

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский физико-технический институт  
(государственный университет)»

ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

Кафедра математического моделирования и прикладной математики

ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ  
РОЕМ СПУТНИКОВ,  
ИМЕЮЩИХ КОММУНИКАЦИОННЫЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Выпускная квалификационная работа  
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 010900 «Прикладная математика и физика»

Выполнила:  
студентка 372 группы  
Монахова Ульяна Владимировна

Научный руководитель:  
к.ф.-м.н., доцент  
Иванов Данил Сергеевич

Москва, 2017

# Содержание

<b>Введение .....</b>	<b>3</b>
<b>1 Постановка задачи .....</b>	<b>6</b>
1.1 Система координат и модель движения .....	6
1.2 Постановка задачи .....	8
<b>2 Кусочно-постоянное управление.....</b>	<b>9</b>
2.1 Модель управления.....	9
2.2 Централизованное управление .....	10
2.3 Децентрализованное управление .....	12
<b>3 Постоянное управление .....</b>	<b>17</b>
3.1 Постоянное управление с помощью аэродинамической силы сопротивления .....	17
3.2 Реализация кусочно-постоянного управления при помощи малой тяги.....	21
<b>Заключение .....</b>	<b>23</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>24</b>

# Введение

В последнее время для решения ряда фундаментальных и прикладных задач в космосе все большую популярность набирает использование группового полета малых спутников. В групповом полете спутники могут взаимодействовать между собой для достижения общих целей. Преимуществом групповых полетов перед одиночной миссией является возможность продолжения исследований при выходе из строя одного или нескольких спутников формации, потому что это не влияет на работоспособность всей группы в целом. Возникают новые возможности для проведения экспериментов, так как формация спутников способна одновременно выполнять наблюдения различных объектов или явлений. Одним из примеров успешной миссии группового полета является формация *TanDEM-X*, разработанная DLR (Немецкое аэрокосмическое агентство) для составления топографической карты поверхности Земли [1]. *TanDEM-X* состоит из двух спутников, образующих большой интерферометр, который обеспечивает глобальное покрытие земной поверхности высокоточной цифровой моделью рельефа с ошибкой по высоте менее 2 метров. В будущих миссиях групповые полеты планируют использовать для оптимизации процесса передачи информации на Землю при межпланетных перелетах. Например, такая задача стоит в планируемой на 2018 год миссии NASA InSight по изучению Марса, в которой главный аппарат до его посадки на поверхность планеты будут сопровождать два микро-спутника формата CubeSat. Конструкцию из двух спутников назвали MarCO (Mars Cube One), их основной целью является развертывание двух радиоантенн с высокими коэффициентами усиления сигнала и двух солнечных панелей. Выйдя на орбиту Марса, кубсаты смогут немедленно передавать на Землю информацию, полученную от InSight, так как они обеспечены функциями одновременного приема и передачи сигнала в различных диапазонах частот [2].

С развитием нано- и пикоспутников (типа CubeSat и PocketSat) и возможностью их стандартизированного и массового производства стал развиваться новый класс группового полета – так называемый рой спутников. Рой состоит из значительного числа близколетающих аппаратов, летящих по произвольным, но ограниченным относительно траекториям. Основной сложностью реализации роевого группового полета спутников является навигация и управление взаимным относительно движением отдельного аппарата. В настоящее время существует два основных подхода по

автономному управлению группой спутников: централизованное и децентрализованное.

Централизованное управление подразумевает наличие головного (или "материнского") аппарата в формации, его движение отслеживается остальными "дочерними" спутниками, которые управляются для достижения требуемой относительной траектории. Примером миссии, где была использована такая схема управления, можно рассматривать миссию CanX-4&5, запущенную в июне 2014 года. Данная миссия состоит из двух наноспутников и направлена на реализацию автономного управления формацией и минимизацию расходов топлива при маневрировании. Созданная для этой миссии система определения относительного положения аппаратов позволяет достичь точности 10 сантиметров [3]. Централизованное управление больше подходит для небольших групп спутников, движущихся по заданным заранее относительным траекториям. В случае значительного количества аппаратов, как в рое спутников, такой подход к управлению не очень оправдан, так как головной аппарат может находиться вне зоны видимости для части аппаратов, а межспутниковая связь всегда имеет ограниченное число каналов. Это затрудняет определение относительного движения материнского аппарата относительно дочерних.

При децентрализованном управлении каждый аппарат принимает решение об управлении индивидуально на основе движения ближайших соседей. Этот подход к управлению больше подходит для роя спутников принимая во внимание естественные ограничения по количеству связей с другими аппаратами. Эти ограничения вызваны возможностями бортовой системы определения относительного движения или межспутниковой связи. Системы определения относительного движения могут быть основаны на обработке видеоизображений [4], дальномерах [5] и других датчиках, однако количество аппаратов, для которых они способны определить относительное движение невелико (как правило до 10 аппаратов) и также есть ограничение на дальность, при которой система работает с необходимой точностью. Эти проблемы с системой автономного определения движения можно было бы решить с помощью передачи информации между спутниками о текущем орбитальном движении, полученном, например, с помощью датчиков GPS, установленных на каждом аппарате, и таким образом вычислить относительное движение. Однако межспутниковые каналы связи также не могут обеспечить неограниченное количество подключений к одному аппарату, что обусловлено

частотными ограничениями сигналов. Таким образом, при построении движения роя спутников необходимо учитывать особенности, связанные с коммуникационными ограничениями.

В литературе при рассмотрении роевого движения рассматриваются так называемые "агенты" – независимые и автономные управляемые единицы, в рассматриваемом в работе случае это спутники. В большинстве работ для мультиагентных систем вводится модель управления аппаратами, состоящая из четырех правил: притяжение, выравнивание, избегание столкновений и достижение цели. В работе [6] рассматривается управление на основе линейно-квадратического регулятора с применением этих правил для управления роем спутников и производится сравнение характеристических скоростей централизованной и децентрализованной стратегий при различных параметрах и задачах миссии. Для большого количества спутников было показано уменьшение вычислительной сложности при применении двухуровневой системы (комбинация централизованной и децентрализованной стратегий). В работе [7] делается основной упор на изучение децентрализованного подхода с использованием искусственной потенциальной функцией в виде экспоненты для управления на основе тех же правил, что и в указанной ранее работе. Были представлены реализации движения группы аппаратов для достижения различных целей, однако в этой работе не рассматривается динамика относительного движения спутников, летящих в группе.

Целью настоящей работы является разработка и исследование децентрализованных алгоритмов управления роем спутников после отделения от ракетносителя для устранения относительного дрейфа с учетом ограничений на коммуникационные связи между спутниками и на ресурс управления. Для моделирования ограничений на коммуникационные связи рассматривается некоторая эффективная сфера относительно каждого аппарата, внутри которой движение соседних аппаратов известно.

Работа состоит из введения, трёх частей и заключения. В первой части работы сформулирована постановка задачи, описывается используемая система координат и модель движения аппаратов с учетом централизованного и децентрализованного кусочно-постоянного управления. Во второй части рассматривается кусочно-постоянное управление группой спутников и исследуется вероятность разделения роя на отдельные части (кластеризации). В третьей части работы рассматривается постоянное управление аппаратами с использованием двигателя малой тяги и аэродинамической силы сопротивления,

исследована вероятность кластеризации в данных случаях. В заключении проводится сравнение разработанных алгоритмов управления и анализ численного исследования.

