



# **Методы определения положения макетов на аэродинамическом столе**

Д.Л. Сизов, МФТИ(ГУ)

Научный руководитель к.ф.-м.н. С.С. Ткачев

# Содержание

- Введение
- Постановка задачи
- Математическая модель движения макета и звука
- Методы определения координаты
- Обработка звука
- Создание «внешней среды»
- Эксперимент
- Заключение

# Введение



Стенд КОСМОС в лаборатории ИПМ им. Келдыша

# Обзор существующих методик решения задачи

- видеокамера и метки на макете
- звездный датчик
- фотограмметрический метод
- лазерные и инфракрасные дальномеры
- инерциальные датчики
- триангуляционная система определения координат источника звука

# Цели и задачи

Цель работы – построение и обоснование способа определения координат геометрического центра макета спутника на столе с использованием внешней среды, а именно – источников звука.

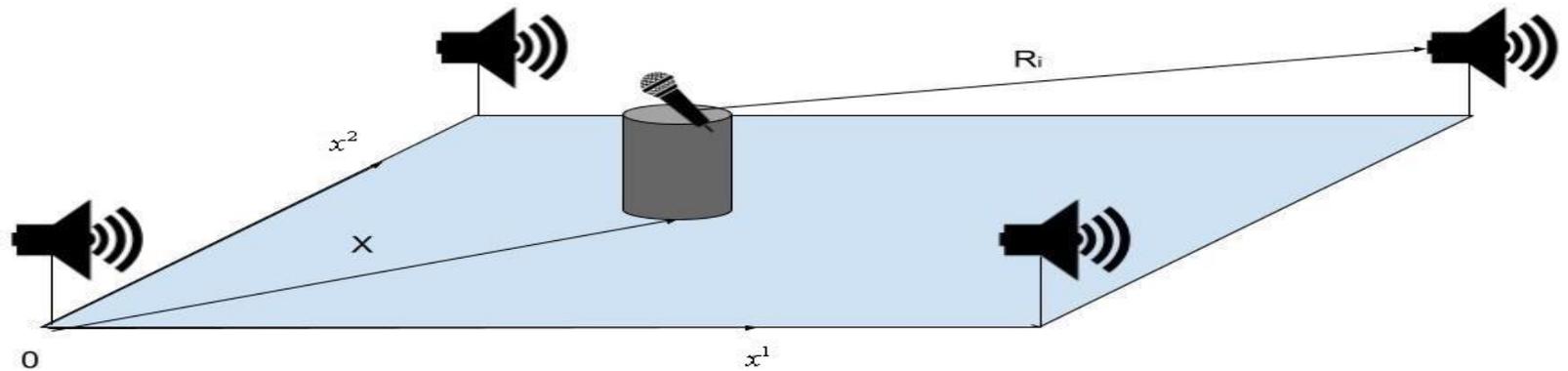
Способ основан на измерении моментов прихода звуковых сигналов от источников, расположенных около стола, на микрофон на макете. По разности времен фиксации звука от разных источников определяется положение макета (или макетов) на столе.

# Постановка задачи

- Макет движется по прямоугольному столу с размерами 198x148 см.
- Около стола в точках с известными координатами расположены источники звука, которые создают «внешнюю среду» для макета.
- Источники синхронно испускают звуковые импульсы каждый на своей частоте. Эти импульсы улавливаются микрофоном и обрабатываются.

# Упрощенная схема стенда

Размер рабочей поверхности стола 198x148 см.  
Диаметр основания спутника 30 см.



# Математическая модель движения макета и звука

Уравнения движения центра масс макета

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{V},$$

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{U} + \mathbf{F}_{\text{вн}},$$

Где  $\mathbf{X}$  – координаты,  $\mathbf{V}$  – скорость,  $\mathbf{F}_{\text{вн}}$  – внешние силы,  $\mathbf{U}$  – управляющие силы.

$R_i$  – расстояние от макета до  $i$  – го источника,

$t_{ij}$  – разница во времени прихода сигналов от двух источников,  $c$  – скорость звука.

