

Министерство образования и науки Российской Федерации
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)
ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

РАЗРАБОТКА И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ДЛЯ
РАСЧЕТА ПЛОЩАДИ ПОКРЫТИЯ ЗЕМЛИ СПУТНИКОМ
ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ.

Выпускная бакалаврская квалификационная работа
студента 872 группы
Ильина Антона Евгеньевича

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., проф. С.А.Мирер
Научный консультант:
к.ф.-м.н. С.С.Ткачев

г. Долгопрудный

2012

Оглавление

1. Введение.....	3
2. Постановка задачи.....	5
3. Расчет площади покрытия Земли	6
3.1 Построение орбитального движения спутника	7
3.2 Вычисление линий, огибающих зону покрытия.	8
3.3 Вычисление площади покрытия по боковым точкам	11
4. Проведение расчетов с использованием программы.....	14
5. Заключение.....	18
Благодарности.....	19
Литература	20

Введение.

Задача дистанционного зондирования Земли является одной из наиболее востребованных прикладных задач, решаемых с помощью космических аппаратов. Дистанционное зондирование Земли может быть использовано для наблюдения за состоянием суши, океана и атмосферы, для контроля геофизических параметров природной среды, для изучения их пространственно-временной динамики, являющихся одними из основных задач наук о Земле. Задачами дистанционного зондирования с борта пилотируемых орбитальных станций является проведение работ по развитию и совершенствованию методов и средств изучения физических явлений, оказывающих существенное влияние на глобальные климатические и экологические изменения [1]. Методы зондирования могут быть пассивные, то есть использовать естественное отраженное или вторичное тепловое излучение объектов на поверхности Земли, обусловленное солнечной активностью, и активные — использующие вынужденное излучение объектов, инициированное искусственным источником направленного действия. Аппаратура первых космических аппаратов, запущенных в 1960-70-х гг. была трассового типа — проекция области измерений на поверхность Земли представляла собой линию. Позднее появилась и широко распространилась аппаратура ДЗЗ панорамного типа — сканеры, проекция области измерений на поверхность Земли которых представляет собой полосу.

В настоящее время для задач ДЗЗ широко используются спутниковые группировки. Спутниковыми группировками называется некоторое количество спутников решающих общую задачу. Рассмотрим основные характеристики группировок спутников. Ниже представлена градация орбитальных высот, на которых летают космические аппараты:

LEO (Low Earth Orbit) орбиты (500 – 1500 км);

MEO (Middle Earth Orbit) орбиты (5000 – 15000 км);

HEO (High Earth Orbit) орбиты;

GEO (Geostationary Earth Orbit) орбиты (42,241 - Rземли).

Основными критериями при выборе высоты орбиты спутниковой группировки являются величины задержки сигнала, ограничения на приемную станцию и период обращения спутника по орбите. В случае GEO орбит задержка сигнала может составлять порядка 0.5 сек, в то время как для LEO и MEO орбит задержка сигнала составляет несколько мс (в 10 раз отличаются для LEO и MEO). При использовании спутников на GEO орбитах в случае передачи сигнала на частотах около 1615 МГц размер принимающей антенны должен быть порядка 17 метров, в случае же LEO орбит достаточно антенны ~ 0.5 м. Еще один фактор – период обращения. В случае LEO орбит период обращения составляет примерно 100 минут, таким образом, с конкретной точки на поверхности Земли спутник виден примерно 10 минут. Поэтому, например, для

телефона необходимо частое переключение каналов (перехода с одного спутника на другой). В случае МЕО орбит период обращения составляет от 6 до 8 часов, а длительность видимости составляет около часа, что уже вполне приемлемо.

Орбиты также различаются по наклонениям. Выбор наклонения происходит из требований глобального покрытия, кратности покрытия в наиболее значимых регионах и минимальным углом возвышения. Наклонения круговых орбит обычно выбираются равными 50 градусам. Такое наклонение позволяет обеспечить необходимое покрытие наиболее населенным регионам. Полярные группировки обладают наклонением в 90 градусов, что позволяет обеспечить глобальное покрытие при меньшем количестве спутников. Также интересными являются солнечно-синхронные орбиты, так как обеспечивают наблюдение одного и того же региона в условиях одинаковой освещенности. ГЕО орбиты плохи тем, что уже на широтах порядка 45 градусов не обеспечивают минимально требуемого угла возвышения, а большая часть столиц находится выше этих широт. Более того, на широтах более 81 градуса – спутники вообще находятся ниже горизонта.

