Стабилизация формации из двух солнечных парусов с изменяемыми оптическими свойствами

Магистерская диссертация студента ФУПМ (МФТИ ГУ)
Досаева Романа Владимировича

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Ткачев С.С.

26 июня 2017 г.

План

- Постановка задачи
- Управление центром масс
- Управление угловым движением
- Численный пример

Постановка задачи

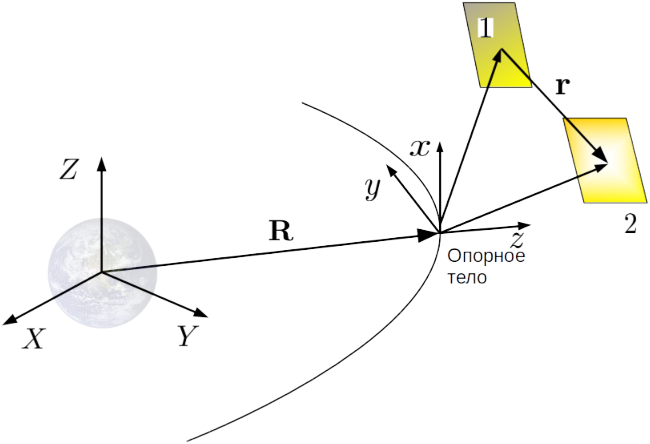
Дано:

- Два одинаковых спутника с плоскими солнечными парусами
- Спутники летят на небольшом расстоянии от приполярной орбиты
- Ресурс управления - изменяемый коэффициент отражения поверхности парусов

Задача:

Построить управление, которое обеспечивало бы достижение заданной относительной траектории и поддержание ее при наличии возмущений и ошибок в начальных данных

Системы координат



Модель движения

Уравнение относительного движения в орбитальной СК с учетом возмущений

$$\ddot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\,\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} = 3\mu \frac{(\mathbf{R}, \mathbf{r})}{R^5}\mathbf{R} - \frac{\mu}{R^3}\mathbf{r} + \mathbf{f}_{J2} + \mathbf{f}_s$$

где

$\mu = 398600.4415$ км$^3 \cdot\ c^{-2}$

$\boldsymbol{\omega}$ - угловая орбитальная скорость опорного тела ($|\boldsymbol{\omega}| = \sqrt{\frac{\mu}{R^3}}$)

$\mathbf{f}_{J2}$ - ускорение от гармоники J_2

$\mathbf{f}_s$ - ускорение от светового давления

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{f}_{s,2} - \mathbf{f}_{s,1}$$

$\mathbf{f}_{s,1}, \mathbf{f}_{s,2}$ - ускорения от светового давления, действующие на 1ый и 2ой спутник соответственно.

Управление центрами масс

Перепишем уравнение движения в виде системы первого порядка и выделим управление $\mathbf{u}$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v},$$
$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{f} + \mathbf{u}.$$

Введем отклонения от опорной траектории $\mathbf{r}_d$ и скорости $\mathbf{v}_d$

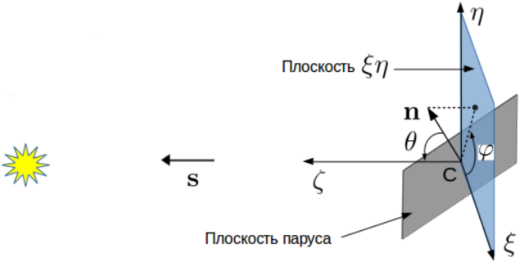
$$\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_d, \ \dot{\mathbf{e}} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_d$$

Управление в виде

$$\mathbf{u} = -k_r\mathbf{e} - k_v\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{f} + \dot{\mathbf{v}}_d$$

обеспечивает асимптотическую устойчивость опорной траектории $\mathbf{r}_d, \mathbf{v}_d$.

Световое давление



Результирующая сила светового давления, действующая на один аппарат

$$\mathbf{F} = -PA|(\mathbf{s},\mathbf{n})|[(1-\rho)\mathbf{s} + 2\rho(\mathbf{s},\mathbf{n})\mathbf{n}]$$

где $P = 4.56 \cdot 10^{-6}$ $Н/м^2$, A - площадь паруса, $\rho \in [0,1]$ - доля площади паруса, где коэффициент отражения 1.

В качестве управления будет выступать разность воздействий, оказываемых солнечным давлением на центр масс каждого из аппаратов:

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_1$$

$$\begin{aligned}\mathbf{U} = -PA|(\mathbf{s}, \mathbf{n}_2)|[(1-\rho_2)\mathbf{s} + 2\rho_2(\mathbf{s}, \mathbf{n}_2)] + \\ +PA|(\mathbf{s}, \mathbf{n}_1)|[(1-\rho_1)\mathbf{s} + 2\rho_1(\mathbf{s}, \mathbf{n}_1)]\end{aligned}$$

Предполагая, что $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{n}$ и обозначая $\delta\rho = \rho_1 - \rho_2$, получим:

$$\mathbf{U} = -PA|(\mathbf{s}, \mathbf{n})|(\delta\rho\mathbf{s} - 2\delta\rho(\mathbf{s}, \mathbf{n})\mathbf{n})$$

Теперь $\delta\rho \in [-1, 1]$.

