

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**  
**(государственный университет)**  
**ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**(Специализация «Управление динамическими системами»)**

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ  
СПУТНИКОВ В ГРУППОВОМ ПОЛЕТЕ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОБРАБОТКИ  
ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИЯ**

**Выпускная бакалаврская квалификационная работа**  
**студентки 872 группы**  
**Сакович Марианны Александровны**

**Научный руководитель**  
**Овчинников М.Ю., д.ф.-м.н., проф.**

**Научный консультант**  
**Иванов Д.С., аспирант**

**г. Москва**  
**2012**

# Содержание

<b>1. Введение .....</b>	<b>3</b>
1.1 GPS навигация .....	4
1.2 Определение относительного движения по данным NORAD .....	6
1.3 Лазерная система идентификации состояния.....	7
1.4 Определение состояния по видеоизображению .....	9
<b>2. Алгоритм определения состояния по видеоизображению .....</b>	<b>11</b>
2.1 Координатный способ описания относительного движения .....	11
2.2 Описание алгоритма .....	14
2.3 Моделирование работы алгоритма определения относительного движения.....	20
<b>3. Применение алгоритма для определения относительного движения микроспутника "Чибис-М" .....</b>	<b>24</b>
<b>Заключение .....</b>	<b>29</b>
<b>Список литературы.....</b>	<b>30</b>

# 1. Введение

В конце прошлого и начале этого столетия новейшие достижения в электронике и других областях науки и техники привели к возможности миниатюризации практически всех служебных систем космических аппаратов (КА) без ущерба для их функциональных качеств. В связи с этим появилась возможность использовать КА малых размеров для решения достаточно сложных научных и прикладных задач. При этом уменьшение стоимости создания отдельного КА и уменьшение его массы способствовало организации группового полета нескольких таких аппаратов, предназначенных для решения общей задачи.

Группировка спутников представляет собой намного более гибкую систему, чем одиночный спутник, так как при выходе из строя одного из спутников, миссия группового полета может продолжать свое функционирование, в отличие от миссии одиночного. Формация спутников проще подвергается модернизации и способна решать задачи, которые не в состоянии решить одиночный КА. При использовании свойства реконфигурации группировка спутников может быть в рамках одной миссии применена для решения нескольких задач.

Однако способность к совместной работе спутников в формации определяется возможностью определения относительного положения каждого объекта системы и возможностью управления их относительным положением. Управление групповым полетом должно базироваться на прямом или косвенном измерении относительного положения спутников в группе. Под прямым измерением понимается использование радиолокации, лазерных дальномеров и т.п. Часто встречающимся косвенным измерением является вычисление расстояния на основе данных GPS: в качестве вектора относительного положения принимается разность векторов абсолютных положений аппаратов. При этом необходимым атрибутом, как правило, является радиочастотный канал, являющийся средством обмена данными между спутниками в формации.

Определение относительного положения спутников является одной из основных проблем группового полета и именно от её решения зачастую зависит успех миссии. Обратимся к таблице Таблица 1.1, в которой приведены наиболее крупные осуществленные или планируемые проекты, связанные с использованием формаций малых спутников.

Таблица 1.1 Миссии с использованием относительной навигации

Название миссии	Разработчик	Метод, используемый для относительной навигации	Год запуска
EO-1	NASA	GPS-навигация	2000
GRACE	NASA	GPS-навигация	2002
TechSat21	AFRL	GPS-навигация	2006
PRISMA	SSC/CNES	GPS-навигация+видеонаблюдение	2010
SWARM	ESA	GPS-навигация	2010
MMS	NASA	GPS-навигация	2014
DARWIN	ESA	в стадии разработки	2014
LISA	NASA/ESA	Лазерная интерферометрия	2015

Здесь под годом запуска для ещё не осуществленных проектов надо понимать планируемый год запуска.

Рассмотрим подробнее принципы, на которых построены основные методы определения относительного движения.

### 1.1 GPS навигация

Как следует из Таблица 1.1, основным методом относительной навигации для низкоорбитальных миссий была и остается GPS-навигация. Элементная база её проста и не требует больших затрат. Помимо аппаратных средств – GPS-приёмников, располагающихся на каждом спутнике в формации, и радиочастотного канала для межспутникового обмена данными – необходимым программным звеном являются алгоритмы обработки информации, поступающей с приёмников. Как правило, такие алгоритмы основываются на расширенном фильтре Калмана. Они позволяют обеспечить точность определения относительного расстояния до одного метра и относительной скорости до нескольких см/с. Первым примером, показавшим возможность автоматической навигации спутников в группе с использованием данных GPS, стал проект NASA Earth Observing, когда в 2000 году в дополнение к действующему на тот момент спутнику дистанционного зондирования LandSat-7 был запущен спутник EO-1 (Рис. 1.1) [1]. В результате их слаженной совместной работы были получены снимки земной поверхности с высоким разрешением.

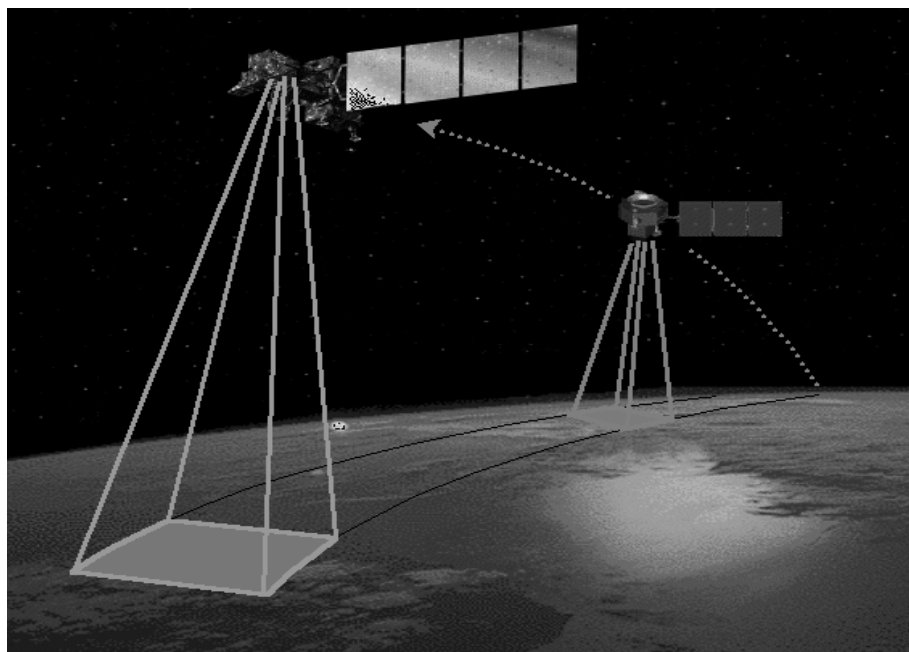


Рис. 1.1 Спутники EO-1 и LandSat-7

Следует также отметить, что с учётом полученного опыта спустя два года успешно был реализован проект GRACE по изучению гравитационного поля Земли. Ещё более интересным в смысле отработки алгоритмов навигации является проект SSC под названием PRISMA (Рис. 1.2). Целью запуска двух спутников Tango и Mango является тестирование алгоритмов управления, относительной навигации, отработка процессов реконфигурации и стыковки аппаратов [2], . Для навигации на довольно больших взаимных расстояниях планировалось использовать данные GPS, в то время как на близких расстояниях более высокая точность достигается непосредственным видеонаблюдением. В рамках проекта Датским техническим университетом (DTU) была разработана новая технология ASC (Advanced Stellar Compass).

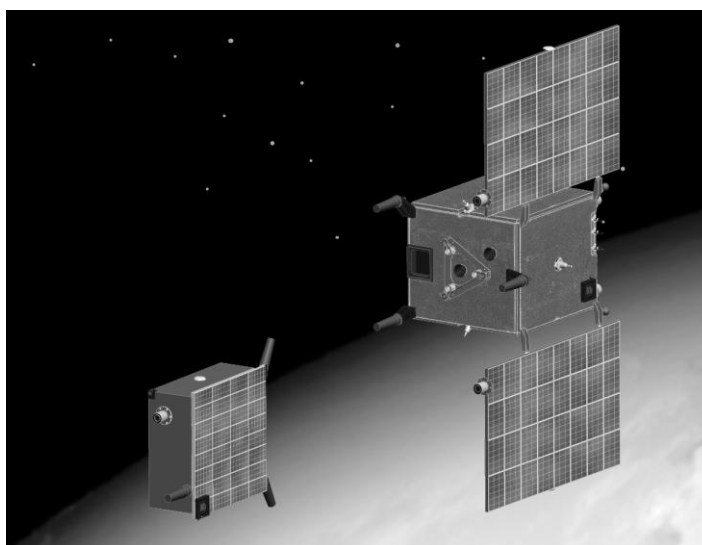


Рис. 1.2 Спутники Tango и Mango

## 1.2 Определение относительного движения по данным NORAD

Одним из самых доступных способов определения относительного движения двух спутников являются данные системы раннего оповещения NORAD. Эти данные могут оказаться чуть ли не единственным способом определения параметров орбитального движения для спутников, не имеющих средств ГЛОНАСС/GPS и других средств определения положения центра масс спутника на орбите.