Ещё одним немаловажным фактором при выборе орбиты является подбор эксцентриситета. Наиболее часто используются круговые орбиты, так как скорость движения спутника на такой орбите постоянна, что упрощает задачу построения группировки. Однако орбиты с ненулевым эксцентриситетом также могут использоваться. Наиболее интересной является орбита спутников «Молния» с критическим наклонением, обеспечивающим отсутствие векового ухода направления на перигей. Таким образом, при использовании такой орбиты спутник 11 часов проводит над северным полушарием, и один час над южным.

Наиболее распространены следующие типы группировки с одинаковыми высотами и наклонениями. Но есть и отдельные типы: с разными высотами или с разными наклонениями. Обычно в качестве конфигурации созвездия используется несколько плоскостей орбит с одинаковым количеством спутников на каждой.

Первой работой, касающейся спутниковых систем, была работа Артура Кларка, опубликованная в 1945 году, в которой предлагалась система глобальной связи из трех геостационарных спутников, размещенных по экватору Земли через 120 градусов по долготе.

Наиболее просто задача построения группировки решается в случае полярных орбит.

На сегодняшний день существует 2 типа группировок спутников: созвездие (constellation) и формация спутников (Formation Flying). В случае созвездия спутники образуют регулярную сетку на орбите на достаточно большом расстоянии друг от друга, при этом работают над одной задачей, но независимо друг от друга. Примером созвездия является низкоорбитальная система спутниковой связи Iridium. Формация спутников – это система,

состоящая из спутников, находящихся на относительно малом расстоянии друг от друга по сравнению с расстоянием до притягивающего центра и предназначенных для решения общих задач, требующих взаимной координации.

Формации спутников в данной работе рассматриваться не будут. Рассмотрим подробно, что собой представляют созвездия спутников. Целью их использования является создание непрерывного (глобально или локально) покрытия земной поверхности для обеспечения связью (например, спутниковая телефония Iridium), решения навигационных задач (например, GPS или GLONASS).

Основной задачей при создании спутниковых группировок является уменьшение общего количества спутников, обеспечивающего необходимое покрытие поверхности. Именно для этой цели в данной работе рассмотрены метод для расчета площади покрытия спутником ДЗЗ за отведенный промежуток времени и метод для расчета времени, за которое будет просмотрена данная поверхность.

2. Постановка задачи.

В работе рассматривается метод расчета заметаемой спутником площади, который может быть применим к созвездиям спутников дистанционного зондирования. Предполагается для удобства, что ведется фотосъемка, а не что-либо иное в силу общности ситуации для разных задач. Задача решается при следующих допущениях:

- 1) Земля имеет форму шара либо форму эллипсоида вращения, взятого из модели WGS-84;
- 2) Угловое движение спутника не учитывается. Камера на спутнике, то есть ось конуса обзора камеры во время движения всегда направлена на центр тяжести Земли;
- 3) Съемка ведется непрерывно;

Рассматривается два способа построения орбитального движения: невозмущенная кеплерова орбита и орбита, построенная по модели SGP4 (Simplified General Perturbations 4).

Задача заключается в отыскании площади сфотографированного участка Земли с учетом самопересечений уже сфотографированной части со вновь сфотографированной поверхностью. Попутно решается задача отыскания времени, за которое будет просмотрена указанная площадь. Решение ищется для одного спутника, но в дальнейшем распространим задачу на несколько спутников, образующих созвездие.

Дополнить бы Введем основные определения. Подспутниковая точка – это точка на поверхности Земли, в зените которой можно наблюдать спутник в данный момент времени. Боковыми точками назовем точки, лежащие на огибающих линиях сфотографированной области на поверхности Земли. Ясно,

что для единичного снимка таких точек всего две. Боковыми линиями назовем линии, состоящие из боковых точек.

В работе используются ниже перечисленные системы координат.

Геоцентрическая СК $Ox_1x_2x_3$. Ее центр совпадает с центром Земли, ось Ox_3 направлена по оси вращения Земли, ось Ox_1 направлена на точку весеннего равноденствия, ось Ox_2 дополняет систему базисных векторов до правой тройки.

