Метод роя частиц в задачах оптимальной ориентации спутников

А.В. Пичужкина, МФТИ (ГУ)

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. Д.С. Ролдугин

Содержание

- Постановка задачи
- Актуальность
- Алгоритм метода роя
- Модельный пример
- Метод параллельной пристрелки
- Комбинация 2-х методов
- Результаты

Постановка задачи

рассматривается задача по оптимальной переориентации спутника:

Дано:

$$\boldsymbol{\alpha}(t_0) = \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{0}},$$

$$\boldsymbol{\omega}(t_0) = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{0}},$$

$$\boldsymbol{\alpha}(t_f) = \boldsymbol{\alpha}_{\mathbf{f}},$$

$$\boldsymbol{\omega}(t_f) = \boldsymbol{\omega}_{\mathbf{f}},$$

Найти:

$u(t)$ – управляющий момент

$$\int_{t_0}^{t_f} u_3^2 + u_3^2 + u_3^2 \rightarrow \min_u$$

Оптимальное управление угловым движением и его актуальность

- Изучено намного слабее, чем оптимальные орбитальные перелеты
- Экономия топлива или редкие задачи (орбитальный телескоп)

Метод решения

(начальное приближение)

прямой метод → *принцип максимума Понтрягина*

Метод роя

Метод параллельной пристрелки

Метод роя частиц

Метод роя

- Стая птиц ищет лучшее состояние
- Факторы, влияющие на направление движения частицы
  - Текущая скорость (инерция)
  - Знание о собственном лучшем состоянии (когнитивная компонента)
  - Знание о лучшем состоянии от всего роя или ближайших соседей (социальная компонента)

Ядро алгоритма

перемещение i-й частицы в k-й момент времени

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{v}_i(k+1)h$$

$$\mathbf{v}_i(k+1) = c_{in}\mathbf{v}_i(k) + c_{cog}U(0,1)\left[\boldsymbol{\rho}_i - \mathbf{x}_i(k)\right] + c_{soc}U(0,1)\left[\mathbf{r}_i - \mathbf{x}_i(k)\right]$$

$$c_{in} = \frac{1+U(0,1)}{2}$$

$$c_{in} > \frac{1}{2}\left(c_{soc} + c_{cog}\right) - 1$$

$$c_{cog} = \left(c_{cog}^{low} - c_{cog}^{up}\right)\frac{k}{N} + c_{cog}^{up},$$

$$c_{cog}^{low} = c_{soc}^{low} = 0.49445$$

$$c_{soc} = \left(c_{soc}^{up} - c_{soc}^{low}\right)\frac{k}{N} + c_{soc}^{low},$$

$$c_{cog}^{up} = c_{soc}^{up} = 1.49445$$

Модельный пример

- Поворот сферически симметричного спутника вокруг одной оси

$$\alpha,\beta,\gamma:(1.1,0,0)\to(0,0,0);\boldsymbol{\omega}(0)=\boldsymbol{\omega}(T)=\mathbf{0}$$