Данные NORAD имеют формат TLE (two-line elements). Они представляют собой наборы двухстрочных элементов. На сайте [3] <http://www.space-track.org/> можно найти информацию по запущенным спутникам, начиная с 1957 года. Эти данные выглядят следующим образом, как представлено в Таблица 1.2.

```
1*25063U 97074A***01065.47684936**00084763**00000-0**56564-3*0**9843
2*25063**34.9848*213.3710*0001408*234.2325*124.0029*15.74091534188368
```

Таблица 1.2 Значения данных в двухстрочных элементах

Столбец	Содержание	Формат	Пример
<b>Строка 1</b>			
1	Номер строки	d	1
3-7	Номер спутника	dddd	25063
8	“U”	c	U
10-17	Международное обозначение	yyynnnpppp	97074A
19-20	Год эпохи	dd	01
21-23	День эпохи	ddd	065
24-32	Время эпохи, в долях дня	.ddddddd	.47684936
34	Знак первой производной среднего движения по времени	s	
35-43	Первая производная среднего движения по времени	.ddddddd	.00084763
45	Знак второй производной среднего движения		
46-52	Вторая производная среднего движения (десятичная точка предполагается)	dddd[s]d	00000-0
54	Знак члена торможения BSTAR	s	
55-61	Член торможения BSTAR	dddd[s]d	56564-3
63	Тип эфемерид	d	0
65-68	Номер набора элементов	ddd	948
69	Контрольная сумма (по модулю 10)	d	3
<b>Строка 2</b>			
1	Номер строки	d	2
3-7	Номер спутника	dddd	25063
9-16	Наклонение (в градусах)	ddd.dddd	34.9848
18-25	Долгота восходящего узла (в градусах)	ddd.dddd	213.3710
27-33	Эксцентриситет (десятичная точка опущена)	ddddddd	0001408
35-42	Аргумент перигея (в градусах)	ddd.dddd	234.2325
44-51	Средняя аномалия (в градусах)	ddd.dddd	124.0029

53-63	Среднее движение (оборотов в день)	dd.dddddddd	15.74091534
64-68	Номер витка в эпоху (оборотов)	dddddd	18836
69	Контрольная сумма (по модулю 10)		

Все параметры являются средними и получены с помощью исключения различных периодических отклонений особым образом. Именно поэтому для построения движения по данным системы NORAD следует пользоваться только вполне определёнными моделями, например, SGP4 (Simplified General Perturbations) [3]. Все объекты классифицируются NORAD'ом как околоземные (с периодом меньше 225 минут) и объекты дальнего космоса (с периодом большим либо равным 225 минут). В зависимости от этого используются различные модели (SGP4 – используется для околоземных объектов).

С помощью этих данных можно построить орбитальное движение как одного аппарата, так и нескольких. В работе [4] описан подход, как можно построить относительное движение двух спутников по данным NORAD, а так же найти параметры относительного движения. Точность такого метода невысока, но в некоторых ситуациях может быть единственной возможностью определить движение спутников.

### **1.3 Лазерная система идентификации состояния**

Перспективные системы управления конфигурацией формаций спутников, обеспечивающие высокую точность позиционирования, выдвигают все более строгие требования к системам идентификации текущего состояния. Наиболее распространенным методом в настоящее время является использование навигационных спутниковых систем (GPS, ГЛОНАСС, раздел 1.1). Несмотря на то, что такие системы позволяют добиться высокой точности идентификации состояния (относительное расстояние определяется с точностью до десятков сантиметров), необходима разработка альтернативных систем для преодоления двух основных недостатков навигационных систем. Во-первых, энергопотребление приемников велико и может быть уменьшено за счет использования других методов, во-вторых, навигационные системы нельзя использовать при полетах в дальнем космосе. Наиболее перспективной и уже серьезно проработанной альтернативой является лазерная система идентификации состояния распределенной системы. Главное достоинство такой системы – высокая точность.

Лазерные измерения могут быть построены на различных физических принципах [5]. Самый простой способ – использование стандартной локации, при которой сигнал от аппарата, оснащенного передатчиком, отражается от другого аппарата и фиксируется первым вместе с временем, которое потребовалось сигналу, чтобы пройти весь путь,

расстояние вычисляет по простой формуле  $r = c\Delta t / 2$ , где  $c$  – скорость света. Однако ошибки измерения времени накладывают серьезные ограничения на точность такого подхода, кроме того, принимаемые первым аппаратом сигнал заметно ослабляется. Второй метод определения расстояния при помощи лазерной системы – измерение сдвига фаз излученного и принятого сигнала. Сдвиг фаз определяется по формуле  $\Delta f = 4\pi r / \lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны. Получаемый сигнал может заметно ослабиться из-за его рассеяния при отражении от второго аппарата, поэтому на нем может быть также установлен лазер, частота которого автоматически подстраивается под частоту пришедшего сигнала, в результате принимаемый сигнал имеет достаточную мощность. При использовании временного сдвига для определения расстояния используется импульсная модуляция сигнала, тогда как при определении расстояния при помощи фазового сдвига используется незатухающая гармоническая волна (Рис. 1.3).

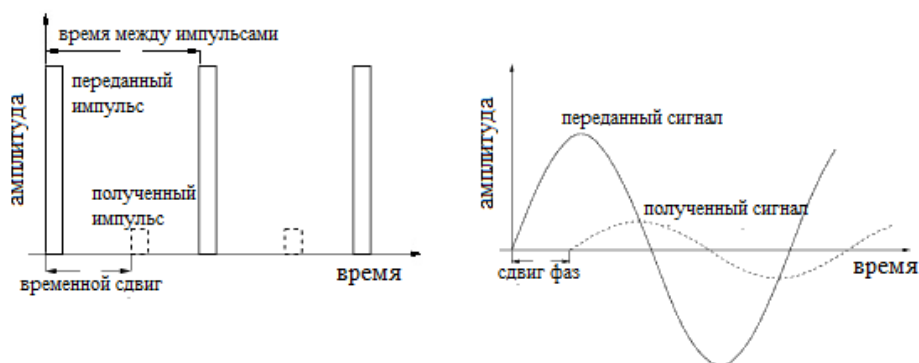


Рис. 1.3 Лазерное определение расстояния между аппаратами

При определении расстояния за счет фазового сдвига использование лазера позволяет добиться большей точности, чем при обычной радиолокации за счет малой длины волны сигнала. Кроме расстояния, можно определить и относительную радиальную скорость двух аппаратов при помощи простого дифференцирования позиционных измерений или при помощи эффекта Доплера [6].

Основным преимуществом является высокая точность лазерных систем (несколько миллиметров на любом расстоянии, до нескольких нанометров для самых точных систем [7]). Лазерная система может иметь большую дальность работы, зависящую от мощности используемого передатчика, она меньше подвержена возможным возмущениям, чем оптическая система, за счет узконаправленного луча. Это, однако, приводит к проблеме предварительного определения состояния конфигурации и ее точного позиционирования для того, чтобы лазерная система могла начать работу. В большинстве случаев начальная точность, необходимая только для начала работы лазерной системы, может удовлетворить требованиям полетного задания. Примером необходимости использования лазерной



системы служит космический телескоп. Отдельно можно выделить случай, когда интерферометрическая база телескопа реализована при помощи формации, использующей тросовую систему. В этом случае направления тросов задают начальное приближение для лазерных измерений, необходимых для последующего точного позиционирования элементов интерферометра телескопа. Еще одним недостатком лазерной системы является достаточно большое количество сложного оборудования, а также высокое (при формации, распределенной на большом расстоянии) энергопотребление. Таким образом, лазерную систему можно рассматривать как перспективную при разработке формации с высокими требованиями на точность позиционирования (такие, как проект LISA).

#### **1.4 Определение состояния по видеоизображению**

Для определения относительного состояния аппаратов в группе все чаще используется обработка видеоизображений, получаемых при съемке одного аппарата с помощью видеокамеры, установленной на другом аппарате. Тут возможны несколько вариантов использования такого подхода к определению относительного состояния. Один из них предусматривает установку на один из аппаратов в некоторых точках светодиода разного цвета. Другой подход не требует установки дополнительных светящихся точек, но использует информацию об отражающих свойствах поверхностей аппаратов. Оба подхода основаны на распознавании на снимке некоторых точек аппарата, положение которых известно в системе отчета, связанной с этим аппаратом. Далее вычисляется относительное положение двух аппаратов и матрица поворота системы координат, связанной с одним аппаратом, относительно системы координат, связанной с другим аппаратом.

Система относительной навигации, основанная на обработке изображений, реализована в проекте PRISMA [8]. На аппарате Mango установлены четыре видеокамеры, разработанные в DTU, и которые используются в других проектах в качестве звёздных, способны также получать изображение второго спутника с известной геометрией. Обработав кадр, программа определяет взаимное расстояние и ориентацию аппаратов [9].

Аналогичным образом происходит навигация транспортных кораблей, подлетающих к МКС. До расстояния в несколько сот метров успешно используются GPS-данные с приёмников, установленных на корабле и на МКС. Информация о положении станции передаётся на корабль через радиочастотный канал связи. На близких расстояниях используется автоматический визуальный мониторинг процесса сближения и стыковки космических кораблей «Прогресс» с Международной космической станцией [10]. Исходной информацией служит видеосигнал, идущий от телекамеры на борту корабля. Получаемая последовательность кадров обрабатывается в реальном времени. В

каждом кадре выделяются детали специальной мишени (см.Рис. 1.4), размеры которых и геометрические параметры взаимного расположения используются как первичные измерения. По этим измерениям восстанавливается движение корабля относительно станции.