СК $O\xi\eta\zeta$ с центром также в центре Земли, чьи оси $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ образуют правую тройку векторов, ось $O\xi$ направлена на перицентр орбиты, а ось $O\zeta$ перпендикулярна плоскости орбиты.

СК $O\xi_1\eta_1\zeta_1$, которая задается аналогично СК $O\xi\eta\zeta$, различие в том, что ось $O\xi_1$ направлена не на перицентр, а на спутник, как показано на рис. 1.

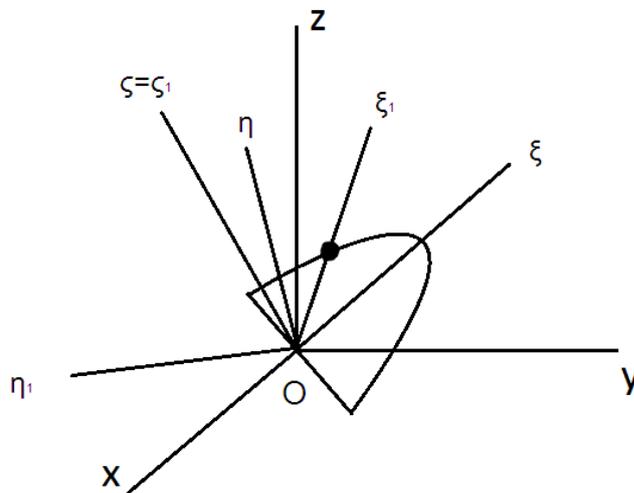


Рис. 1. Системы координат

Расчет площади покрытия Земли

Решение поставленной задачи разбивается на несколько этапов:

- 1) Построение орбитального движения единичного спутника или спутниковой группировки.
- 2) Вычисление боковых точек. То есть огибающих зон покрытия.
- 3) Вычисление площади покрытия по боковым точкам.

4) Вычисление времени, затраченного на зондирование заданного участка поверхности.

Рассмотрим каждый из указанных этапов более подробно.

Построение орбитального движения спутника

Как уже было сказано, в работе рассмотрено два способа построения орбитального движения:

- Спутники движутся по кеплеровым орбитам, а сама орбита задается либо начальными условиями (радиус-вектором и скоростью), либо набором орбитальных элементов.

- Орбита спутника определяется с помощью модели SGP4, а на вход подаются данные в формате TLE (two-line elements set – двухстрочные элементы). (см. [2])

Сначала рассматривается модель центрального поля Земли.

В начальный момент считается известной орбита спутника: 6 параметров орбиты: Ω , ω , i , e , p , t_π либо радиус-вектор и вектор скорости спутника. Метод перехода от параметров орбиты к скоростям и координатам реализован в программе, поэтому далее считается заданными радиус-вектор и вектор скорости спутника, если заданы параметры орбиты. Далее используется уравнение Кеплера:

$$(t - t_\pi) \frac{\mu^{\frac{1}{3}}}{a^2} = E - e \sin E$$

Затем находится значение эксцентрической аномалии E , зная a , μ , t , t_π , e , численным методом, например методом Ньютона, что успешно реализовано в программе.

Далее предлагается воспользоваться формулой, полученной в [3]

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg}\left(\frac{E}{2}\right)$$

Откуда находится угол истинной аномалии:

$$\vartheta = 2 \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg}\left(\frac{E}{2}\right)\right)$$

Далее найдем проекции скорости на оси $O\xi$ и $O\eta$ в СК $O\xi\eta\zeta$

Радиальная и нормальная составляющие задаются следующим образом [3]:

$$v_{x_1} = -k \sin \vartheta$$

$$v_{y_1} = k(\cos \vartheta + e)$$

Координаты спутника в СК $O\xi\eta\zeta$ записываются так [3]:

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(\cos(E) - e) \\ b \sin(E) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вычисление линий, огибающих зону покрытия.

Находятся координаты подспутниковой и боковых точек в предположении, что радиус-вектор и вектор скорости спутника известны. Вся временная прямая разбивается на маленькие равные промежутки времени. Для каждого временного узла вычисляются координаты боковых точек (см. рис. 2).