- Минимизация управляющего воздействия

$$J_0=\frac{1}{2}\int_0^T\left(M_1^2+M_2^2+M_3^2\right)dt$$

- Решаем задачу методом роя

Вопросы реализации

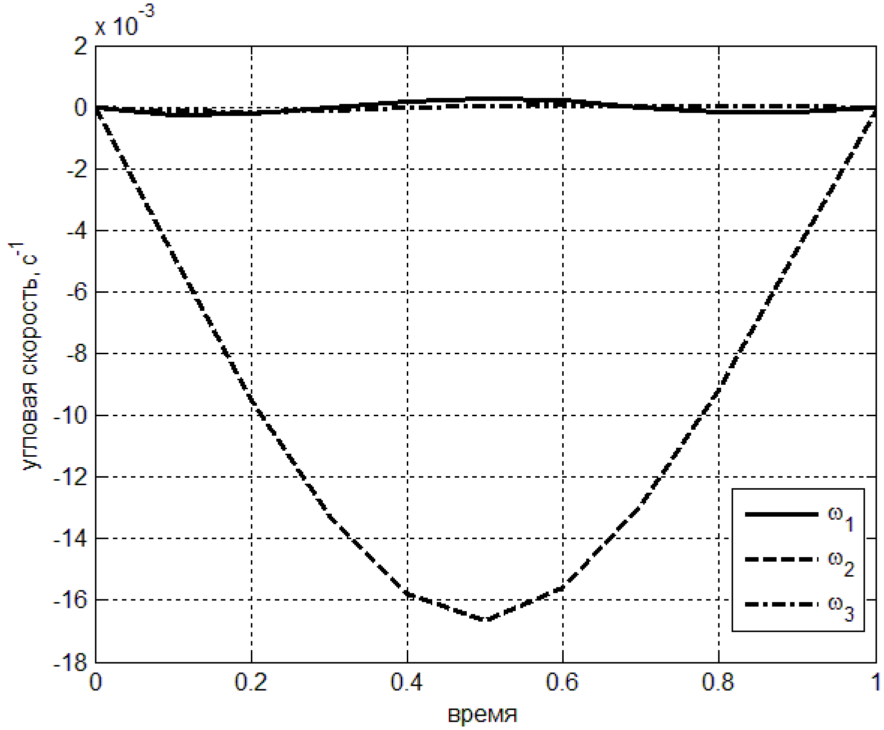
- Предположение о структуре управления (сплайны Эрмита)
- Координаты частиц роя – параметры сплайнов

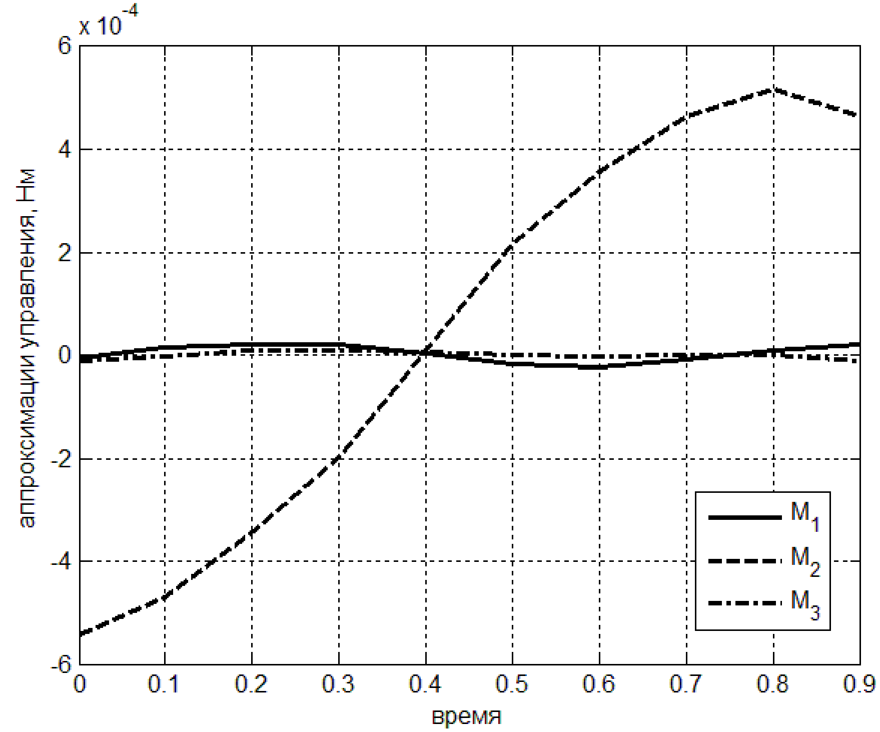
$3(n+3)+1$ – количество параметров

- Штрафные функции граничных условий

$$J = J_0 + k_\omega \max\left(0, \left|\omega(T) - \omega_f\right| - \delta\omega\right) + k_q \max\left(0, \left|q(T) - q_f\right| - \delta q\right)$$

Использование метода роя
Шаг интегрирования 0.1





Принцип максимума Понтрягина

Сведение к краевой задаче:

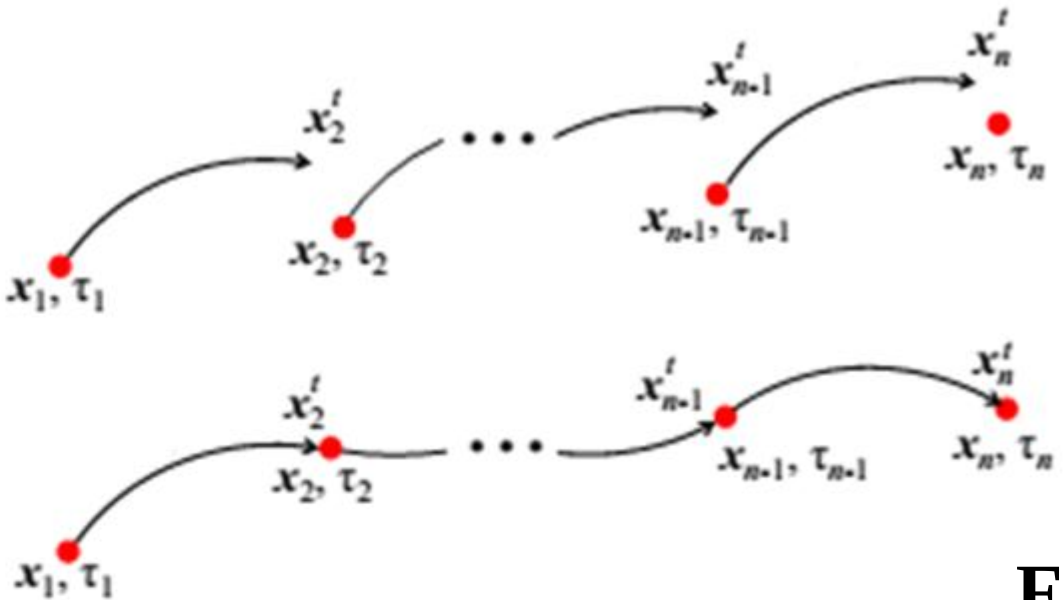
$$H = -\frac{1}{2}\left(M_1^2 + M_2^2 + M_3^2\right) + \boldsymbol{\lambda}^T \frac{d\mathbf{x}}{d\tau}, \quad \text{где } \mathbf{x} = \left(\boldsymbol{\omega}, q_1, \mathbf{q}\right)$$

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}$$

$$\left|\mathbf{M}\right| \le M_{\max}, \quad H(\mathbf{M}) \to \max$$

$$\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}}, \quad \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}}, \quad \frac{\partial H}{\partial M_i} = 0$$

Метод параллельной пристрелки



$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} q_0 - q_0^{точн} \\ \mathbf{x}_2^t - \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{n-1}^t - \mathbf{x}_{n-1} \\ \mathbf{x}_n^t - \mathbf{x}_n \end{pmatrix}, \ \mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{pmatrix}$$

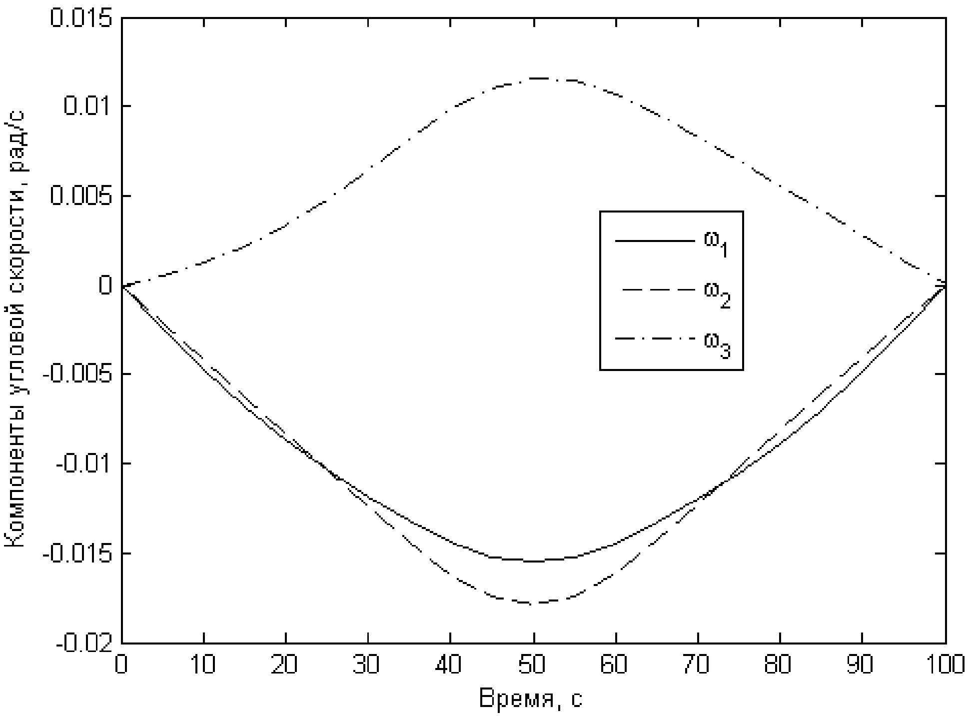
- функция невязки:

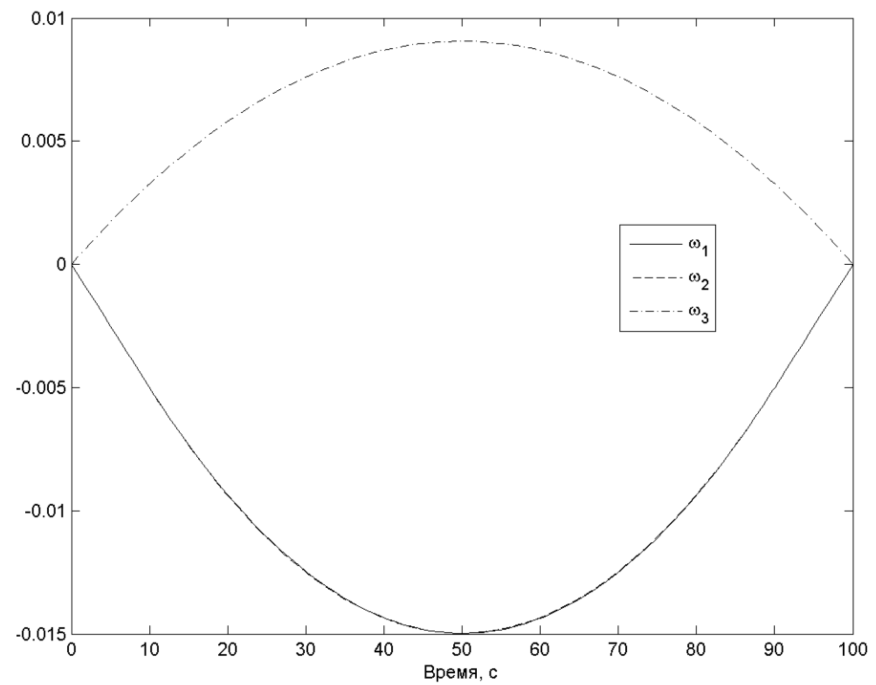
  $$\mathbf{F}(\mathbf{S}) = 0,$$

- ищем решение по формуле (алгоритм Левенберга-Марквардта): $\mathbf{S}_{k+1} = \mathbf{S}_k - (J^T J + \lambda E)^{-1} J^T \mathbf{F}_k$

Результаты решения прямой и непрямой задач оптимизации (1)

