



ФАКТ МФТИ

*Кафедра математического моделирования и
прикладной математики*



Стратегии оптимизации накопления избыточного кинетического момента при межпланетном перелете

Студент: В. В. Леонов

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Я. В. Маштаков

Москва, 2025

Введение

Актуальность:

- Миссии с двигателями малой тяги: *DART*, *SMART-1*, *Hayabusa*

Достоинства:

- Высокий удельный импульс

Недостатки

- Большое время работы
- Необходимость длительного поддержания требуемой ориентации
- Высокое энергопотребление



Существующие методы разгрузки Маховиков



- **Маневровые двигатели**
(Bellerose J. et al. Double Asteroid Redirection Test (DART): Navigating to obliteration // Acta Astronaut. 2024. Vol. 219.)
- **Использование внешних моментов**
(Y. Mashtakov, S. Tkachev, M. Ovchinnikov, Use of External Torques for Desaturation of Reaction Wheels, Journal of Guidance, Control, and Dynamics.)
 - Давление солнечного излучения
 - Гравитационные моменты
 - Магнитный момент
- **Использование двигателей на поворотных платформах**
(MacKenzie R., Salvador D., Milligan D. Orbit Determination for the SMART-1 mission. 2004. Vol. 548. P. 181.)

Постановка задачи:

Необходимо, сохраняя совпадение оси тяги аппарата с заданным направлением, обеспечить разгрузку маховиков.

Известны:

- *Параметры спутника*
- *Требуемое направление движения в определенные моменты времени*
- *Солнечные панели идеальны (их центр масс расположен на оси вращения)*

Модель движения

- Общее уравнение динамики

$$\sum_l (m_l \ddot{\mathbf{R}}_l - \mathbf{F}_l)^T \delta \mathbf{R}_l = 0$$

- Перепишем общее уравнение динамики, опустив некоторые выкладки

$$\begin{aligned} \sum_i (m_i \ddot{\mathbf{R}}_i - \mathbf{F}_i)^T \delta \mathbf{R}_i + \sum_k \sum_i (m_{kj} \ddot{\mathbf{R}}_{ki}^{SP} - \mathbf{F}_{ki}^{SP})^T \delta \mathbf{R}_{ki}^{SP} + \\ + \sum_k \sum_i (m_{kj} \ddot{\mathbf{R}}_{ki}^{RW} - \mathbf{F}_{ki}^{RW})^T \delta \mathbf{R}_{ki}^{RW} - \\ - \sum_k M_k^{SP} \delta \varphi_k - \sum_k M_k^{RW} \delta \psi_k = 0 \end{aligned}$$

Модель движения

- С учетом кинематики, получаем выражение для динамики КА

$$\dot{\mathbf{R}}_O = \mathbf{V}_O,$$

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}^T \boldsymbol{\omega},$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} (q_0 \boldsymbol{\omega} + \mathbf{q} \times \boldsymbol{\omega}),$$

$$\dot{\varphi}_k = \Omega_k^{SP},$$

$$\dot{\psi}_k = \Omega_k^{RW}.$$

$$\mathbf{S} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{v}}_O \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \\ \dot{\Omega}_1^{SP} \\ \vdots \\ \dot{\Omega}_M^{SP} \\ \dot{\Omega}_1^{RW} \\ \vdots \\ \dot{\Omega}_N^{RW} \end{pmatrix} = \mathbf{N}.$$

Опорное угловое движение

- Ось тяги \mathbf{n}_{thr} должна совпадать с заданным направлением \mathbf{n}_{ref} . Это означает, что вращение вокруг этого вектора не определено и может быть выбрано произвольно. Следовательно, опорное положение может быть определено как произведение двух кватернионов $Q_{ref} = Q_1 \circ Q_2$.

Опорное угловое движение

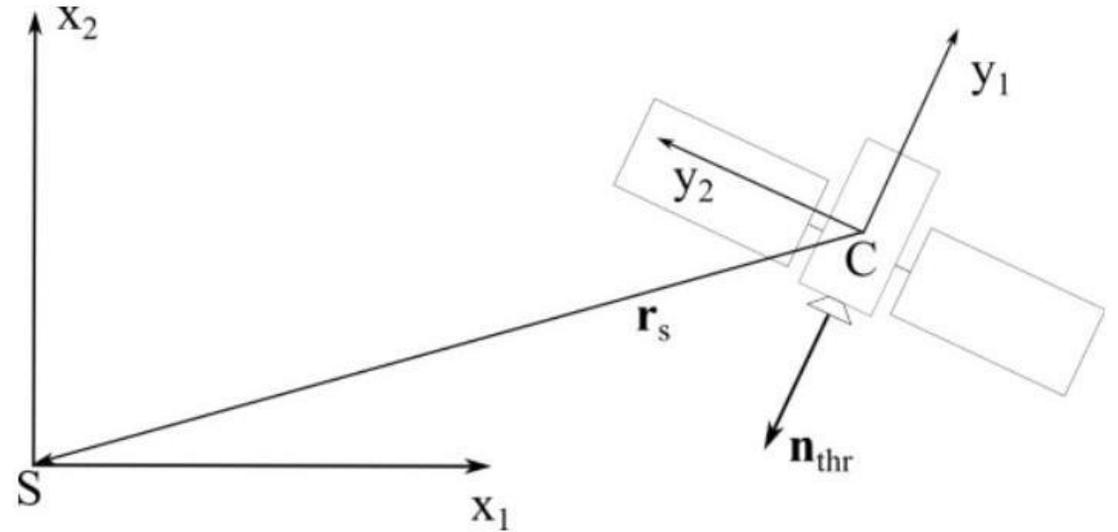
- Первый кватернион соответствует матрице направляющих косинусов, определяемой следующим образом:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1^T \\ \mathbf{y}_2^T \\ \mathbf{y}_3^T \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{y}_1 = -\frac{\mathbf{n}_{\text{ref}}}{\|\mathbf{n}_{\text{ref}}\|},$$

$$\mathbf{y}_2 = \frac{\mathbf{r}_s - \mathbf{y}_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{r}_s)}{\|\mathbf{r}_s - \mathbf{y}_1(\mathbf{y}_1, \mathbf{r}_s)\|},$$