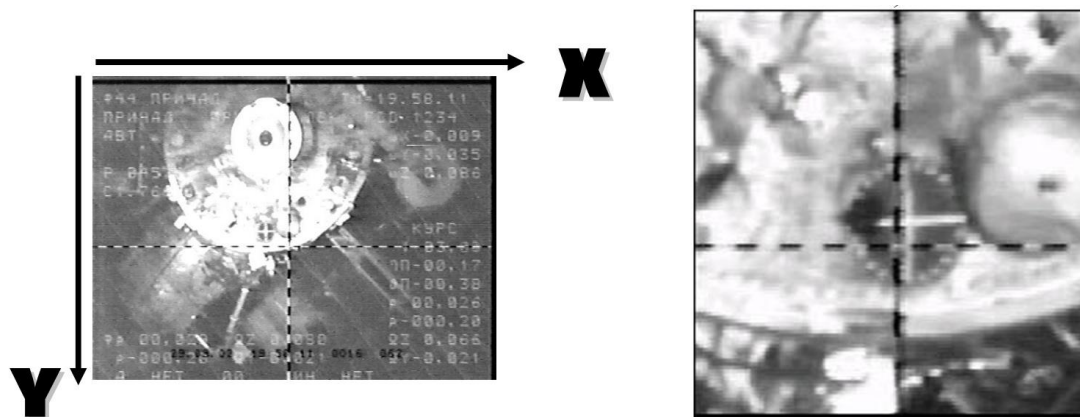


Рис. 1.4 Пример выделения области интереса в поле зрения ТВ-камеры, расположенной на корабле; а) – все поле зрения; б) – область интереса.

Другая система относительной навигации при стыковке к МКС использует видеоизмерители, которые посылают лазерные импульсы на прикрепленные к стыковочному узлу отражатели. Регистрируя и распознавая картину отраженных лучей, определяются относительное расстояние и взаимная ориентация аппарата и станции. Впервые такая система навигации была опробована при стыковке грузового корабля ATV «Jules Verne» 3 апреля 2008 года и доказала свою надёжность и высокую точность (ошибка в определении расстояния не превосходила 10 см).

В настоящей работе рассматривается алгоритм определения относительного состояния спутников в групповом полете, основанный на обработке изображения освещенного Солнцем аппарата. Исследуется точность определения в зависимости от параметров снимающей камеры, дальности до снимаемого аппарата и размеров реперных точек. Исследуемый алгоритм применен для определения относительного движения микроспутника "Чибис-М" после отделения от грузового корабля "Прогресс" с помощью обработки видеоизображения, полученного с видеокамеры, установленной на грузовом корабле. В качестве реперных точек рассматриваются наконечники антенн, которые обладают подходящими отражающими свойствами, вызволяющими их распознать на снимке (Рис. 1.5).

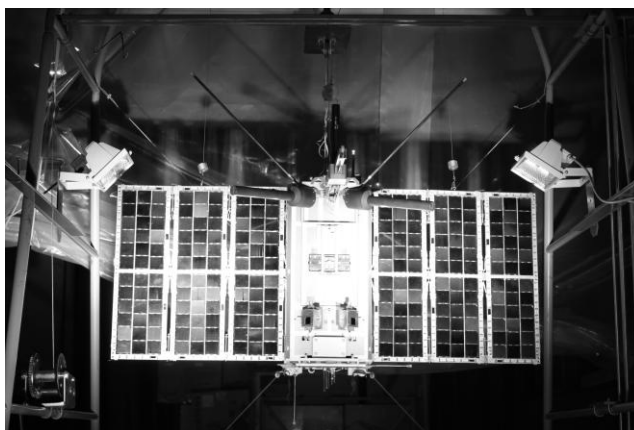


Рис. 1.5 Микроспутник "Чибис-М" на испытательном стенде

Отличие разработанного алгоритма определения от вышеописанных заключается в том, что на снимаемом спутнике не требуется устанавливать дополнительно специальной мишени или фотодиодов - достаточно знать геометрию снимаемого объекта. Для работы алгоритма не требуется передача каких-либо данных со снимаемого спутника, поэтому в качестве второго аппарата может выступать обломок космического мусора. Таким образом алгоритм подходит для задач свода космического мусора с орбиты: "спутник-дворник" подлетает к обломку, определяет его движение, производит захват и увлекает за собой в плотные слои атмосферы.

## **2. Алгоритм определения состояния по видеоизображению**

### **2.1 Координатный способ описания относительного движения**

Задача описания движения спутников относительно друг друга в поле притяжения массивного тела имеет непосредственное отношение к задаче трех тел. Большой вклад в описание относительного движения сделал G.W.Hill (Хилл) в работе 1878 г. «*Researches in the Lunar Theory*» [11]. В этой работе Хилл получил выражения для движения Луны относительно Земли в случае учета влияния гравитационных полей Солнца и Земли. Уравнения движения для Луны были записаны в прямоугольной системе координат, начало которой связано с вращающейся вокруг Солнца Землей, причем скорость вращения системы координат была равна скорости вращения Земли вокруг Солнца.

Clohessy и Wiltshire в 1960 г. развили идею Хилла применительно к относительному движению спутников в формации в центральном гравитационном поле [12]. В их модели один из спутников движется по круговой орбите вокруг Земли, и уравнения относительного движения второго спутника записываются в подвижной системе координат, связанной с первым. Clohessy и Wiltshire модифицировали уравнения относительного движения в предположении отсутствия гравитационного притяжения

между спутниками, исключив, таким образом, нелинейный член  $\frac{\mu}{r^3}$  из уравнений, полученных Хиллом.

Запишем линеаризованное уравнение Хилла в векторном виде в предположении круговой орбиты главного спутника:

$$\frac{d^2\mathbf{s}}{dt^2} + [\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{s}] + 2 \cdot \left[ \boldsymbol{\omega}, \frac{d\mathbf{s}}{dt} \right] = -\frac{\mu \cdot \mathbf{s}}{R^3} + \frac{3 \cdot \mu \cdot \mathbf{R} \cdot (\mathbf{R}, \mathbf{s})}{R^5},$$

где  $\boldsymbol{\omega}$  - угловая скорость вращения спутника вокруг Земли,  $\mathbf{s}$  - радиус-вектор, направленный от одного спутника (главного) к другому,  $\mathbf{R}$  - радиус орбиты главного спутника.

Тогда в проекциях на оси орбитальной системы координат, в случае отсутствия возмущений, получим следующую систему линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\omega\dot{z} &= 0, \\ \ddot{y} + \omega^2 y &= 0, \\ \ddot{z} - 2\omega\dot{x} - 3\omega^2 z &= 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Тогда решение системы (2.1) будет

$$\begin{aligned} x &= C_4 - 3C_1\omega \cdot t + 2C_2 \cos \omega t - 2C_3 \sin \omega t, \\ y &= C_5 \sin \omega t + C_6 \cos \omega t, \\ z &= 2C_1 + C_2 \sin \omega t + C_3 \cos \omega t. \end{aligned}$$

Здесь константы интегрирования определяются начальными условиями следующим образом:

$$\begin{aligned} C_1 &= 2z(0) + \frac{\dot{x}(0)}{\omega}, C_2 = \frac{\dot{z}(0)}{\omega}, \\ C_3 &= -3z(0) - \frac{2\dot{x}(0)}{\omega}, C_4 = x(0) - \frac{2\dot{z}(0)}{\omega}. \end{aligned}$$

Чтобы лучше представить вид траектории, описываемой дочерним спутником, заметим [13], что координаты  $x$  и  $z$  связаны следующим соотношением:

$$\frac{(z - 2c_1)^2}{c_2^2 + c_3^2} + \frac{[x - (c_4 - 3c_1\omega_0 t)]^2}{4\omega_0^2(c_2^2 + c_3^2)} = 1. \tag{2.2}$$

Из уравнения (2.2) видно, что периодические движения дочернего спутника относительно главного возможны только в том случае, когда  $c_1 \equiv 0$ . Период этих движений совпадает с периодом обращения спутника по орбите, а сами движения происходят по эллипсу, центр которого лежит в точке  $z^* = 0$ ,  $x^* = c_4$ . Но достаточно сколь угодно мало изменить начальные данные так, чтобы  $c_1 \neq 0$ , как периодичность

нарушается и получается более общий случай движения. В результате равномерное и периодическое движения складываются, и получается, что одновременно с движением спутника по эллипсу, центр этого эллипса смещается вдоль оси  $OX_1$  орбитальной системы координат. На Рис. 2.1 показан пример движения, когда начальные условия заданы так, что  $c_1 = 0$ . На Рис. 2.2 приведен пример движений с  $c_1 \neq 0$ .

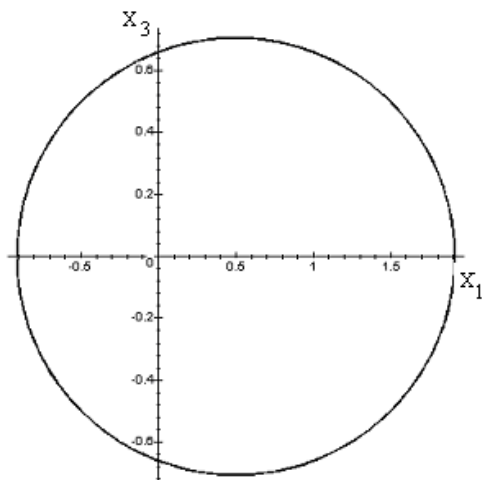


Рис. 2.1. Относительная траектория при  $c_1 = 0$

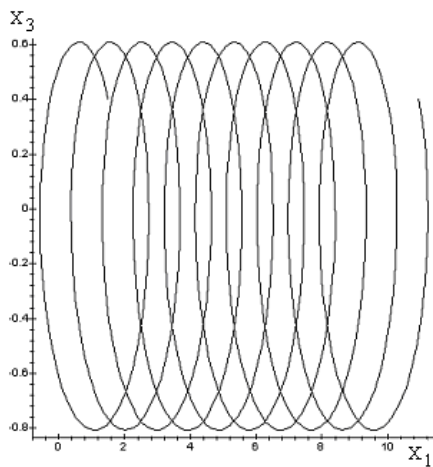


Рис. 2.2 Относительная траектория при  $c_1 = -0.05$

То есть в итоге получаем, если заданная орбита может быть получена из уравнения Хилла с нулевой правой частью, то нам нужно всего лишь правильно подобрать начальные условия в соответствии с выражениями (2.2). Но для поддержания периодического движения дочернего спутника относительно главного в общем случае необходимо управление.