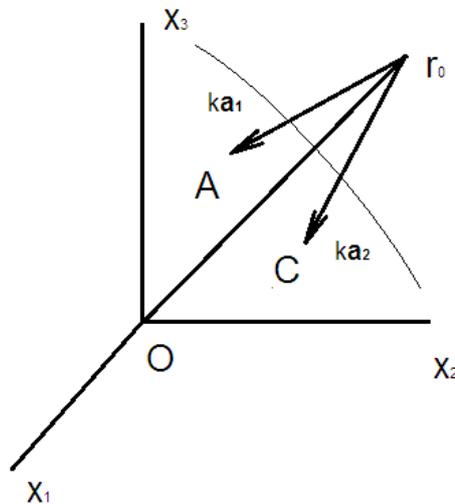


Рис. 2. Боковые точки в момент t_i

Итак, нужно отыскать координаты подспутниковой точки В и координаты 2-х боковых точек сфотографированной в данный момент времени А и С. Пример расположения в пространстве представлен на рис. 3.

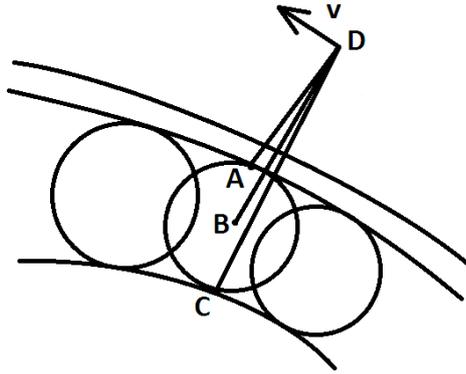


Рис. 3. Расположение боковых точек

В первую очередь определяются координаты подспутниковой точки. Для этого нужно радиус-вектор – координатный столбец спутника \mathbf{r} домножить на коэффициент:

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{r}_0 \frac{R}{|\mathbf{r}_0|}, \text{ где } R - \text{ радиус Земли}$$

В дальнейшем будет полезно узнать матрицы перехода всех трех СК, заданных в пункте постановки задачи друг в друга. Переход к СК $Ox_1x_2x_3$ от СК $O\xi\eta\zeta$ задается матрицей перехода [3]:

$$B = \begin{pmatrix} \cos(\Omega) \cos(\omega) - \sin(\Omega) \sin(\omega) \cos(i) & -\cos(\Omega) \sin(\omega) - \sin(\Omega) \cos(\omega) \cos(i) & \sin(\Omega) \sin(i) \\ \sin(\Omega) \cos(\omega) + \cos(\Omega) \sin(\omega) \cos(i) & -\sin(\Omega) \sin(\omega) + \cos(\Omega) \cos(\omega) \cos(i) & -\cos(\Omega) \sin(i) \\ \sin(\omega) \sin(i) & \cos(\omega) \sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix}$$

Матрица перехода из СК $O\xi_1\eta_1\zeta_1$ в СК $Ox_1x_2x_3$ задается похоже, нужно только повернуть на угол истинной аномалии вокруг оси $O\zeta$:

$$B_1 = \begin{pmatrix} \cos(\Omega) \cos(u) - \sin(\Omega) \sin(u) \cos(i) & -\cos(\Omega) \sin(u) - \sin(\Omega) \cos(u) \cos(i) & \sin(\Omega) \sin(i) \\ \sin(\Omega) \cos(u) + \cos(\Omega) \sin(u) \cos(i) & -\sin(\Omega) \sin(u) + \cos(\Omega) \cos(u) \cos(i) & -\cos(\Omega) \sin(i) \\ \sin(u) \sin(i) & \cos(u) \sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix}$$

Здесь $u = \omega + \vartheta$

Матрица перехода B_2 от СК $O\xi\eta\zeta$ к СК $O\xi_1\eta_1\zeta_1$ задается поворотом на угол истинной аномалии ϑ вокруг оси $O\zeta$:

$$B_2 = \begin{pmatrix} \cos(\vartheta) & \sin(\vartheta) & 0 \\ -\sin(\vartheta) & \cos(\vartheta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

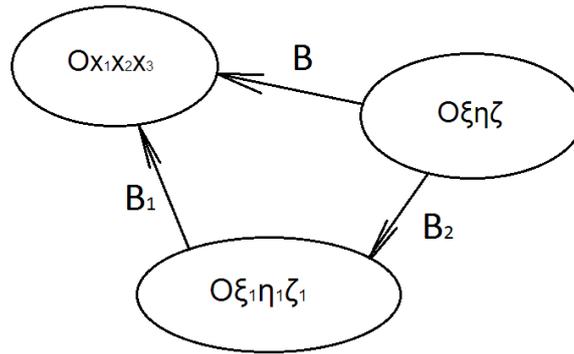


Рис. 4. Граф перехода между системами координат

В дальнейшем, для удобства нужно перевести все данные в одну СК, а именно в СК $O_{x_1 x_2 x_3}$.

