



Влияние возмущений на точность стабилизации при отслеживании маршрутов на поверхности Земли

Я.В. Маштаков, МФТИ (ГУ)

Научный консультант:
к.ф.-м.н., С.С. Ткачев

Научный руководитель:
профессор, д.ф.-м.н., С.А. Мирер

Дистанционное зондирование Земли

Космическая съемка решает задачи

- прогноза погоды
- мониторинга окружающей среды
- построения карт
- слежения за объектами инфраструктуры
- разведки



Спутники ДЗЗ



Ресурс-П (ЦСКБ «Прогресс»)

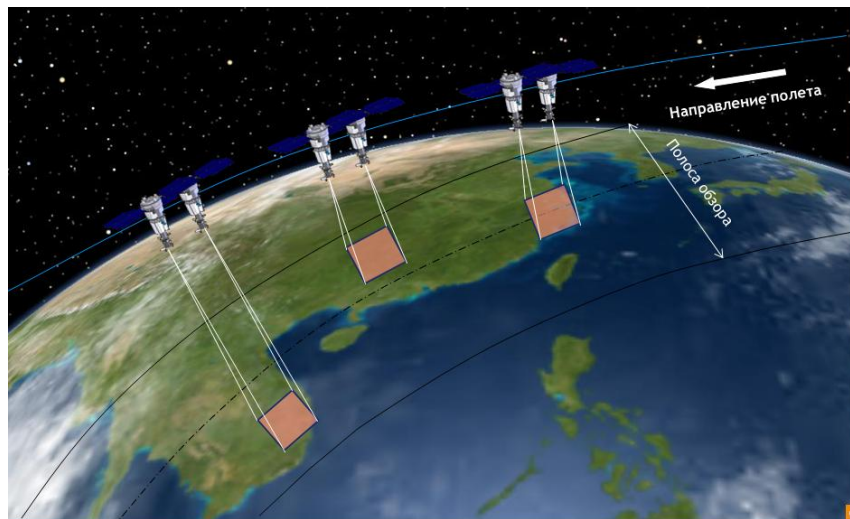
Высота орбиты, км	470-480
Наклонение, градус	97.28
Периодичность наблюдения, сутки	Не более 3
Фокусное расстояние, м	4
Угол поля зрения, градус	5.3
Разрешение в панхроматическом диапазоне, м	1.0
Разрешение в узких спектральных диапазонах, м	3.0-4.0
Полоса захвата, км	38

Высота орбиты, км	618-621
Наклонение, градус	97.98
Периодичность наблюдения, сутки	Не более 1
Фокусное расстояние, м	13.3
Угол поля зрения, градус	1.28
Разрешение в панхроматическом диапазоне, м	0.31
Разрешение в узких спектральных диапазонах, м	1.0-4.0
Полоса захвата, км	13.1



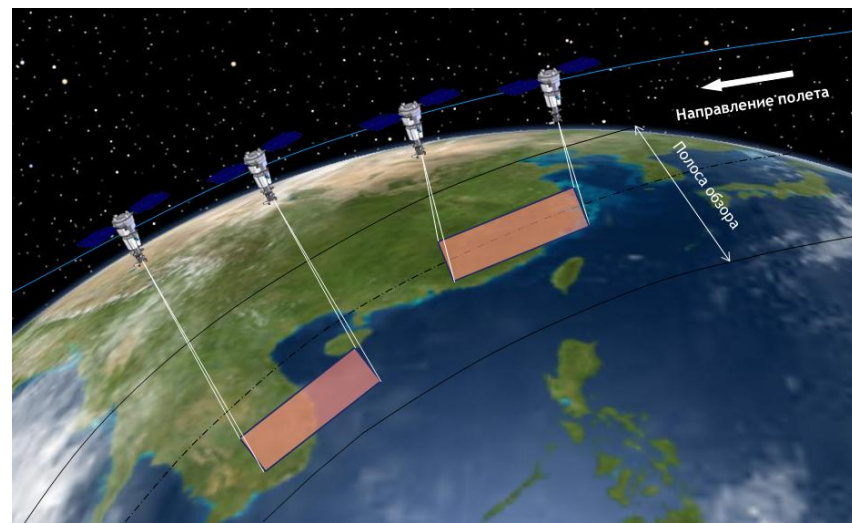
WorldView-3
(Ball Aerospace
and
Technologies)

