

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)
ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛЕНИЯ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ,
ИПМ имени Келдыша РАН,
Кафедра математического моделирования и прикладной математики»

УДК 519.872.6

ТЕРЁХИН МАКСИМ ИЛЬИЧ

Автоматическое управление БПЛА

Магистерская диссертация

Научный руководитель:

К.ф.-м.н., доцент Ткачев Степан Сергеевич

МОСКВА – 2018

Содержание

	Стр.
Глава 1. Введение	3
1.1. Цель работы и поставленные задачи	4
1.2. Классификация выбранной модели	5
1.3. Основные подходы к моделированию движения БПЛА	6
Глава 2. Постановка задачи	8
2.1. Теория	9
2.1.1. Параметризация	9
2.1.2. Кинематика и Уравнения движения	10
2.2. Учёт различных сил и моментов	13
2.3. Итоговая система уравнений	15
Глава 3. Управление	16
3.1. Парение в заданной точке и учёт возмущений	17
3.2. Стационарный полет и обхождение препятствий	22
3.3. Вариационная задача для нахождения траектории	23
Глава 4. Численное моделирование	24
4.1. Методика моделирования	24
4.2. Сценарии	27
4.3. Выводы	30
Глава 5. Заключение	31
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	32

Глава 1

Введение

Научно-технический прогресс за последний век коснулся многих аспектов жизнедеятельности и достаточно сильно изменил образ жизни человечества. Изменившиеся запросы общества привели к необходимости создания технологии, отвечающей новым запросам и требованиям. Развитие транспорта, в том числе и самолётного — одна из важных составляющих жизни современного человека. Изначально созданный для транспортировки людей и вещей, он превратился в многофункциональный инструмент. Наличие электричества, самолётов, летательной техники и беспроводной связи позволило сформироваться неведомой ранее идее беспилотного летательного аппарата (БПЛА).

Со времени появления идеи к работе над БПЛА привлекалось множество специалистов и учёных мирового уровня. Сложность работы состояла в том, что разработка и модернизация БПЛА требовала не только новых методов подхода, но и знания из других, смежных научно-технических и технологических сфер. При этом задача облегчалась тем, что тесно связанное с развитием БПЛА развитие радио-, телефонной и спутниковой связи осуществлялось лучшими военными и гражданскими аналитиками. Но только после того, как был накоплен определённый научно-технический и военно-теоретический базис, к реализации которого привлекались достижения в смежных областях (например, космическая область, информационные технологии и материаловедение), стало возможным говорить о начале нового витка развития летательных аппаратов.

1.1. Цель работы и поставленные задачи

Целью магистерской диссертации является выработка метода управления определёнными типами БПЛА при движении по пересечённой местности, в том числе с учётом атмосферных условий и стационарных препятствий.

Для достижения поставленной цели дипломной работы, на основании результатов анализа литературы по данной тематике, необходимо решить следующие задачи:

- Построение математической модели управления БПЛА в окружающей среде. Построение алгоритмов движения и методов управления БПЛА в зависимости от получаемой им информации;
- Исследование возможности применения методов математического моделирования для проведения испытаний алгоритмов различных режимов движения БПЛА;
- Разработка алгоритмов имитационного моделирования и проведение численных расчётов движения БПЛА, анализ полученных результатов, проверка адекватности результатов на реальных данных и путем сравнения с результатами других исследователей.

1.2. Классификация выбранной модели

Анализ истории развития БПЛА [9], [10], [14], [17], [19] показывает, что со временем расширяется область их использования, а также расширяется спектр различных типов БПЛА в соответствии с решаемыми задачами. Для решения актуальных задач (поиск и нахождение людей в аварийных ситуациях, работа в пересечённой местности, задач оборонно-разведывательного уклона и других) наиболее приемлемым типом БПЛА является квадрокоптер, который имеет устоявшиеся технические параметры не нуждающиеся в доработке. Однако, сами методы контроля и самоуправления аппарата пока малоизучены и требуют доработки, поэтому решаемая в данной работе задача является актуальной. Квадрокоптер, в рамках существующих классификаций, может быть описан следующим образом:

По Ростопчину:

- По функциональному назначению : Наблюдательная БАС.
- По способу старта: БАС с БПЛА безаэродромного старта.
- По глубине действия: Тактическая БАС
- По кратности применения: БАС с многократным БПЛА.
- По продолжительности полёта: БАС с БПЛА малой продолжительности полёта.
- По способу посадки: БАС с точечной посадкой БПЛА

По UAV:

- Категория: Тактический аппарат ближнего действия
- Подкатегория: нано, микро, мини, сверхлегкие.
- По массе: до 50 кг
- По дальности полёта: до 30 км
- По времени полёта: до 2 часов

1.3. Основные подходы к моделированию движения БПЛА

Начиная с появления ЭВМ, методы математического моделирования позволили просчитывать движение БПЛА виртуально, то есть, стало возможным вначале проводить испытания «виртуально», без использования реальных объектов, что сделало исследования гораздо менее дорогостоящими.

Алгоритмы движения каждого типа БПЛА естественным образом должно рассматриваться индивидуально.

В работе Харченко и Кузьменко от 2012 года [18] рассматривались алгоритмы выбора траектории движения БПЛА в пространстве с препятствиями, в том числе сложной формы. В каждый момент времени БПЛА может поменять направление или скорость, таким образом возможные траектории могут быть представлены в виде некоего графа-«дерева». Данная методика не может быть легко обобщена на случай трёхмерного пространства.

Keemink с соавторами в статье от 2012 года [7] рассматривают более технические вопросы, связанные с движением БПЛА, осуществляющим взаимодействие с окружающей средой с помощью манипуляторов. Аспекты теоретической механики, использованные в данной статье, могут быть обобщены на движение quadro- и мульти-коптеров, как изменяющие месторасположения центра масс устройства.

Ye с соавторами [6] используют упрощённую систему нелинейных уравнений для моделирования динамики движения крылатого БПЛА методом линеаризации и механизмов адаптивного управления. Данная работа использует аэродинамическую теорию при решении задач со строгими условиями.

С точки зрения управления, БПЛА типа «квадрокоптер» содержит два основных управляющих контура [4]. Первый основной и базовый управляющий контур отвечает за движение и стабилизацию запрашиваемого в данный момент движения БПЛА. Второй контур представляет из себя контур управления полётом и вычисляет желаемую траекторию полёта (в том числе,

облёта препятствий и т.д.) и передаёт информацию первому контуру.

Voos [5] рассматривает систему управления микро-квадрокоптерами, учитывающую нелинейную природу движения устройством. Автором было предложена «гнездовая» (nested) структура управления, представляющая из себя декомпозицию обоих основных управляющих контуров. В данной структуре внутренний контур управления ориентацией должен быть намного быстрее, чем внешний контур, и именно он стабилизирует требуемые углы, которые управляются внешним контуром.