Затем находятся координаты боковых точек А и С.

Сначала ищутся направляющие векторы \mathbf{a}_i прямых, заданных в векторном виде, – боковых образующих конуса обзора фотокамеры (рис. 2).

$$\mathbf{r} = k\mathbf{a}_i + \mathbf{r}_0, \text{ где } i = \overline{0,1}$$

Для этого осуществляется поворот вектора $-\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$ на углы $\pm \frac{\alpha}{2}$ относительно вектора скорости или оси $O\eta_1$ в СК $O_{\xi_1 \eta_1 \zeta_1}$. В свою очередь для этого нужно радиус-вектор спутника перевести из СК $O_{\xi \eta \zeta}$ в СК $O_{\xi_1 \eta_1 \zeta_1}$, затем повернуть на угол $\pm \frac{\alpha}{2}$ с помощью матрицы поворота D_i .

$$D_i = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) & 0 & \pm \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ 0 & 1 & 0 \\ \mp \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) & 0 & \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{pmatrix}, \text{ где } i = \overline{1,2}$$

И уже потом перевести в СК $O_{x_1 x_2 x_3}$. В итоге имеем направляющие векторы

$$\mathbf{a}_i = B_1 D_i B_2 \left(-\frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} \right), \text{ где } i = \overline{0,1}.$$

Далее решается:

$$\begin{cases} \mathbf{r} = k\mathbf{a}_i + \mathbf{r}_0, \\ \mathbf{r}^2 = R^2, \end{cases} \quad i = \overline{0,1},$$

которая переписывается в квадратное уравнение

$$|\mathbf{a}_i|^2 k^2 + 2k\mathbf{a}_i\mathbf{r}_0 + |\mathbf{r}_0|^2 - R^2 = 0$$

или

$$|\mathbf{a}_i|^2 k^2 + 2k \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) |\mathbf{a}_i| |\mathbf{r}_0| + |\mathbf{r}_0|^2 - R^2 = 0$$

Решение этого квадратного уравнения

$$k = -r_0 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \pm \sqrt{R^2 - r_0^2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Решение в действительных числах существует, если выполнено соотношение:

$$R^2 - r_0^2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \geq 0$$

Это выражение означает, что апертура камеры достаточно мала, чтобы «конус обзора» пересек Землю. Если корней нет, то следует принимать в расчет все видимые точки на поверхности Земли. Далее следует воспользоваться меньшим корнем этого уравнения, так как требуется знать только видимые со спутника точки пересечения «конуса обзора» с Землей. Координаты точек пересечения боковых образующих конуса с Землей имеют следующий вид

$$\mathbf{X}_i = k\mathbf{a}_i + \mathbf{r}_0, \text{ где } i = \overline{0,1}$$

Таким образом находятся координаты боковых точек.

Вычисление площади покрытия по боковым точкам

Перейдем теперь непосредственно к методу вычисления площади покрытия. Рассмотрим сферические координаты (r, θ, φ) . Здесь θ - угол между осью Ox_3 и радиус-вектором спутника, φ - угол между осью Ox_1 и проекцией радиус-вектора на плоскость Ox_1x_2 , $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, r - модуль радиус-вектора спутника. Введем равномерную сетку на поверхности Земли (рис. 5). Мелкость разбиения задается следующим образом:

$$\theta_j - \theta_{j-1} = \pi\delta, \quad j = \overline{1, N}, \quad \delta = \frac{1}{N}$$

$$\varphi_i - \varphi_{i-1} = 2\pi\delta, \quad i = \overline{1, N}, \quad \delta = \frac{1}{N}$$

Здесь N – число узлов сетки.