$$\mathbf{y}_3 = \mathbf{y}_1 \times \mathbf{y}_2$$



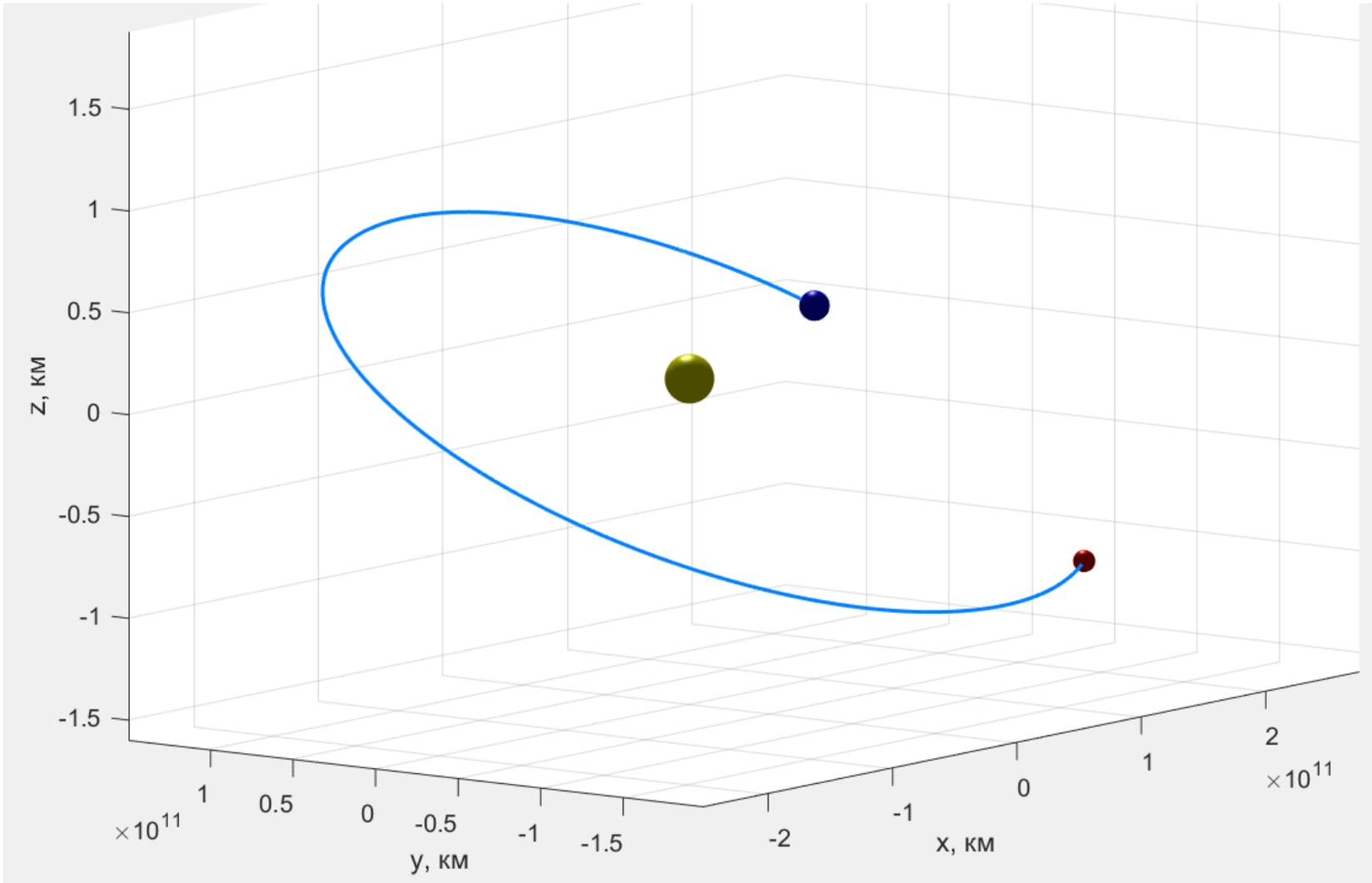
- Второй кватернион задается так:

$$Q_2 = \begin{pmatrix} \cos(\gamma / 2) \\ \mathbf{y}_1 \sin(\gamma / 2) \end{pmatrix}$$

Стратегии построения Q_2 :

- 1) $\gamma = \text{const}$. Разгрузка производится только при помощи двигателей.
- 2) $\gamma = \Omega t$. КА вращается с постоянной угловой скоростью.
- 3) $\gamma = \pm \pi / 2$. КА вращается периодически на $\pi / 2$.

Перелет Земля–Марс



Аппроксимация
массива ускорений:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\tau) = & (2\tau^3 - 3\tau^2 + 1)\mathbf{a}_0 \\ & + (\tau^3 - 2\tau^2 + \tau)(t_1 - t_0)\dot{\mathbf{a}}_0 \\ & + (-2\tau^3 + 3\tau^2)\mathbf{a}_1 \\ & + (\tau^3 - \tau^2)(t_1 - t_0)\dot{\mathbf{a}}_1, \end{aligned}$$

$$\tau = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}, \quad \tau \in [0, 1]$$