Naaser с соавторами [3] рассматривали механизмы контроля положения квадрокоптера с целью использовать его для распознавания образов.

Финаев с соавторами [2] рассматривали алгоритмы движения квадрокоптера в пространстве с препятствиями. Двухмерная модель движения квадрокоптера с использованием диаграммы Вороного показала хорошие значения с точки зрения скорости и безопасности движения. Диаграмма Вороного используется для решения задачи планирования траектории в пространстве с заданной неопределённостью.

Aguilar с соавторами [1] рассматривали методы управления квадрокоптером AR.Drone 1.0. Рассмотрены система моделирования, управления, планирования и симуляции результатов. Модель разбита на 2 основных части — линейность для стационарного состояния и нелинейность для динамического перехода.

Приведенные работы заложили достаточный теоретический фундамент для продолжения исследования динамики и управления БПЛА. В связи с этим остается актуальна поставленная цель исследования - разработка приемлемого математического аппарата для моделирования реальных ситуаций с точки зрения их использования для разработки прикладных математических моделей.

Глава 2

Постановка задачи

Подход, который используется в этой работе для динамического моделирования, состоял в написании физических уравнений, получении параметров модели и выделения динамики исполнительного устройства, существенной в случае квадрокоптера. Этот подход упрощает построение модели неустойчивых систем, поскольку нет необходимости выполнять идентификацию по замкнутому циклу во время полета. При моделировании мы использовали Формализм Эйлера-Лагранжа в параметризации углов Крылова. При создании модели были приняты следующие предположения:

1. Конструкция считается абсолютно жесткой
2. Конструкция симметрична
3. Центр масс тела и центр системы связанной с телом совпадают
4. Пропеллеры являются абсолютно жесткими
5. Тяга пропеллеров пропорциональна квадрату их угловой скорости

Последнее предположение следует из того факта, что как масса прошедшего через пропеллер воздуха, так и приданный этому воздуху импульс пропорциональны его угловой скорости. В реальности этот закон может иметь поправки, которые могут быть учтены в дальнейшем.

Несмотря на принятые допущения, квадрокоптер остается сложной системой, сочетающий большое число физических эффектов из аэродинамики и механики. Модель квадрокоптера должна учитывать все важные эффекты, включая гироскопические.

2.1. Теория

В этом разделе мы построим модель квадрокоптера используя уравнения Эйлера для твердого тела. В первую очередь будет описан выбор задания конфигурации квадрокоптера, затем будет выведена необходимая кинематика, соответствующая данной параметризации. Далее будут определены динамические уравнения, на основе которых будет построена система контроля квадрокоптера.

2.1.1. Параметризация

Положение квадрокоптера в данный момент времени задается координатами какой-то фиксированной точки на нем и его поворотом относительно этой точки. Для удобства мы выбираем фиксированную точку в центре масс квадрокоптера. Такой выбор позволяет избавиться от учёта силы тяжести в уравнениях связанных с вращением.

Для задания поворота рассмотрим фиксированную относительно Земли систему отсчета E и фиксированную относительно тела систему B . Ориентация аппарата задается поворотом R от B к E , где $R \in SO(3)$ — это матрица поворота, которая характеризуется 3-мя параметрами. Существует неопределенность в выборе этих параметров, и каждый выбор параметризации имеет свои преимущества и недостатки. Удобной для нас является параметризация углами Крылова, также называемыми самолетными углами.

Пусть система координат X по-прежнему является системой отсчета, относительно которой рассматривается угловое положение твердого тела, а с летательным аппаратом жестко связана система координат Y . Считается, что ось OX_1 направлена горизонтально на географический север, ось OX_2 направляется по вертикали вверх, а ось OX_3 дополняет систему координат X до правой. Ось OY_1 направлена вдоль продольной оси летательного аппарата, ось OY_2 вдоль поперечной, а OY_3 вдоль поперечной. Тогда углами

Крылова называется тройка углов ψ , θ , ϕ , определяемых следующим образом:

Будем считать, что система координат Y должна быть получена из X тремя поворотами. Первый поворот производится вокруг оси OX_2 на угол ψ (отсчитывается по ходу часовой стрелки), в результате получается некоторая система координат Y . Второй поворот производится вокруг оси OY_3 на угол θ (отсчитывается против часовой стрелки), в результате получается система координат Y . Наконец, последний поворот производится вокруг оси OY_1 на угол ϕ (также против часовой стрелки), в результате получается система координат Y .

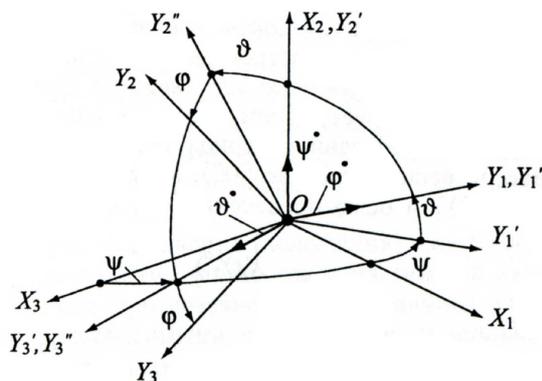


Рис. 2.1. Углы Крылова.

Угол ψ называется углом курса, угол θ — углом тангажа, ϕ — углом крена.

2.1.2. Кинематика и Уравнения движения

Для каждой точки системы отсчета, связанной с квадрокоптером, мы можем записать

$$r = \begin{pmatrix} r_X \\ r_Y \\ r_Z \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

где матрица A , характеризующая выбранные нами углы Крылова, имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \gamma + \cos \gamma \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\cos \beta \sin \alpha \\ \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \cos \gamma \sin \beta & \cos \gamma \sin \alpha + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

При такой параметризации кинематические уравнения, связывающие производные углов ориентации и проекции угловой скорости на собственные оси квадрокоптера, имеют вид

$$\omega_1 = \dot{\alpha} \cos \beta \cos \gamma + \dot{\beta} \sin \gamma; \quad (2.3)$$

$$\omega_2 = \dot{\beta} \cos \gamma - \dot{\alpha} \sin \gamma \cos \beta; \quad (2.4)$$

$$\omega_3 = \dot{\gamma} + \dot{\alpha} \sin \beta. \quad (2.5)$$

Для выбранной нами параметризации угловой момент в системе квадрокоптера запишется как

$$K = \begin{pmatrix} J_1 \omega_1 \\ J_2 \omega_2 \\ J_3 \omega_3 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

,

где J_1, J_2, J_3 — моменты инерции квадрокоптера относительно осей системы, связанной с ним.