# 1 Постановка задачи

## 1.1 Система координат и модель движения

Рассмотрим рой спутников, движущихся по близким околокруговым орбитам. Для описания траекторий спутников удобно пользоваться уравнениями движения, записанными в относительных координатах. Общий вид уравнений относительного движения двух любых спутников из роя достаточно сложен для аналитического рассмотрения, поэтому на первом этапе используется простая модель движения, описываемая системой уравнений Хилла-Клохесси-Уилтшира [8,9]. Модель описывает относительное движение двух произвольно выбранных спутников из роя, летящих по близким околокруговым орбитам в центральном поле тяготения Земли. В этой модели используется опорная система координат, ее начало (опорная точка  $O$ ) движется по круговой орбите радиуса  $r_0$  с орбитальной угловой скоростью  $\omega = \sqrt{\mu/r_0^3}$ , где  $\mu$  – гравитационный параметр Земли. Ось  $Oz$  направлена от центра Земли, ось  $Oy$  направлена по нормали к плоскости орбиты, ось  $Ox$  дополняет тройку до правой (рис.1).

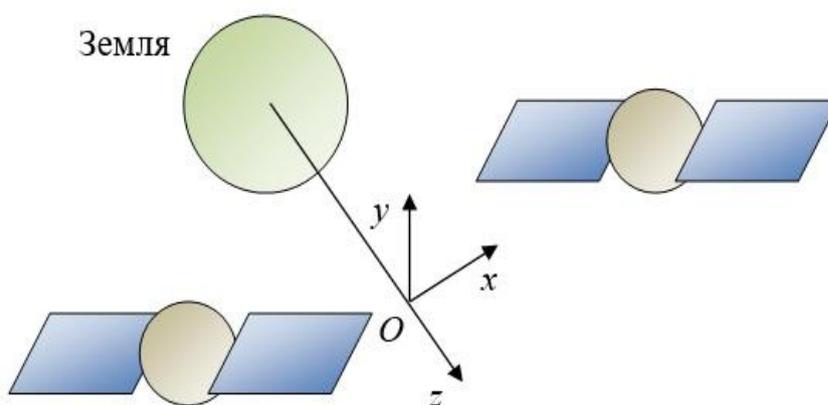


Рис.1. Система координат, связанная с опорной точкой  $O$ , движущейся по круговой орбите

Пусть  $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$  – координаты условных первого и второго спутников в опорной системе координат. Тогда для координат  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x, y, z)$  вектора относительного положения спутников можно записать следующую систему уравнений движения:

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\omega\dot{z} = 0, \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0, \\ \ddot{z} - 2\omega\dot{x} - 3\omega^2 z = 0, \end{cases}$$

Решение системы имеет вид:

$$\begin{cases} x(t) = -3C_1\omega t + 2C_2 \cos(\omega t) - 2C_3 \sin(\omega t) + C_4, \\ y(t) = C_5 \sin(\omega t) + C_6 \cos(\omega t), \\ z(t) = 2C_1 + C_2 \sin(\omega t) + C_3 \cos(\omega t), \end{cases}$$

где  $C_i$  – константы, которые зависят от начальных условий  $x_0 = x(0)$ ,  $y_0 = y(0)$ ,  $z_0 = z(0)$ ,  $\dot{x}_0 = \dot{x}(0)$ ,  $\dot{y}_0 = \dot{y}(0)$ ,  $\dot{z}_0 = \dot{z}(0)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  следующим образом:

$$C_1 = \frac{\dot{x}_0}{\omega} + 2z_0, C_2 = \frac{\dot{z}_0}{\omega}, C_3 = -3z_0 - \frac{2\dot{x}_0}{\omega}, C_4 = x_0 - \frac{2\dot{z}_0}{\omega}, C_5 = \dot{y}_0, C_6 = y_0.$$

Слагаемое, отвечающее за дрейф:  $-3C_1\omega t$ . Итак, относительная траектория двух спутников замкнута тогда и только тогда, когда  $C_1 = 0$ . Однако, на практике такие идеальные начальные условия задать невозможно, а в случае действия возмущений и нелинейных эффектов всегда наблюдается относительных дрейф аппаратов. Поэтому для сохранения группового полета необходимо управлять как минимум для устранения дрейфа.

В случае роя спутников требуется рассматривать попарное относительное движение всех аппаратов. Возникает проблема определения среднего дрейфа для роя, к которому должны прийти все аппараты для достижения замкнутых относительных траекторий. В случае коммуникационных ограничений каждый аппарат имеет информацию об относительном движении спутников только внутри сферы видимости, и соответственно можно вычислить лишь относительных дрейф для этих аппаратов. Тогда возникает понятие среднего дрейфа, для аппаратов внутри сферы видимости, который вычисляется как среднее арифметическое.

## 1.2 Постановка задачи

Рассматривается задача формирования роя спутников после их отделения от ракета-носителя, которая заключается в достижении замкнутых относительных траекторий. Предполагается, что у каждого спутника есть своя зона видимости в виде сферы. Когда один из спутников попадает в такую зону соседнего спутника, становится известно его относительное движение, которое может быть получено либо с помощью линии межспутниковой связи или с помощью индивидуальных датчиков определения относительного расстояния (дальномеры, оптические сенсоры и т.д.).

В начальный момент времени спутники двигаются в соответствии с заданными условиями отделения. Так как отделение спутников осуществляется с помощью некоторой системы (как правило с помощью специальной пружины), которая имеет ошибки исполнения, то это приведет к постепенному разделению роя спутников при отсутствии управления. Предполагается, что на каждом спутнике установлен двигатель (рассматриваются случаи двигателя с большой и малой тягой) либо спутники имеют возможность управляться с помощью аэродинамической силы сопротивления, если рой находится на низкой околоземной орбите.

Основной идеей работы является разработка такого децентрализованного управления спутниками, чтобы относительный дрейф сводился к нулю для всех аппаратов в группе, произвольно двигающихся в начальный момент времени после отделения от ракета-носителя. В работе исследуется возможность построения роя (выравнивание дрейфов) с помощью постоянного управления после запуска с ракета-носителя в зависимости от начальных условий и ограничений на область видимости. Рассматривается влияние этих параметров на целостность роя при реализации управления с помощью аэродинамической силы и двигателя малой тяги.

## 2 Кусочно-постоянное управление

В настоящей главе рассматривается два основных подхода к управлению: централизованный и децентрализованный. Принципиальное различие этих подходов заключается в наличии головного аппарата у централизованного управления и его отсутствия у децентрализованного. Представляют интерес качественные характеристики движения спутников после применения данных подходов к управлению.