Тогда

$$t_{ij} = t_i - t_j = \frac{R_i - R_j}{c}.$$

# Математическая модель обработки звука

Обозначим  $\nu_{\text{мик}}$  — частота дискретизации микрофона  
 $N$  — количество измерений в сэмпле. Тогда на  
получение одного сэмпла требуется  $T_{\delta} = N / \nu_{\text{мик}}$ .  
За это время звук проходит  $L_{\delta} = T_{\delta} \cdot c = \frac{N \cdot c}{\nu_{\text{мик}}}$ .

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ):

$$Y_k = \sum_n^{N-1} y_n e^{-\frac{2\pi i}{N} kn}, k = 0, \dots, N-1.$$

Разрешение по частоте:  $\nu_{\delta} = 1 / T_{\delta} = \nu_{\text{мик}} / N$ .

# Локальный метод определения координаты

$M$  источников звука. Для пары источников  $i, j$ :

$$R_i - R_j - c \cdot t_{ij} = 0, i = 1, \dots, M - 1, j = i, \dots, M.$$

$M > 3$ : минимизируется функционал

$$\Phi = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M (R_i - R_j - c \cdot t_{ij})^2.$$

Если функционал больше некоторого порогового значения, то необходимо убрать динамик, время регистрации которого вносит наибольший вклад.

# Фильтр Калмана

Модель движения  $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{V}$ ,

$$\mathbf{V} = \mathbf{U} + \mathbf{w}_k.$$

Модель измерений можно задать двумя способами: можно в качестве измерений использовать непосредственно измерения времени прихода сигнала, а можно — найденные через локальный метод координаты.

# Использование моментов прихода сигнала в качестве модели измерений

Модель измерений для ФК:

$$z_i = \frac{\sqrt{(X^1 - x_{i+1}^1)^2 + (X^2 - x_{i+1}^2)^2} - \sqrt{(X^1 - x_1^1)^2 + (X^2 - x_1^2)^2}}{c} + w_m^i,$$

где  $x_i^1, x_i^2$  – координаты  $i$ -го источника звука.

Линеаризация приводит к матрице

$$H_{i,j} = \frac{(r^j - x_i^j)}{c\sqrt{(X - x_{i+1})^2 + (Y - y_{i+1})^2}} - \frac{(r^j - x_1^j)}{c\sqrt{(X - x_1)^2 + (Y - y_1)^2}}.$$

# Модель эксперимента

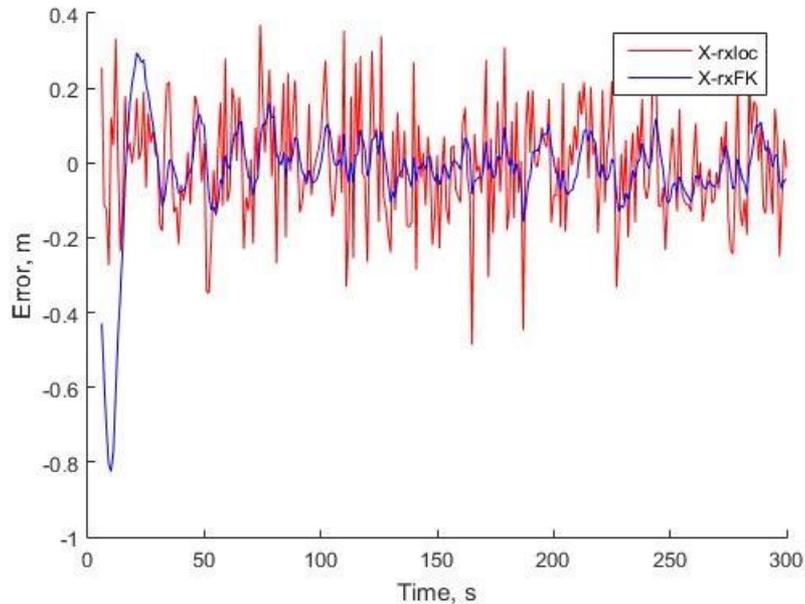
Уравнение движения макета  $\ddot{\mathbf{X}}_k = \mathbf{F}_k^{\text{упр}} + \mathbf{w}_k$ ,  
где на каждом шаге интегрирования

$$\mathbf{w}_{f \text{ mod}} \in N\left(0, \begin{pmatrix} \sigma_{f \text{ mod}}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{f \text{ mod}}^2 \end{pmatrix}\right).$$