Разгрузки

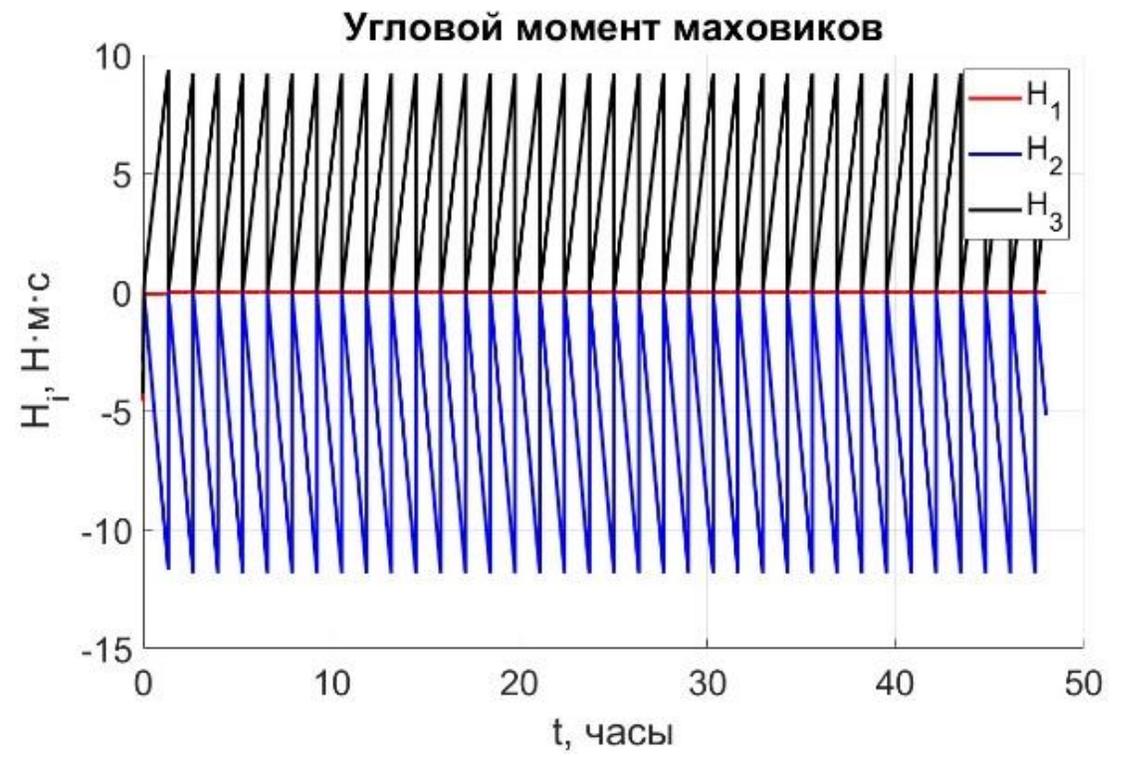
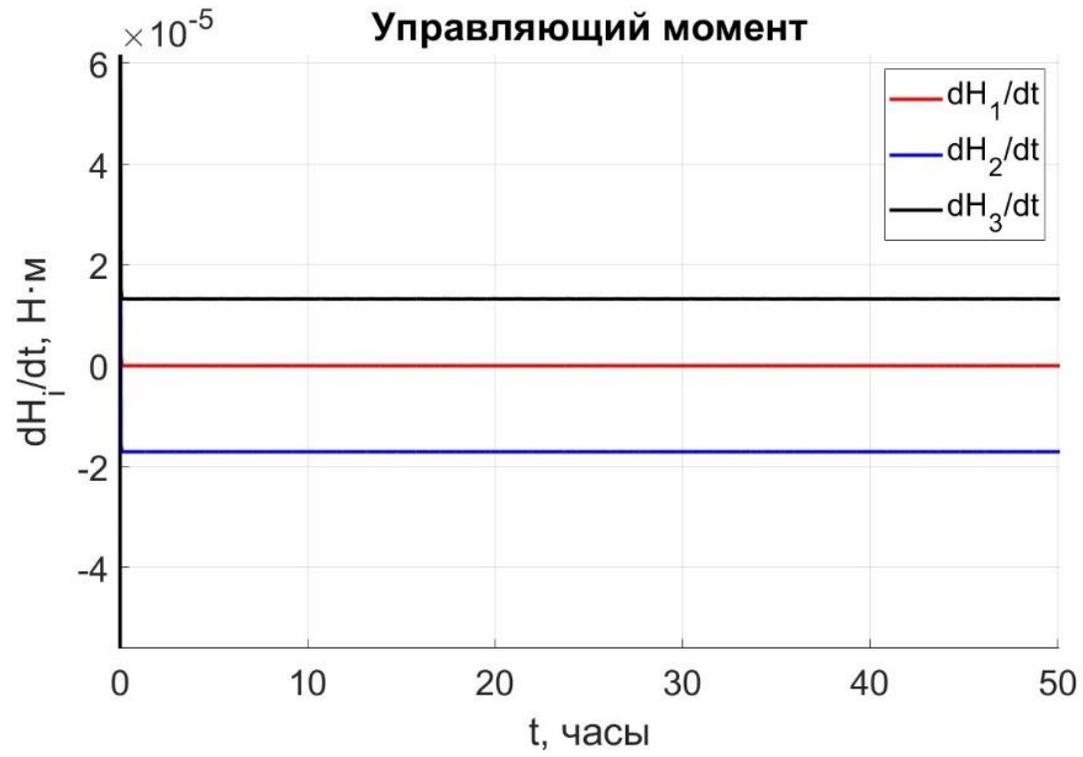
При компенсировании внешних возмущений КА маховики накапливают кин. момент \mathbf{H} . С его ростом возникает необходимость в разгрузке.