Запишем уравнения движения, верные для вращающейся системы отсчета:

$$\begin{aligned} \dot{K} + \omega \times K &= M, \\ m\ddot{x} &= F \end{aligned} \quad (2.7)$$

Первое уравнение, будучи записанным в компонентах, принимает вид

$$\begin{pmatrix} J_1\dot{\omega}_1 \\ J_2\dot{\omega}_2 \\ J_3\dot{\omega}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_2\omega_3(J_3 - J_2) \\ \omega_1\omega_3(J_1 - J_3) \\ \omega_1\omega_2(J_2 - J_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

где $M = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)^T$ — это момент силы, действующий на квадрокоптер, записанный в системе отсчета, связанной с ним, а F — это полная сила, действующая на него.

Явно подставляя выражения для угловых скоростей в уравнения движения, получим

$$\begin{aligned} & (J_2 - J_3) \cos \beta \sin \beta \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \\ & + \dot{\alpha} (-(J_1 + J_2 + J_3) \cos \gamma \sin \beta \dot{\beta} - (J_1 - J_2 + J_3) \cos \beta \sin \gamma \dot{\gamma}) + \\ & + \cos \gamma ((J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} + J_1 \cos \beta \ddot{\alpha}) + J_1 \sin \gamma \ddot{\gamma} = \tau_x \\ & (-J_1 + J_3) \cos^2 \beta \cos \gamma \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \cos \beta (J_2 + (J_1 - J_3) \cos 2\gamma) \dot{\alpha} \dot{\beta} + \\ & + (J_1 - J_3) \cos \gamma \sin \gamma \dot{\beta}^2 + J_2 (\sin \beta \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma}) = \tau_y \\ & (-J_1 + J_2) \cos \beta \cos \gamma \sin \beta \dot{\alpha}^2 + (-J_1 + J_2 + J_3) \sin \beta \sin \gamma \dot{\beta} \dot{\alpha} + \\ & + \sin \gamma (-(J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} - J_3 \cos \beta \ddot{\alpha}) + J_3 \cos \gamma \ddot{\beta} = \tau_z. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Эти уравнения позволяют выразить значения вторых производных углов в терминах первых производных углов и их мгновенных значений.

В некоторых ситуациях может быть полезно использовать линеаризованную версию этой системы (в окрестности нулевых углов):

$$(J_1 - J_2 + J_3)\dot{\beta}\dot{\gamma} + J_1\ddot{\alpha} = \tau_x$$

$$J_2\ddot{\gamma} = \tau_y$$

$$J_3 \cos \gamma \ddot{\beta} = \tau_z.$$

2.2. Учёт различных сил и моментов

Главный вклад в правую часть Ур. (2.7) дает работа пропеллеров и сила тяжести. Сила тяжести направлена против третьей оси в лабораторной системе координат и дает вклад только в полную силу, но в не момент из-за нашего выбора фиксированной точки в центре масс квадрокоптера.

$$\vec{F}_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Вклад от вращения пропеллеров складывается из индивидуальных вкладов 4-х пропеллеров. Вклад каждого пропеллера в общую силу, действующую на тело, направлен по третьей оси связанной с квадрокоптером. Будучи записанной в лабораторной системе отсчета, эта сила приобретает вид

$$\vec{F}_p = \begin{pmatrix} \sin \beta \\ -\cos \beta \sin \alpha \\ \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} U_1, \quad (2.11)$$

где $U_1 = d(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2)$.

Поскольку уравнения для вращения записываются в системе связанной с телом, нам не нужно переходить между системами и момент из Ур. (2.7) имеет вид

$$\vec{M}_p = \begin{pmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

где $U_2 = b(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2)$, $U_3 = b(\Omega_1^2 - \Omega_3^2)$, $U_4 = b(-\Omega_2^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2)$.

2.3. Итоговая система уравнений

Собирая вместе все написанное выше, получаем полную систему описывающую движение квадрокоптера:

$$\begin{aligned}
 & (J_2 - J_3) \cos \beta \sin \beta \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \\
 & + \dot{\alpha} (-(J_1 + J_2 + J_3) \cos \gamma \sin \beta \dot{\beta} - (J_1 - J_2 + J_3) \cos \beta \sin \gamma \dot{\gamma}) + \\
 & + \cos \gamma ((J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} + J_1 \cos \beta \ddot{\alpha}) + J_1 \sin \gamma \ddot{\gamma} = U_2 \\
 & (-J_1 + J_3) \cos^2 \beta \cos \gamma \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \cos \beta (J_2 + (J_1 - J_3) \cos 2\gamma) \dot{\alpha} \dot{\beta} + \\
 & + (J_1 - J_3) \cos \gamma \sin \gamma \dot{\beta}^2 + J_2 (\sin \beta \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma}) = U_3
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\begin{aligned}
 & (-J_1 + J_2) \cos \beta \cos \gamma \sin \beta \dot{\alpha}^2 + \dot{\alpha} (-J_1 + J_2 + J_3) \sin \beta \sin \gamma \dot{\beta} + \\
 & + \sin \gamma (-(J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} - J_3 \cos \beta \ddot{\alpha}) + J_3 \cos \gamma \ddot{\beta} = U_4.
 \end{aligned}$$

$$m\ddot{x} = \sin \beta U_1 \tag{2.14}$$

$$m\ddot{y} = -\cos \beta \sin \alpha U_1 \tag{2.15}$$

$$m\ddot{z} = -mg + \cos \alpha \cos \beta U_1, \tag{2.16}$$

Глава 3

Управление

Идея управления заключается в том, чтобы, изменяя скорости пропеллеров квадрокоптера, заставить его двигаться по заданной нами траектории. Для достижения этой цели мы сначала научимся заставлять квадрокоптер парить в заданной точке (стабилизация). Затем мы научимся заставлять квадрокоптер достигать заданной точки, двигаясь к ней с постоянной скоростью и минимальными отклонениями. Также мы научимся заставлять квадрокоптер обходить препятствия.

Существуют множество различных методов обхождения препятствий. У каждого из них есть свои преимущества и недостатки в зависимости от той задачи, в которой они применяются. После тщательного анализа различных методов обхода препятствий мы остановились на методе векторного поля. Этот метод совмещает в себе математическую элегантность, практичность, а также пластичность, которая позволяет естественным образом учитывать при его помощи широкий класс эффектов.

Суть метода векторного поля заключается в построении векторного поля, которое в каждой точке пространства будет указывать направление, в котором должно двигаться транспортное средство для успешного обхождения препятствий. Вышеупомянутое векторное поле строится на основании известного ландшафта с препятствиями. А именно, каждому препятствию сопоставляется определенная отталкивающая сила, а общая сила является суперпозицией этих сил. Конкретная форма этих сил варьируется для каждой задачи, чем и обеспечивается гибкость этого метода. Для достижения транспортным средством определенной точки или следования по определенному маршруту вводятся притягивающие силы, которые также будут складываться с отталкивающими силами препятствий.

3.1. Парение в заданной точке и учёт возмущений

Мы хотим, чтобы квадрокоптер парил в точке x_d, y_d, z_d . Мы приоритезируем положение квадрокоптера по z над другими координатами и поэтому в первую добиваемся контроля по нему.