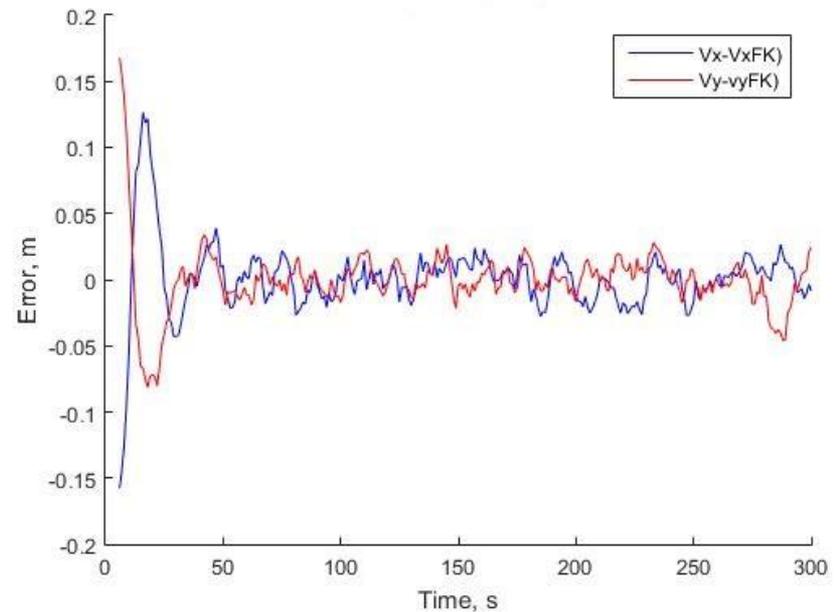
Моделирование измерений:  $t_k^i = R_k^i / c + w_{km \text{ mod}}^i$ ,  
где на каждом шаге  $w_{km \text{ mod}}^i \in N\left(0, (\sigma_{m \text{ mod}} / c)^2\right)$ .

Получение сигнала отраженного от стены моделируется добавлением с вероятностью 10% ко времени измерения времени, за которое звук проходит 3 метра.

# Результаты моделирования эксперимента



Сравнение результатов  
локального метода и  
фильтра Калмана



Ошибка скорости,  
полученной в фильтре  
Калмана

# Алгоритм обработки звука

- 1) Колебания воздушной среды улавливаются микрофоном, оцифровываются с частотой дискретизации 44.1 кГц и поступают на вход программы-обработчика.
- 2) Обработчик разбивает сигнал на сэмплы.
- 3) Каждый сэмпл подается на вход ДПФ, на выходе которого получается амплитуда сигналов разных гармоник.
- 4) Результат отдается алгоритму, который определяет наличие звука из динамиков и отбрасывает ложные срабатывания.
- 5) Вектор времени прихода сигналов разных частот отдается в алгоритм определения координат.

# Дискретность измерений

Время одного измерения амплитуды звука

составляет  $t_{\delta} = 1 / 44100 \approx 2,27 \cdot 10^{-5}$  с,

расстояние, которое за это время проходит звук:

$$l_{\delta} = t_{\delta} \cdot c = 2.27 \cdot 10^{-5} \cdot 343 \approx 0.78 \text{ см.}$$

Т.е. при длине сэмпла в  $N$  дискретность измерений

расстояния будет  $L_{\delta} = 0.78 \cdot N$  см

Разница между соседними гармониками ДПФ

$$\nu_{\delta} = 44.1 / N \text{ кГц}$$

При  $N = 30$ :  $L_{\delta} \approx 23.3$  см,  $\nu_{\delta} = 1.47$  кГц.