На рис. 6 проиллюстрировано возможное расположение боковых точек A_1, A_2, B_1, B_2 в двумерном пространстве (θ, φ) . Узлы сетки, вошедшие в выпуклую оболочку этих точек, помечены черными квадратами. При достаточно малом времени $t = t_2 - t_1$ можно считать, что кривые ограничивающие сфотографированную поверхность Земли – прямые A_1A_2 и B_1B_2 в пространстве (θ, φ) . Положим, что A_1B_1 и A_2B_2 так же прямые в пространстве (θ, φ) . От того, как мы будем задавать кривые A_1B_1 и A_2B_2 ничего существенного не поменяется, так как форма и площадь фигуры между боковыми линиями $A_1A_2 \dots$ и $B_1B_2 \dots$ не изменится. Поэтому удобнее всего положить, что A_1B_1 и A_2B_2 – прямые. Задача свелась к тому, что нужно вычислить площадь ограниченную 4-мя боковыми точками: 2-мя точками A_1, B_1 в момент времени t_1 и 2-мя точками A_2, B_2 в момент времени t_2 .

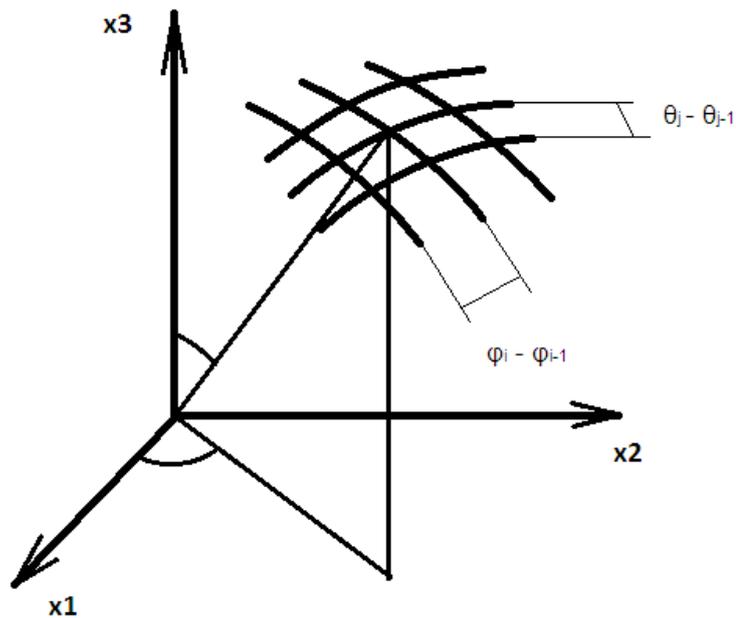


Рис. 5. Сетка на поверхности Земли

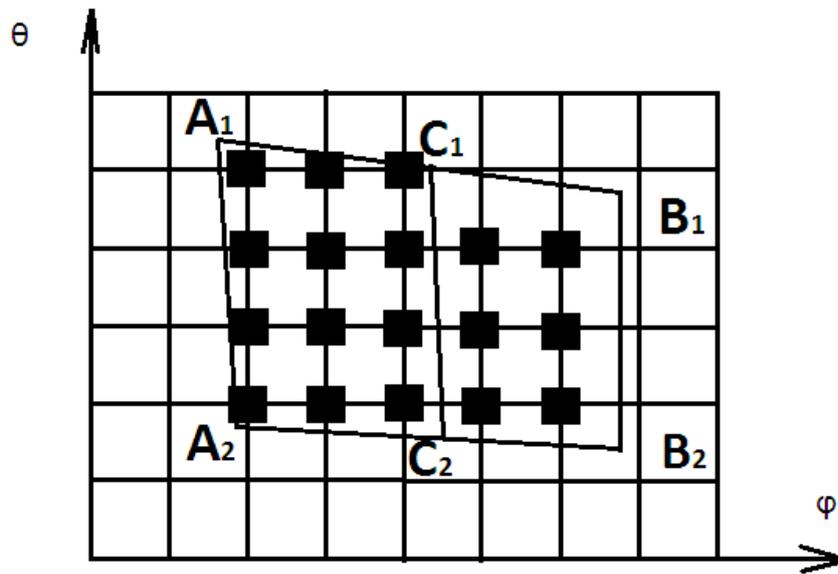


Рис. 6. Боковые точки в двумерном пространстве (θ, φ)