Мы используем синергетический подход к управлению квадрокоптером.

В синергетической теории управления (СТУ) основным методом синтеза законов управления является метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР). Согласно данному методу критерии управления системы должны представляться в виде системы инвариантных соотношений. Данные соотношения выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются.

В качестве инвариантных соотношений для рассматриваемого объекта управления выберем перемещение его центра тяжести из начальной точки в конечную с координатами x_0, y_0, z_0 , а также удержание угла ориентации γ в заданном направлении γ_0 . Таким образом, подмножество целей будет иметь вид

$$\Sigma_1 = \{x = x_0, y = y_0, z = z_0, \gamma = \gamma_0\} \quad (3.1)$$

Мы расширяем нашу систему уравнений за счет переменных интегральной адаптации

$$\begin{aligned}
& (J_2 - J_3) \cos \beta \sin \beta \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \\
& + \dot{\alpha}(- (J_1 + J_2 + J_3) \cos \gamma \sin \beta \dot{\beta} - (J_1 - J_2 + J_3) \cos \beta \sin \gamma \dot{\gamma}) + \\
& + \cos \gamma((J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} + J_1 \cos \beta (\ddot{\alpha} - \phi_\alpha)) + J_1 \sin \gamma (\ddot{\gamma} - \phi_\gamma) = U_2 \\
& (-J_1 + J_3) \cos^2 \beta \cos \gamma \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \cos \beta (J_2 + (J_1 - J_3) \cos 2\gamma) \dot{\alpha} \dot{\beta} + \quad (3.2) \\
& + (J_1 - J_3) \cos \gamma \sin \gamma \dot{\beta}^2 + J_2 (\sin \beta (\ddot{\alpha} - \phi_\alpha) + (\ddot{\gamma} - \phi_\gamma)) = U_3 \\
& (-J_1 + J_2) \cos \beta \cos \gamma \sin \beta \dot{\alpha}^2 + \dot{\alpha}((-J_1 + J_2 + J_3) \sin \beta \sin \gamma \dot{\beta} + \\
& + \sin \gamma(- (J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} - J_3 \cos \beta (\ddot{\alpha} - \phi_\alpha)) + J_3 \cos \gamma (\ddot{\beta} - \phi_\beta) = U_4.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m(\ddot{x} - \phi_x) &= \sin \beta U_1 \\
m(\ddot{y} - \phi_y) &= -\cos \beta \sin \alpha U_1 \\
m(\ddot{z} - \phi_z) &= -mg + \cos \alpha \cos \beta U_1 \quad (3.3) \\
\dot{\phi}_x &= \eta_x(x_0 - x), \quad \dot{\phi}_y = \eta_y(y_0 - y), \quad \dot{\phi}_z = \eta_z(z_0 - z) \\
\dot{\phi}_\alpha &= \eta_\alpha(\alpha_0 - \alpha), \quad \dot{\phi}_\beta = \eta_\beta(\beta_0 - \beta), \quad \dot{\phi}_\gamma = \eta_\gamma(\gamma_0 - \gamma)
\end{aligned}$$

где $\phi_x, \phi_y, \phi_z, \phi_\alpha, \phi_\beta, \phi_\gamma$ – оценки внешних возмущающих воздействий; $x_0, y_0, z_0, \alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ – желаемые значения координат системы, $\eta_x, \eta_y, \eta_z, \eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$ – положительные константы.

После того как была получена расширенная модель системы Ур.(3.1., 3.3), согласно методу АКАР, необходимо произвести ее декомпозицию с учётом подмножества целей Ур.(3.1), для этого введем следующую совокупность мак-

ропеременных:

$$\begin{aligned}
 \Psi_1 &= \dot{x} - k_1(x_0 - x) - \phi_x \\
 \Psi_2 &= \dot{y} - k_2(y_0 - y) - \phi_y \\
 \Psi_3 &= \dot{z} - k_3(z_0 - z) - \phi_z \\
 \Psi_4 &= \dot{\alpha} - k_4(\alpha_0 - \alpha) - \phi_\alpha \\
 \Psi_5 &= \dot{\beta} - k_5(\beta_0 - \beta) - \phi_\beta \\
 \Psi_6 &= \dot{\gamma} - k_6(\gamma_0 - \gamma) - \phi_\gamma
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

где k_1, k_2, \dots, k_6 – положительные константы. Введенные макропеременные Ψ_1, Ψ_2 и Ψ_3 служат для выполнения квадрокоптером перемещения в заданную точку с координатами x_0, y_0, z_0 , в то время как макропеременные Ψ_4, Ψ_5 и Ψ_6 служат для удержания заданных углов тангажа α , крена β_0 , и рыскания γ_0 платформы квадрокоптера. Система макропеременных Ур.(3.4) согласно СТУ должна удовлетворять решению $\Psi_1 = 0, \Psi_2 = 0, \Psi_3 = 0, \Psi_4 = 0, \Psi_5 = 0$ и $\Psi_6 = 0$ функциональных уравнений

$$\dot{\Psi}_i + \lambda_i \Psi_i = 0, \quad i = 1, \dots, 6 \tag{3.5}$$

где $\lambda_i, i = 1, \dots, 6$ – положительные константы. Из первых трех функциональных уравнений системы Ур.(3.5) определяется «внешний» закон управления U_1 :

$$U_1 = -m \frac{-\lambda_3 \gamma_3 - \lambda_3 k_3 z_0 + k_3 \dot{z}_3 - \eta_3 z_0 + \eta_3 z + \gamma_z - g + \lambda_3 k_3 z + \lambda_3 \dot{z}}{\cos \alpha \cos \beta} \tag{3.6}$$

и углы α и β через комбинации, которые непосредственно задаются Ур. (2.7) мы обозначаем u_x и u_y

$$\begin{aligned} u_x^0 &= u_x = \sin \beta \\ u_y^0 &= u_y = -\cos \beta \sin \alpha. \end{aligned} \quad (3.7)$$

В нашем случае Ур. (3.7) позволяют написать явные выражения для углов. Но мы будем использовать именно величины u_x и u_y для осуществления контроля. Этот подход не требует обобщения в других моделях и работает с величинами имеющими непосредственное отношение к контролю по координатам.