$$\mathbf{L}_{total} = \mathbf{K} + \mathbf{H}$$

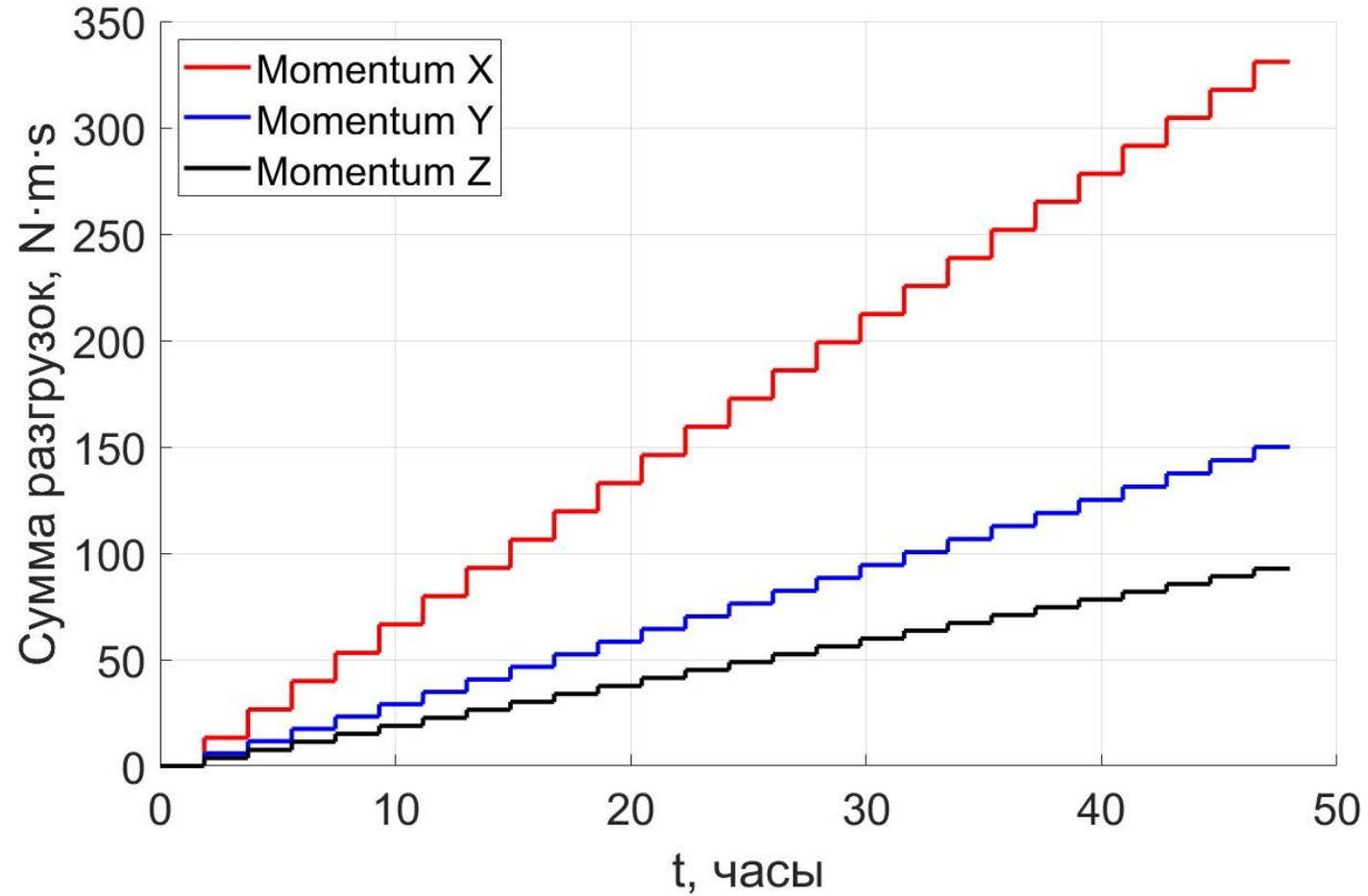
$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^3 I_i^{RW} \Omega_i^{RW} \mathbf{e}_i$$

Во время разгрузки изменялись Ω_i^{RW} таким образом, чтобы $\mathbf{K} = -\mathbf{H}$.

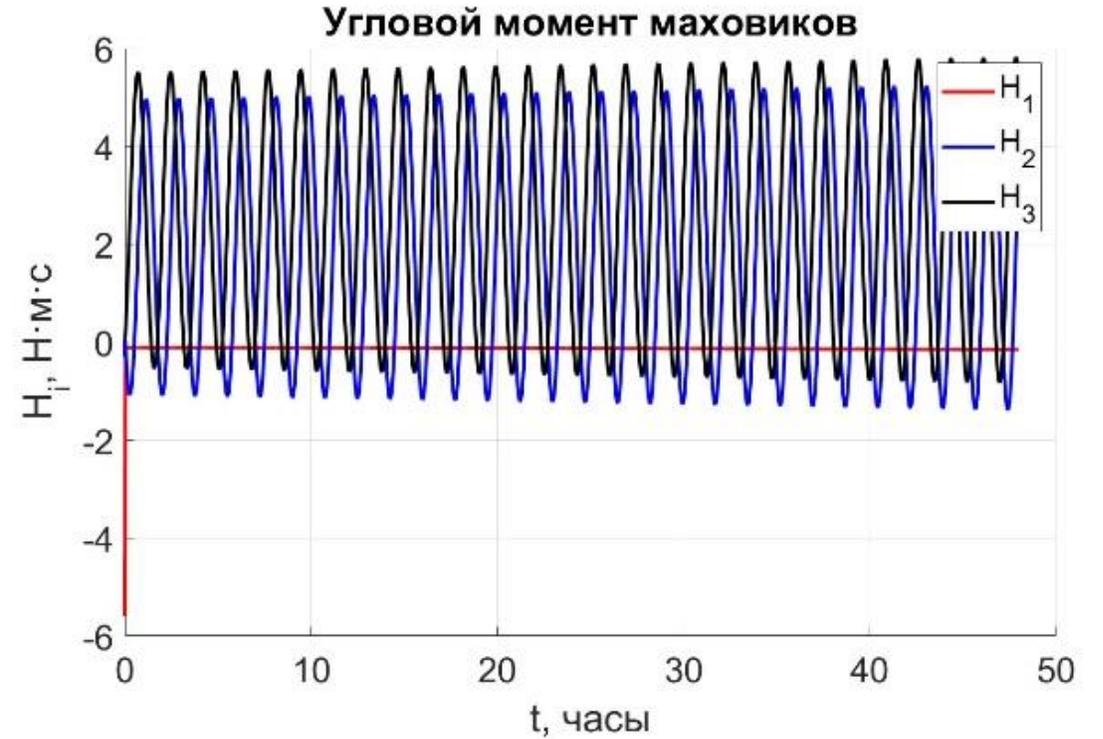
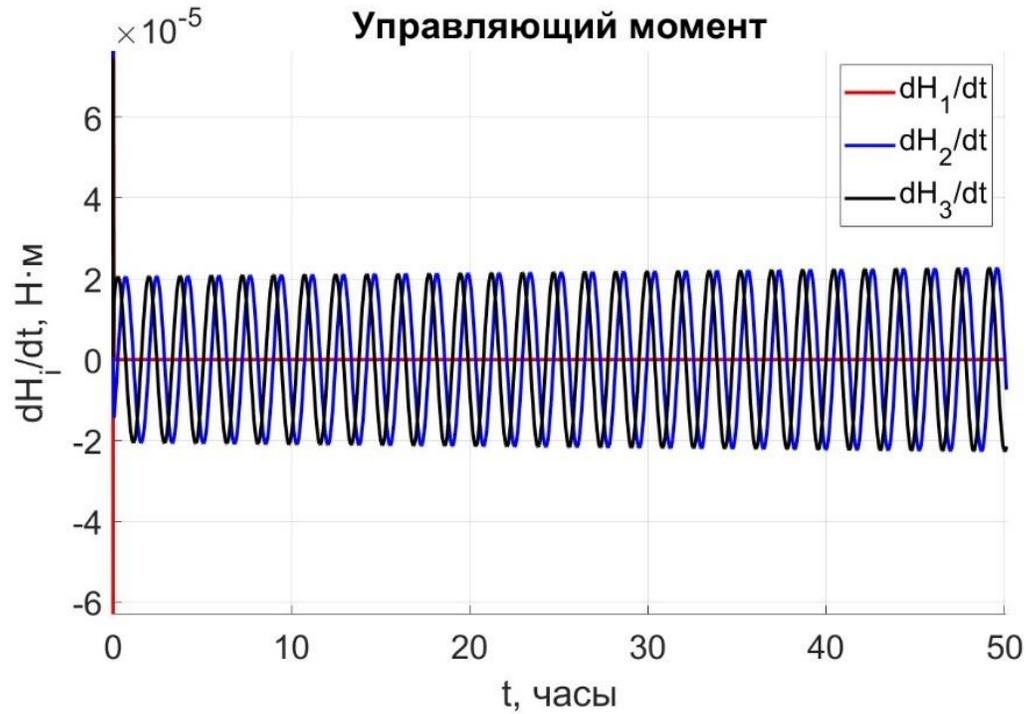
Стратегия 1