## 2.2 Описание алгоритма

Математически задача определения относительного состояния может быть сформулирована следующим образом. Рассмотрим два КА,двигающиеся достаточно близко друг к другу, чтобы различать детали освещенных Солнцем поверхностей аппарата. Свяжем с одним из аппаратов систему координат  $O_1x_1x_2x_3$  и с другим систему координат  $O_2y_1y_2y_3$ . Точки  $O_1$  и  $O_2$  соответствуют центрам масс КА (Рис. 2.3).

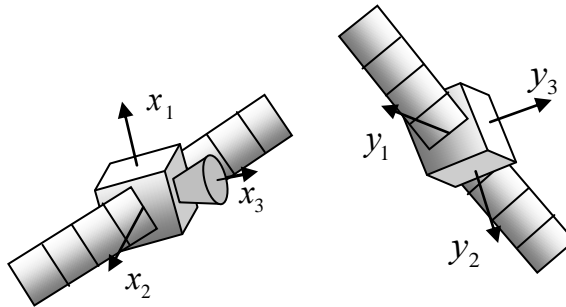


Рис. 2.3 Системы координат аппаратов

На первом аппарате установлена видеокамера, ось которой сонаправлена с осью  $Ox_3$ . Если сдвинуть систему координат  $O_1x_1x_2x_3$  вдоль оси  $Ox_3$  и принять за центр системы координат середину чувствительной матрицы камеры  $O_p$ , то получим систему координат камеры. Пусть расстояние  $O_1O_p$  известно. Рассмотрим некоторую точку  $P_1$  второго КА, которая имеет радиус-вектор  $\mathbf{R}_{p_1}^{O_2y_1y_2y_3} = [y_1^{p_1}, y_2^{p_1}, y_3^{p_1}]^T$  в СК  $O_2y_1y_2y_3$ . С другой стороны в СК  $O_px_1x_2x_3$  эта точка имеет координаты  $\mathbf{R}_{p_1}^{O_px_1x_2x_3} = [x_1^{p_1}, x_2^{p_1}, x_3^{p_1}]^T$ . Соотношение между этими двумя векторами можно увидеть на Рис. 2.4 и оно равно

$$\overline{O_pP_1} = \overline{O_pO_2} + \overline{O_2P_1}.$$

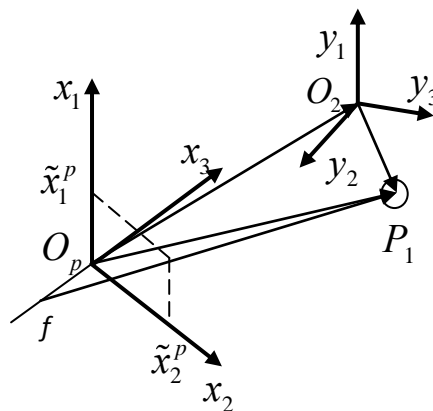


Рис. 2.4 Система координат камеры

Это векторное выражение должно быть записано в системе координат  $O_p x_1 x_2 x_3$  следующим образом:

$$\mathbf{R}_{p_1}^{O_p x_1 x_2 x_3} = \overline{O_p O_2}^{O_p x_1 x_2 x_3} + A \cdot \mathbf{R}_{p_1}^{O_2 y_1 y_2 y_3}. \quad (2.3)$$

Здесь  $A$  - это матрица перехода из СК  $O_2 y_1 y_2 y_3$  в СК  $O_p x_1 x_2 x_3$ .

Если известны вектор  $\overline{O_p O_2}^{O_p x_1 x_2 x_3}$  и матрица  $A$ , то известны относительное положение двух аппаратов и относительная ориентация. Опишем вкратце, как они могут быть получены.

Согласно проективной геометрии точка  $P_1$  будет иметь следующие координаты на снимке

$$\tilde{x}_1^p = \frac{x_1^p}{1 - x_3^p / f},$$

$$\tilde{x}_2^p = \frac{x_2^p}{1 - x_3^p / f}.$$

Здесь  $f$  - это фокусное расстояние камеры, имеющее отрицательное значение. Тогда, измеряя на снимке изображение известных точек  $P_i$ , из уравнений (2.3) находим неизвестные компоненты вектора  $\overline{O_p O_2}^{O_p x_1 x_2 x_3}$  и элементы матрицы  $A$ . Для их определения необходимо измерить положение на снимке минимум четырех точек  $P_i$ . Относительная скорость и также относительная угловая скорость двух аппаратов может быть вычислена обычным дифференцированием.

В качестве реперных точек спутника могут выступать установленные на нем светодиоды или уникальные по отражающим свойствам точки поверхности спутника, например, концы антенн спутника (Рис. 2.5)



Рис. 2.5 Микроспутник "Чибис-М" и реперные точки

Рассмотрим подробнее процесс определения относительной ориентации и положения по полученному изображению.

Получение снимка происходит оцифровкой выходных значений элементов ПЗС-матрицы, в результате чего имеется массив информации об интенсивности света в видимом диапазоне длин волн в каждой точке чувствительной матрицы. Далее определяется уровень шума снимка, производится фильтрация: находится максимальная и минимальная интенсивности, они нормируются, после чего устанавливается значение (порог), ниже которого значение интенсивности пикселя приравнивается нулю. После этого изображение преобразуется в бинарное, то есть матрица интенсивности представляет логический массив единиц и нулей, и, исходя из этого, определяются границы всех объектов на изображении.

Например, при отделении микроспутника "Чибис-М" от грузового корабля Прогресс на камере, установленной на Прогрессе, получаем с помощью моделирования изображение на (Рис. 2.7). На Рис. 2.7 изображены границы всех объектов Рис. 2.6.

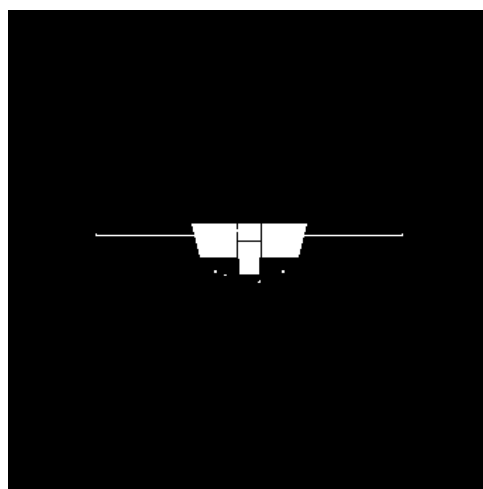


Рис. 2.6 Изображение микроспутника "Чибис-М", полученное с помощью моделирования

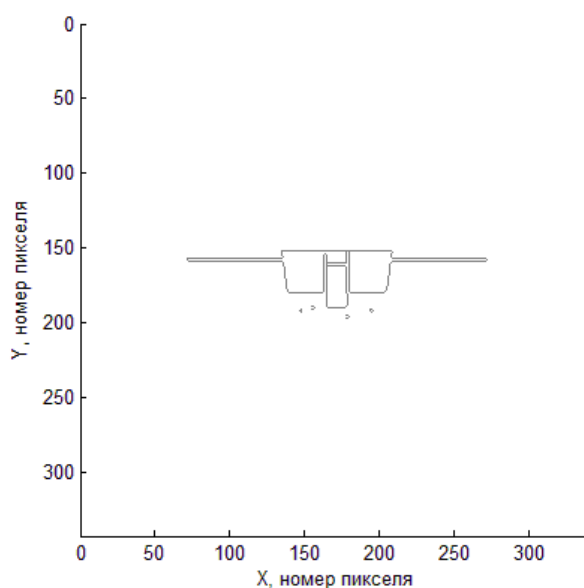


Рис. 2.7 Границы всех объектов на снимке



Затем производится поиск центра  $\tilde{x}_c, \tilde{y}_c$  всех объектов на снимке по формуле

$$\tilde{x}_c = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad \tilde{y}_c = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}, \quad (2.4)$$

где  $N$  – общее количество пикселей в рассматриваемой границе объекта,  $x_i$  –  $x$ -координата  $i$ -го пикселя границы,  $y_i$  –  $y$ -координата  $i$ -го пикселя границы.

Далее, зная спрогнозированные декартовы координаты реперных точек на снимке, переходим к "пиксельным" координатам. В  $\varepsilon$ -окрестности полученных моделированием координат реперной точки ищем центр объекта на изображении, рассчитанный по формуле (2.4). Следует отметить, что в выбранной  $\varepsilon$ -окрестности для какой-то точки может не найтись ни одного объекта на снимке, в таком случае данная смоделированная точка не будет являться реперной для полученного кадра. Например, на Рис. 2.8 реперные точки отмечены звездочками.