### 2.1 Модель управления

Рассмотрим управляемое движение роём спутников. Пусть вектор управления  $\vec{u}(u_x, u_y, u_z)$  имеет ненулевую компоненту только по оси  $Ox$ , т.е.  $u_y = u_z = 0$ . Пусть  $u_x = const$ , что может быть реализовано с помощью двигателя, установленного на борту и ориентированного вдоль оси  $Ox$ . Тогда относительное движение задается уравнениями:

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\omega\dot{z} = u_x, \\ \ddot{y} + \omega^2 y = 0, \\ \ddot{z} - 2\omega\dot{x} - 3\omega^2 z = 0, \end{cases}$$

Решение такой системы имеет вид:

$$\begin{cases} x(t) = -3C_1\omega t + 2C_2 \cos(\omega t) - 2C_3 \sin(\omega t) + C_4 + \frac{4u_x}{\omega^2} - \frac{3t^2 u_x}{2}, \\ y(t) = C_5 \sin(\omega t) + C_6 \cos(\omega t), \\ z(t) = 2C_1 + C_2 \sin(\omega t) + C_3 \cos(\omega t) + \frac{2tu_x}{\omega}, \end{cases}$$

где  $C_i$  зависят уже не только от начальных условий, но и от  $u_x$ :

$$C_1 = \frac{\dot{x}_0}{\omega} + 2z_0, C_2 = \frac{\dot{z}_0}{\omega} - \frac{2u_x}{\omega^2}, C_3 = -3z_0 - \frac{2\dot{x}_0}{\omega}, C_4 = x_0 - \frac{2\dot{z}_0}{\omega}, C_5 = \frac{\dot{y}_0}{\omega}, C_6 = y_0.$$

Для устранения относительного дрейфа необходимо, чтобы  $C_1 = 0$ , тогда необходимо чтобы

$$\frac{\dot{x}_0}{\omega} = -2z_0.$$

Найдем такое управление  $u_x$ , что к моменту времени  $t$  с начала управления будет выполняться искомое равенство для  $x(t)$  и  $z(t)$ . Таким образом, должно выполняться:

$$\frac{\dot{x}}{\omega} = -2z.$$

Подставим  $x(t)$  и  $z(t)$ :

$$-3C_1 - 2C_2 \sin(\omega t) - 2C_3 \cos(\omega t) - \frac{3tu_x}{\omega} = -4C_1 - 2C_2 \sin(\omega t) - 2C_3 \cos(\omega t) - \frac{4tu_x}{\omega}$$

Выражая  $u_x$ , получаем:

$$u_x = \frac{-\omega C_1}{t} = \frac{-\omega}{t} \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega} + 2z_0 \right) = -\frac{\dot{x}_0 + 2z_0 \omega}{t}.$$

Здесь  $t$  обозначает продолжительность приложенного вдоль оси  $Ox$  постоянного управления для устранения относительного дрейфа между двумя отдельными спутниками роя.

## 2.2 Централизованное управление

Рассмотрим централизованное управление для выравнивания относительных дрейфов. В начальный момент времени зададим “главный” спутник, относительно которого будет происходить выравнивание дрейфов остальных спутников. В следующий момент времени при попадании аппаратов группы в зону видимости “главного” к ним будет применено управление  $u_x = -\dot{x}_0 - 2z_0 \omega$ , где  $\dot{x}_0, z_0$  - значения скорости и координаты относительно головного аппарата. Далее управление будет применяться к аппаратам, попадающим в зону видимости “главного” или уже выровненных спутников (рис.2).

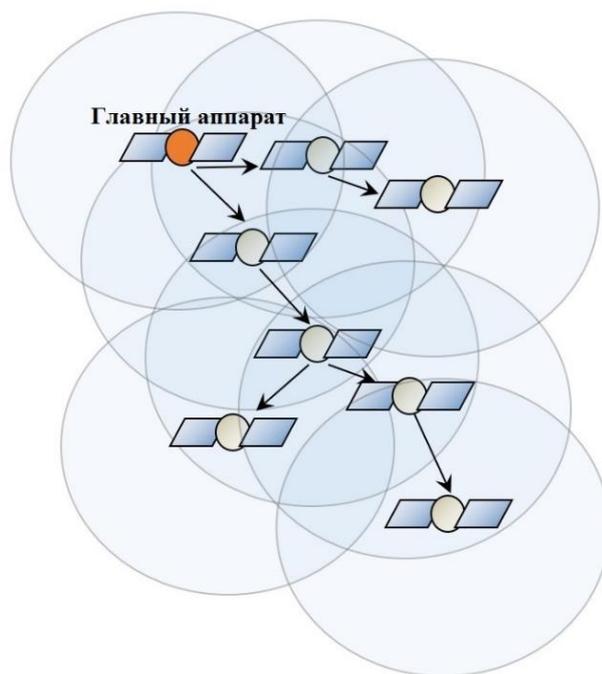


Рис.2 Схема алгоритма централизованного управления

Перейдем к численному моделированию данного алгоритма. Рассмотрим группу космических аппаратов с высотой орбиты 400 километров и зоной видимости с радиусом 500 метров. Так как точные начальные условия спутников после их отделения от ракета-носителя неизвестны, возьмем равномерное распределение по координатам в интервале  $(-400, 400)_m$  по осям  $Ox, Oy$  и  $(-200, 200)_m$  по оси  $Oz$  и по скоростям в интервале  $(-0.5, 0.5) \cdot 10^{-3} \frac{M}{c}$  по осям  $Oz, Oy$  и  $(-0.5, 0.5) \cdot 10^{-1} \frac{M}{c}$  по оси  $Ox$ . Траектории относительного движения без управления и с применением кусочно-постоянного управления представлены на рис.3а и 3б. Из графика с управлением на рис.3б видно, что все траектории замкнуты, а это значит, что относительные дрейфы равны нулю.

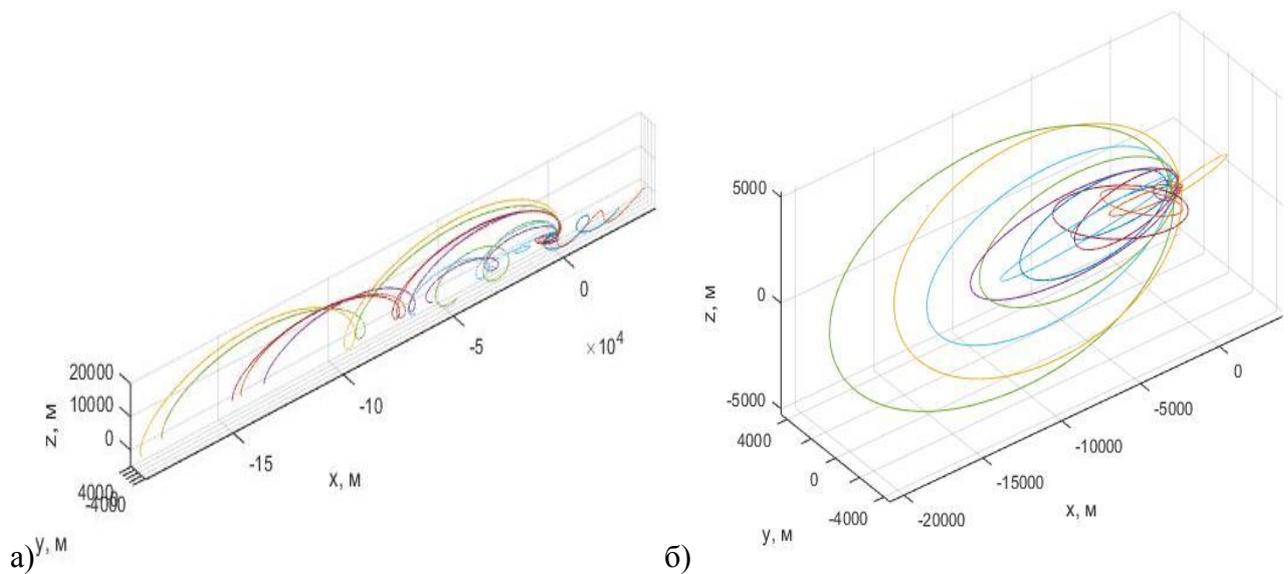


Рис.3 Траектории относительного движения аппаратов без управления и с применением централизованного управления