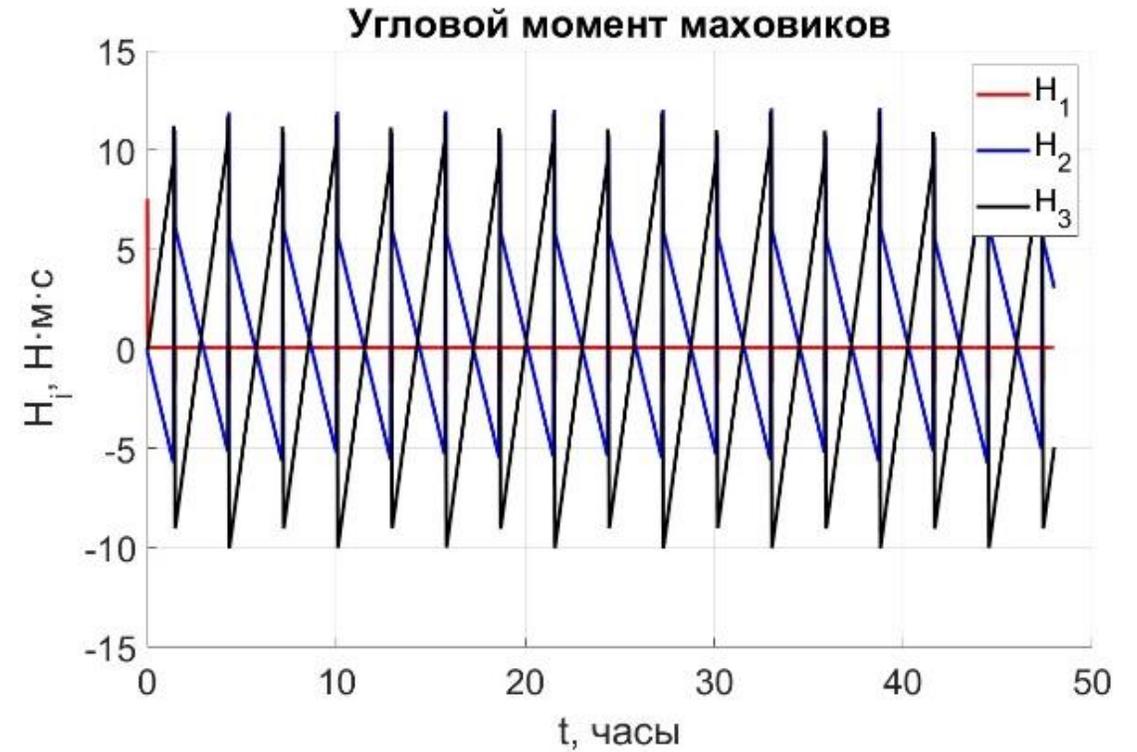
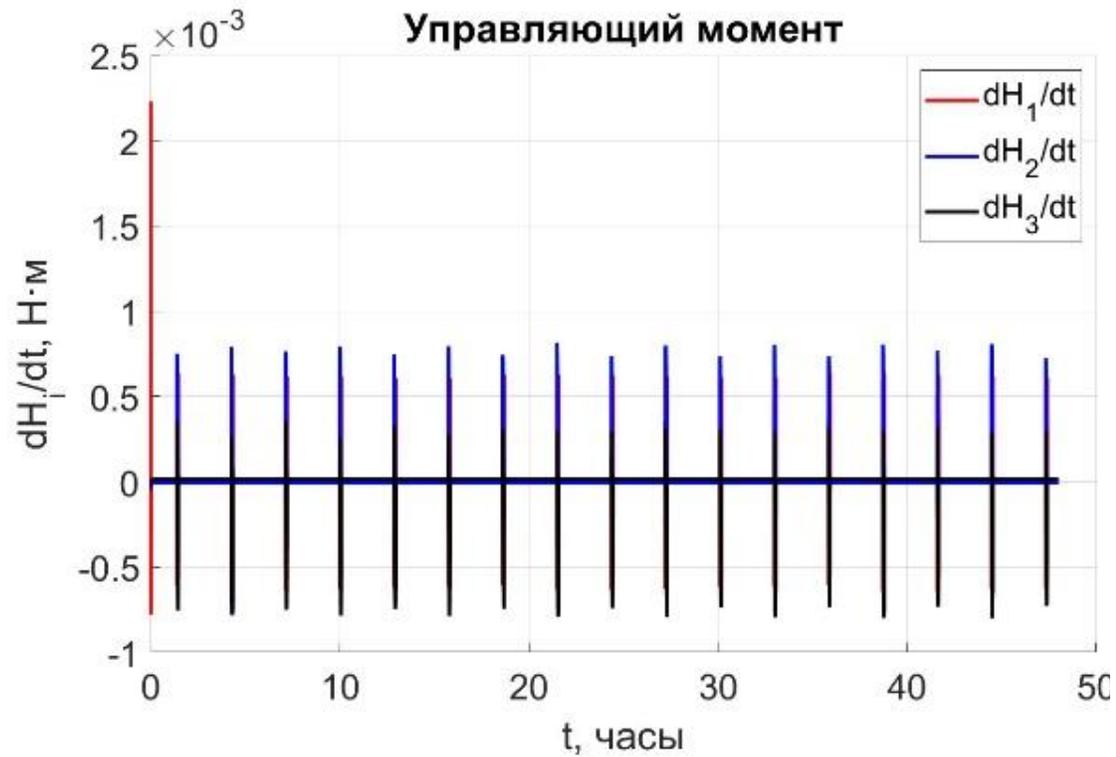
Стратегия 1, разгрузки



