

Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт
(государственный университет)»
Факультет управления и прикладной математики
Кафедра математического моделирования и прикладной математики

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ВО ВРЕМЯ МЕЖПЛАНЕТНОГО ПЕРЕЛЕТА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ УГЛОВОГО РАЗМЕРА ПЛАНЕТ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Выпускная квалификационная работа
(бакалаврская работа)

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Выполнила: студентка 272 группы Наумкина Юлиана Константиновна
Научный руководитель: к.ф.-м.н. Иванов Данил Сергеевич

Содержание

1. Системы координат и постановка задачи
2. Определение положения КА
3. Описание алгоритмов
4. Анализ результатов

Актуальность автономной навигации



Разработка и реализация алгоритмов определения положения КА без привязки к Земле позволит увеличить расстояния полётов, что приведёт к расширению возможностей в исследовании космоса.

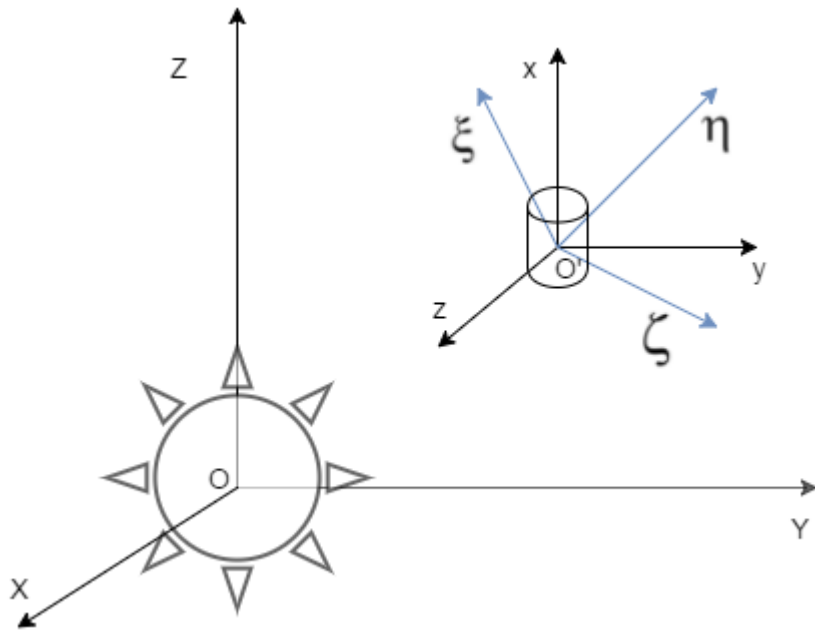
Постановка задачи

Разработка и исследование алгоритма автономной навигации спутника в пространстве при межпланетном перелёте с использованием обработки снимков видимых планет.

Положение и скорость космического аппарата в гелиоцентрической системе координат необходимо оценивать итерационно по мере поступления измерений в режиме реального времени.

Предложенный метод должен быть математически прост и реализуем на малых и микроспутниках.

Системы координат и допущения



Используются гелиоцентрическая, орбитальная и связанная с КА системы координат.

Движение тел - кеплерово.

Планеты хорошо видны, их форма близка к сферической.

Космический аппарат - твёрдое тело.