## 2.3 Децентрализованное управление

При децентрализованном подходе по выравниванию дрейфов отсутствует головной аппарат, каждый спутник управляется независимо. В начальный момент времени в зоне видимости каждого аппарата вычисляется средний относительный дрейф аппаратов, попавших в эту область, т.е. вычисляется

$$\bar{C}_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_1^i, \text{ где } N - \text{ количество аппаратов, попавших в зону видимости}$$

рассматриваемого спутника,  $C_1^i$  - коэффициенты относительного дрейфа этих аппаратов. Далее ко всем спутникам, относительно которых был вычислен средний дрейф, применяется кусочно-постоянное управление  $u_x^j = -\omega \bar{C}_1^j$ , где  $\bar{C}_1^j$  - средний дрейф относительно  $j$ -го спутника. После определенного промежутка времени вычисление дрейфов и управление повторяются. Схема взаимодействия между аппаратами показана на рис. 4.

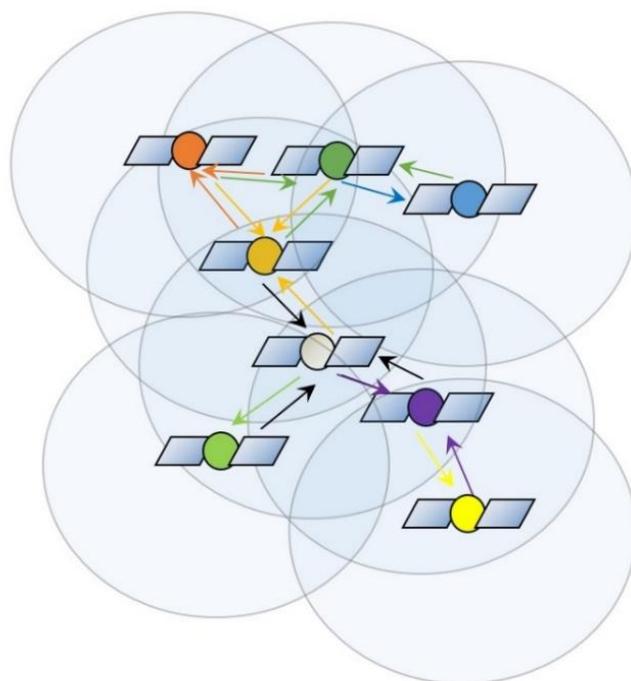


Рис.4 Схема алгоритма децентрализованного управления

Перейдем к численному моделированию предложенного алгоритма. Параметры моделирования совпадают с параметрами, использованными при реализации централизованной стратегии управления. Траектории относительного движения после применения управления с промежутком по времени 750 секунд представлены на рис.5. Из графика видно, что относительные траектории стали почти замкнутыми. Такое явление является следствием децентрализованного управления.

Рассмотрим качественные характеристики движения при применении управления. На рис.6 показано изменение относительного дрейфа, который становится близким к нулю с определенного импульса для всех спутников. Затраты характеристической скорости представлены на рис.7, из которого также видим, что с определенного момента затраты становятся почти нулевыми. Из представленных характеристик можно сделать вывод, что спутники выровнены и рой сформирован.

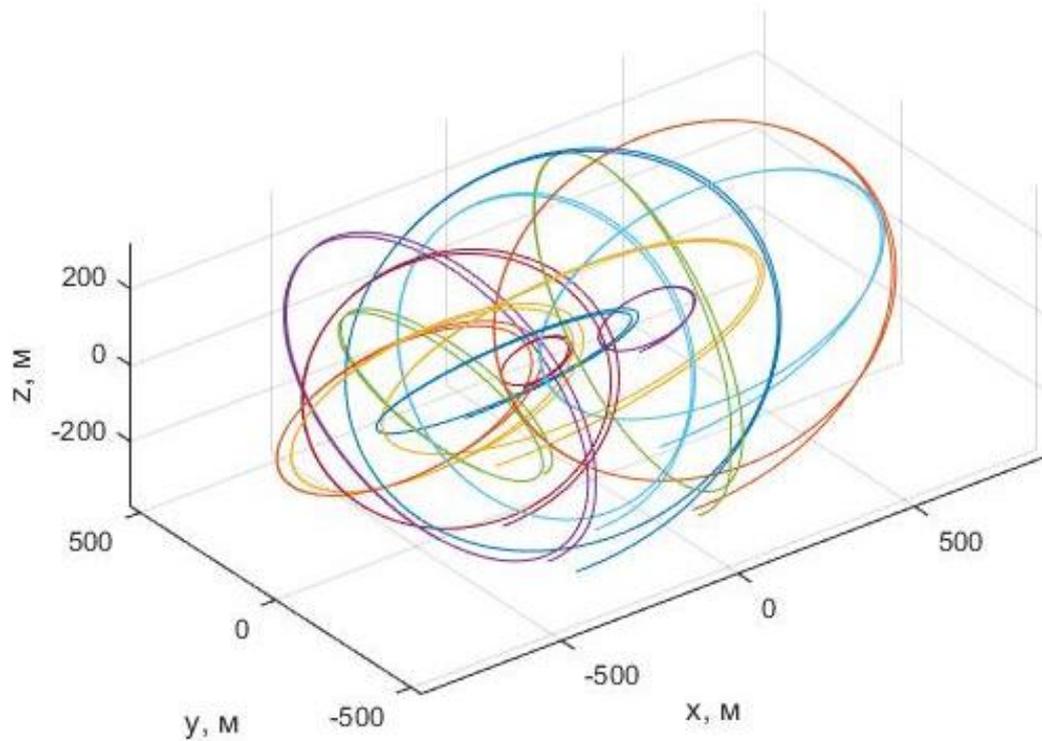


Рис. 5 Траектории относительного движения после применения децентрализованного управления

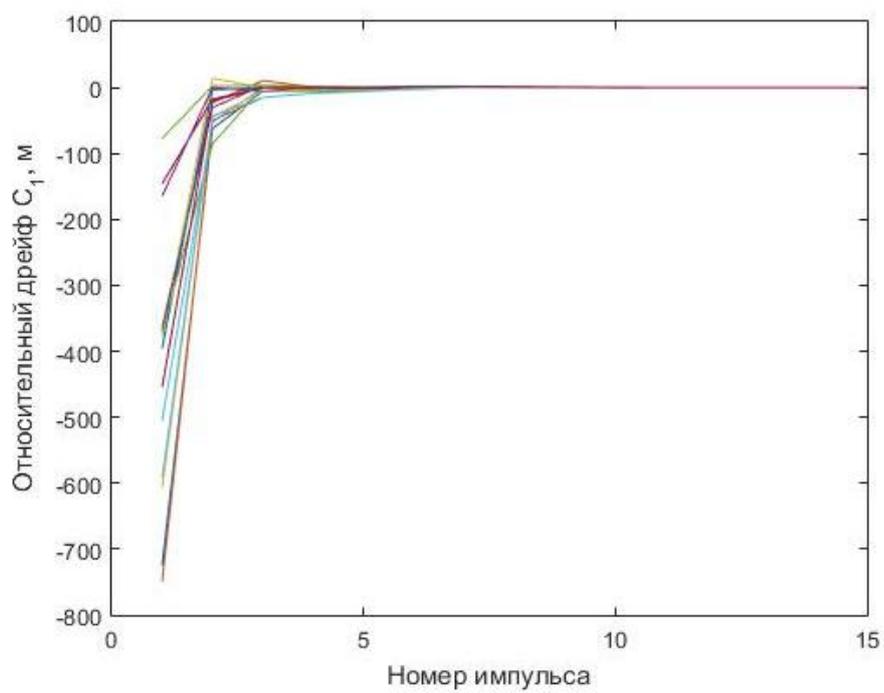


Рис.6 Изменение величины относительного дрейфа в процессе децентрализованного управления

