



Разработка нейронных сетей для управления орбитальным движением космических аппаратов с двигателем малой тяги

Сорокин Артемий, студент 6-го курса ФУПМ¹
Научный руководитель: к.ф.-м.н., М.Г. Ширококов²

¹Московский физико-технический институт

²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Содержание

- ▶ Цель работы
- ▶ Постановка задачи
- ▶ Нейронные сети
- ▶ Решение задачи
- ▶ Моделирование
- ▶ Заключение

Цель работы

- ▶ Разработать архитектуру нейронных сетей для управления движением космического аппарата в режиме реального полета
- ▶ Исследовать данную архитектуру на минимально возможный размер, отвечающий требованиям к точности и устойчивости к моделируемым возмущениям
- ▶ Проверить полученное решение на отказоустойчивость

Постановка задачи

- ▶ Рассматривается движение КА в околоземном пространстве в рамках двух моделей: простой (ньютоново поле притяжение Земли) и уточненной (сила сопротивления атмосферы, гармоника J_2 , силы гравитационного притяжения Луны и Солнца).
- ▶ Рассматривается задача оптимального перелета из точки x_1 в точку x_2 за фиксированное время T ; $x_1 = [r_1, v_1]$, $x_2 = [r_2, v_2]$. Под оптимальностью понимается минимизация функционала $\int_0^T u^2 dt \rightarrow \min$. Перелет между геопереходной орбитой и геостационарной орбитой.
- ▶ В рамках простой модели создается и обучается нейронная сеть, отвечающая за управление движением, а также сеть, прогнозирующая время полета КА.

Нейронные сети

- ▶ Сеть прямого распространения - взвешенный ориентированный граф в узлах которого находятся функции, называемые активационными

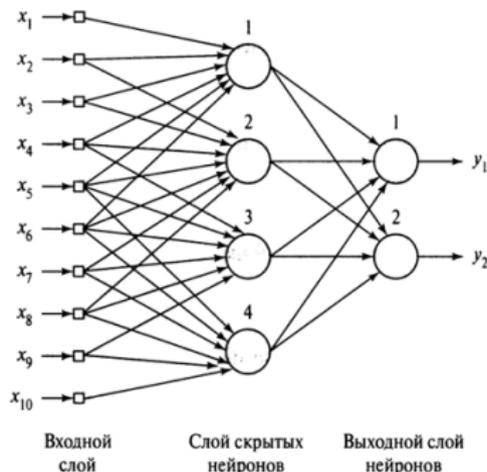


Рис. 1: Полносвязная нейронная сеть с одним скрытым слоем

План решения

- ▶ Ввести сопряженные переменные (принцип максимума Понтрягина)
- ▶ Инициализировать обучающие выборки
- ▶ Обучить нейронные сети для прогнозирования и управления движением в рамках простой модели
- ▶ Исследовать сети на минимальный размер, устойчивость к возмущениям и отказоустойчивость

Уравнения движения

- ▶ Введем в рассмотрение сопряженные переменные λ_r и λ_v и гамильтониан $H = -\frac{1}{2}u^2 + \lambda_r^T v + \lambda_v^T \left(-\frac{\mu r}{r^3} + u\right)$.
- ▶ Максимизируя H относительно переменной u , получаем функцию управления $u^* = \lambda_v$
- ▶ Расширенные уравнения движения

$$\begin{cases} \dot{r} = v, \\ \dot{v} = -\frac{\mu r}{r^3} + \lambda_v, \\ \dot{\lambda}_r = \frac{\mu \lambda_v}{r^3} - \frac{3\mu r^T \lambda_v}{r^5} r, \\ \dot{\lambda}_v = -\lambda_r. \end{cases}$$

Оптимальное управление

- ▶ Фиксируем конкретные \mathbf{r}_1 , \mathbf{v}_1 , \mathbf{r}_2 , \mathbf{v}_2 , T и N_{rev}
- ▶ Необходимые условия принципа максимума Понтрягина:
 $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_1$, $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_1$ и $\mathbf{r}(T) = \mathbf{r}_2$, $\mathbf{v}(T) = \mathbf{v}_2$
- ▶ Находим начальные условия $\lambda_{\mathbf{r}}(0)$, $\lambda_{\mathbf{v}}(0)$ с помощью метода продолжения по параметру
- ▶ Сводим краевую задачу к задаче Коши с начальным условием $\mathbf{s}_0 = [\mathbf{r}(0), \mathbf{v}(0), \lambda_{\mathbf{r}}(0), \lambda_{\mathbf{v}}(0)]$
- ▶ Функция управления $\mathbf{u}^*(t) = \lambda_{\mathbf{v}}(t)$ определяется из решения расширенных уравнений