Стратегия 2, постоянное вращение

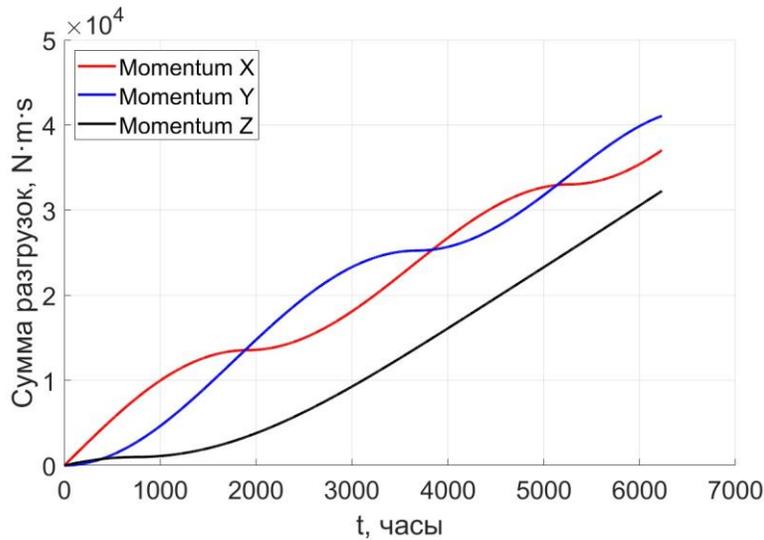


Стратегия 3, периодическое вращение

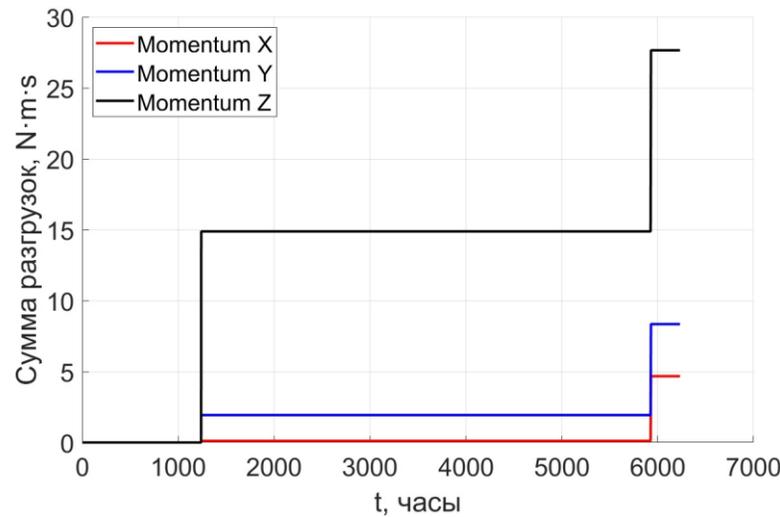


Результаты моделирования разгрузок для стратегий 1-3

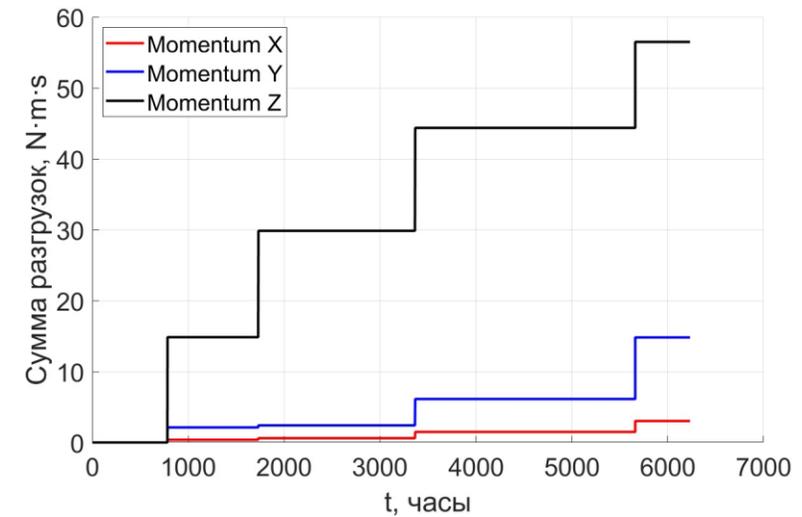
Проверка эффективности стратегий на примере реального перелета и их сравнение:



$$\gamma = const$$



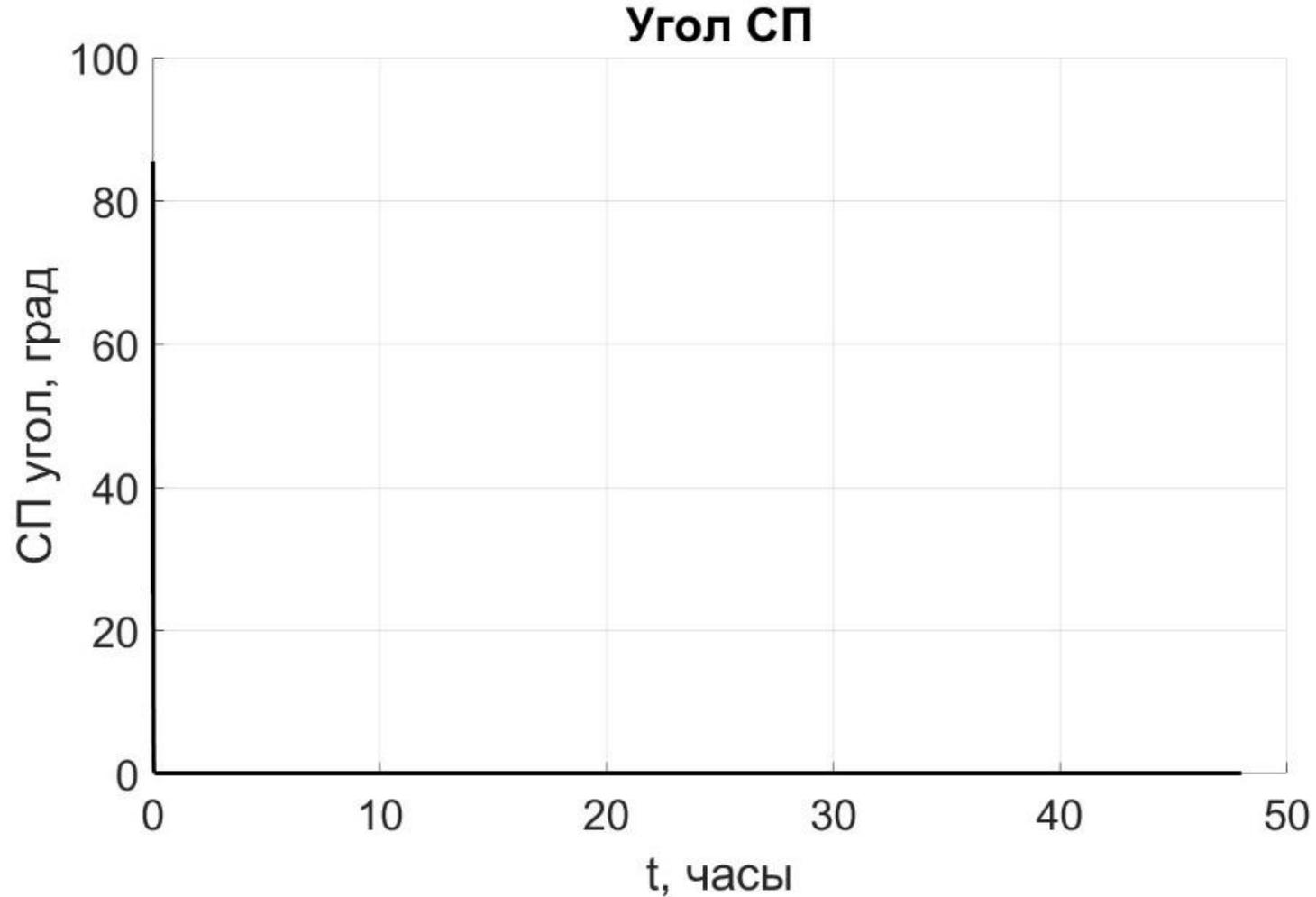
$$\gamma = \Omega t$$



$$\gamma = \pm \pi / 2$$

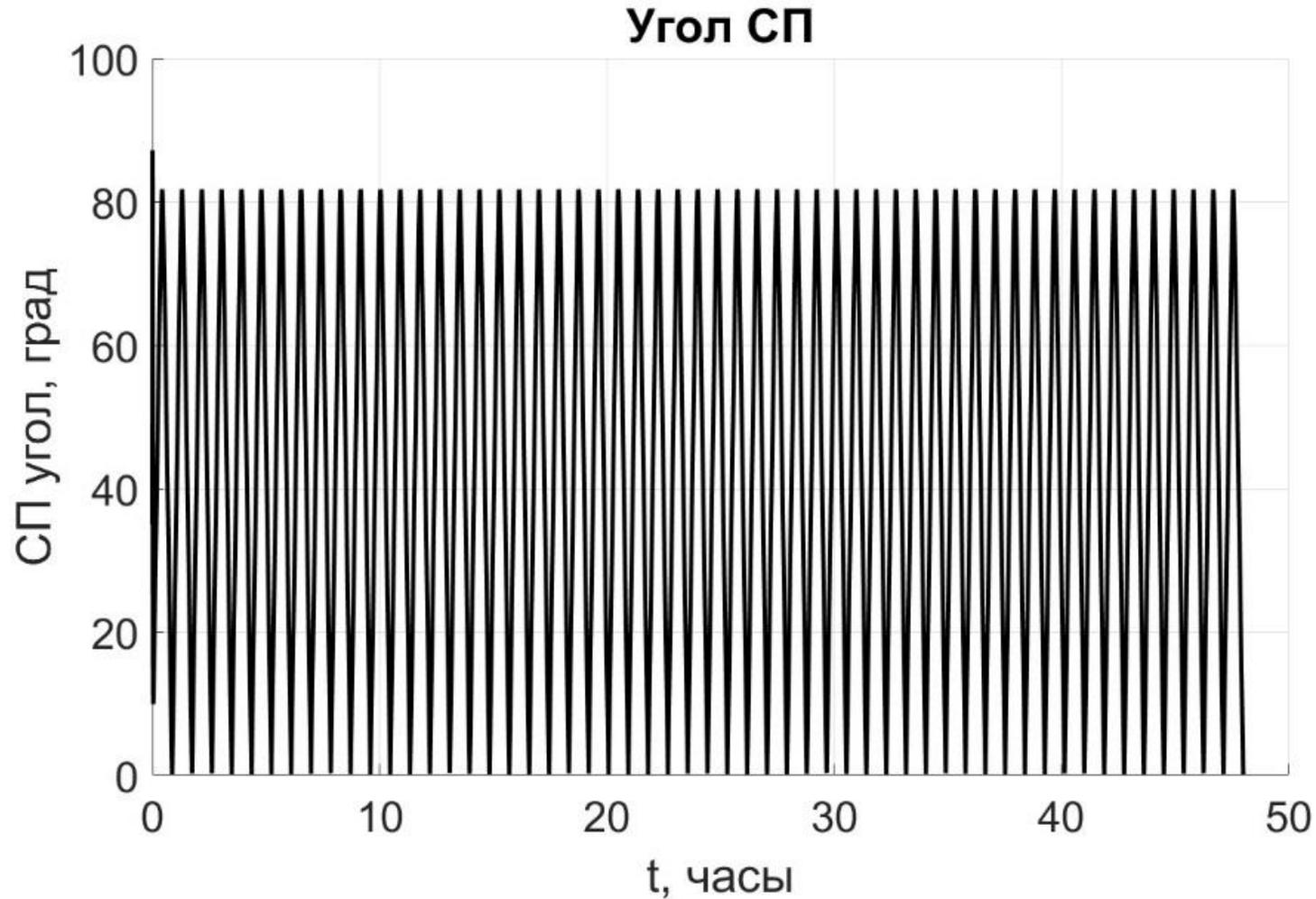
Использование методов с вращением снижает скорость накопления кинетического момента на маховиках и позволяет избежать компенсации двигателями более 60000 Нмс.