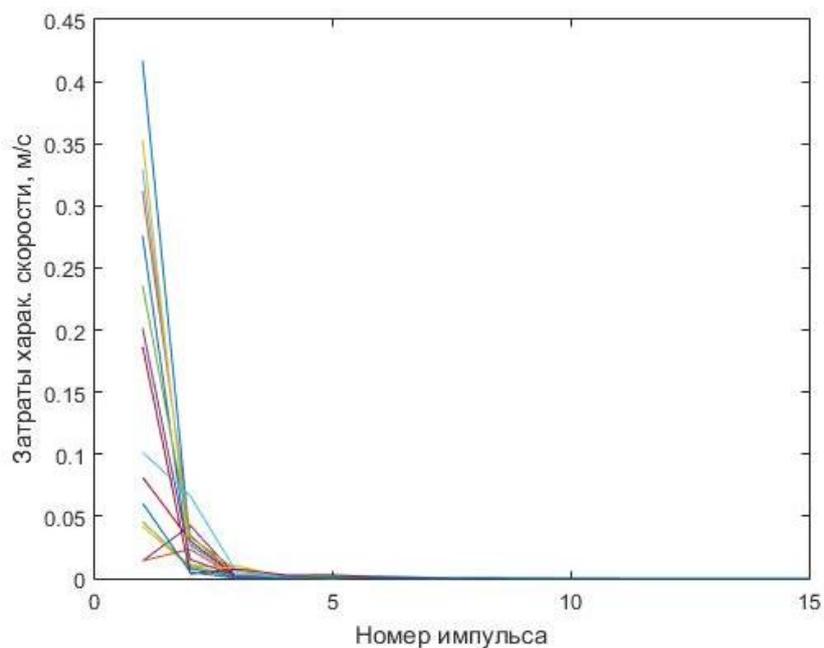


Рис.7 Затраты характеристической скорости на устранение относительных дрейфов

Применение децентрализованного управления не всегда приводит к выравниванию относительных дрейфов всех космических аппаратов. В некоторых случаях возможно разбиение спутников на подгруппы и зануление относительного дрейфа внутри них – эффект кластеризации. Для демонстрации этого эффекта на рис.8 представлены графики относительного дрейфа и движения спутников, из которых можно заметить, что аппараты разбились на три группы и относительные дрейфы выровнялись внутри своих кластеров.

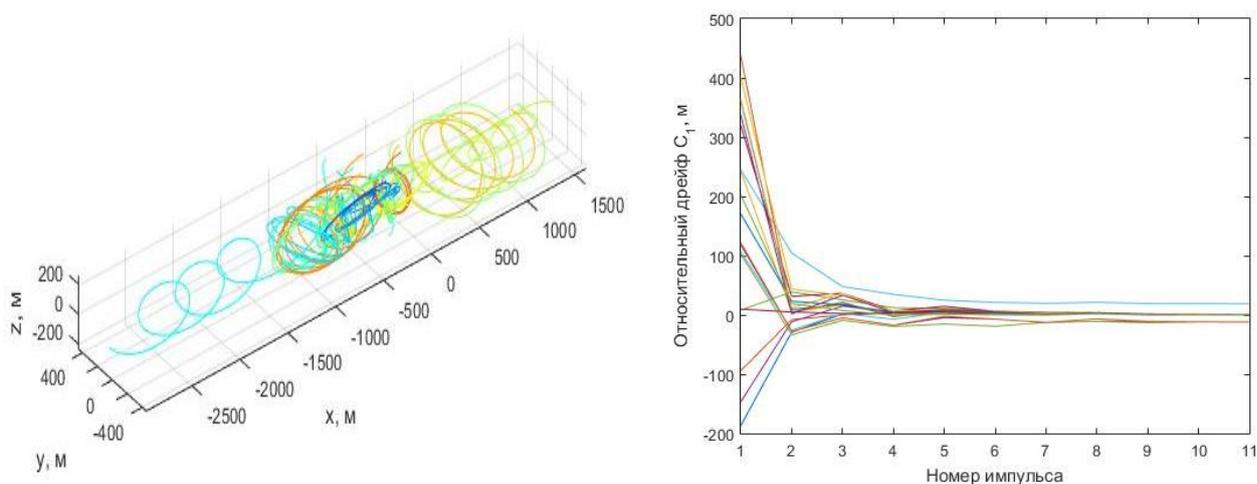


Рис.8 Реализация эффекта кластеризации

Таким образом, требуется исследовать с какой вероятностью и при каких параметрах применение децентрализованного управления будет приводить неупорядоченное движение спутников в начальный момент времени к движению в едином рое с выравненными дрейфами относительно каждого аппарата. На рис.9 представлен график зависимости вероятности формирования роя от частоты применения управления к аппаратам, который показывает, что вероятность кластеризации увеличивается с увеличением промежутков времени между импульсами, и соответственно уменьшается вероятность достижения желаемого движения спутников. Для расчета вероятности использовался метод Монте-Карло, где случайной величиной является вероятность положительного исхода применения управления. Подсчет вероятности происходит с использованием случайных начальных условий. На каждом шаге по времени между импульсами было выполнено 50 испытаний для расчета вероятности. График построен так, что внутри синих границ попадает 50% измерений, ниже и выше синих границ по 25%, красная линия – медиана измерений и красный плюс – выброс, т.е. результат измерения, выделяющийся из общей выборки.