# Создание «внешней среды»

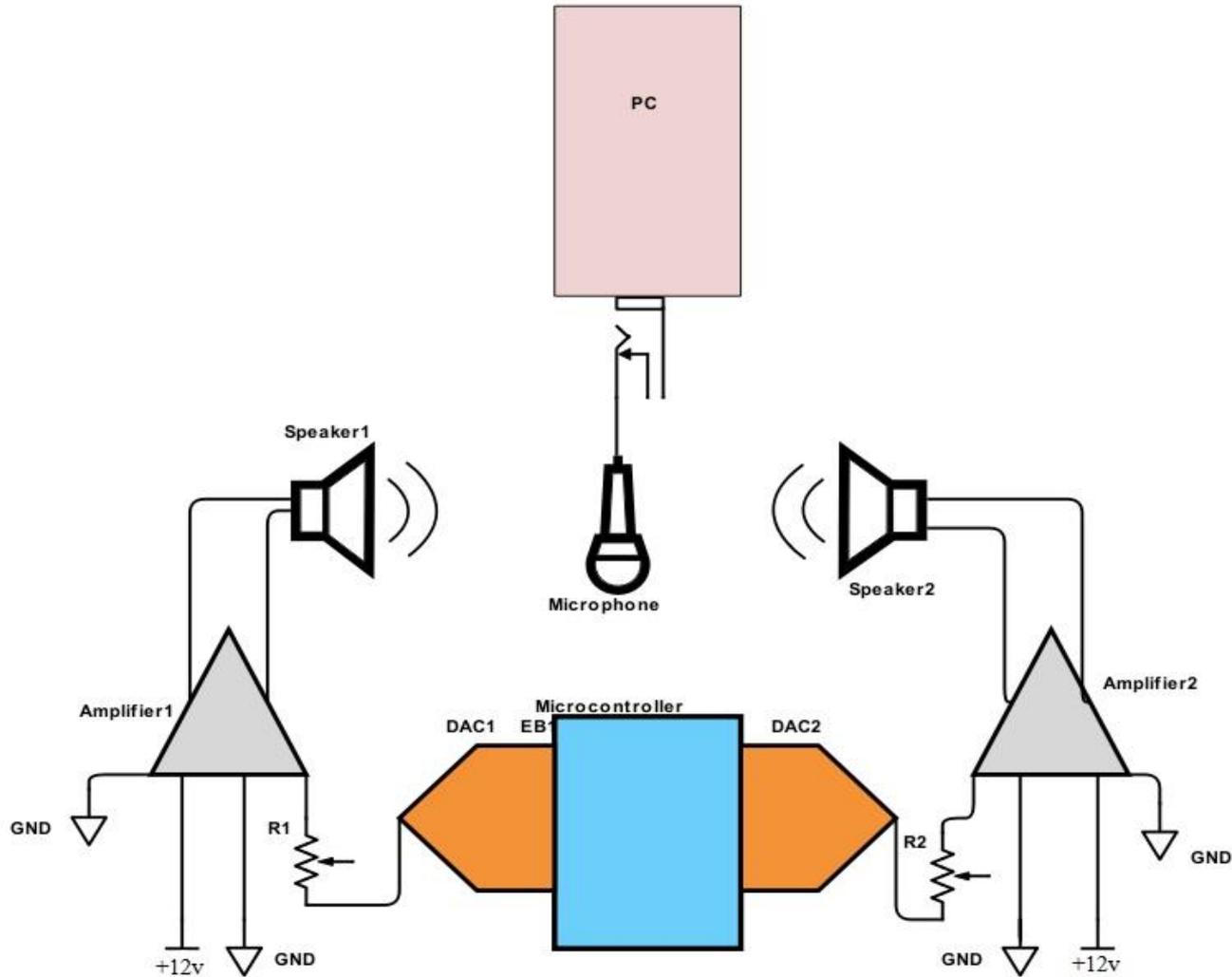
Для эксперимента с двумя источниками используются синусоидальные сигналы с частотами