Дистанционное зондирование Земли

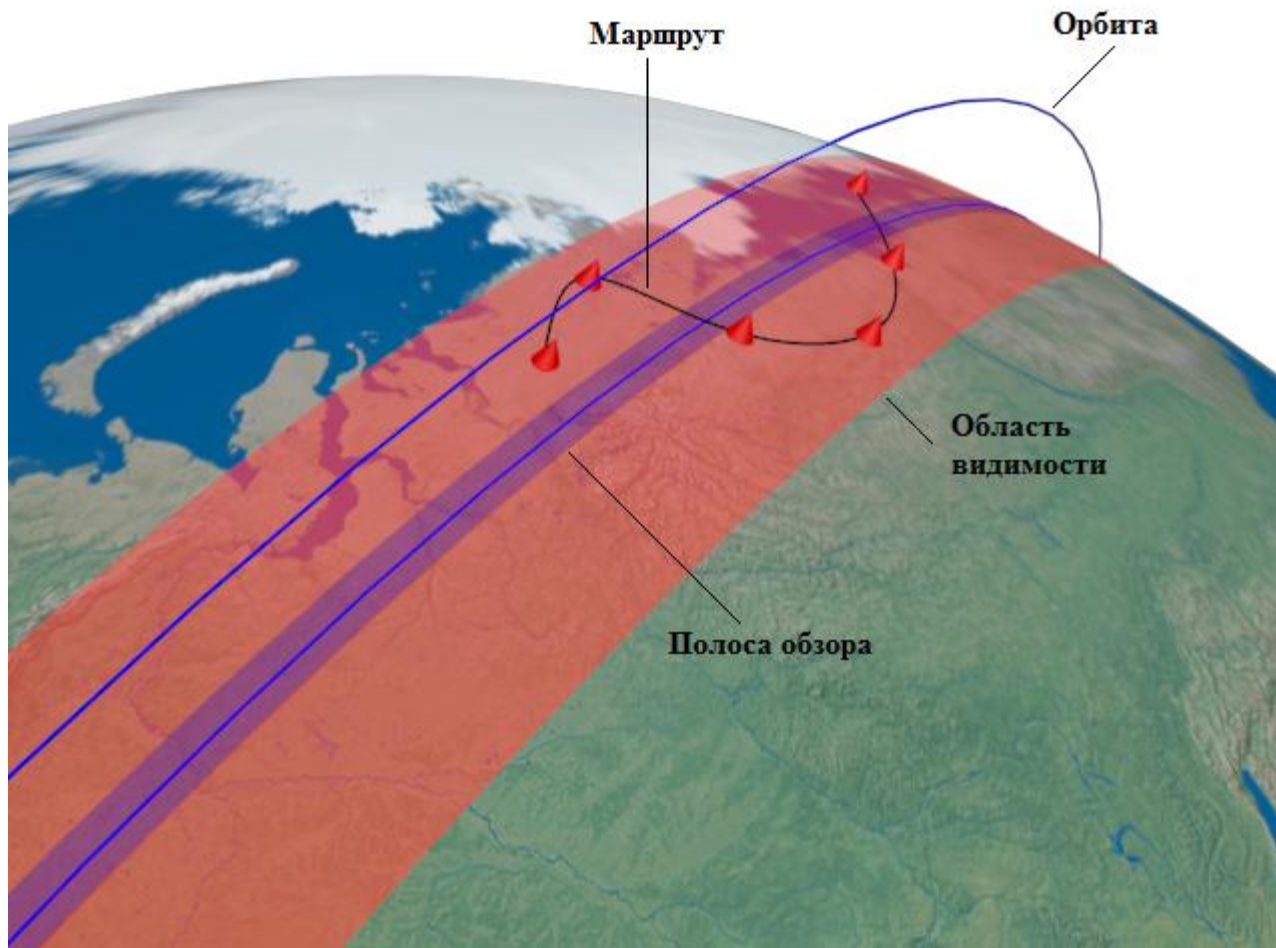


Объектная съемка «Ресурс-П»

Маршрутная съемка «Ресурс-П»