Инициализация выборок

- ▶ Вариация фазового вектора: $\mathbf{x}'_0 = [\mathbf{r}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}_1; \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\varepsilon}_2]$
- ▶ Перерасчет сопряженных переменных λ'_0 для \mathbf{x}'_0 и \mathbf{x}_1
- ▶ $S_d = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{x}_{nom}^i - \mathbf{x}_{var}^i\|$, где N - количество шагов интегрирования
- ▶ $S_m = |(m_{nom} - m_{var})/m_{nom}|$, где m_{nom} и m_{var} - массы КА в конечной точке для номинальной и проварьированной траекторий
- ▶ $\|\boldsymbol{\varepsilon}_1\| \sim 2\|\boldsymbol{\varepsilon}_2\|$, а значение нормы определяется из ограничения $S_m < 1\%$

Выборка для управляющей сети

- ▶ Аппроксимируемое отображение $\mathbf{u}_{ctrl} : (\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i) \rightarrow \lambda_{\mathbf{v}_i}$ вблизи номинальной траектории
- ▶ Обучающая выборка $X_{train} : \{[\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i]\}_{i=1}^N$, $Y_{train} : \{\lambda_{\mathbf{v}_i}\}_{i=1}^N$

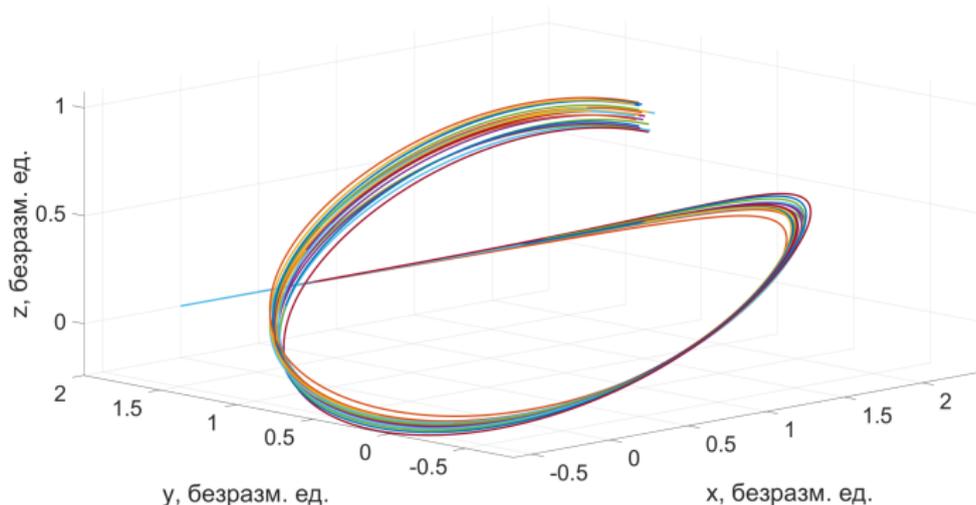


Рис. 2: Пример трубки траекторий.

Выборка для прогнозирующей сети

- ▶ Подлетая к конечной точке необходимо уточнять оставшееся время полета
- ▶ Выбираем точку на траектории в качестве начального условия \mathbf{z}_0 задачи Коши, только с нефиксированным временным концом
- ▶ При интегрировании уравнений с \mathbf{z}_0 будем смотреть невязку $\|\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}_1\|$ и фиксировать T_{left} при котором невязка будет минимальна
- ▶ Аппроксимируемое отображение $(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}_i}) \rightarrow T_{left}$ вблизи номинальной траектории
- ▶ Обучающая выборка $X_{train} : \{[\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, \boldsymbol{\lambda}_{\mathbf{v}_i}]\}_{i=1}^N, Y_{train} : \{T_i\}_{i=1}^N$

Нормализация данных

- ▶ Строка выборки является обучающим примером, а столбец – признаком, например, эволюцией одной из компонент радиус-вектора
- ▶ Формула нормализации: $x_{norm} = \frac{x-\mu}{\sigma}$, где x – элемент столбца, μ – среднее по столбцу, σ – стандартное отклонение по столбцу
- ▶ Обратное преобразование: $x = \sigma x_{norm} + \mu$