Метод предполагает расчет сфотографированной площади по узлам сетки, вошедшим в какой-либо из множества четырехугольников, построенных так же, как $A_1A_2B_2B_1$. Тот факт, вошел ли узел в очередной четырехугольник предлагается определять по алгоритму, использующему определение выпуклой оболочки, рассмотренном, например в [5]. Точка с радиус-вектором \mathbf{X} принадлежит выпуклой оболочке n векторов \mathbf{y}_i , если выполнены условия:

$$1) \mathbf{X}_i = \sum_{i=1}^n q_i \mathbf{y}_i$$

$$2) \sum_{i=1}^n q_i = 1, \text{ где } 0 \leq q_i \leq 1, \forall i$$

Таким образом, нужно проверить лежит ли радиус-вектор каждого из узлов в каждом из четырехугольников, построенных так же, как $A_1A_2B_2B_1$. В область фотографирования будем включать те сегменты (θ_1, φ_1) , (θ_1, φ_2) , (θ_2, φ_1) , (θ_2, φ_2) , вершины которых включены в сфотографированную область по алгоритму выпуклой оболочки в соответствии с рис. 7.

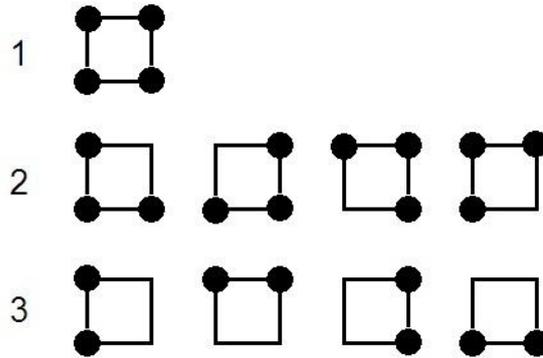


Рис. 7. Способы включения вершин сегмента во множество заметаемых узлов

Эту картинку я тоже переделаю

Площадь каждого сегмента находится по формуле:

$$S_i = 2\pi R^2 \left[\left(1 - \cos\left(i \frac{\pi}{N}\right) \right) - \left(1 - \cos\left((i-1) \frac{\pi}{N}\right) \right) \right] / N$$

где $i \frac{\pi}{N}$ и $(i-1) \frac{\pi}{N}$ – углы отклонения границ сегмента от оси вращения Земли.

Все сегменты находящиеся на одной широте имеют одинаковую площадь. Таким образом, зная площадь каждого сегмента и то, сфотографировали его или нет, можно найти общую площадь сфотографированной поверхности.

Интерес представляют способы задания координат спутника в моменты, когда производится фотографирование. Чем точнее будут известны координаты спутника, тем точнее будут определены координаты боковых точек и, следовательно, будет точнее посчитана заметаемая площадь. Однако менее точный способ может требовать меньше времени на вычисления.

Проведение расчетов с использованием программы

Для решения рассматриваемой задачи на основе разработанных методик был создан программный комплекс в среде MATLAB. На вход программы подаются начальное время t_0 , время окончания расчета t , шаг, с которым производится расчет - мелкость разбиения сетки задается числом узлов N по каждой из сферических координат θ и φ , наблюдаемая поверхность задается матрицей, состоящей из координатных столбцов (долгота и широта). Для

определения орбиты задаются 6 элементов орбиты $\Omega, \omega, i, e, p, t_{\pi}$ либо двухстрочные элементы интересующего спутника.

На выходе программы имеем визуализацию движения спутника, подспутниковой точки, боковых точек, площадь заметаемой поверхности и время, за которое будет просмотрен заданный участок поверхности, если таковой будет вообще просмотрен, либо сообщение о том, что поверхность не сфотографирована. Структура программы схематично изображена на рис. 8.