Из оставшихся функциональных уравнений системы Ур.(3.5) с учётом уравнений связи Ур.(3.7) и заданных макропеременных Ψ_4, Ψ_5 и Ψ_6 (7) определяются «внешние» законы управления U_2, U_3, U_4 , отвечающие за повороты платформы квадрокоптера при передвижении к заданной точке:

$$\ddot{\alpha} + k_4 \dot{\alpha} + \lambda_4 (\dot{\alpha} - k_4 (\alpha - \alpha_0) - \phi_\alpha) = 0 \quad (3.8)$$

$$\ddot{\beta} + k_5 \dot{\beta} + \lambda_5 (\dot{\beta} - k_5 (\beta - \beta_0) - \phi_\beta) = 0 \quad (3.9)$$

$$\ddot{\gamma} + k_6 \dot{\gamma} + \lambda_6 (\dot{\gamma} - k_6 (\gamma - \gamma_0) - \phi_\gamma) = 0 \quad (3.10)$$

Совмещая данные равенства с динамическими уравнениями Ур. (2.3.) можно найти требуемые значения моментов сил U_i , которые определяют непосредственно угловые скорости пропеллеров:

$$\begin{aligned}
U_2 = & (J_2 - J_3) \cos \beta \sin \beta \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \\
& + \dot{\alpha} (-(J_1 + J_2 + J_3) \cos \gamma \sin \beta \dot{\beta} - (J_1 - J_2 + J_3) \cos \beta \sin \gamma \dot{\gamma}) + \\
& + \cos \gamma ((J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} + \\
& + J_1 \cos \beta (-k_4 \dot{\alpha} - \lambda_4 (\dot{\alpha} - k_4 (\alpha - \alpha_0) - \phi_\alpha) - \phi_\alpha)) + \\
& + J_1 \sin \gamma (-k_6 \dot{\gamma} - \lambda_6 (\dot{\gamma} - k_6 (\gamma - \gamma_0) - \phi_\gamma) - \phi_\gamma)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}
U_3 = & (-J_1 + J_3) \cos^2 \beta \cos \gamma \sin \gamma \dot{\alpha}^2 + \cos \beta (J_2 + (J_1 - J_3) \cos 2\gamma) \dot{\alpha} \dot{\beta} + \\
& + (J_1 - J_3) \cos \gamma \sin \gamma \dot{\beta}^2 + J_2 (\sin \beta (-k_4 \dot{\alpha} - \lambda_4 (\dot{\alpha} - k_4 (\alpha - \alpha_0) - \phi_\alpha) - \phi_\alpha) + \\
& + (-k_6 \dot{\gamma} - \lambda_6 (\dot{\gamma} - k_6 (\gamma - \gamma_0) - \phi_\gamma) - \phi_\gamma))
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
U_4 = & (-J_1 + J_2) \cos \beta \cos \gamma \sin \beta \dot{\alpha}^2 + \dot{\alpha} ((-J_1 + J_2 + J_3) \sin \beta \sin \gamma \dot{\beta} + \\
& + \sin \gamma (-(J_1 - J_2 + J_3) \dot{\beta} \dot{\gamma} - J_3 \cos \beta (-k_4 \dot{\alpha} - \lambda_4 (\dot{\alpha} - k_4 (\alpha - \alpha_0) - \phi_\alpha) - \phi_\alpha)) + \\
& + J_3 \cos \gamma (-k_5 \dot{\beta} - \lambda_5 (\dot{\beta} - k_5 (\beta - \beta_0) - \phi_\beta) - \phi_\beta).
\end{aligned}$$

3.2. Стационарный полет и обхождение препятствий

В наших симуляциях мы использовали пространственную сетку, которая покрывала допустимое для движения квадрокоптера пространство. Каждая клетка (i, j, k) в этой сетке содержит бинарную информацию $o_{i,j,k}$ о наличии в ней препятствия. Также есть выделенная клетка, которую квадрокоптер должен достигнуть в процессе движения. Из практических соображений мы использовали экспоненциально затухающее поле для каждой из клеток с препятствием с характерным расстоянием, которое зависит от масштаба сетки

$$F_r = \sum_{i,j,k} o_{i,j,k} f e_{i,j,k} \exp\left(-\frac{|r - r_{i,j,k}|}{l}\right), \quad (3.13)$$

где $e_{i,j,k}$ — это единичный вектор в направлении точки (i, j, k) , f — константа, которая определяет силу отталкивания от препятствия, r — координаты квадрокоптера в настоящий момент, $r_{i,j,k}$ — координаты потенциального препятствия и l — характерный размер действия векторного поля, который также определяется эмпирически. Силу, которая будет отвечать движению по направлению к нашей цели, мы выбираем постоянной и направленной к цели

$$F_a = f' e_{i,j,k}, \quad (3.14)$$

здесь f' — это аналогичная сила притяжения пункта назначения.

Ниже приведена схема контроллера, реализованного в Simulink. В нем используется 6 PID контроллеров: 3 для углов и 3 для координат центра масс. Результат действия этих контроллеров складывается с вычисленным векторным полем, далее полученное значение переводится в значения скоростей пропеллеров, которые в свою очередь являются выходными данными модуля контроля.

3.3. Вариационная задача для нахождения траектории

Поскольку введенные выше силы, учитывающие наличие препятствий, являются потенциальными, задача может быть переформулирована в виде нахождения экстремума определенного функционала. Для этого заметим, что потенциал создаваемый препятствием с координатами $\vec{r}_0 = (x, y, z)$ имеет вид

$$U_{\vec{r}_0} = fl \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} \exp\left(-\frac{|\vec{r} - \vec{r}_0|}{l}\right), \quad (3.15)$$

где \vec{r} - это точка, в которой мы смотрим значение потенциала. Полный потенциал от всех препятствий $U = \sum_i U_{\vec{r}_i}$, где сумма вычисляется по всем точкам пространства, где находятся препятствия. Полный функционал, который необходимо минимизировать, в таком случае имеет вид

$$W = \int \left(\frac{1}{2} \dot{x}^T \Lambda(x) \dot{x} - U(x) \right) dt = \int w dt, \quad (3.16)$$

где два члена в интегранде отвечают кинетической и фиктивной потенциальной энергии системы. Здесь $\Lambda(x)$ - это квадратичная форма кинетической энергии, а x - это обобщенные координаты (т.е координаты и углы, объединенные в один вектор).

Получаемые из такого функционала уравнения движения имеют вид

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{d}{dt} \frac{\partial w}{\partial \dot{x}}. \quad (3.17)$$

Будучи расписанными явно, эти уравнения эквивалентны тому, что на тело действуют силы, задаваемые U_p . (3.13).

Глава 4

Численное моделирование

4.1. Методика моделирования

Для изучения эффективности построенной модели контроля описанной системы были проведены несколько симуляций полета в различных условиях при разных начальных данных: различный набор стартовых и финишных точек, набор различных препятствий, набор различных шумов и ударов по БПЛА. Для моделирования эффектов окружающей среды была использована случайная сила с нормальным распределением белого шума. Удар по квадрокоптеру моделировался изменением скорости в виде функции Хэвисайда.

Ниже приведена блок-схема нашей модели в Simulink. Для контроля БПЛА был использован набор связанных PID-контроллеров с подобранными вручную параметрами, обеспечивающими стабильность полёта.

Во всех сценариях полёта присутствовали тридцать различных препятствий. Стартовая и финишная точки имели координаты $[0;0;0]$ и $[50;50;50]$ соответственно. Время каждой симуляции было установлено равным 50 секундам. Симуляции показали, что заданный временной отрезок достаточен для наблюдения за ходом полёта ввиду установления стабильности состояния БПЛА задолго до окончания установленного промежутка времени.