Маршрутная съемка



Отслеживание сложных маршрутов на поверхности Земли

Постановка задачи

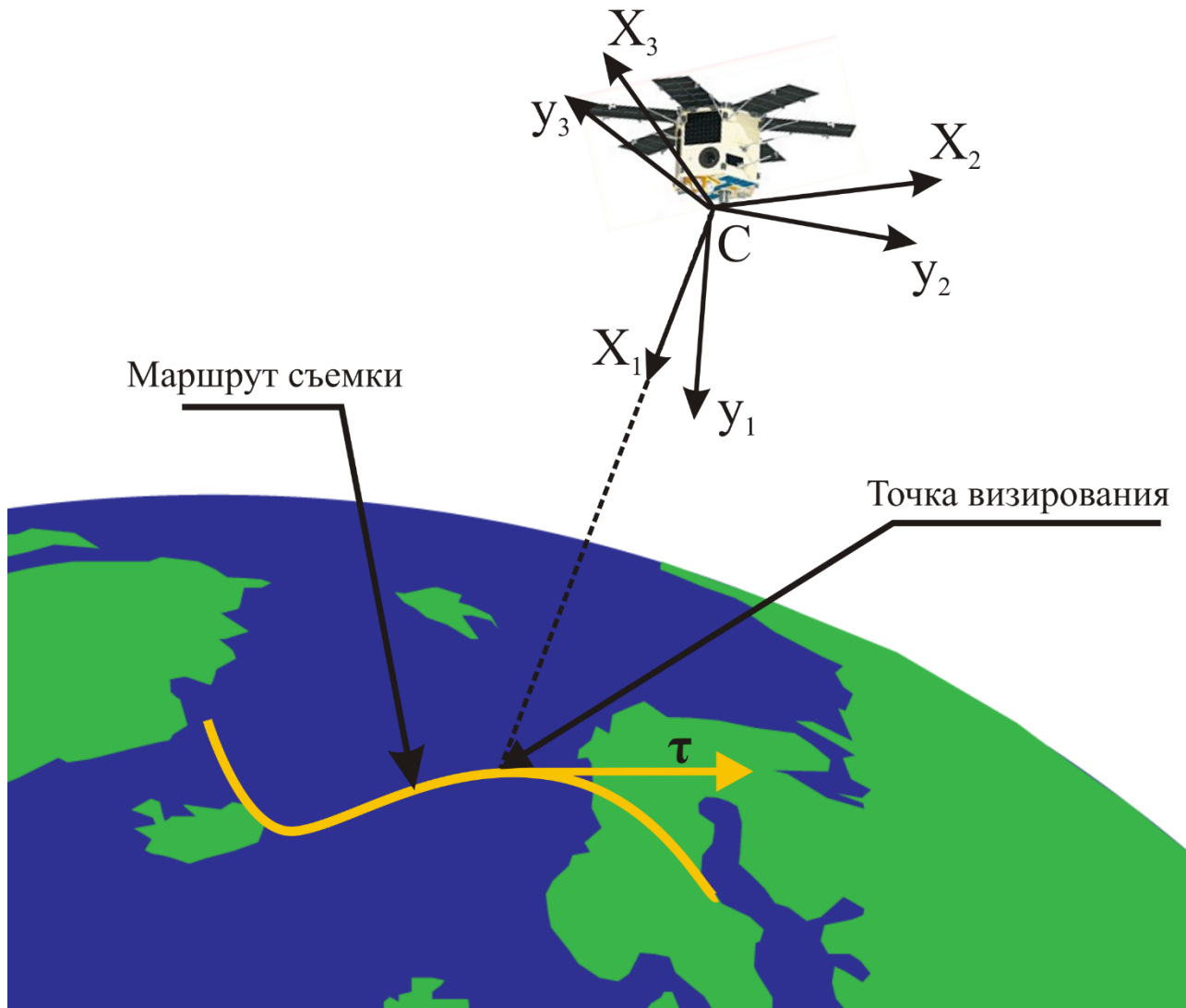
Что известно:

- Движение центра масс КА (местоположение, скорость)
- Параметры спутника и установленной аппаратуры (тензор инерции, параметры камеры, максимальный управляющий момент)
- Траектория на поверхности Земли задана в виде гладкой параметризованной кривой

Что необходимо сделать:

- Построить угловое движение
- Синтезировать управление
- Оценить влияние возмущений на точность ориентации
- Выделить некоторый класс траекторий, которые можно снять
- Связать ошибки ориентации и стабилизации с качеством получаемого изображения