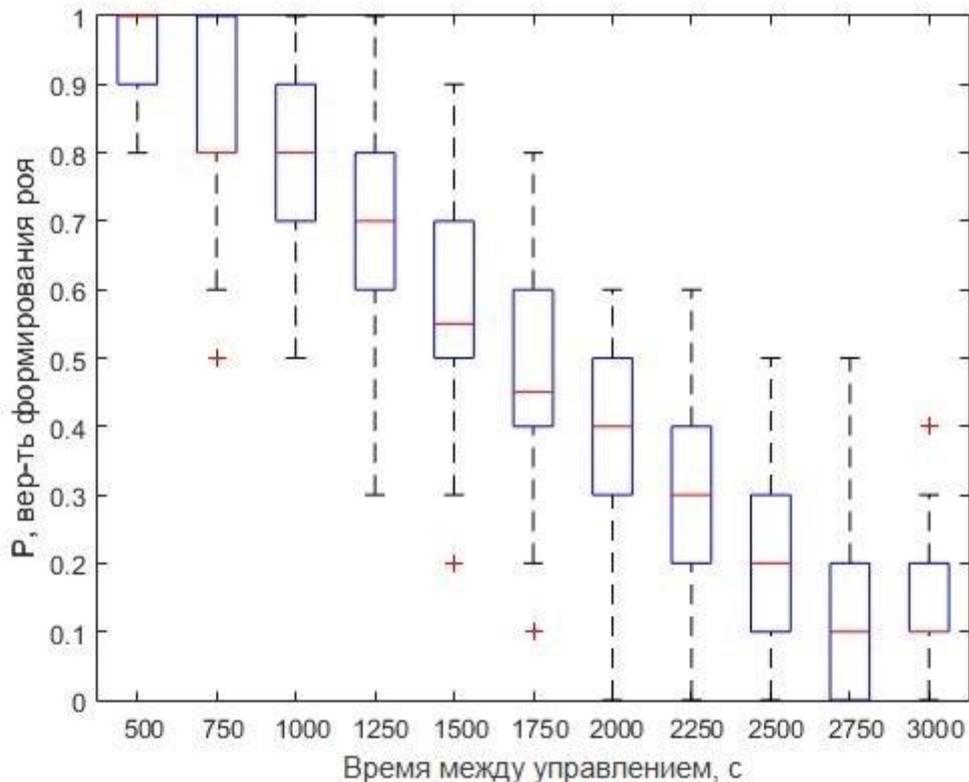


Рис.9 Вероятность формирования роя

## 3 Постоянное управление

Исследуем применение децентрализованного алгоритма управления космическими аппаратами с использованием аэродинамической силы сопротивления и двигателя малой тяги и изучим вероятность кластеризации в зависимости от различных параметров моделирования.

### 3.1 Постоянное управление с помощью аэродинамической силы сопротивления

Под постоянным децентрализованным управлением будем иметь в виду совпадение продолжительности управления с временем между изменением величины управляющего воздействия. Пусть рой спутников движется по низкой околокруговой орбите. Рассмотрим применение такого управления, используя для этого аэродинамическую силу сопротивления, что накладывает определенные ограничения на величину управления. Знаем, что аэродинамическую силу сопротивления можно представить в следующем виде:

$$F = -\frac{1}{2} C \rho V^2 S (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2),$$

где  $C$  – аэродинамический коэффициент сопротивления,  $\rho$  – плотность атмосферы,  $V$  – скорость набегающего потока,  $S$  – максимальная характерная площадь сечения,  $\alpha_1, \alpha_2$  – углы между направлением набегающего потока и нормалью к плоскостям спутников. Максимально возможная аэродинамическая сила сопротивления, действующая на космический аппарат:

$$\max |F| = \frac{1}{2} C \rho V^2 S \Rightarrow \max u_x = \frac{1}{2} \frac{C \rho V^2 S}{m},$$

где  $m$  – масса аппарата. Таким образом, если необходимое управление больше допустимого, происходит обрезка управляющего воздействия до допустимого (рис.10). Будем полагать плотность атмосферы постоянной вдоль орбиты и одинаковой для всех спутников в рое. Рассмотрим отделение 3U кубсатов по оси  $Ox$  от ракеты-носителя с интервалом в 3 секунды на высоте 400 километров и зоной видимости у аппаратов 250 метров. Моделирование такой задачи является аналогом реального запуска спутников миссии PlanetLabs с индийской ракеты-носителя на орбиту, состоявшегося в феврале 2017 года [10] (кадр видео отделения изображен на рис.11). Так как есть определенные

ошибки по скоростям во время отделения, примем скорость отделения случайной величиной с равномерным распределением  $V_x \sim U(0.45, 0.55) \frac{M}{c}$ ,  $V_{y,z} \sim U(-0.05, 0.05) \frac{M}{c}$ . Также пусть для 3U кубсатов  $m = 3 \text{ кг}$ ,  $S = 0.03 \text{ м}^2$ , и на высоте 400 километров  $C = 2$ ,  $\rho = 2.79 \cdot 10^{-12} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,  $V = 7.6 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

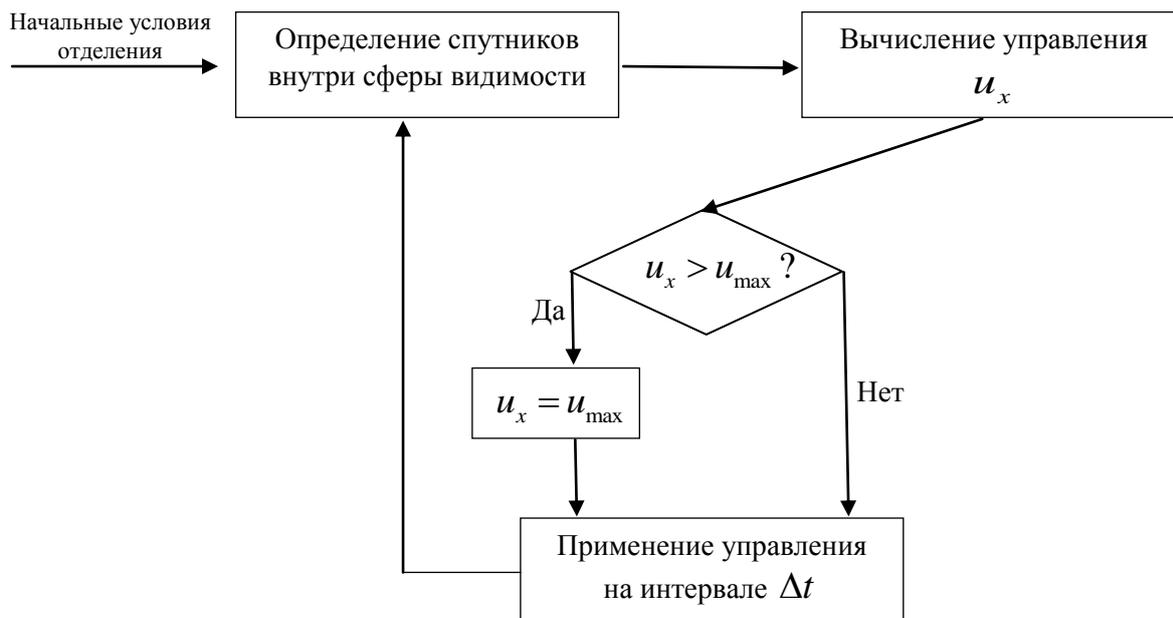


Рис.10 Блок-схема управления одним аппаратом из ряда



Рис. 11 Кадр видео отделения 3U кубсатов компании PlanetLabs от ракеты-носителя

На рис.12 представлены траектории относительного движения после применения управления с помощью аэродинамической силы сопротивления. Из графика можем заметить, что траектории стали почти замкнутыми спустя несколько орбит.