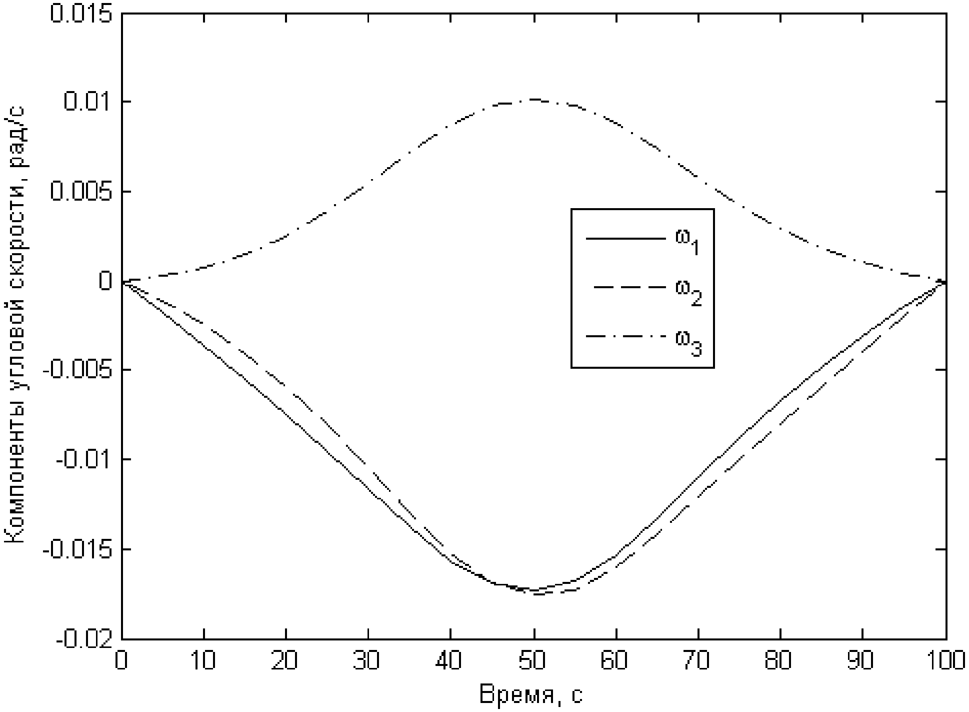
$\mathbf{J} = \mathrm{diag}(1,1,1)$	$\boldsymbol{\omega}, \, рад\,/\,с$	α, β, γ
$t_0 = 0$	$(0,0,0)$	$1.1, 0, 1.1$
$t_f = 100$	$(0,0,0)$	$0, 0, 0$

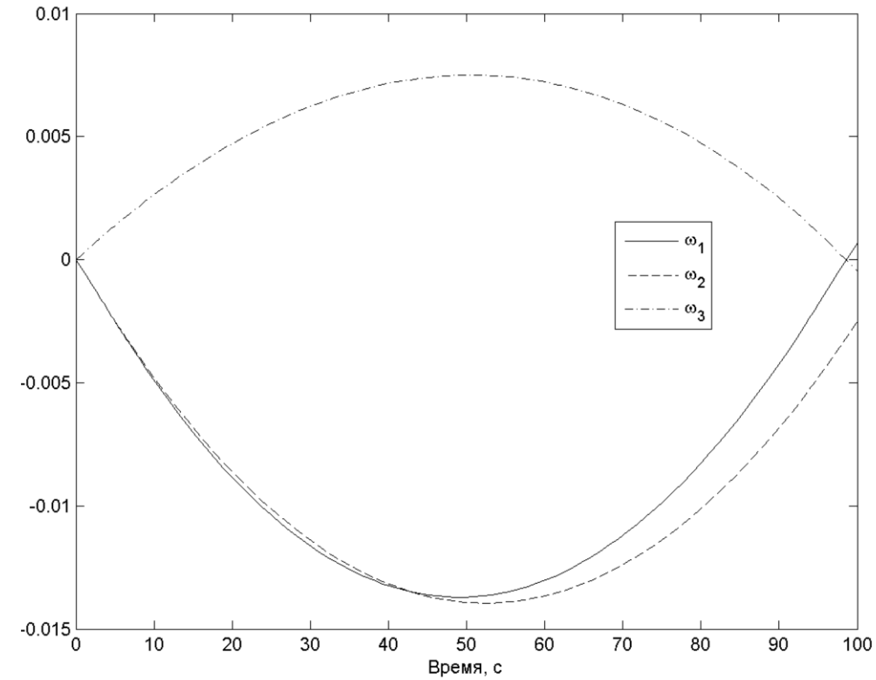




Результаты решения прямой и непрямой задач оптимизации (2)

	$\boldsymbol{\omega}, \text{рад}/c$	α, β, γ
$\mathbf{J} = \mathrm{diag}(1,1,1)$		
$t_0 = 0$	$(0,0,0)$	$1,0,1$
$t_f = 100$	$(0,0,0)$	$0,0,0$





Вывод

- Подобраны параметры для метода роя
- Метод роя дает *первое приближение* для решения краевой задачи принципа максимума Понтрягина
- Метод параллельной пристрелки позволяет уточнить результат, полученный методом роя