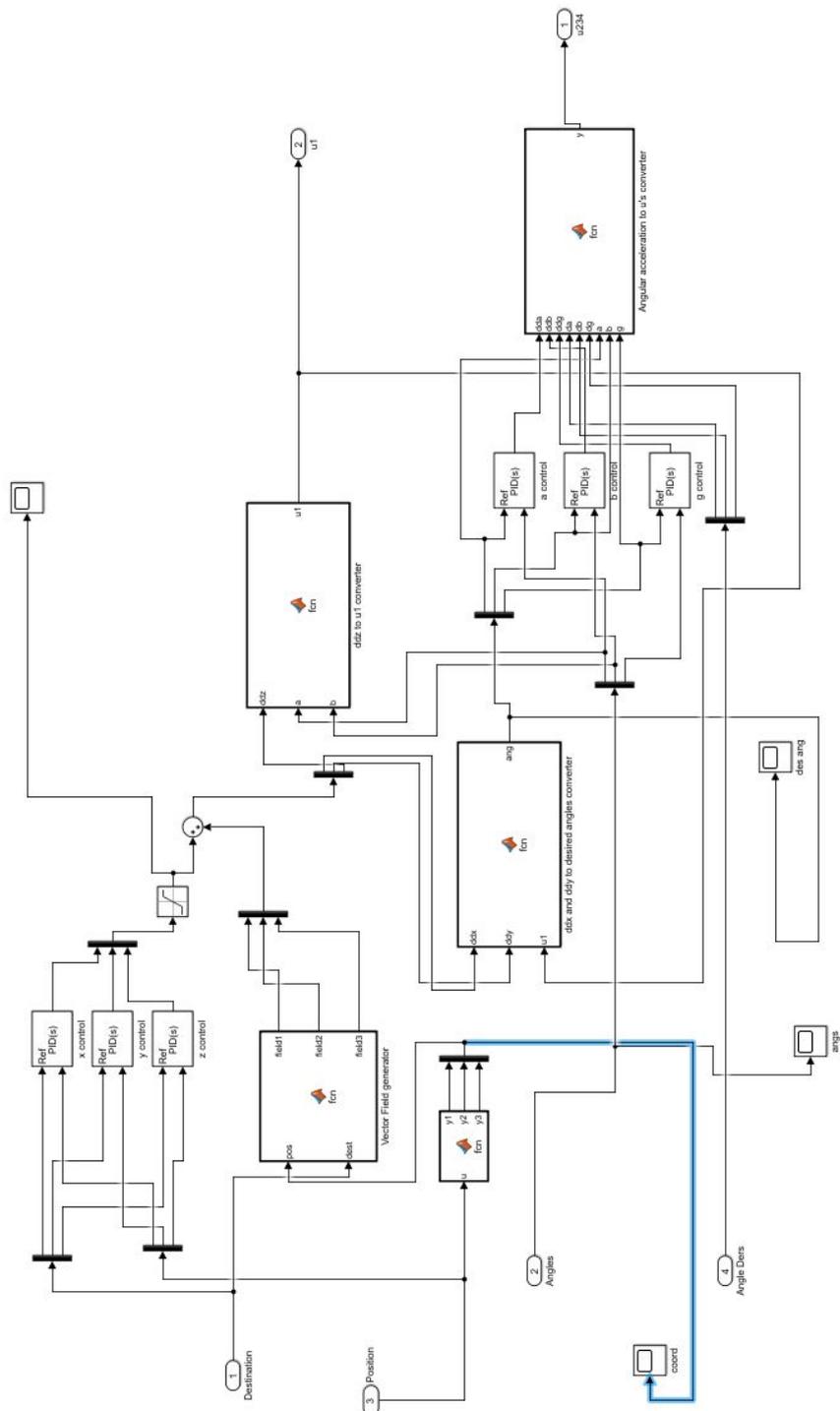


Рис. 4.2. Блок-схема Simulink, продолжение

4.2. Сценарии

1. Зависание квадрокоптера в определённой точке

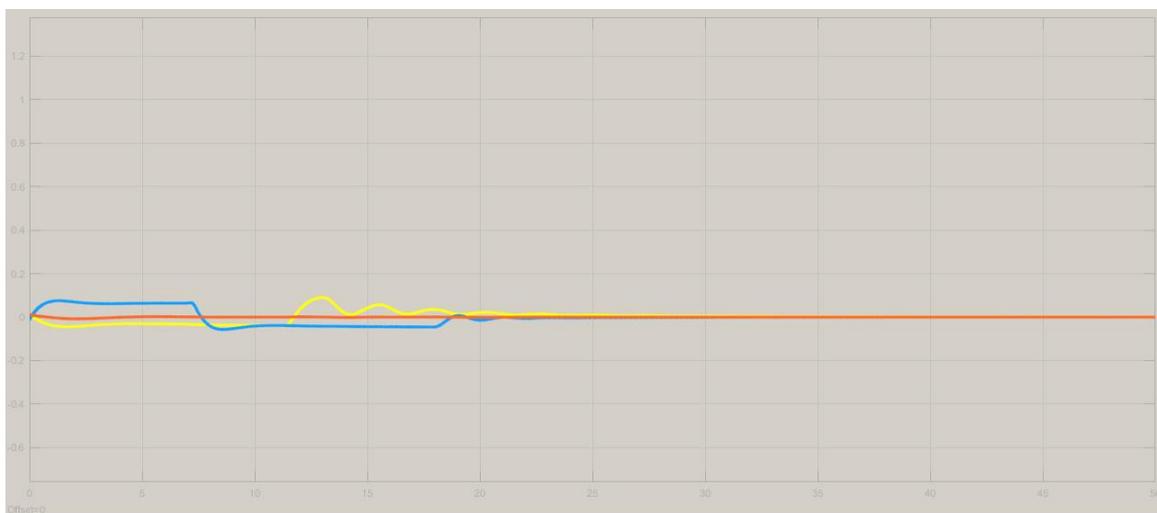


Рис. 4.3. Углы.