Измерения получаются при помощи звёздного датчика

Модель измерений

Угловой размер

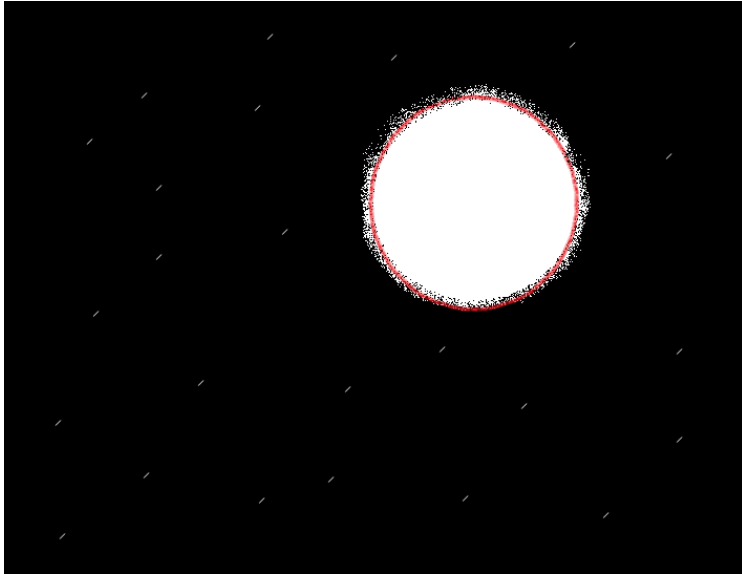
$$\alpha = 2 \operatorname{arctg} \frac{D}{2L}$$

Углы места и азимута

$$\mathbf{h} = \begin{Bmatrix} \theta \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin^{-1} \left(\frac{x - R_x}{\sqrt{(x - R_x)^2 + (y - R_y)^2 + (z - R_z)^2}} \right) \\ \tan^{-1} \left(\frac{y - R_y}{x - R_x} \right) \end{Bmatrix}$$



Измерение углового размера



Видимый диаметр находится как максимум разности между координатами границы

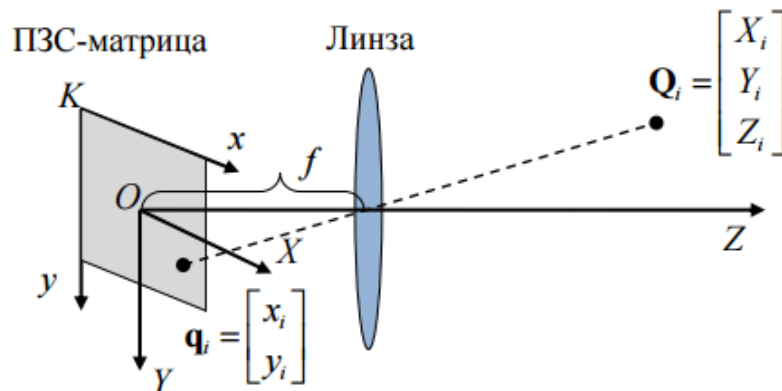
В соответствии с формулами проективной геометрии:

$$x_i = f_x \frac{X_i}{Z_i} + c_x \quad f_x = s_x f$$

s_x, s_y - определяет размер пикселя

$$y_i = f_y \frac{Y_i}{Z_i} + c_y \quad c_x, c_y$$

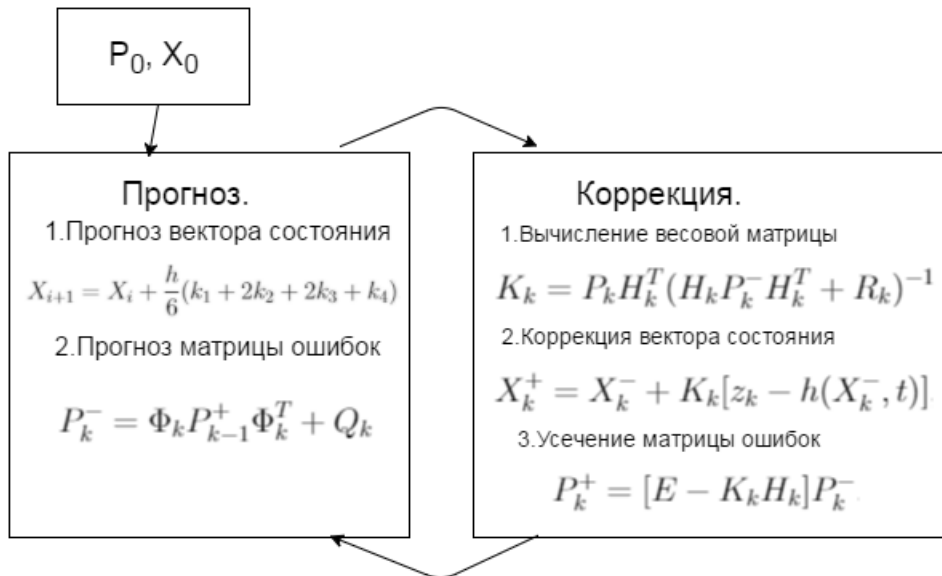
-координаты точки пересечения оптической оси камеры с ПЗС-матрицей