Визирная и опорная СК



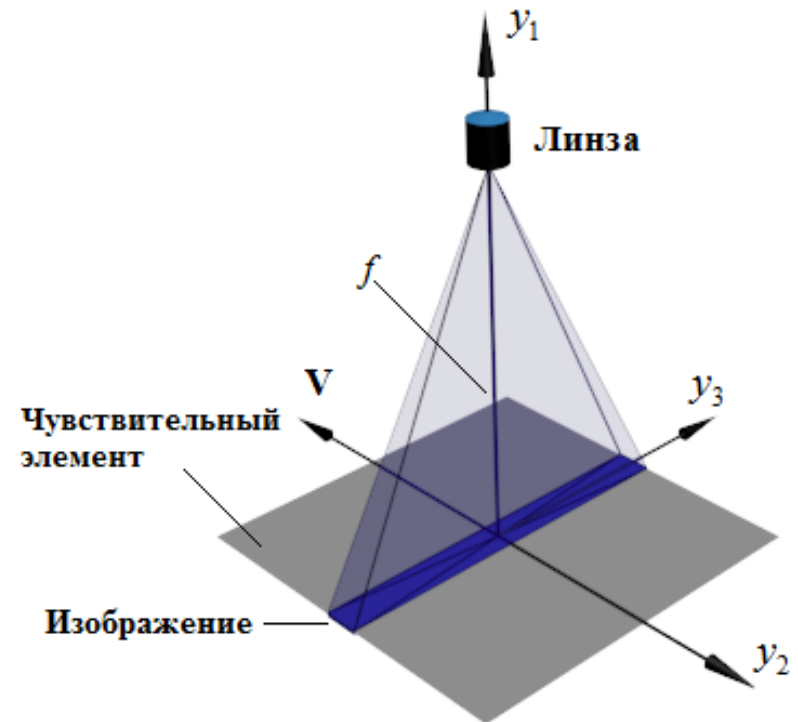
Синтез углового движения

$$(\mathbf{V}_{отн}, \mathbf{e}_3) = 0$$

$$(\mathbf{V}_{отн}, \mathbf{e}_2) = -\frac{V\rho}{f}$$

$$\mathbf{V}_{отн} = \boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_s)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \omega_2 = -\frac{(\boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_3)}{\rho} \\ \omega_3 = \frac{(\boldsymbol{\Omega}_E \times \mathbf{r}_p - \mathbf{V}_s, \mathbf{e}_2)}{\rho} + \frac{V}{f} \end{cases}$$



$Sy_1y_2y_3$ Визирная СК, \mathbf{e}_i - ее орты

Синтез углового движения

Для поиска ω_1 используются уравнения для матриц направляющих косинусов

$$\dot{\mathbf{B}} = \mathbf{W}\mathbf{B}, \quad \mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\mathbf{B} = (\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \mathbf{e}_3)^T, \quad \dot{\mathbf{B}} = (\dot{\mathbf{e}}_1 \quad \dot{\mathbf{e}}_2 \quad \dot{\mathbf{e}}_3)^T$$

В итоге, можно получить одно уравнение на параметр траектории

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\rho(t, p)V}{f} \frac{1}{(\boldsymbol{\tau}(t, p), \mathbf{e}_2(t, p))}$$

Построение управления

Для построения управления используются функция Ляпунова и уравнения движения КА

$$V = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_{отн}, \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{отн}) + k_a(3 - \text{tr}\mathbf{A}), \quad k_a > 0,$$

$$\dot{\mathbf{K}} + \boldsymbol{\omega}_{абс} \times \mathbf{K} = \mathbf{M}_{внеш} + \mathbf{M}_{упр},$$

$$\dot{\mathbf{A}} = \mathbf{W}_{отн} \mathbf{A}.$$

Управляющие моменты тогда записываются в виде

$$\mathbf{M}_{упр} = -\mathbf{M}_{внеш} + \boldsymbol{\omega}_{абс} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{абс} + \mathbf{J}\mathbf{W}_{отн} \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{отн} - k_a \mathbf{S} - k_\omega \boldsymbol{\omega}_{отн}.$$

Линеаризованные уравнения относительного движения (предполагая малые возмущения)

$$\mathbf{J}\ddot{\boldsymbol{\alpha}} + k_\omega \dot{\boldsymbol{\alpha}} + 2k_a \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{M}_{возм}(t, \boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}}, \mathbf{B}, \boldsymbol{\omega}_0)$$

Оценка ошибок стабилизации

Для решений получены оценки:

$$|\delta\alpha_i| \leq \begin{cases} \frac{M_{max}}{2k_a}, k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} \geq 0 \\ \text{cth} \left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \right) \frac{M_{max}}{2k_a}, k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0 \end{cases}$$

$$|\delta\omega_i| \leq \begin{cases} \frac{2M_{max}}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \left(\frac{k_\omega + \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}{k_\omega - \sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}} \right)^{\frac{-k_\omega}{2\sqrt{k_\omega^2 - 8k_a J_{ii}}}}, k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} > 0 \\ 4 \frac{M_{max}}{ek_\omega}, k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} = 0 \\ \frac{M_{max}}{\sqrt{2J_{ii}k_a}} \exp \left(\frac{-k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \arccos \left(\frac{k_\omega}{\sqrt{8k_a J_{ii}}} \right) \right) \left(1 + \text{cth} \left(\frac{\pi k_\omega}{2\sqrt{8k_a J_{ii} - k_\omega^2}} \right) \right), k_\omega^2 - 8k_a J_{ii} < 0 \end{cases}$$

Кривизна траектории

В случае стабилизированного движения

$$\mathbf{M}_{упр} = -\mathbf{M}_{внеш} + \boldsymbol{\omega}_{abc} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abc} + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{on}$$

Из-за ограничений на создаваемый управляющий момент, возникают ограничения на максимальную кривизну снимаемой траектории:

$$|\omega_{max}| \approx \sqrt{\frac{M_0}{\max_{i,j} |J_{ii} - J_{jj}|}}$$

Из явных выражений для угловой скорости КА можно получить ограничение на максимальную кривизну снимаемой траектории

$$\kappa \leq f 3\sqrt{3} \frac{(\omega_{max} - 2\Omega_E)}{8\rho V}$$

Ошибки и качество съемки

$\delta \mathbf{r}_p$ – ошибка направления на точку обзора (съемка не того, что нужно)

$\delta \mathbf{V}_{отн}$ – ошибка скорость бега изображения («смаз» снимка)