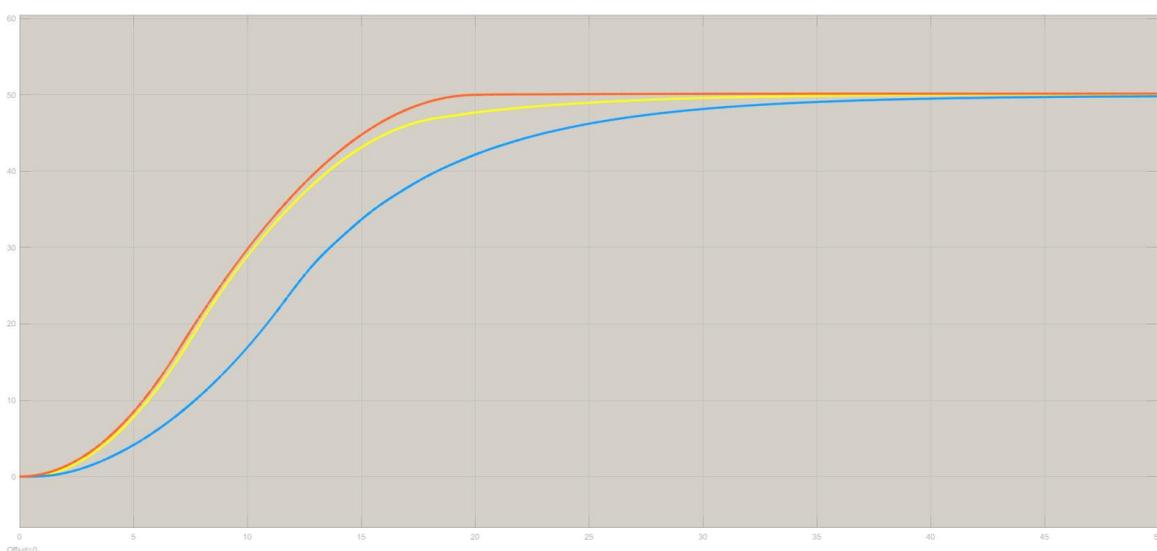


Рис. 4.4. Позиции.

Квадрокоптер достигает заданных пользователем координат и удерживает позицию в пространстве без изменений, что соответствует ожидаемому поведению БПЛА и позволяет перейти к испытанию модели в усложнённых сценариях.

2. Полет квадрокоптера в точку назначения и удар по аппарату



Рис. 4.5. Углы.

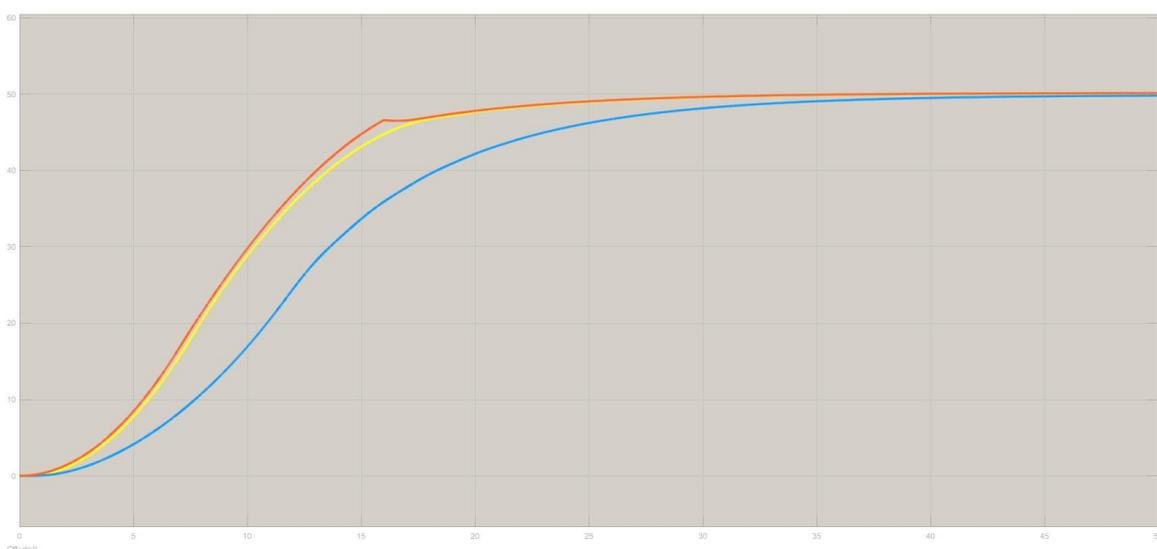


Рис. 4.6. Позиции.

Квадрокоптер определяет координаты и направление вектора скорости, изменившиеся вследствие удара, осуществляет пересчёт траектории к точке назначения, строя траекторию, являющуюся оптимальной для имеющегося на момент времени после удара набора параметров. В описанном сценарии моделирование удара выполняется путём мгновенного не критичного по величине изменения импульса БПЛА (аналогичная ситуация - попадание мелкого камня в реальный БПЛА).

3. Шум и помехи датчиков



Рис. 4.7. УГЛЫ.

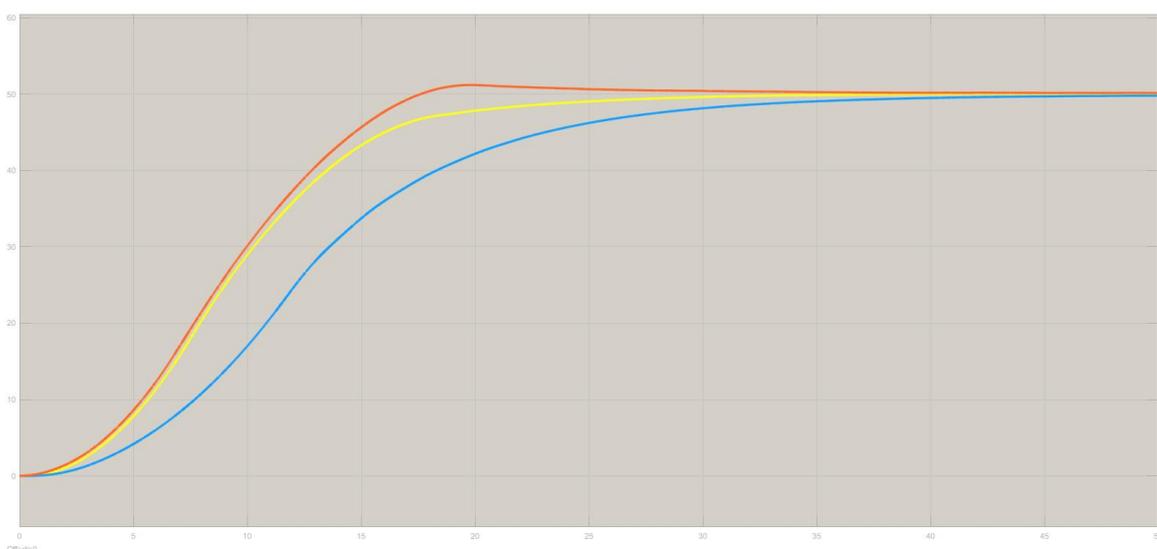


Рис. 4.8. Позиции.

Было произведено моделирование полёта БПЛА по сценарию, аналогичному пп. 1, 2 с наведением искусственных помех на ориентационные датчики БПЛА. В процессе полёта БПЛА было произведено включение искусственных помех на продолжительное время, в результате чего управляющий сигнал БПЛА во время включения помех не соответствовал реальному положению аппарата в пространстве, что повлекло за собой незначительное смещение БПЛА от запланированной траектории.