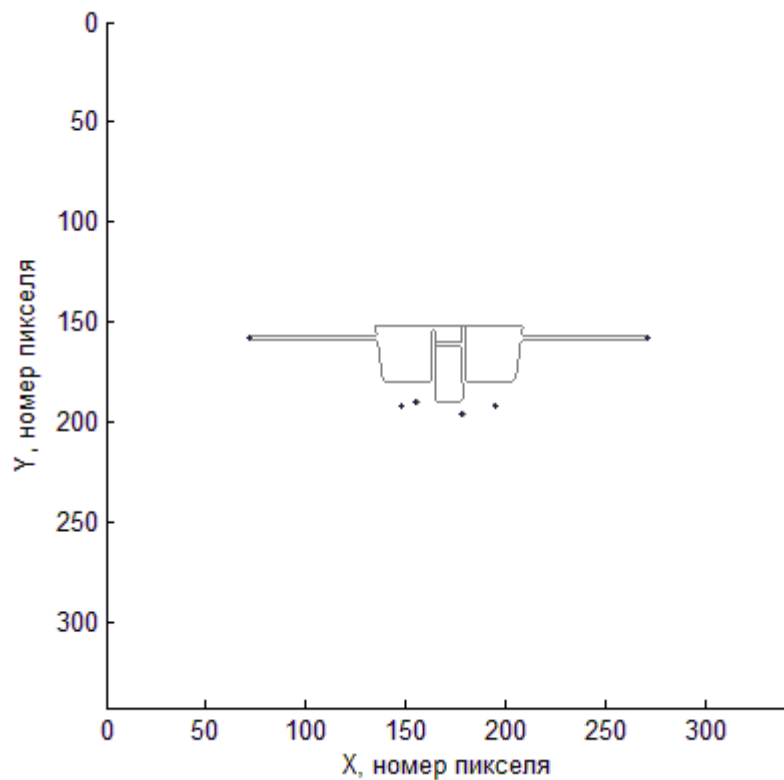


Рис. 2.8 Найденные реперные точки

Заметим, что, так как найденные таким образом центры светимости вследствие шумов на изображении и дискретности ПЗС-матрицы будут иметь некоторую ошибку, то при использовании этих данных необходимо применить какой-либо метод среднеквадратичной фильтрации. Определив минимум четыре реперные точки, ищем

поправку к спрогнозированным координатам, используя, например, метод наименьших квадратов. Введем функционал

$$\Phi = \sum_i ((\tilde{x}_{c,i} - \hat{x}_i)^2 + (\tilde{y}_{c,i} - \hat{y}_i)^2),$$

где  $\hat{x}_i, \hat{y}_i$  – оценки координат реперных точек,  $\tilde{x}_{c,i}, \tilde{y}_{c,i}$  – центры найденных объектов на снимке, которые лежал в окрестности координат реперных точек. Как было показано ранее, положение точек на снимке зависит от положения центра масс спутника и от его ориентации. То есть

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i(x_c, y_c, z_c, q_1, q_2, q_3),$$

$$\hat{y}_i = \hat{y}_i(x_c, y_c, z_c, q_1, q_2, q_3).$$

Здесь  $(x_c, y_c, z_c)$  – координаты центра масс спутника,  $q_1, q_2, q_3$  – векторная часть кватерниона  $\mathbf{q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]$ , описывающего его ориентацию. Обозначим вектор параметров  $(x_c, y_c, z_c, q_1, q_2, q_3) = \vec{f}$ .

Далее численно решаем систему уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f_j} = 0, \quad j = \overline{1,6} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{F}(\vec{f}) = 0, \quad (2.5)$$

где  $f_j$  – это  $j$ -ая компонента вектора  $\vec{f}$ , для нахождения минимума функционала  $\Phi$ .

Для численного решения системы (2.5) используем метод Ньютона:

- за начальное приближение  $\vec{f}_0$  выбирается значение параметров, которые использовались для расчета реперных точек;
- новое приближение вычисляется по формуле

$$\vec{f}^n = \vec{f}^{n-1} - \left| \frac{\partial^2 \Phi}{\partial f_j \partial f_k} \right|^{-1} \cdot \vec{F}(\vec{f}^{n-1}),$$

пока не выполнится условие

$$|\vec{f}^n - \vec{f}^{n-1}| < \varepsilon_0,$$

где  $\varepsilon_0$  – некоторый заданный вектор ошибок. На Рис. 2.9 представлен пример сходимости метода Ньютона для одной точки.

Решением системы (2.5) являются новые значения параметров, которые интегрируются с помощью уравнений Хилла (2.1) и уравнений движения относительно центра масс:

$$J \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times J \cdot \boldsymbol{\omega} = 3\omega_0^2 \cdot (A\mathbf{e}_3) \times (J \cdot A\mathbf{e}_3), \quad (2.6)$$

где  $\omega$  - абсолютная угловая скорость 2-го КА,  $J$  - тензор инерции 2-го КА,  $\omega_0$  - орбитальная угловая скорость,  $A$  - матрица направляющих косинусов, описывающая поворот 2-й системы координат относительно орбитальной,  $e_3$  - единичный вектор, направленный в направлении от Земли, записанный в орбитальной системе координат. Матрица  $A$  получается умножением матрицы перехода системы координат, связанной с 1-м аппаратом, из орбитальной системы координат (этот переход предполагается известным) на матрицу перехода из системы координат, связанной с 1-м аппаратом, в систему координат, связанную со 2-м аппаратом (который определяется алгоритмом определения) (Рис. 2.3).

Проинтегрированные значения будут использоваться в качестве начального приближения на следующем шаге алгоритма (для следующего кадра) для расчета реперных точек.

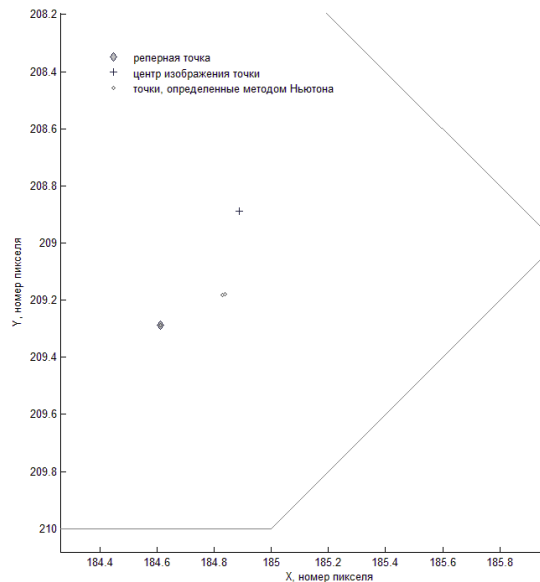


Рис. 2.9 Нахождение реперных точек для следующего шага алгоритма

Следует отметить, что рассматриваемый метод определения относительного положения имеет некоторые ограничения. Например, если не удалось найти хотя бы четыре не лежащие в одной плоскости реперные точки на снимке, то поправки в модели сделать невозможно, так как в этом случае положение тела определяется неоднозначно. Также алгоритм неработоспособен, если в поле зрения камеры попадает Солнце или оба аппарата находятся в тени и на теле второго спутника невозможно найти реперные точки. В случае, если второй аппарат имеет симметричную форму, есть неоднозначность при решении уравнения (2.3). Кроме того, алгоритм непригоден, если второй аппарат вращается со слишком большой угловой скоростью, а камера снимает с низкой частотой (или обработка снимка занимает много времени), так как в этом случае время между

двумя снимками может превысить период обращения спутника и тогда относительная угловая скорость будет определена с большой ошибкой.

### 2.3 Моделирование работы алгоритма определения относительного движения

Для исследования работы алгоритма определения относительного движения по видеоизображению взят за основу микроспутник "Чибис-М" и моделируется процесс его отделения от грузового корабля Прогресс. За реперные точки выбираем концы антенн спутника "Чибис-М", как показано на Рис. 2.5.

В качестве начальных условий задаются следующие значения:

$$\mathbf{v}_{0,rel} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.01m \setminus c. \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_{0,rel} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3m. \end{pmatrix} - \text{соответственно скорость и радиус-вектор центра}$$

масс микроспутника относительно корабля Прогресс,

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.01rad \setminus c \\ 0 \end{pmatrix} - \text{абсолютная угловая скорость "Чибис-М",}$$

$$J = \begin{pmatrix} 1.60 & 0 & 0 \\ 0 & 1.16 & 0 \\ 0 & 0 & 1.86 \end{pmatrix} \text{кг} \cdot \text{м}^2 - \text{тензор инерции микроспутника,}$$

Двустрочные элементы корабля Прогресс на момент отделения:

1 00181U 00181A 12025.08620288 .00013765 00000-0 17853-3 0 1018  
2 00181 51.6460 125.2012 0011831 248.0422 111.9298 15.21986026 37.

При таких начальных параметрах были получены следующие результаты: зависимость радиус-вектора центра масс и ориентации микроспутника относительно корабля Прогресс от времени показана на Рис. 2.10 и Рис. 2.11 соответственно.