Синтез управления

Компоненты управления на оси солнечной СК

$$U_\xi = -2PA\delta\rho|\cos\alpha|\cos\alpha\sin\alpha\cos\theta$$
$$U_\eta = -2PA\delta\rho|\cos\alpha|\cos\alpha\sin\alpha\sin\theta$$
$$U_\zeta = -PA\delta\rho|\cos\alpha|\cos 2\alpha$$

Отсюда можно получить следующие выражения

$$\alpha = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{|\mathbf{U}|^2 - 2(\mathbf{U},\mathbf{s})^2}}{|(\mathbf{U},\mathbf{s})|}\right)$$
$$\delta\rho = \frac{U_\zeta}{PA|\cos\alpha|\cos 2\alpha},\ \delta\rho = \frac{\sqrt{U_\xi^2 + U_\eta^2}}{2PA\cos^2\alpha\sin\alpha}$$

Требуемое направление нормали

В инерциальном пространстве нормали парусов должны быть ориентированы вдоль направления

$$\mathbf{n}_d = \frac{1}{2\cos\alpha}\left(\mathbf{s} + \frac{\mathbf{U}}{PA\delta\rho|\cos\alpha|}\right)$$

В качестве кандидата на функцию Ляпунова выберем

$$V = k_a(1 - (\mathbf{n}, \mathbf{n}_d)) + \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_d, \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_d))$$

где $k_a > 0$ - постоянный коэффициент, $\mathbf{J}$ - тензор инерции аппарата, $\boldsymbol{\omega}$ - угловая скорость аппарата, $\boldsymbol{\omega}_d$ - опорная угловая скорость, вычисляемая численно на k-м шаге интегрирования в виде

$$\boldsymbol{\omega}_{d,k} = \frac{\mathbf{n}_{d,k} \times \mathbf{n}_{d,k-1}}{t_k - t_{k-1}}$$

Угловое движение

Дифференцируя функцию Ляпунова с учетом уравнений движений

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_g + \mathbf{M}_c$$

и приравнивая ее к выражению $-k_\omega(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_d, \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_d),\ k_\omega > 0$ получим управляющий момент $\mathbf{M}_c$

$$\mathbf{M}_c = -k_a \mathbf{n} \times \mathbf{n}_d - k_\omega(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_d) + \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{M}_g$$

Здесь

$$\mathbf{M}_g = \frac{3\mu}{R^5}(J_n - J_t)(\mathbf{R}, \mathbf{n})(\mathbf{R} \times \mathbf{n})$$

- гравитационный момент, $J_n = \mathbf{J}_{33},\ J_t = \mathbf{J}_{11}$.

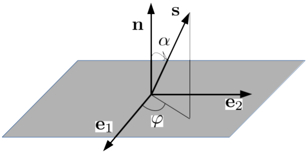
В связанной СК вектора $\mathbf{s}$ и $\mathbf{n}$ имеют вид:

$$\mathbf{s} = [\cos\varphi\sin\alpha,\ \sin\varphi\sin\alpha,\ \cos\alpha]^T,\ \mathbf{n} = [0,0,1]^T$$

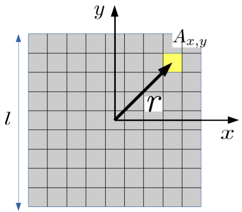
Компоннеты силы на оси связанной СК

$$F_1 = -PA_n(1-\rho_{x,y})\cos\varphi\sin\alpha\cos\alpha$$
$$F_2 = -PA_n(1-\rho_{x,y})\sin\varphi\sin\alpha\cos\alpha$$
$$F_3 = -PA_n(1+\rho_{x,y})\cos^2\alpha$$

где $A_n = (\frac{l}{n})^2$ - площадь ячейки, l - сторона паруса, n - число разбиений вдоль стороны, $\rho_{x,y} \in \{0,1\}$



Момент силы светового давления



Суммарный момент относительно центра масс (суммирование по всем n^2 ячейкам паруса)

$$M_1 = -PA_n \cos^2 \alpha \sum_{x,y} (1 + \rho_{x,y}) y$$

$$M_2 = PA_n \cos^2 \alpha \sum_{x,y} (1 + \rho_{x,y}) x$$

$$M_3 = -PA_n \cos\alpha \sin\alpha [\sin\varphi \sum_{x,y} (1 - \rho_{x,y}) x - \cos\varphi \sum_{x,y} (1 - \rho_{x,y}) y]$$

Изменение коэффициента отражения

- Максимальное число моментов возникает при $\rho = \frac{1}{2}$
- Интегральные коэффициенты, симметричные относительно $\frac{1}{2}$, имеют одинаковые множества моментов.

Поэтому после нахождения $\delta\rho$, коэффициенты каждого из парусов принимаются равными

$$\rho_1 = \frac{1}{2} + \frac{\delta\rho}{2}$$
$$\rho_2 = \frac{1}{2} - \frac{\delta\rho}{2}$$

Момент реализуется следующий

$$\mathbf{M}_i = \arg\min_{\mathbf{M}\in D_i} ||\mathbf{M}_c - \mathbf{M}||$$

D_i - множество моментов, соответствующих текущему интегральному коэффициенту отражения ρ_i и углам α, φ.