переход к реальному угловому размеру от “пиксельного” осуществляется как:

$$Q = \frac{qZ}{f}$$

Фильтр Калмана.



Матрица динамики:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\mu(2x^2 - y^2 - z^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & \frac{3\mu y x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & \frac{3\mu z x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3\mu y x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & \frac{\mu(2y^2 - x^2 - z^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & \frac{3\mu z y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3\mu z x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & \frac{3\mu z y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & \frac{\mu(2z^2 - x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица чувствительности:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} & \frac{\partial \theta}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} & \frac{\partial \varphi}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \alpha}{\partial x} & \frac{\partial \alpha}{\partial y} & \frac{\partial \alpha}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

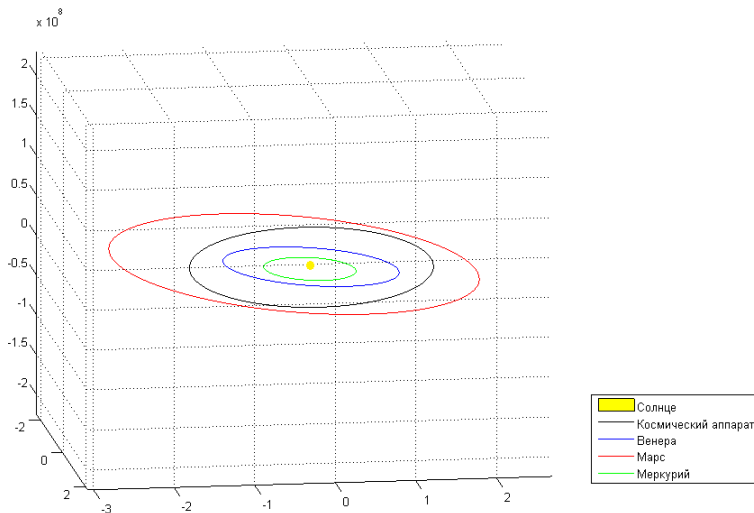
Параметры моделирования



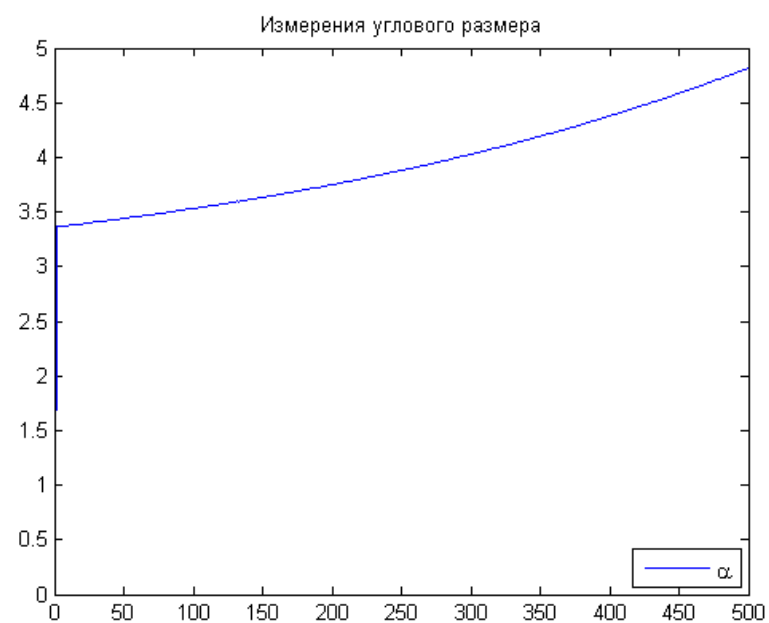
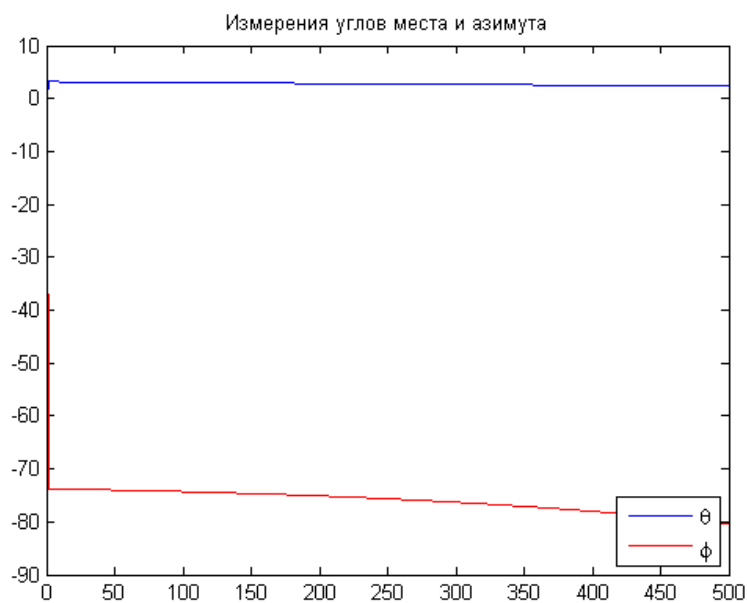
По элементам орбиты положение КА находится в начальный момент времени, для планет таким способом находится вся траектория

$$E - e \sin E = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} (t - \tau_\pi)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} a(\cos E - e) \\ b \sin E \\ 0 \end{pmatrix}$$