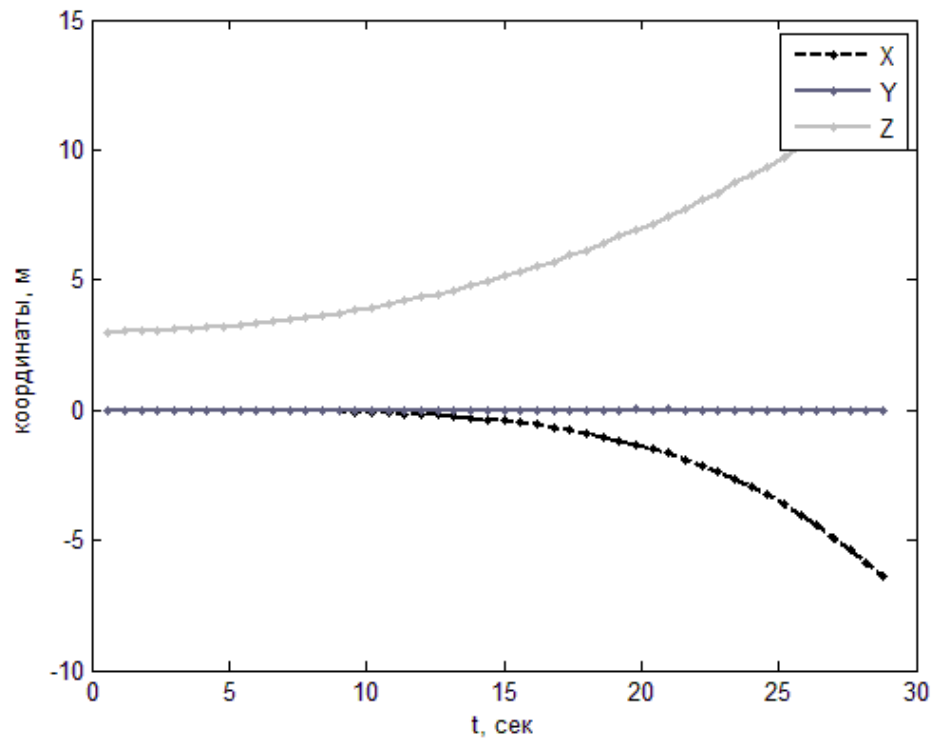


Рис. 2.10 Зависимость радиус-вектора центра масс от времени

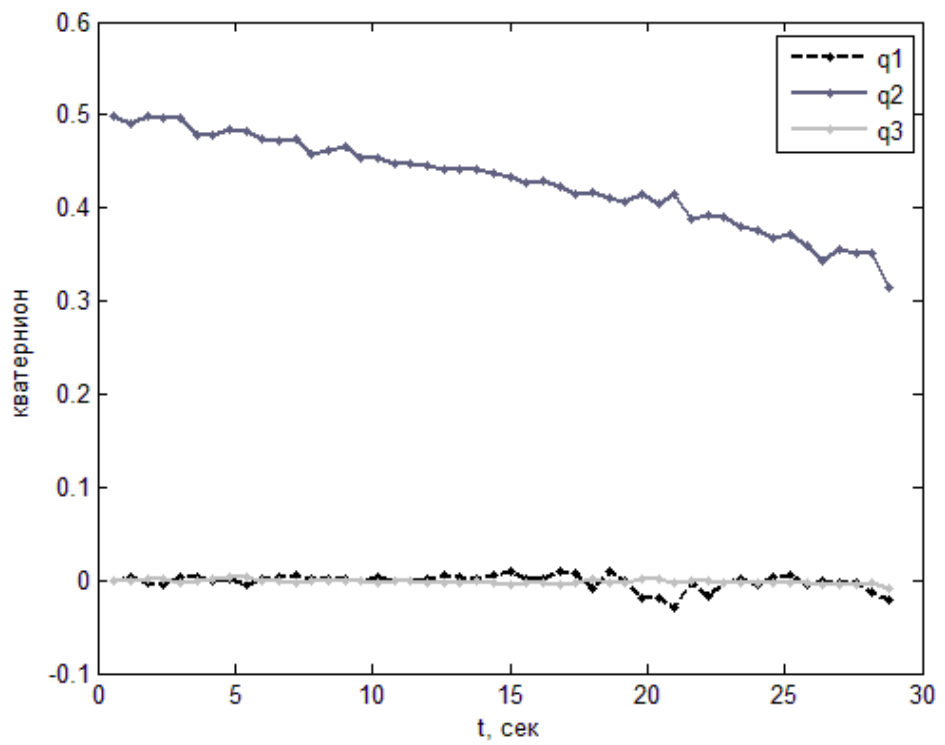


Рис. 2.11 Зависимость ориентации спутника от времени

Разница полученных интегрированием с помощью линеаризованных уравнений Хилла (2.1) и уравнений движения центра масс (2.6) от полученных вследствие работы алгоритма координат центра масс и ориентации "Чибис-М" относительно корабля Прогресс показана на Рис. 2.12 и Рис. 2.13 соответственно.

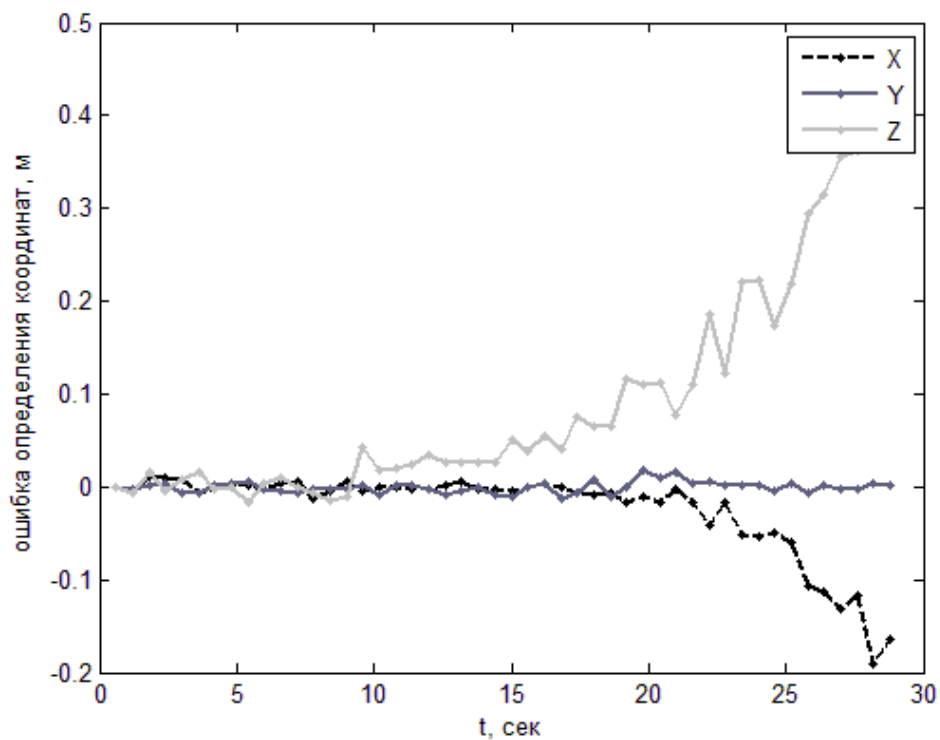


Рис. 2.12 Ошибка определения координат центра масс

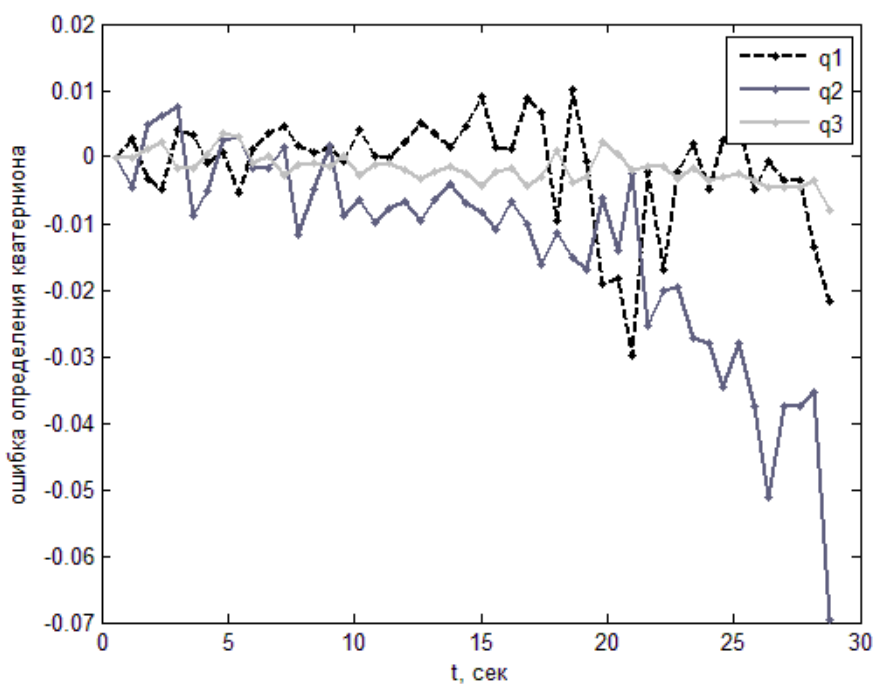


Рис. 2.13 Ошибка определения ориентации спутника

Суммарная среднеквадратичная ошибка всех параметров положения показана на Рис. 2.14.

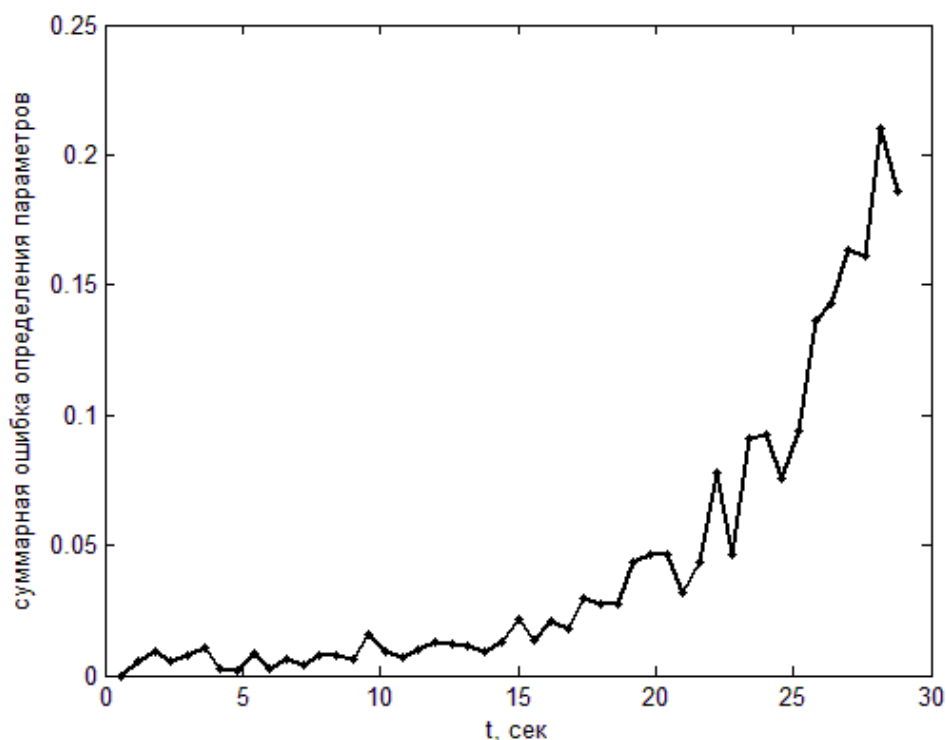


Рис. 2.14 Суммарная ошибка определения положения в зависимости от времени

Из Рис. 2.12 - Рис. 2.14 видно, что с течением времени по мере отдаления "Чибиc-M" от Прогресс ошибка измерений алгоритма увеличивается, причем в зависимости, близкой к экспоненциальной. Это объясняется тем, что при удалении спутника размер реперных точек уменьшается, и центр изображения определяется по меньшему количеству точек, что приводит к ошибкам. Таким образом, на расстоянии примерно 3 м ошибка составляет 0.01м (примерно 3 %), а на расстоянии, близком к 15 м ошибка составляет приблизительно 0.4 м, что меньше 10%. Ошибка определения ориентации на расстоянии 15 м не превышает 4 градусов. На расстоянии 15 м в рассматриваемом примере изображение реперных точек становилось меньше одного пикселя и алгоритм определения переставал распознавать их. После этого алгоритм получал оценки вектора состояния в последующие моменты с помощью интегрирования с начальными условиями, полученными на последнем шаге, когда число реперных точек было больше или равно четырем. При этом также интегрировались и ошибки, с которыми был последний раз определен вектор состояния, поэтому со временем вектор относительного состояния "уходил" от истинного.