Численное моделирование

Параметры аппаратов:
$m = 5$ кг, $A = 25$ м^2, $J = \text{diag}\{1.5, 1.5, 3\}$ кг $\cdot$ м^2
Орбита: $a = 7000$ км, $e = 0$, $i = 98°$, $\Omega = \omega_\pi = 0$.
Начальные данные опорной траектории

$$x_0 = 50 \text{ м},\ y_0 = 100 \text{ м},\ z_0 = 50 \text{ м}$$
$$v_{x0} = -0.107 \text{ м}/c,\ v_{y0} = 0.055 \text{ м}/c,\ v_{z0} = 0.027 \text{ м}/c.$$

Начальные данные относительного движения

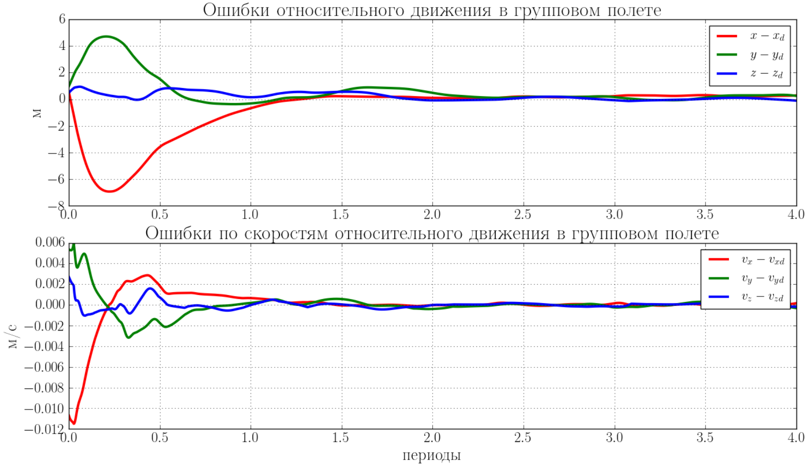
$$\tilde{x}_0 = 50.5 \text{ м},\ \tilde{y}_0 = 101 \text{ м},\ \tilde{z}_0 = 50.5 \text{ м}$$
$$\tilde{v}_{x0} = -0.118 \text{ м}/c,\ \tilde{v}_{y0} = 0.059 \text{ м}/c,\ \tilde{v}_{z0} = 0.029 \text{ м}/c.$$

Начальные данные углового движения

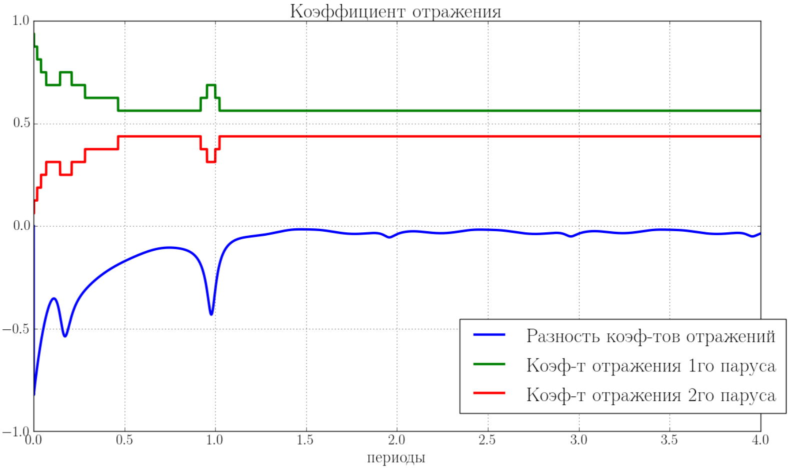
$$q(0) = [\sqrt{2}/2,\ 0,\ \sqrt{2}/2,\ 0],\ \boldsymbol{\omega}(0) = [10^{-2},\ 10^{-2},\ 10^{-4}]\ c^{-1}.$$

Коэффициенты управления $k_r = 0.0001\ H/\text{м}$, $k_v = 0.005\ H \cdot \text{м}/c$, $k_a = 2.5 \cdot 10^{-4}\ H \cdot \text{м}$, $k_\omega = 0.01\ H \cdot \text{м} \cdot c$. Число ячеек $n^2 = 16$.

Численное моделирование



Численное моделирование



Заключение

- Построен синтез управления как центрами масс аппаратов, так и их угловым движением
- На основе оценок возмущений и управляющего воздействия были выбраны параметры, при которых алгоритм управления поддерживает опорную траекторию с ошибкой не более 1 м.
- Разработанный в работе алгоритм подтверждает возможность использования бестопливных способов управления спутниками в групповом полете

Конференции, публикации

– 57, 58, 59ая конференция МФТИ

– Препринт ИПМ №107 *Досаев Р.В., Ткачев С.С.* Управление двумя сферическими спутниками с переменным коэффициентом отражения в групповом полете (2016)

– Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 16-01-00739, № 16-31-00321,