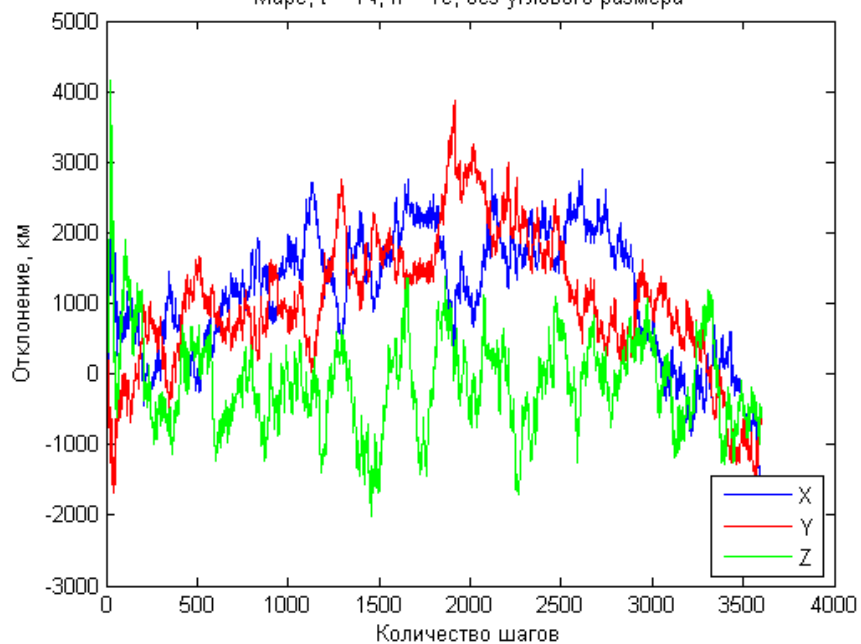


Зашумленные измерения

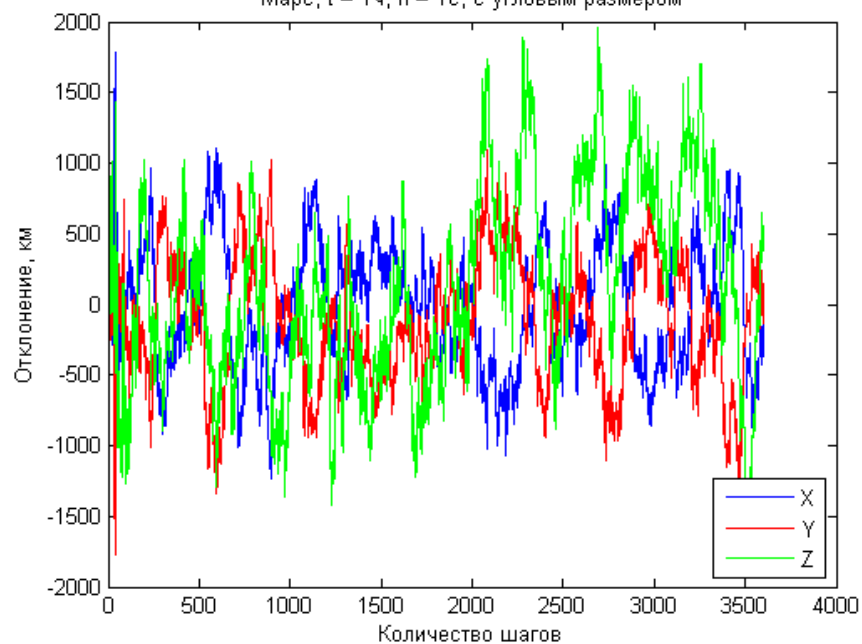


Сравнение двух моделей измерений

Марс, $t = 1ч$, $h = 1с$, без углового размера

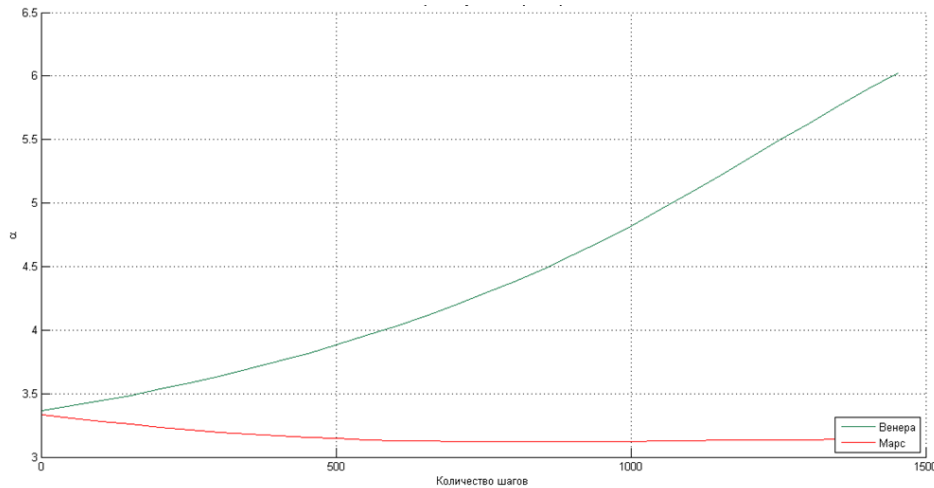


Марс, $t = 1ч$, $h = 1с$, с угловым размером



Переориентация на планету

Угловой размер в зависимости от шага по времени



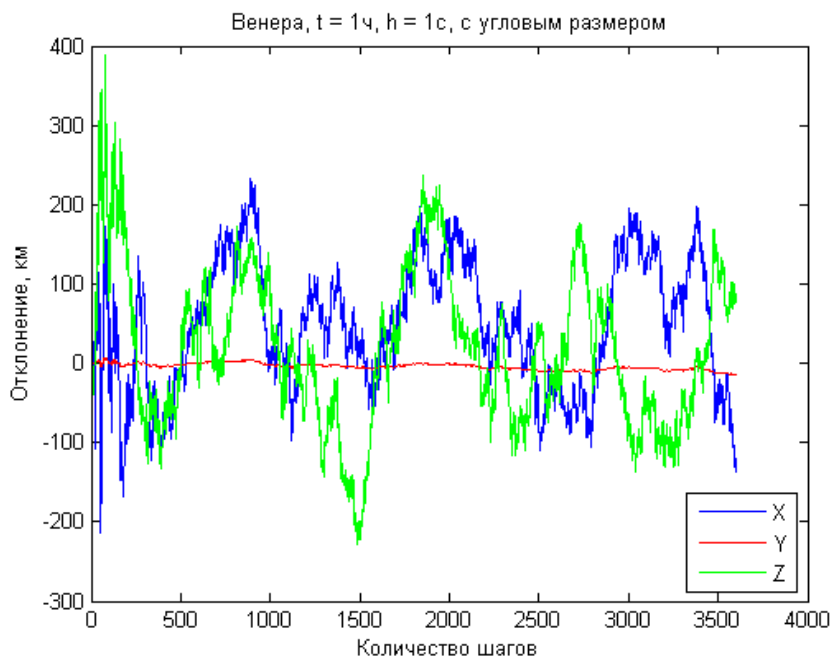
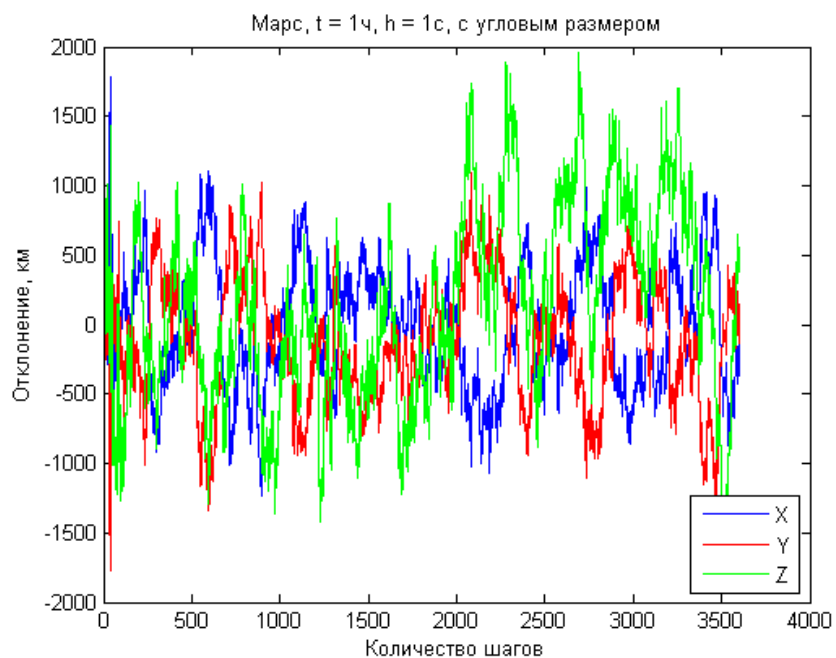
Управление

$$\dot{\mathbf{q}} = \Omega \frac{\mathbf{q}}{2}$$

$$J\dot{\omega} + [\omega, J\omega] = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{U} = [\omega, J\omega] - J[\omega_{rel}]_x A \omega_0^T + J A \omega_0^T - k_a S - k_w \omega_{rel}$$

Сравнение ошибок при использовании углового размера Марса и Венеры



Заключение

Предложен алгоритм автономной навигации на основе расширенного фильтра Калмана, в котором звездный датчик используется не только для определения углового движения, но и движения центра масс космического перелета.

Добавление измерения углового размера наблюдаемых планет повышает точность определения движения, при этом незначительном усложнении вычислений.

Отслеживание ближайшей к космическому аппарату планеты позволяет сохранять точность определения движения даже в случае удаления наблюдаемых планет.