Выбор нейронной сети

- ▶ Полносвязная нейронная сеть прямого распространения
- ▶ Количество слоев и нейронов необходимо уточнить при моделировании
- ▶ Пусть L – количество скрытых слоев, а M – число нейронов в слое. Пусть также размерность входного вектора – 6, а выходного – 3, тогда в сети будет $6 * M + (L - 1) * M^2 + M * 3$ весов
- ▶ Активационная функция - гиперболический тангенс

Функционал ошибки и оптимизация

- ▶ Функционал ошибки - среднеквадратическое отклонение

$$E_{MSE} = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (y_n - y'_n)^2$$

- ▶ y_n – истинное значение, y'_n – предсказанное значение, N – количество примеров в обучающей выборке
- ▶ Стохастический градиентный спуск:

$$\omega_{i+1} = \omega_i - \alpha \frac{\partial (y_n - y'_n)^2}{\partial \omega_i},$$

где n – индекс случайно выбранного элемента выборки

Моделирование

- ▶ Исследование минимального размера управляющей сети
- ▶ Проверка устойчивости модели к моделируемым возмущениям
- ▶ Проверка модели на отказоустойчивость

Один скрытый слой

- ▶ Точность попадания КА в цель от числа нейронов для ИНС с одним скрытым слоем

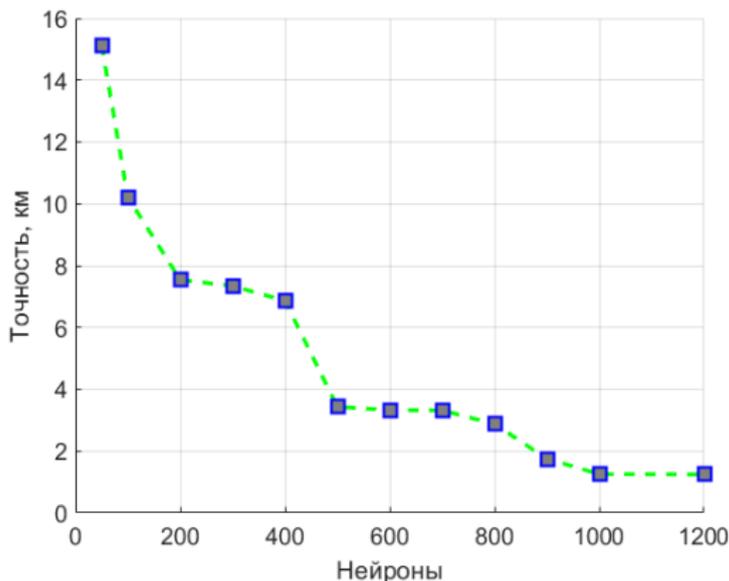


Рис. 3: Точность для моделируемых возмущений

Два скрытых слоя

- ▶ Точность попадания КА в цель от числа нейронов для ИНС с двумя скрытыми слоями

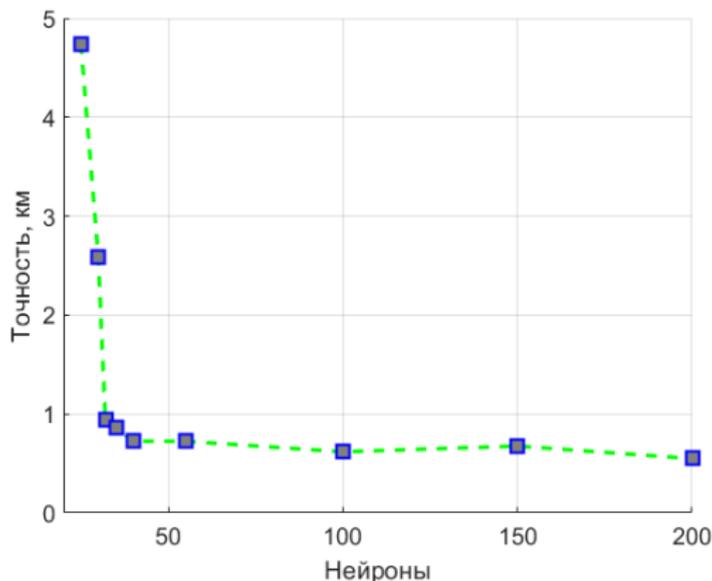


Рис. 4: Точность для моделируемых возмущений

Три скрытых слоя

- ▶ Точность попадания КА в цель от числа нейронов для ИНС с тремя скрытыми слоями