Следует отметить, что моделирование проводилось при вполне определенных параметрах снимающей камеры (фокусное расстояние и угол обзора, размер чувствительной матрицы) и при определенных размерах реперных точек, и при моделировании работы ал-

горитма с другими параметрами камеры и другим размером реперных точек величина расстояния, на котором алгоритм перестает работать, также будет несколько другой. Рис. 2.15 демонстрирует в качестве примера как будет зависеть время работы алгоритма в зависимости от размера реперных точек при неизменных остальных параметрах моделирования. Видно, что есть некоторый критический размер реперных точек, изображение которых меньше пикселя и алгоритмом не распознается. Зависимость имеет экспоненциальный характер, как и зависимость ошибки определения положения от расстояния.

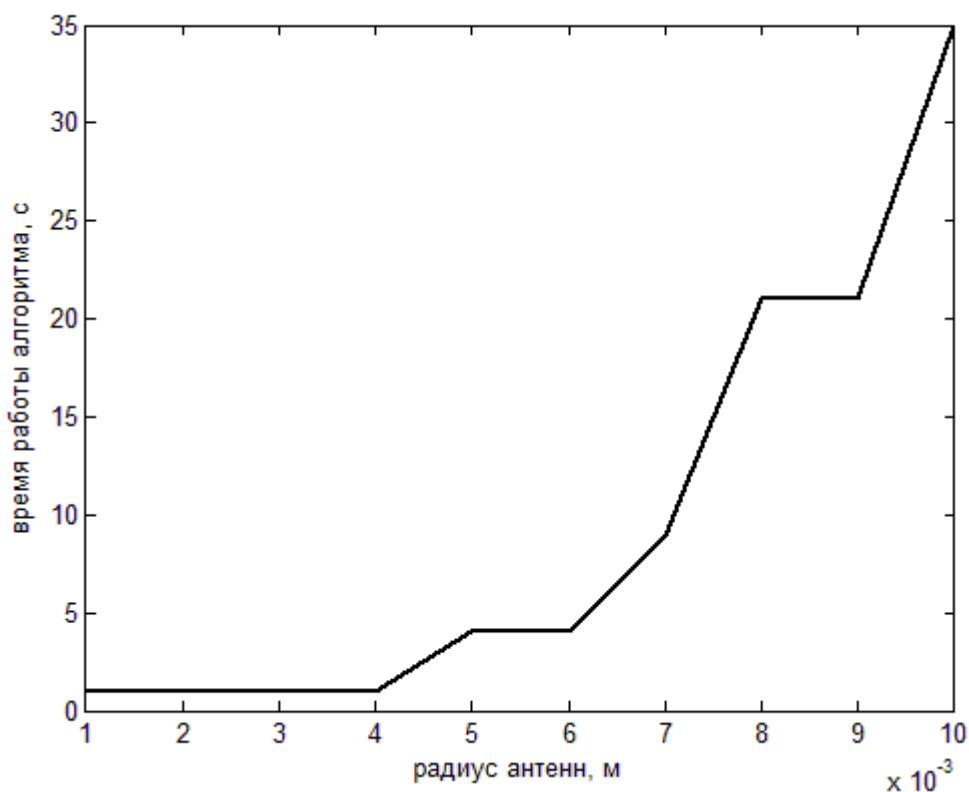


Рис. 2.15 Зависимость времени работы алгоритма от размера реперных точек

### 3. Применение алгоритма для определения относительного движения микроспутника "Чибис-М"

Описанный выше алгоритм был применен для видео отделения микроспутника "Чибис-М" от грузового корабля "Прогресс", которое произошло 25 января 2012 года. Во время, когда грузовой корабль был пристыкован к МКС в люковое отверстие был установлен пусковой контейнер для микроспутника. На Рис. 3.1 изображен микроспутник "Чибис-М" в стыковом люке грузового корабля "Прогресс" во время отстыковки от МКС, фото сделано космонавтом с борта МКС.





Рис. 3.1 Микроспутник "Чибис-М" в стыковом отверстии грузового корабля "Прогресс" во время отстыковки от МКС

После отстыковки грузовой корабль поднялся на круговую орбиту высотой примерно 600 км, после чего 25 января 2012 года в 2:18:00 был отстыкован "Чибис-М". Оси связанной системы координат транспортного корабля во время отстыковки направлены следующим образом (см. Рис. 3.2):

- ось «-X» (ось отделения МС) лежит в плоскости орбиты ТГК и направлена назад по направлению полета под углом  $30^\circ$  вверх к плоскости местного горизонта (тангаж  $+30^\circ$ , курс  $180^\circ$ );
- ось «+Z» совпадает с нормалью к плоскости орбиты и осью «+Z» орбитальной системы координат ТГК (тангаж  $0^\circ$ , курс  $270^\circ$ );
- ось «+Y» дополняет систему до правой, лежит в плоскости орбиты ТГК и направлена вверх (тангаж  $60^\circ$ , курс  $0^\circ$ ).

Такая ориентация была выбрана для обеспечения безопасности движения обоих космических аппаратов и для обеспечения хороших условий освещенности для наблюдения отстыковки с помощью видео камеры. Угол между осью визирования ТК и направлением на Солнце составлял  $\sim 160^\circ$ .

На Рис. 3.3 приведен в качестве примера кадр из видео отделения микроспутника "Чибис-М". Видно, что изображение сильно пересвечено отражением солнечного света поверхностями микроспутника, однако четко видны длинные хорошо отражающие длинные антенны и две небольшие антенны снизу, концы которых отражают лучше, чем сами антенны. Таким образом, есть возможность распознать снимок, если задать некоторый уровень перевода цветного изображения в бинарное. На Рис. 3.4 изображено бинарное изображение того же кадра. На бинарном изображении четко выделены концы маленьких

антенн, длинные же антенны можно распознать рассмотрев максимальную и минимальную точку самого длинного контура по оси X.

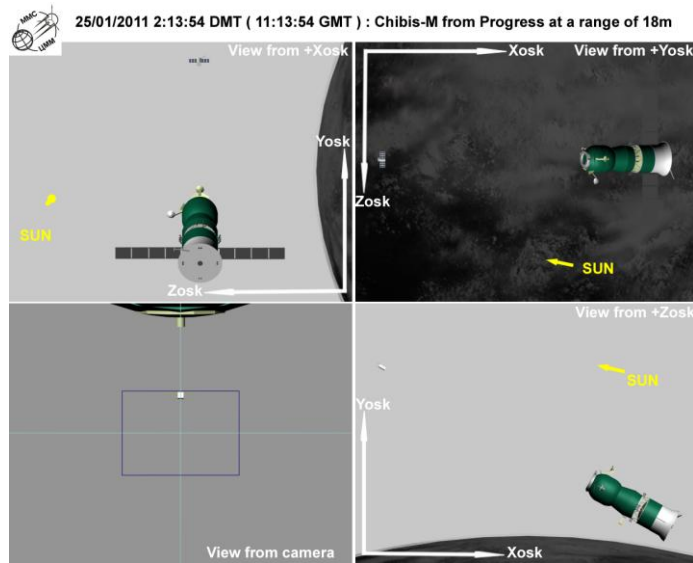


Рис. 3.2 Положение ТКК относительно Солнца и осей орбитальной системы координат на момент нахождения МС «Чибис-М»



Рис. 3.3 Кадр из видео отделения "Чибис-М" от грузового корабля "Прогресс"

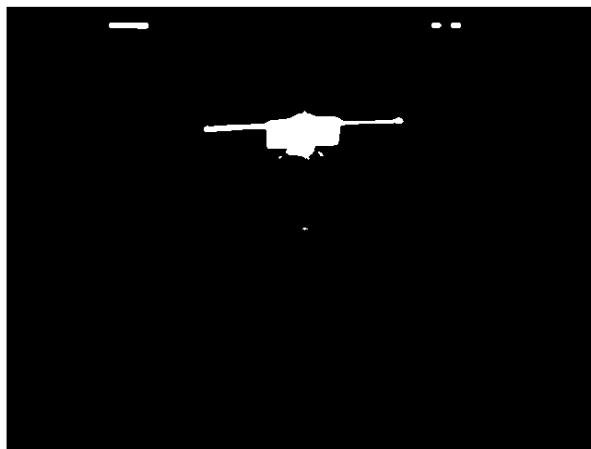


Рис. 3.4 Бинарное изображение кадра из видео отделения

Далее, бинарное изображение подается на вход алгоритму определения, описанному в разделе 2 настоящей работы, и с помощью метода наименьших квадратов определяется текущее относительное состояние.