$$\nu_{low} = 4.41 \text{ кГц} \text{ и } \nu_{high} = 10.288 \text{ кГц}.$$

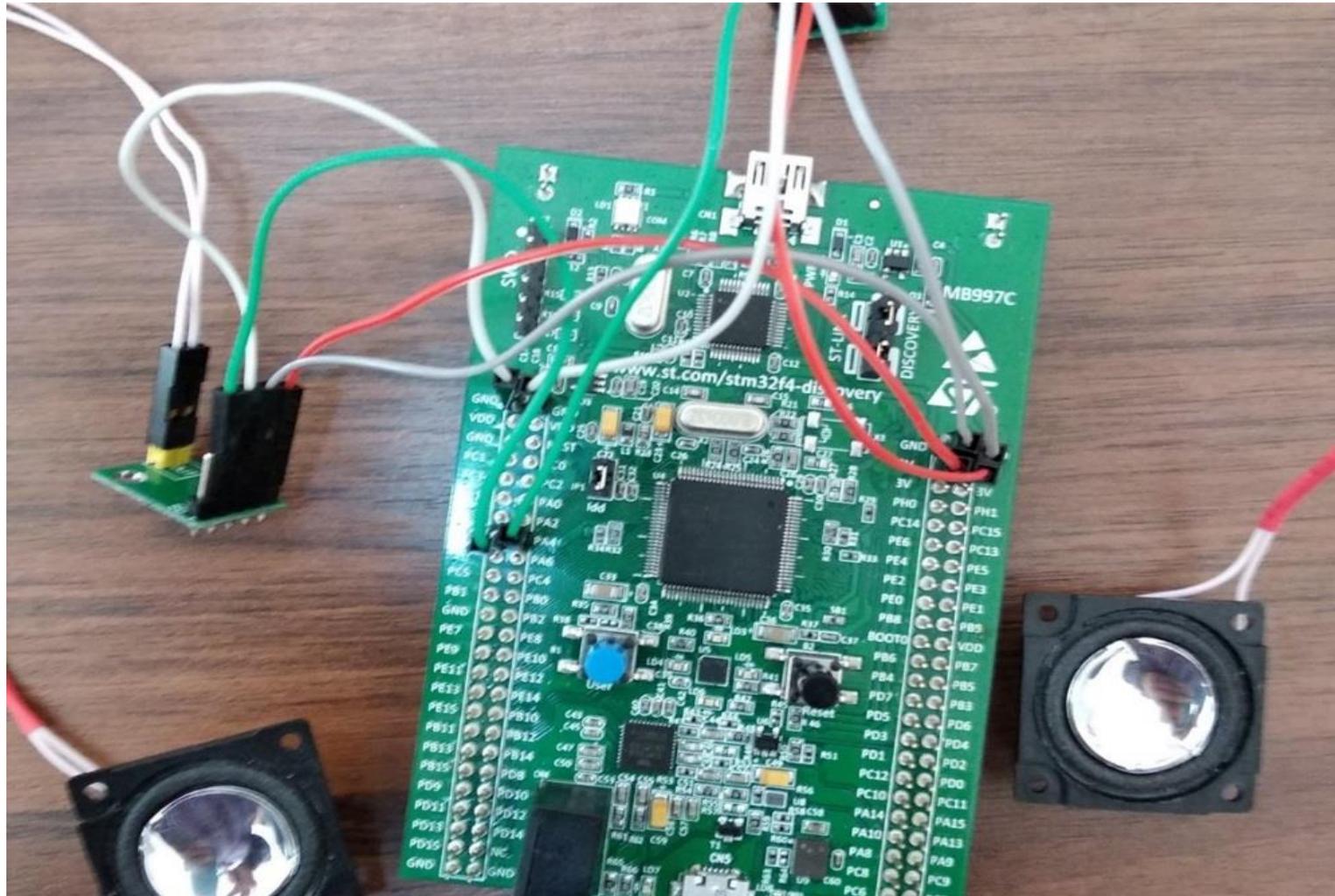
На выходах ЦАП платы STM32F4DISCOVERY генерируется сигнал: одновременные импульсы колебаний нужных частот продолжительностью 0.3 с и периодом в 1 с.

Сигнал через резисторы подается на усилители, а затем воспроизводится динамиками.