Результаты моделирования эффективности токосъема для стратегии 1



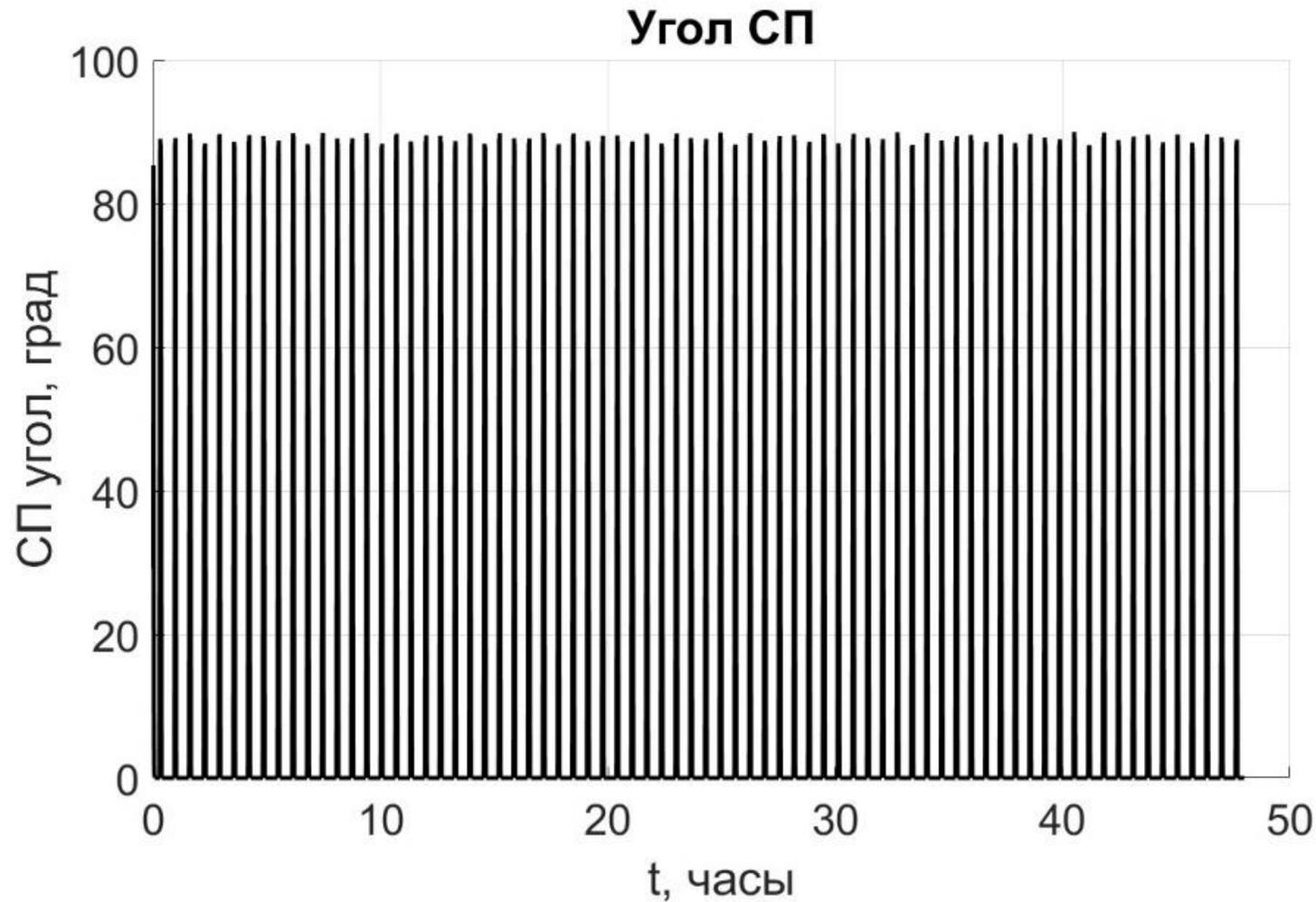
$$\gamma = const$$

Результаты моделирования эффективности токосъема для стратегии 2



$$\gamma = \Omega t$$

Результаты моделирования эффективности токосъема для стратегии 3



$$\gamma = \pm \pi / 2$$

Заключение

- *В работе рассмотрена задача уменьшения скорости накопления избыточного кинетического момента маховиками*
- *Предложено два различных режима опорного движения: постоянная закрутка и периодическая смена ориентации*
- *Режимы демонстрируют схожие результаты с точки зрения накопления избыточного кинетического момента, но постоянная закрутка оказывается существенно хуже с точки зрения токосъема с солнечных панелей*

Апробация

- *Результаты работы были представлены на 67-й научной конференции МФТИ (Секция динамики управляемого движения космическими аппаратами)*

Спасибо за внимание!