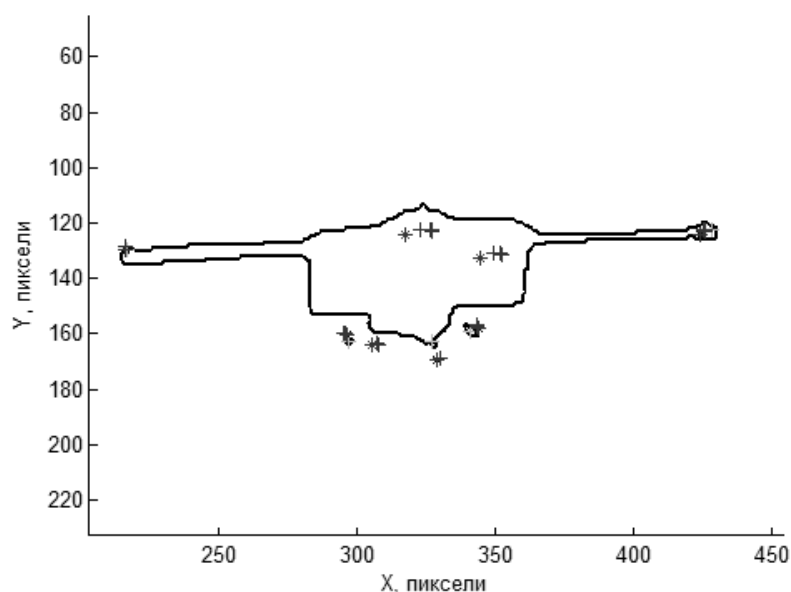


Рис. 3.5 Процесс определения относительного состояния по изображению. Звездочками обозначены изображения реперных точек по начальному приближению, крестиками - оценка изображений по методу Ньютона

К сожалению, из-за сильной засветки видеоизображения, удалось определить относительное движение только в течение трех секунд, далее распознать концы антенн становится невозможным. Видео имеет частоту кадров равную 30 кадрам в секунду, таким образом, было обработано примерно 100 кадров. На Рис. 3.6 и Рис. 3.7 приведен результат работы алгоритма: положение центра масс спутника "Чибис-М". Также была получена средняя за 3 секунды скорость движения

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.12 \\ 0.00 \\ 0.27 \end{bmatrix} \text{ м/с}$$

и угловая скорость вращения

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} -2.08 \\ -3.01 \\ 2.15 \end{bmatrix} \text{ град/с .}$$

Модуль угловой скорости равен 4.24 град/с. Через 30 секунд после отделения заработала система ориентации микроспутника "Чибис-М", в состав которых входили датчики угловой скорости. Датчики угловой скорости измерили модуль угловой скорости, который оказался равным примерно 4,5 град/с. Таким образом, определенная с помощью алгоритма

распознавания кадров видео изображения угловая скорость близка к измеренной датчиками угловой скорости, что говорит о хорошей работе алгоритма.

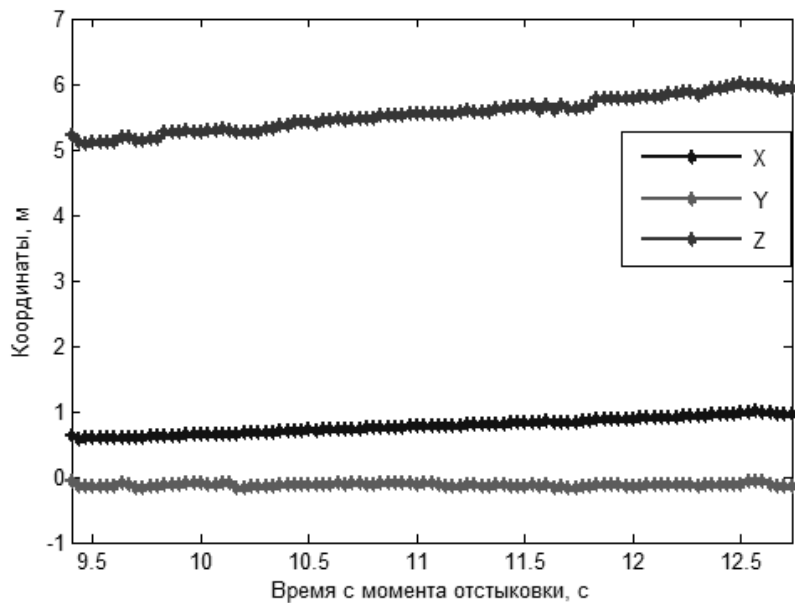


Рис. 3.6 Определение положения микроспутника "Чибис-М"

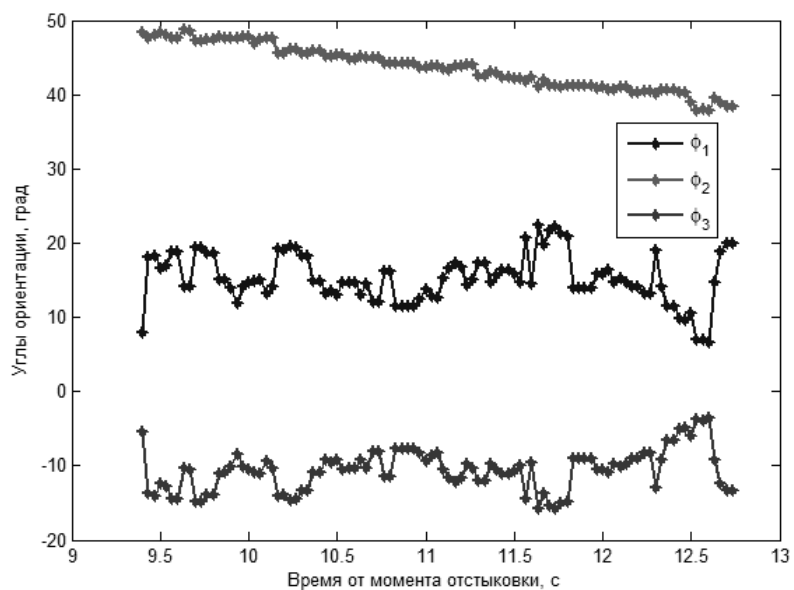


Рис. 3.7 Определение ориентации микроспутника "Чибис-М"

## Заключение

В настоящей работе разработан алгоритм определения ориентации спутников в групповом полете с использованием видеоизображения. Математическое моделирование работы алгоритма показало, что алгоритм хорошо работает на небольших взаимных расстояниях, когда на снимке видны особенности геометрии аппарата и можно распознать реперные точки. При отдалении размер изображения реперных точек уменьшается и ухудшается точность определения центра освещенности этих точек, что приводит к ошибкам оценки вектора состояния алгоритма, которые растут экспоненциально с увеличением расстояния между спутниками.

Преимуществом алгоритма является то, что для его работы не требуется дополнительной установки на спутник специальной мишени или светодиодов. В качестве недостатков можно назвать достаточно большой объем необходимых вычислений, что делает проблематичным реализацию алгоритма на бортовом компьютере космического аппарата, которые, как правило имеют невысокую вычислительную производительность. Кроме того, алгоритм требует задания множества параметров: окрестность, внутри которой ищется изображение реперной точки, достаточно хорошее начальное приближение относительного состояния второго аппарата, а также знание динамических характеристик спутника (масса, тензор инерции) и орбиты, по которой движется спутник. В случае задания параметров алгоритма с некоторыми ошибками возможна его неудовлетворительная работа, так как изображение реперных точек будет выходить за пределы допустимой окрестности прогнозируемых положений.

Алгоритм определения относительного состояния был апробирован с помощью видео отделения микроспутника "Чибис-М" от грузового корабля "Прогресс". Было определено относительное движение центра масс микроспутника и относительная ориентация, относительная скорость отделения и угловая скорость вращения. Угловая скорость вращения близка к измеренной с помощью датчиков угловой скорости.

В целом, во время верификации алгоритм показал свою работоспособность и достаточно высокую точность определения вектора состояния - от нескольких сантиметров на близком расстоянии до нескольких десятков сантиметров на дальнем расстоянии и точность до нескольких градусов при определении относительной ориентации.

## Список литературы

1. Folta D. et al. NASA's Autonomous Formation Flying Technology Demonstration, Earth Observing-1 (EO-1) // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Monterey, California, 2002.
2. <http://www.ssc.se/?id=7611>[25.06.12].
3. <http://www.celestrak.com/> [25.01.12].
4. Овчинников М.Ю., Ткачев С.С. Определение параметров относительного движения двух спутников с помощью траекторных измерений // Космические исследования. 2008. Т. 46, № 6. с. 553–558.
5. Fehse W. Automated rendezvous and docking of spacecraft. New York: Cambridge University Press, 2003. 495 с.
6. Ergenzinger K. et al. Dual absolute and relative high precision laser metrology // International Conference on Space Optics. Rhodes, 2010. № October. P. 6.
7. Lau K. et al. The new millennium formation flying optical interferometer // AIAA Guidance, Navigation and Control conference. New Orleans, 1997. P. 6.
8. Noteborn R. Flight Results from the PRISMA Optical Line of Sight Based Autonomous Rendezvous Experiment // 4th International Conference on Spacecraft Formation Flying Missions and Technologies, May 2011, Montreal, Canada.
9. Delpech M. Preliminary Results of the Vision Based Rendezvous and Formation Flying Experiments Performed During the Prisma Extended Mission // Paper at the 1st IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems, 19-21 March, 2012, Porto, Portugal, 20p.
10. Богуславский А.А. et al. Автоматический мониторинг стыковки космического корабля с орбитальной станцией по видеоинформации // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2004. № 74. 20 с.
11. Hill G.W. Researches in Lunar Theory // American Journal of Mathematics. 1878. Vol. 1. Pp. 5–26.
12. Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous // Journal of the Astronautical Sciences. 1960. Vol. 27, № 9. Pp. 653–678.
13. Белецкий В.В. Очерки о движении космических тел. М: ЛКИ, 2009. 432с.