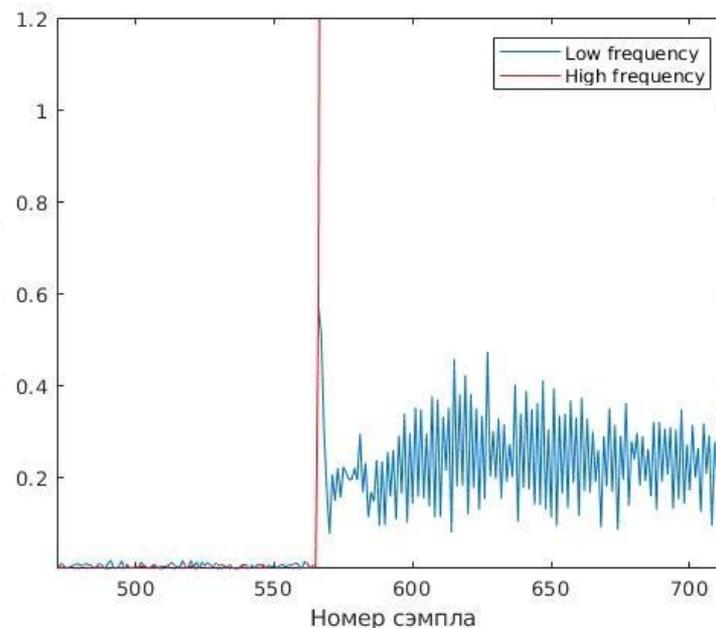
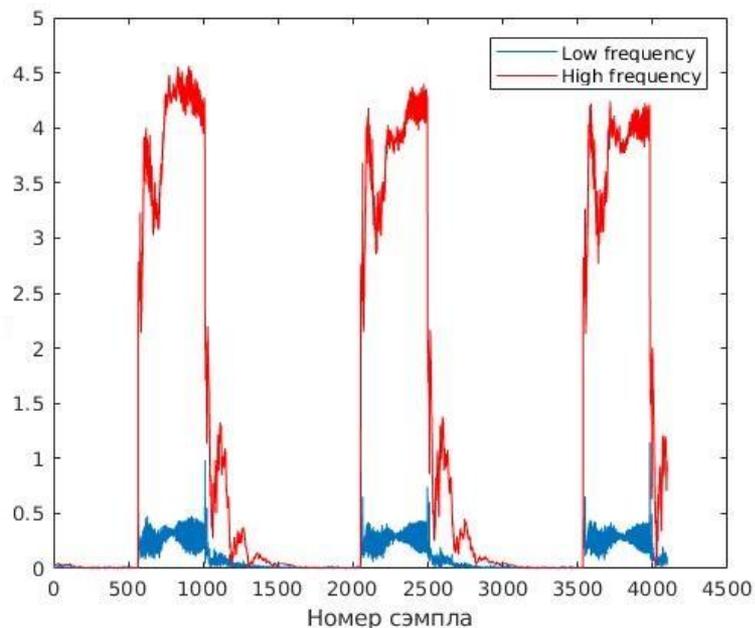
# Схема эксперимента



