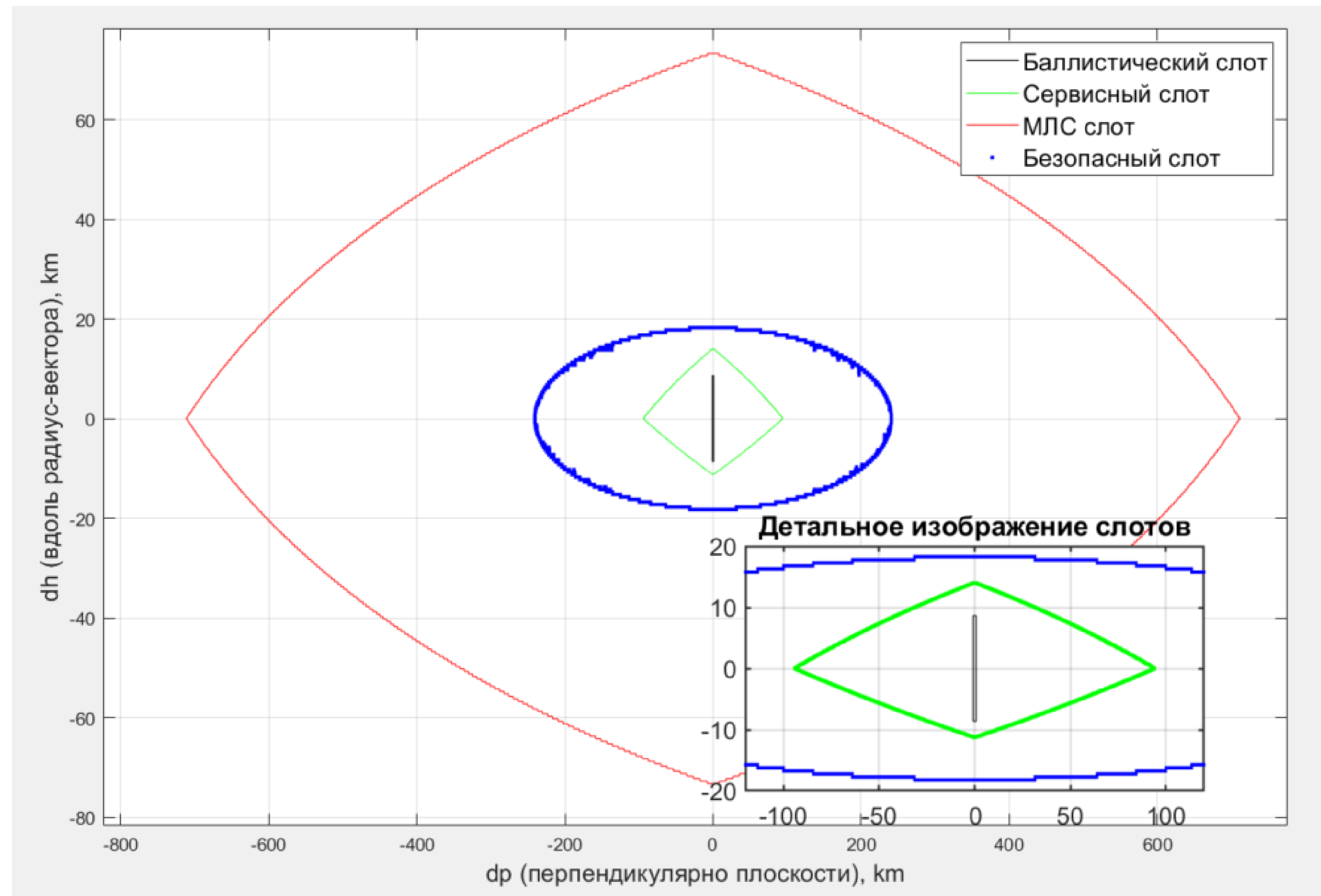
Проекция слотов на плоскость (Δv , Δp)



Проекция слотов на плоскость $(\Delta v, \Delta h)$



Проекция слотов на плоскость (Δp , Δh)



Заключение



- Проведено исследование характеристик группировок типа street-of-coverage, для которых обеспечивается непрерывное глобальное покрытие земной поверхности.
- Разработана и исследована модель допустимых отклонений положений КА в рамках орбитальной структуры, которая учитывает требования к:
 - Непрерывному глобальному покрытию;
 - Обеспечению межспутниковой внутри- и межплоскостной связности;
 - Отсутствию опасных сближений между КА внутри группировки.
- Предложен и реализован алгоритм выбора параметров орбитального построения.



Спасибо за внимание!