После отключения помех БПЛА перестроил траекторию для нового набора скоростей и координат, далее достигая требуемой точки назначения и зависая в ней.

4.3. Выводы

Проведённое моделирование позволяет сделать вывод об эффективности предложенной модели управления. Квадрокоптер способен стабильно удерживать выбранную для зависания точку. Выбранная модель управления поддерживает функционирование квадрокоптера в нештатных ситуациях, связанных с внешними факторами: БПЛА способен вернуться в заданную точку после резкого удара и отклонения траектории, а наличие шума окружающей среды не приводит к драматическому изменению его траектории, позволяя успешно выполнить заданное полётное задание после нормализации режима работы.

Глава 5

Заключение

В данной работе была разработана и проверена математическая модель полёта квадрокоптера. Определён алгоритм управления полётом, позволяющий стабилизировать высоту аппарата, его угловое положение, координаты в пространстве и отслеживать фактическую траекторию полёта. На основании построенного алгоритма были проработаны сценарии: парение в заданной точке, полёт к заданной точке, обхождение заранее заданных препятствий, управление БПЛА в условиях зашумления датчиков. Построенная модель позволяет осуществлять управление БПЛА в условиях пересечённой местности, нестабильных условий внешней среды и радиопомех.

Была произведена проверка модели методом компьютерной симуляции. Результаты моделирования показывают работоспособность модели, возможность её реализации а так же эффективность при заданных в созданной модели условиях.

Теоретической значимостью работы является разработка нового метода контроля над полётом аппарата, включая разработку физических уравнений с учётом динамики исполнительного устройства, на основе законов теоретической физики и работ специалистов в данной области.

Практической значимостью работы является возможность использования разработанного алгоритма для создания программного обеспечения квадрокоптеров и БПЛА, схожих с ним по конструкции, что может быть использовано в множестве отраслей, в том числе и при ликвидации последствий от чрезвычайных ситуаций и стихийных бедствий.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Список литературы

1. Aguilar W. G., Angulo C., Costa-Castello R. Autonomous Navigation Control for Quadrotors in Trajectories Tracking //International Conference on Intelligent Robotics and Applications. – Springer, Cham, 2017. – С. 287-297.
2. Finaev, V. I., Ignatyev, V. V., Shapovalov, I. O., Soloviev, V., Spiridonov, O. (2006). The Planner of Movement of a Quadrocopter based on Voronoi Diagram.
3. Naseer T., Sturm J., Cremers D. Followme: Person following and gesture recognition with a quadrocopter //Intelligent Robots and Systems (IROS), 2013 IEEE/RSJ International Conference on. – IEEE, 2013. – С. 624-630.
4. Voos H. Nonlinear and neural network-based control of a small four-rotor aerial robot //Advanced intelligent mechatronics, 2007 IEEE/ASME international conference on. – IEEE, 2007. – С. 1-6.
5. Voos H. Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization //Mechatronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on. – IEEE, 2009. – С. 1-6.
6. Ye, Z., Bhattacharya, P., Mohamadian, H., Majlesein, H., Ye, Y. (2006, April). Equational dynamic modeling and adaptive control of UAV. In System of Systems Engineering, 2006 IEEE/SMC International Conference on (pp. 5-pp). IEEE.
7. Keemink A. Q. L. et al. Mechanical design of a manipulation system for unmanned aerial vehicles //Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on. – IEEE, 2012. – С. 3147-3152.
8. Мясников Е. В. Угроза терроризма с использованием беспилотных летательных аппаратов: технические аспекты проблемы //Долгопрудный:

- Центр по изучению проблем разоружения, энергетики и экологии при МФТИ. – 2004.
9. Новичков Н. Н. Развитие крылатых ракет самолетных схем : дис. – Диссертация кандидата технических наук. М.: Институт истории естествознания и техники, 1982.
 10. Ростопчин В. В. Румянцев СС Беспилотные авиационные системы //Вестник Воздушного Флота. – 2001. – №. 2.
 11. Павлушенко М., Евстафьев Г., Макаренко И. Беспилотные летательные аппараты: история, применение, угроза распространения и перспективы развития //М.: Права человека. – 2005.
 12. Ростопчин В. В. Современная классификация беспилотных авиационных систем военного назначения //Авиация и космонавтика. – 2003. – №. 3.
 13. Большая Советская Энциклопедия. Гл. ред. СИ Вавилов, БА Введенский. Изд. 2-е. – 1949.
 14. Ульянин Ю. А. Пионер русской авиации: книга о трудах и днях аэронавта, змеенавта, летчика и изобретателя Сергея Алексеевича Ульянина. – Независимое издательство» Пик, 2001.
 15. Романовский И. Беспилотные средства разведки сухопутных войск. За рубежомное Военное Обозрение. 1981, № 10. С. 27–31
 16. Даффи П., Кандалов А. А.Н. Туполев. Человек и его самолеты. М.: Московский рабочий, 1999
 17. Keane J. F., Carr S. S. A brief history of early unmanned aircraft //Johns Hopkins APL Technical Digest. – 2013. – Т. 32. – №. 3. – С. 558-571.
 18. Kharchenko V., Kuzmenko N. Minimization of unmanned aerial vehicle trajectory deviation during the complicated obstacles overfly. – 2012.
 19. Амусин Б., Лосев Е. Летающие роботы. Армейский Сборник. 2002, № 2. С. 38–41

20. Roberts A., Tayebi A. Adaptive Position Tracking of VTOL UAVs. IEEE Transactions on Robotics, 2011
21. S. Bouabdallah et al., «Design and control of an indoor micro quadrotor,» in Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation (ICRA'04), (New Orleans, USA), 2004.
22. S. Bouabdallah, A. Noth, et al., «PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor,» in Proc. (IEEE) International Conference on Intelligent Robots (IROS'04), (Sendai, Japan), 2004.
23. S. Bouabdallah and R. Siegwart, «Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor,» in Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation (ICRA'05), (Barcelona, Spain), 2005.
24. M. Krstic et al., Nonlinear and Adaptive Control Design. New York, USA: Wiley Interscience, 1995.
25. Popov N.I Emelianova O. V. Jatsun S. F. Modelling of dynamics of flight of a quadrotor helicopter , 2014
26. A.G. Korchenko, O.S. Illyash GENERALIZED CLASSIFICATIONS OF UNMANNED AIR VEHICLES, 2012
27. Gen KeKe, Chulin N.A., Stabilization Algorithms for Automatic Control of the Trajectory Movement of Quadcopter, 2015
28. Santos O., Romero H., Salazar S, Lozano R. Real-time Stabilization of a Quadrotor UAV: Nonlinear Optimal and Suboptimal Control. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2013
29. Gur'yanov A.E. Modeling of control over quadrocopters. Inzhenernyi vestnik MGTU im. N.E. Baumana = Engineering Herald of the Bauman MSTU, 2014