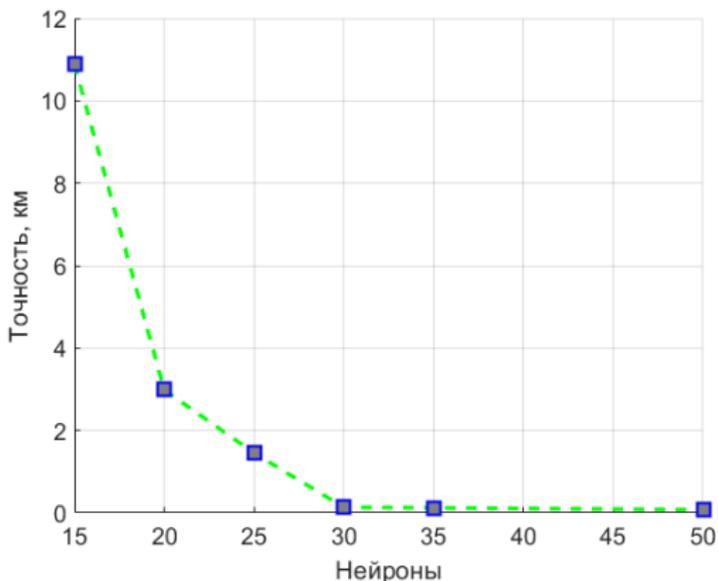


Рис. 5: Точность для моделируемых возмущений

Проверка модели на отказоустойчивость

- ▶ Проверка отказоустойчивости для двух минимальных моделей с двумя и тремя скрытыми слоями

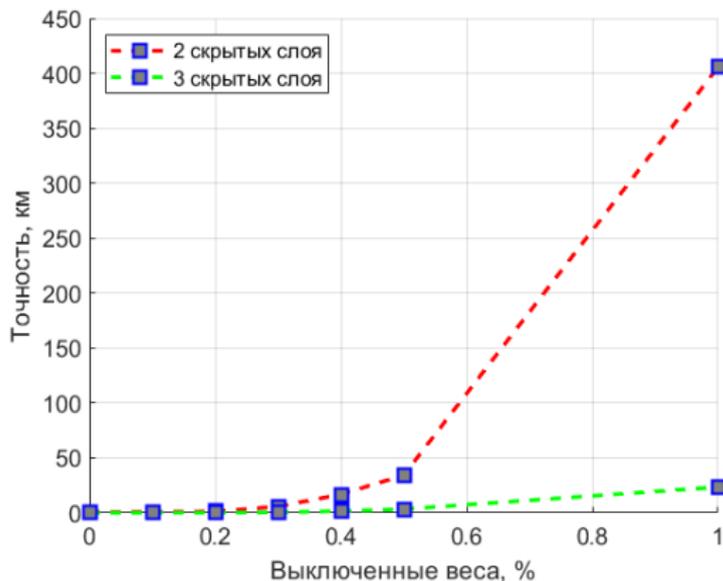


Рис. 6: Точность для моделируемых возмущений

Заключение

- ▶ Наличие нескольких скрытых слоев дает лучший результат аппроксимации искомого отображения, нежели единственный слой
- ▶ Найдена минимальная управляющая сеть с двумя слоями по 32 нейрона каждый (1312 весов), при которой невязка удовлетворяет заданным требованиям точности
- ▶ Свойство отказоустойчивости можно наблюдать в сетях с большим количеством слоев. При тестировании минимальной управляющей сети с тремя слоями (2070 весов) был выявлен максимальный процент зашумленных весов равный 0.4%, при котором требования на невязку были соблюдены

Публикации

- ▶ Sorokin, A. V., Shirobokov, M. G., Trofimov, S. P. "Artificial neural networks for control and propagation of low-thrust trajectories," AIP Conference Proceedings, Vol. 2171, pp. 200010-1-200010-7, 2019
- ▶ А. В. Сорокин, М. Г. Ширококов, "Разработка нейронных сетей для управления орбитальным движением космического аппарата с двигателем малой тяги", Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2018, 269, 25 с.
- ▶ А. В. Сорокин, М. Г. Ширококов, "Коррекция и прогнозирование орбитального движения космических аппаратов с помощью искусственных нейронных сетей", Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2018, 198, 28 с.