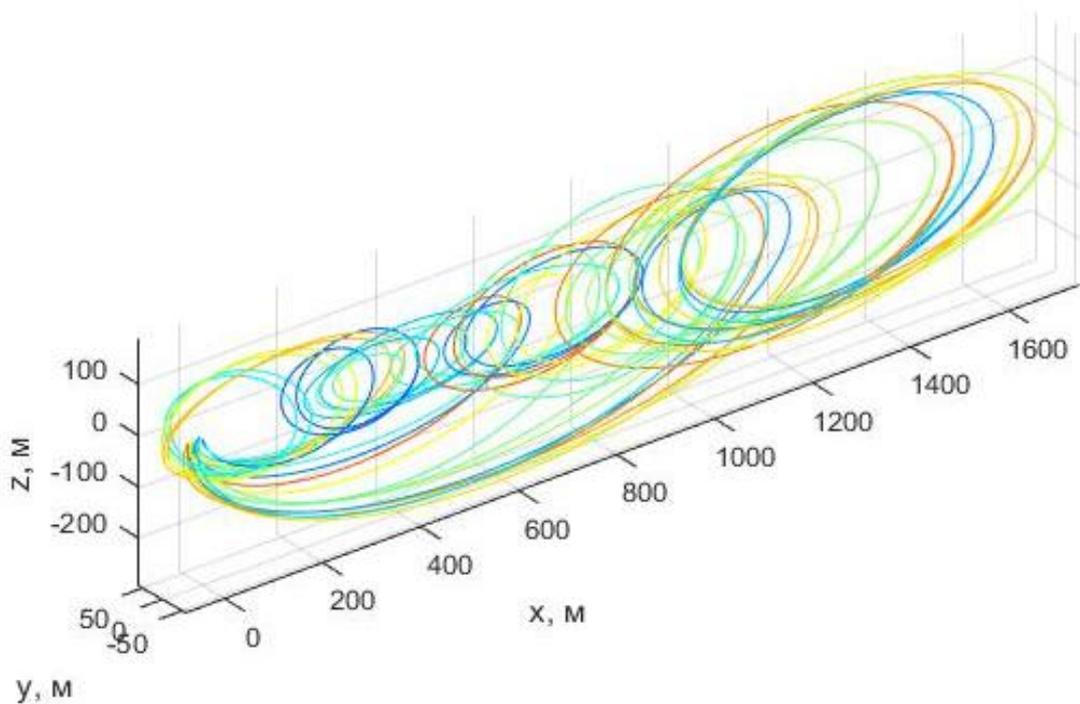


Рис.12 Траектории относительного движения при непрерывном управлении

Исследуем теперь насколько хорошо настоящий алгоритм работает при различных параметрах управления. На рис.13 и рис.14 представлены графики зависимости отношения количества космических аппаратов в наибольшей группе к общему количеству спутников от времени между управлением при различных зонах видимости у аппаратов. С помощью этой характеристики можно понять какая доля от общего количества аппаратов отделяется от основного роя. Как и в предыдущей главе используется метод Монте-Карло для оценки отношения максимального количества к общему. Уменьшение вероятности на рис.13 и рис.14 на интервалах 200-4200 секунд и 200-6200 секунд соответственно вызвано тем, что хоть и требуемое  $u_x$  уменьшается с увеличением времени между управлением, но все равно есть еще значения, которые выходят за ограничение, поэтому вероятность при более частом применении управления оказывается выше. Увеличение вероятности на рис.13 и рис.14 после значений 4200 и 6200 секунд соответственно обусловлено тем, что, начиная с этих значений, необходимое управление полностью реализуется. Также значения вероятности, представленные на рис.14 показывают, что при большей зоне видимости у аппаратов рассматриваемое управление чаще приводит к формированию роя при моделировании.

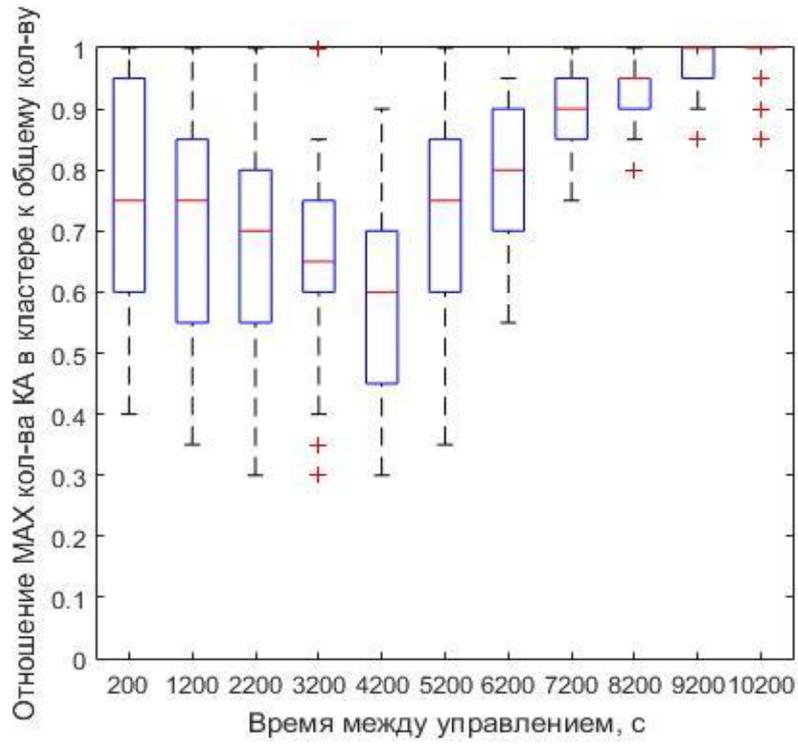


Рис.13 Зависимость отношения количества космических аппаратов в наибольшей группе к общему количеству спутников от времени между управлением при  $R_{связи} = 250m$

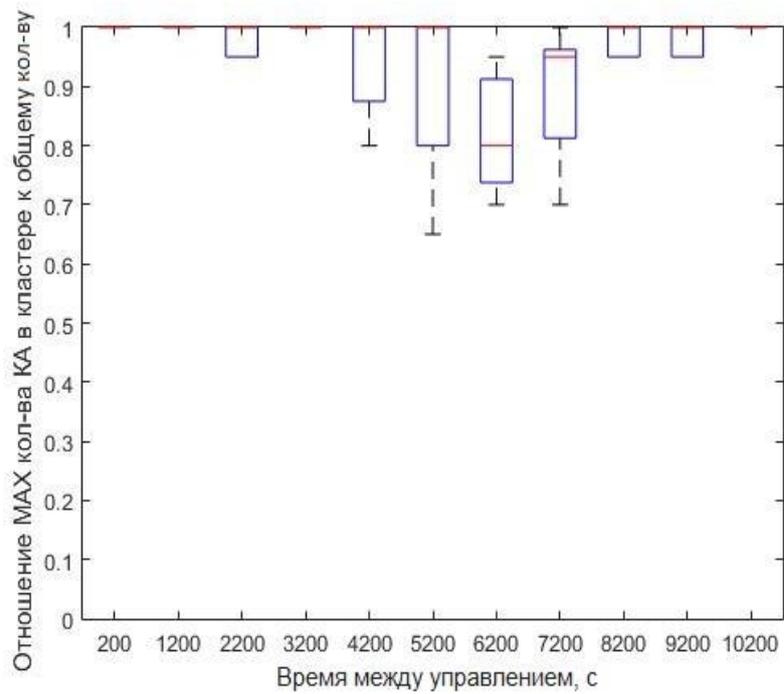


Рис.14 Зависимость отношения количества космических аппаратов в наибольшей группе к общему количеству спутников от времени между управлением при  $R_{связи} = 1000m$

### 3.2 Реализация кусочно-постоянного управления при помощи малой тяги

Отличие кусочно-постоянного децентрализованного управления от непрерывного заключается в том, что продолжительность управления с временем между управлением уже не совпадают. Для реализации такого управления будем пользоваться характеристиками электроспрейного двигателя для 3U кубсатов, разработанного лабораторией плазмодинамики и электродинамики при университете Мичигана [11]. Максимальная сила тяги, создаваемая рассматриваемым двигателем:

$\max F_{\text{тяги}} = 200 \text{ мкН} \Rightarrow \max u_x = \frac{\max F_{\text{тяги}}}{m}$ , где  $m$  – масса космического аппарата.