$\left(\begin{array}{l} \delta \boldsymbol{\alpha} \\ \delta \boldsymbol{\omega} \\ \delta \mathbf{r}_s \\ \delta \mathbf{V}_s \end{array} \right)$ – угловая ошибка (ошибки идентификации + стабилизации)
– ошибка по угловой скорости (идентификация + стабилизация)
– ошибка по орбитальному положению (идентификация)
– ошибка по орбитальной скорости (идентификация)

Оценки для сдвига точки визирования и ошибки скорости бега изображения

$$|\delta \mathbf{r}_p| \approx \rho |\delta \boldsymbol{\alpha}|$$

$$|\delta V_3| \approx f |\delta \boldsymbol{\alpha}| (|\boldsymbol{\omega}_0| + |\boldsymbol{\Omega}_E|) + f |\delta \boldsymbol{\omega}| + V |\delta \boldsymbol{\alpha}|$$

$$|\delta V_2| \approx f |\delta \boldsymbol{\alpha}| (|\boldsymbol{\omega}_0| + |\boldsymbol{\Omega}_E|) + f |\delta \boldsymbol{\omega}|$$

Микроспутник TabletSat

Масса: 26 кг

Перигей: 586.5 км

Апогей: 622.6 км

Полярная орбита

$$\text{Тензор инерции } \mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.002 & 0.005 \\ 0.002 & 0.579 & 0.009 \\ 0.005 & 0.009 & 0.5 \end{pmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

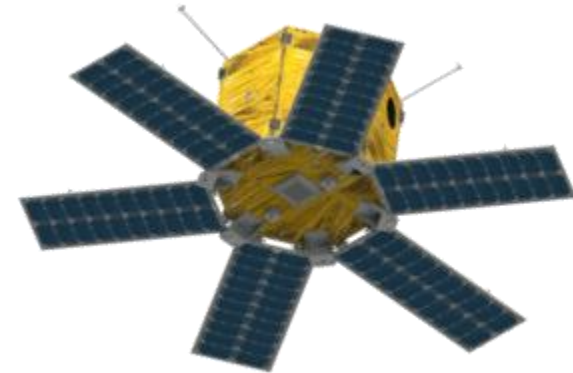
Скорость бега изображения 50 мм/с

Разрешение 15 м

Фокусное расстояние 6 м

Управляющее воздействие $10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$

Запуск: 19 июня 2014



Моделирование

В качестве возмущающих моментов рассматривается гравитационный и аэродинамический моменты:

$$\mathbf{M}_{грав} = 3\omega_{кр}^2 \mathbf{E}_3 \times \mathbf{J}\mathbf{E}_3, \quad |\mathbf{M}_{грав}| \leq 3\omega_{кр}^2 \max_{i,j} |J_{ii} - J_{jj}| = 6 \cdot 10^{-7}$$

$$\mathbf{M}_{атм} = -\frac{1}{2} \rho C_x S_{КА} v \mathbf{r}_a \times \mathbf{v}, \quad |\mathbf{M}_{атм}| \leq 5 \cdot 10^{-7}$$

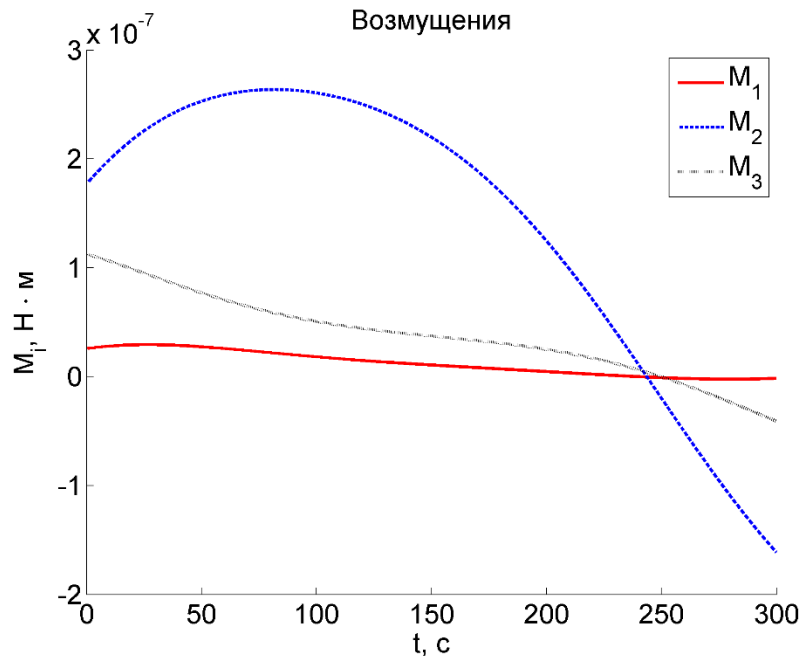
Рассматривается круговая орбита
высоты 600 км:

$$\omega_{кр} \approx 10^{-3} \text{ рад/с}, \quad \rho \approx 10^{-13} \text{ кг/м}^3,$$