# «Внешняя среда»

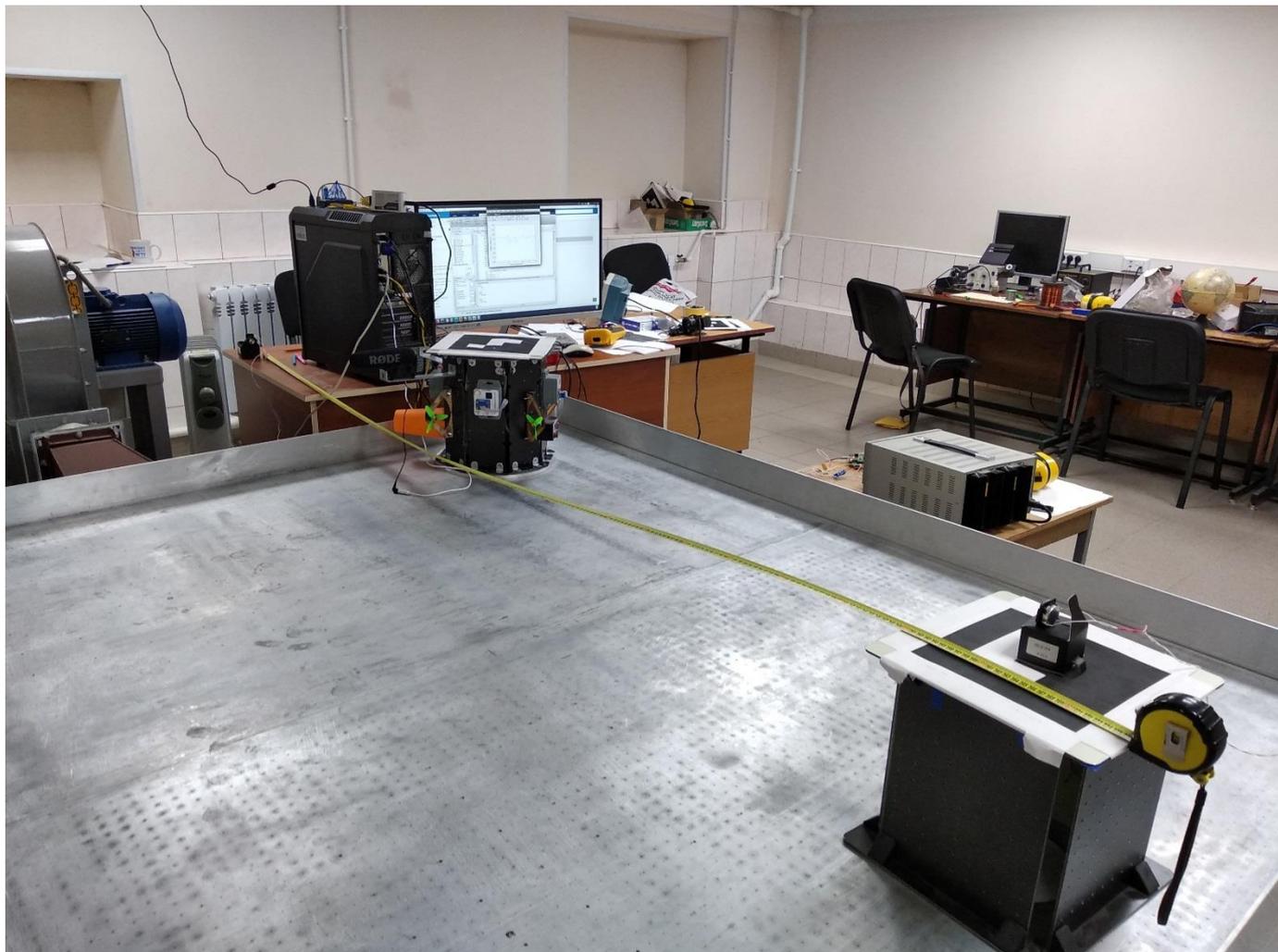


# Амплитуды гармоник

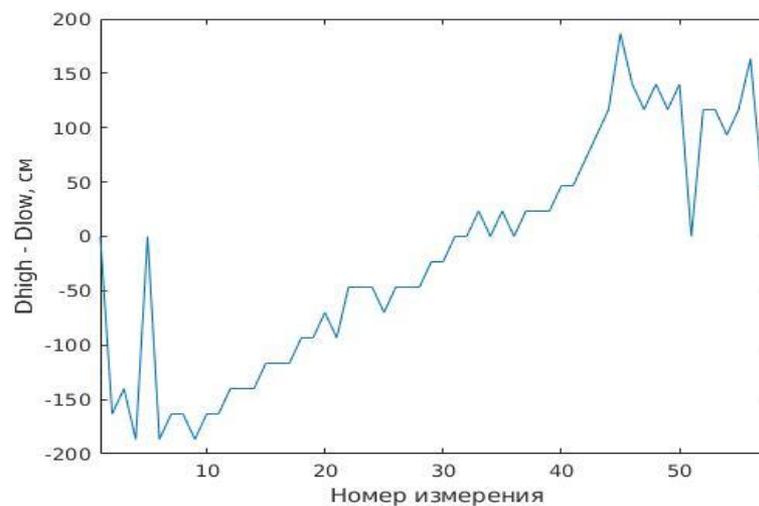
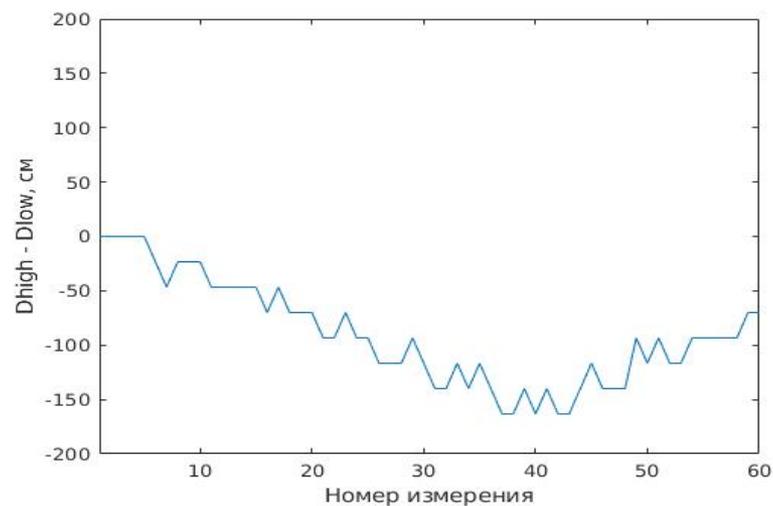
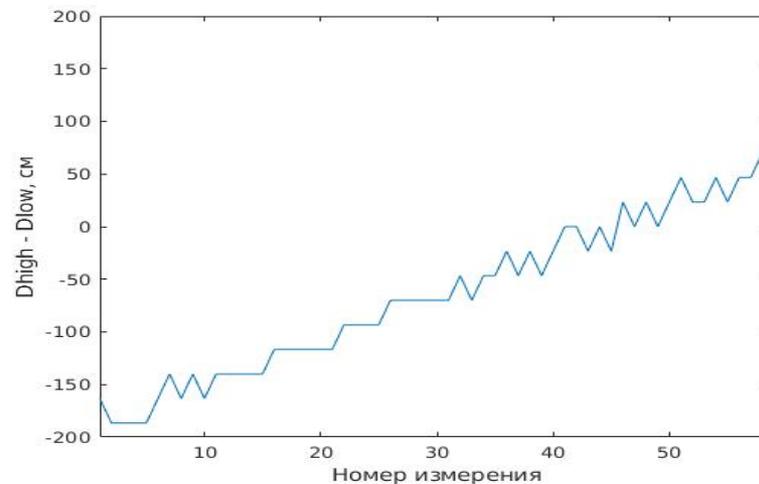
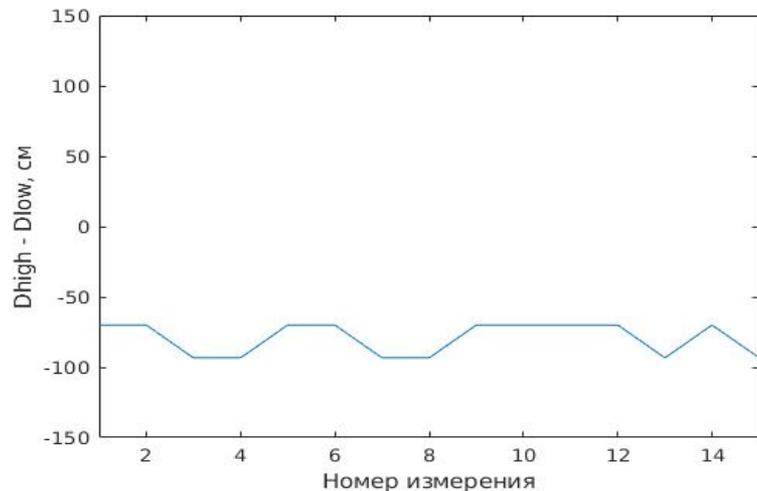


Амплитуды гармоник частот  $\nu_{low}$  и  $\nu_{high}$  при включенном динамике высокой частоты на расстоянии 120 см от микрофона.

# Эксперимент



# Определенные алгоритмом координаты при неподвижном и движущемся макете



# Заключение

- В работе представлен алгоритм определения положения макета с помощью звуковых импульсов, испускаемых динамиками и улавливаемых микрофоном на макете.
- Эксперимент подтвердил, что координаты этим алгоритмом определять можно с точностью, которая ограничена дискретностью измерений.
- При переходе в ультразвуковой диапазон и/или при использовании микрофона с большей частотой дискретизации точность можно улучшить.

Спасибо  
за внимание!