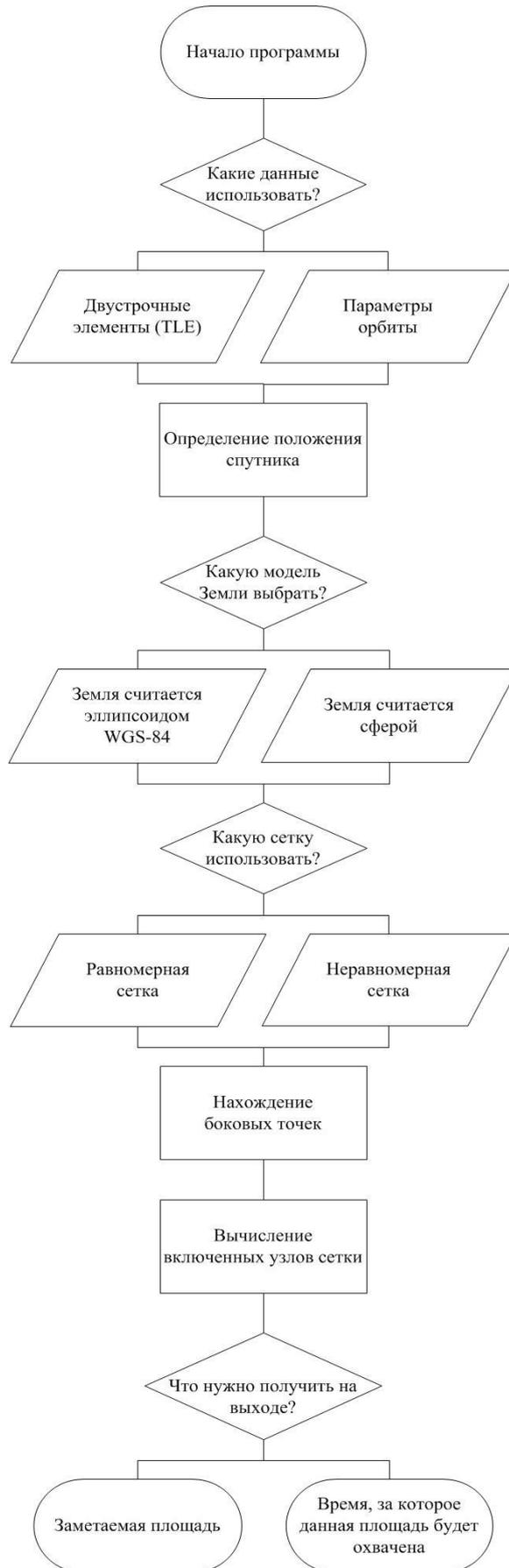


Рис. 8. Структура программы

Пример 2: сравним теоретические результаты с экспериментальными данными для следующих входных данных: $\Omega=0^\circ$, $\omega=0^\circ$, $i=0^\circ$, $e=0$, $p=6778,135$ км (круговая экваториальная орбита высотой 400 км), $t_\pi=0$ с, $t_0=0$ с, $t=10000$ с, $step=50$ с, $N=500$ при этом было положено, что апертура камеры равна $\alpha=0.2$ радиан. Для метода 1 (рис. 7) была получена площадь $S=3.0160 \cdot 10^6 \text{ км}^2$, для метода 3 (рис. 7) была получена площадь $S=1.3781 \cdot 10^8 \text{ км}^2$, тогда как теоретический пересчет дает результат $S=7.4249 \cdot 10^7 \text{ км}^2$. Для сравнения: площадь Земли при наших предположениях $S=5.0990 \cdot 10^8 \text{ км}^2$.

Заключение

Разработан и реализован в среде MATLAB программный комплекс, позволяющий рассчитать заметаемую спутником ДЗЗ площадь. В комплекс включена возможность вычисления времени, за которое данная поверхность будет просмотрена. Также возможно вычислять координаты спутника в данный момент времени, опираясь на модель центрального поля Земли. Есть возможность использовать сферическую модель Земли либо модель WGS-84, рассматривающую Землю как эллипсоид вращения. Также возможно использовать двухстрочные элементы NORAD и модель SGP4 для задания орбиты спутников. Был реализован алгоритм вычисления площади, использующий определение выпуклой оболочки. Получены некоторые результаты с помощью написанной программы.

Благодарности

Автор выражает большую благодарность своему начальнику Станиславу Карпенко в компании ООО «Спутникс» за то, что в рабочее время не мешал править препринт.

Литература

<http://knts.tsniimash.ru>

Felix R. Hoots, Ronald L. Roehrich Spacetrack report NO.3. Models for Propagation of NORAD Element Sets// December 1980, Package Compiled by TS Kelso 31 December 1988

Мирер С. А. Механика космического полета. Орбитальное движение. – М: Резолит, 2007.

<http://space.kursknet.ru>

Сухарев А. Г., Тимохов А. В., Федоров В. В. Курс методов оптимизации. – М.: Наука, 1986.