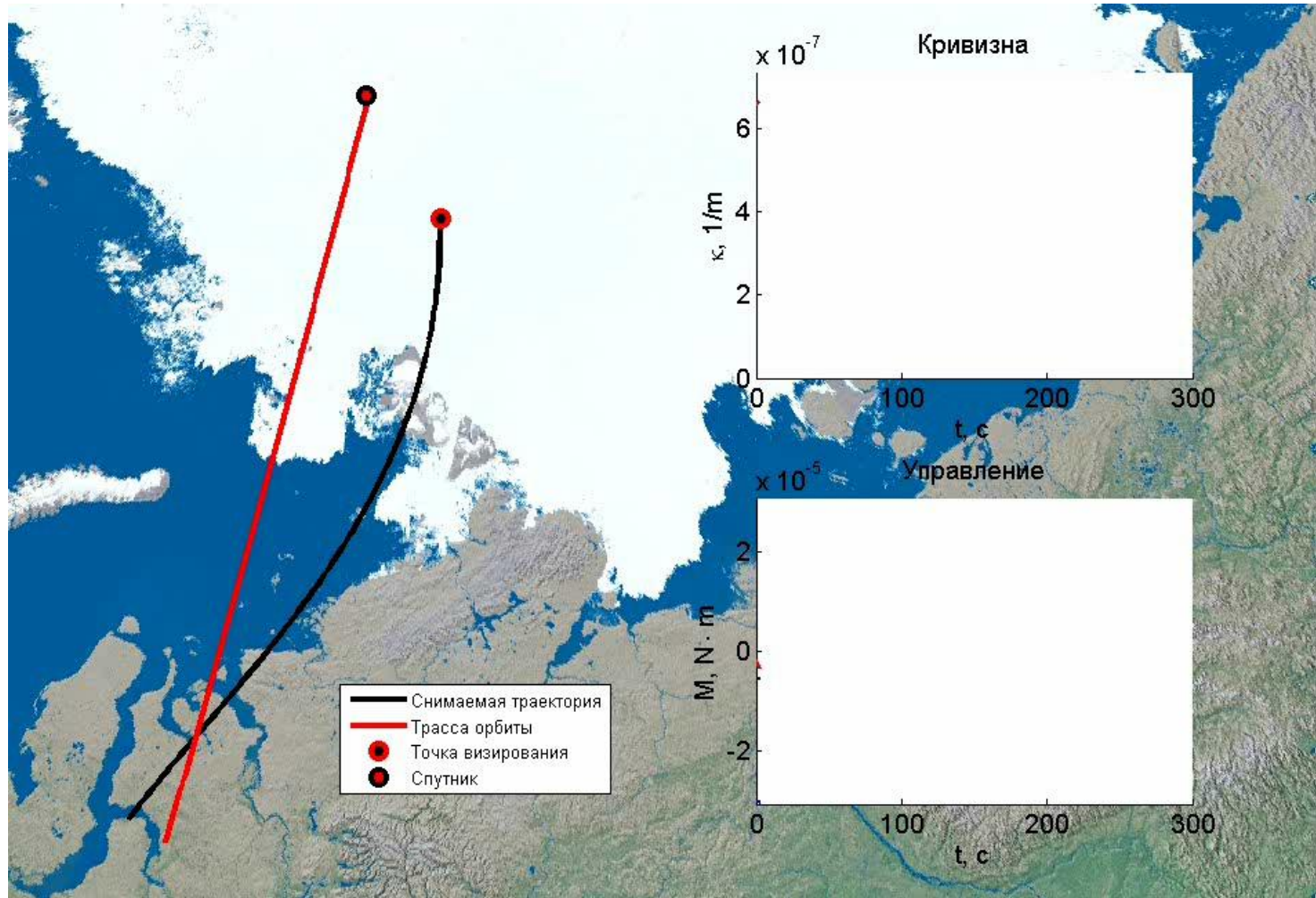
$$|\mathbf{r}_a| \approx 0.1 \text{ м}, \quad C_x = 2, \quad S_{КА} = 1 \text{ м}^2,$$

$$k_\omega = 0.2 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}, \quad k_a \approx 0.009 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