На рис.15 и рис.16 представлены графики зависимости отношения количества космических аппаратов в наибольшей группе к общему количеству спутников от продолжительности импульса при различном времени между управлением и одинаковых зонах видимости 100 метров. Рост вероятности вызван тем, что с увеличением продолжительности управления величина требуемого  $u_x$  уменьшается и с какого-то момента не выходит за ограничение, т.е. необходимое управление целиком реализуется. Также можем заметить, что график на рис.16 находится ниже чем на рис.15, это обусловлено тем, что для рис.16 реализовывалось большее время между управлением.

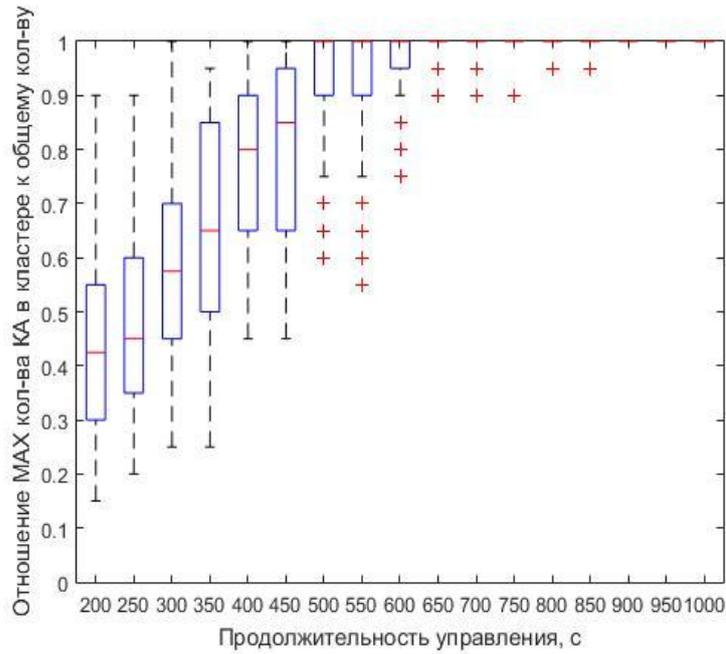


Рис.15 Зависимость отношения количества космических аппаратов в наибольшей группе к общему количеству спутников от продолжительности управления при  $\Delta t$  между управлением = 2500с

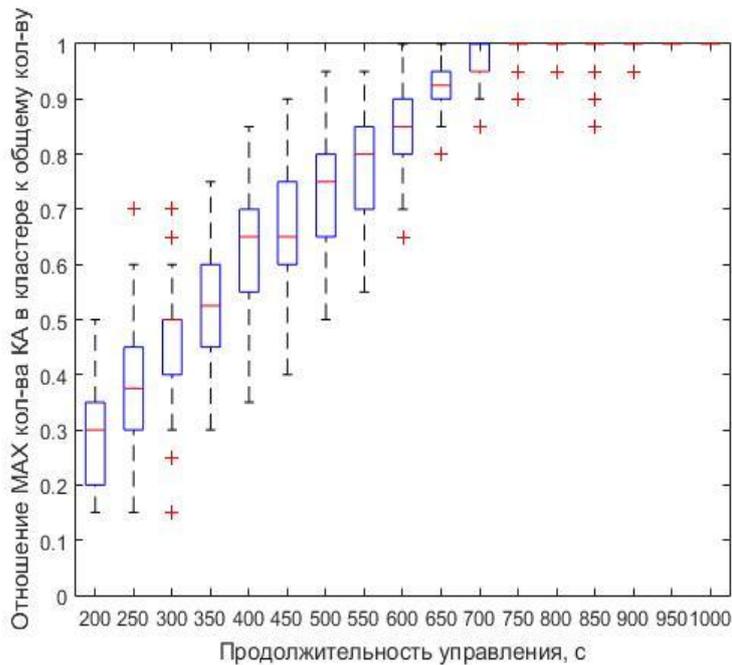


Рис.16 Зависимость отношения количества космических аппаратов в наибольшей группе к общему количеству спутников от продолжительности управления при  $\Delta t$  между управлением = 7500с

## Заключение

Децентрализованное управление роем спутников с учетом коммуникационных ограничений позволяет сформировать замкнутые относительные траектории аппаратов. Однако в зависимости от сферы видимости и частоты управления существует вероятность кластеризации роя. В настоящей работе исследованы области параметров управления, при которых это может происходить при применении не требующего затрат топлива управления с помощью аэродинамической силы сопротивления и при применении управления с помощью двигателя малой тяги. При увеличении радиуса сферы видимости вероятность кластеризации ожидаемо уменьшается. Это вызвано тем, что в настоящей работе нет ограничений на количество аппаратов внутри сферы видимости, движение которых считается известно. В дальнейшей работе планируется ввести это ограничение и исследовать работу алгоритмов децентрализованного управления для нахождения вероятности кластеризации роя.

## Список литературы

1. R. Kahle; H. Runge; J.-S. Ardaens; S. Suchandt; R. Romeiser. Formation flying for along-track interferometric oceanography – First in-flight demonstration with TanDEM-X // *Acta Astronaut.* 2014. Vol. 99. P. 130–142.
2. Jet Propulsion Laboratory [Electronic resource]. URL: <https://www.jpl.nasa.gov/cubesat/missions/marco.php>.
3. Roth N.H., Risi B., Zee R.E. Iwscff 17-10 Flight Results From the Canx-4 and Canx-5 Formation Flying Mission. 2014. P. 1–17.
4. Иванов Д.С. et al. Определение относительного движения спутников при их разделении по результатам обработки видеоизображения // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2012. № 57. P. 24.
5. Persson S. et al. Autonomous Formation Flying for the PRISMA Mission // *J. Spacecr. Rockets.* 2007. Vol. 44, № 3. P. 671–681.
6. Sabatini M., Reali F., Palmerini G.B. Autonomous behavioral strategy and optimal centralized guidance for on-orbit self assembly // *IEEE Aerosp. Conf. Proc.* 2009. P. 12.
7. Sabatini M., Palmerini G.B., Gasbarri P. Control laws for defective swarming systems // *Adv. Astronaut. Sci.* 2015. Vol. 153. P. 749–768.
8. Schweighart S.; Sedwick R.J. High-Fidelity Linearized J2 Model for Satellite Formation Flight // *J. Guid. Control. Dyn.* 2002. Vol. 25, № 6. P. 1073–1080.
9. Hill G.W. Researches in Lunar Theory // *Am. J. Math.* 1878. Vol. 1. P. 5–26.
10. Foster C. et al. Differential Drag Control Scheme for Large Constellation of Planet Satellites and on-Orbit Results. 2004. P. 1–18.
11. Plasmadynamics and Electric Propulsion Laboratory [Electronic resource]. URL: <http://pepl.engin.umich.edu/>.