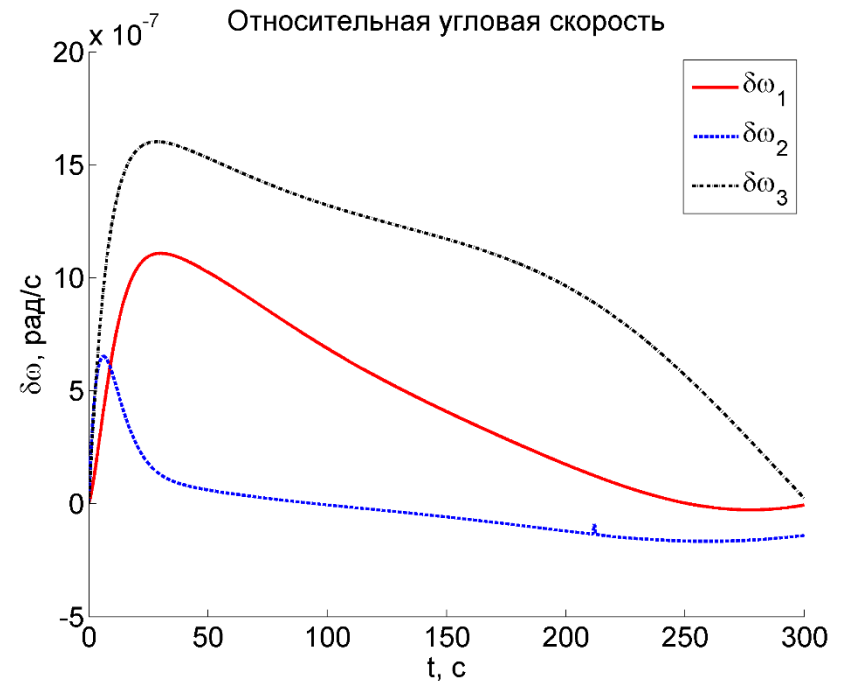
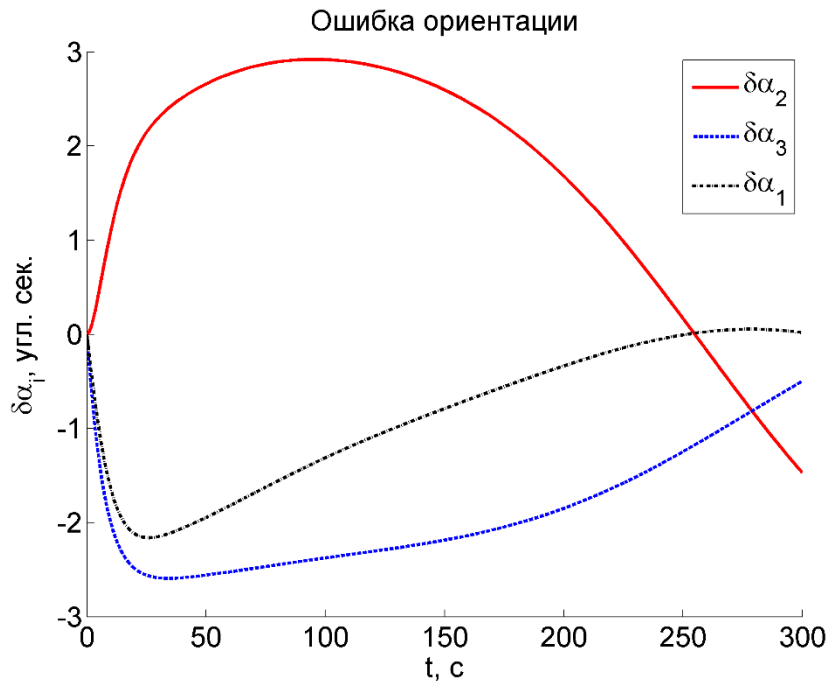
$$\kappa \leq 10^{-6} \text{ м}^{-1}$$



Моделирование

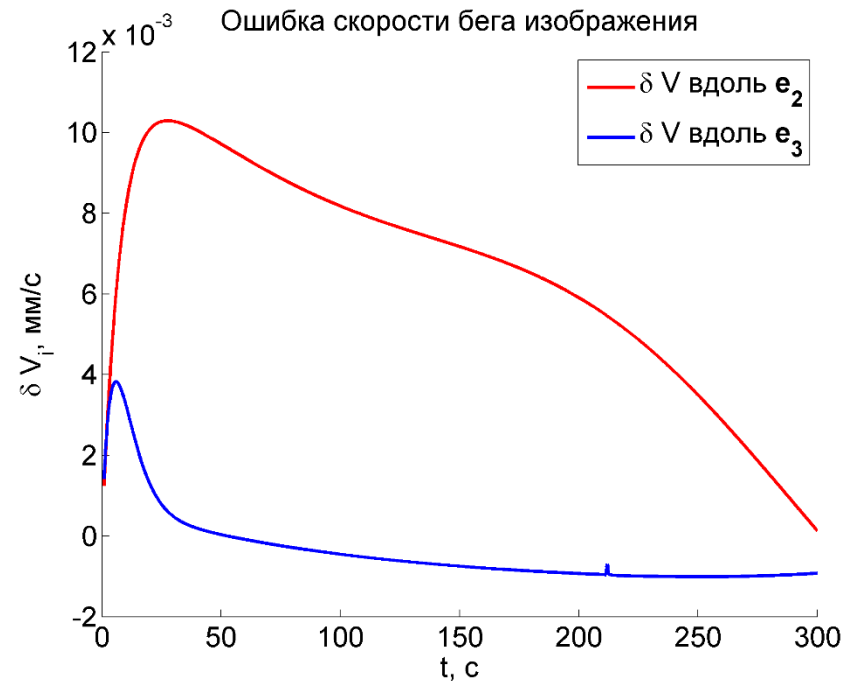
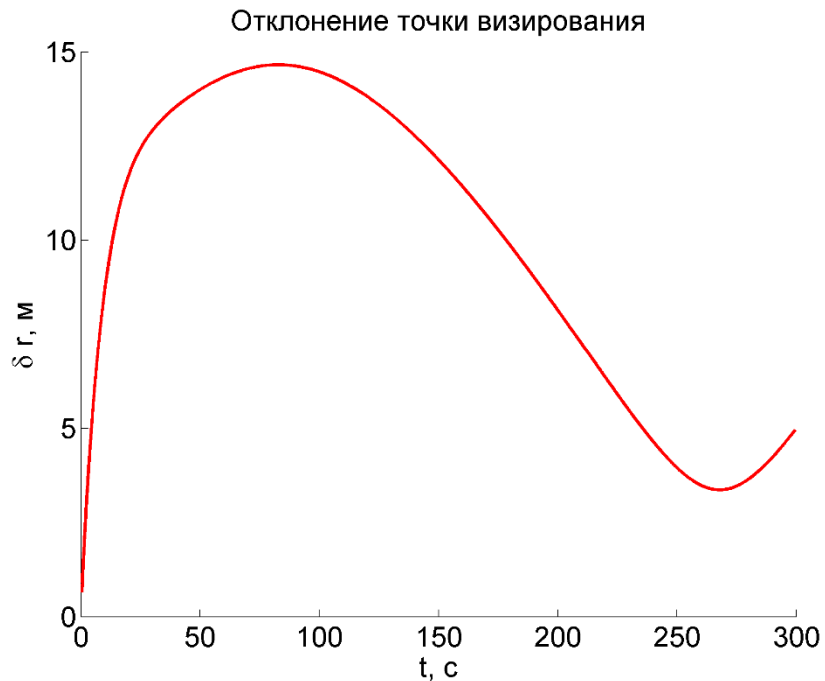


Моделирование



Оценка возмущений: $|\delta\alpha| \leq 5$ угл.сек, $|\delta\omega| \leq 7 \cdot 10^{-6}$ рад/с

Моделирование



Требуемая скорость бега изображения $50 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$

Заключение

- Предложен алгоритм построения углового движения спутника ДЗЗ
- Исследовано влияние ошибок ориентации и стабилизации на качество снимаемого изображения
- Получены оценки точности стабилизации КА в зависимости от параметров КА, выбора коэффициентов ПД-регулятора и величины внешних возмущений

Публикации и конференции

- Y.V. Mashtakov, S.S. Tkachev. Angular motion synthesis for remote sensing satellite // Digest of the 10th IAA Symposium “Small satellites for Earth observation”, Berlin, April 2015, pp. 397-400. (ISBN 978-3-89685-575-6)
- Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S., Penkov V.I., Tkachev S.S., Mashtakov Y.V. Sliding mode control for three-axis magnetic attitude // Proceedings of the 10th IAA Symposium “Small satellites for Earth observation”, Berlin, April 2015, pp. 385-388. (ISBN 978-3-89685-575-6)
- Маштаков Я.В., Ткачев С.С. Синтез углового движения спутника дистанционного зондирования Земли при отслеживании маршрутов на поверхности Земли. Управление движением и навигация летательных аппаратов: Сборник трудов XVII Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара, 18-20 июня 2014 г. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2015. – с. 111-114.
- Маштаков Я.В., Ткачев С.С. Построение углового движения спутника ДЗЗ при отслеживании маршрутов на поверхности Земли // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. No 20. 31с.
- С.С.Ткачев, Я.В.Маштаков. Влияние возмущений на точность стабилизации при отслеживании маршрутов на поверхности Земли. Актуальные проблемы российской космонавтики: Труды XXXIX Академических чтений по космонавтике. Москва, январь 2015г. Под общей редакцией А.К.Медведевой. М.: Комиссия РАН по разработке научного наследия пионеров освоения космического пространства, 2015, с.87.
- Маштаков Я.В., Ткачев С. С. Построение углового движения космического аппарата при межпланетном перелете // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. No 24. 16 с

Выполнение работ по контрактам с:

- ФГУП «Научно-производственное объединение им. С.А. Лавочкина»
- ОАО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва
- ЗАО НИЦ «Резонанс»
- ООО «СПУТНИКС»

Гранты:

- РФФИ № 12-01-33045, № 13-01-00665, №15-31-20058
- РФФИ № 14-11-00621
- Минобрнауки № 8182