

Министерство образования и науки Российской Федерации
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(Национальный исследовательский университет)

**Прохождение сингулярной поверхности
с локальным обеспечением управляемости аппарата**



Студент
Вознюк Д.А.

Научный руководитель
к.ф.-м.н. доц. Ткачев С.С.



г. Москва
2021



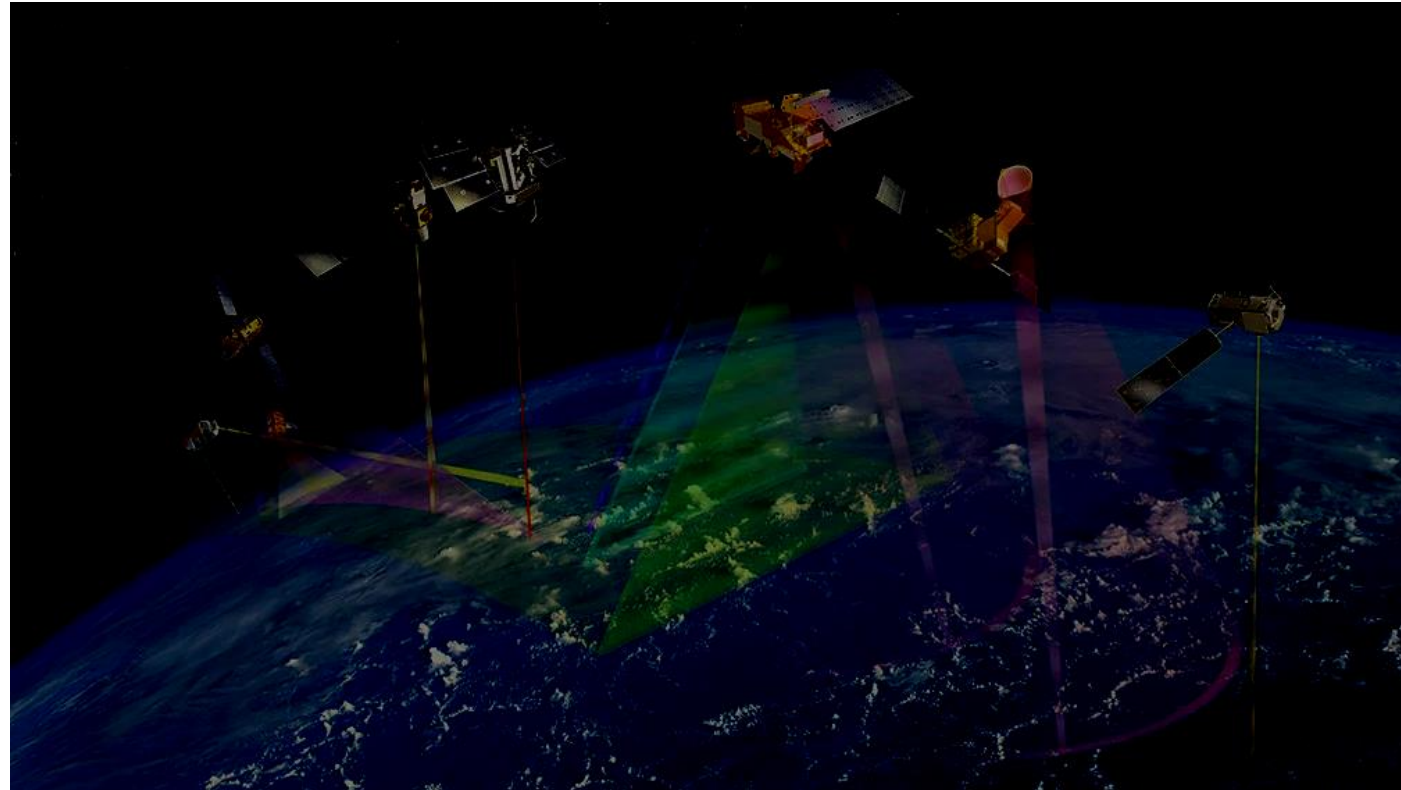
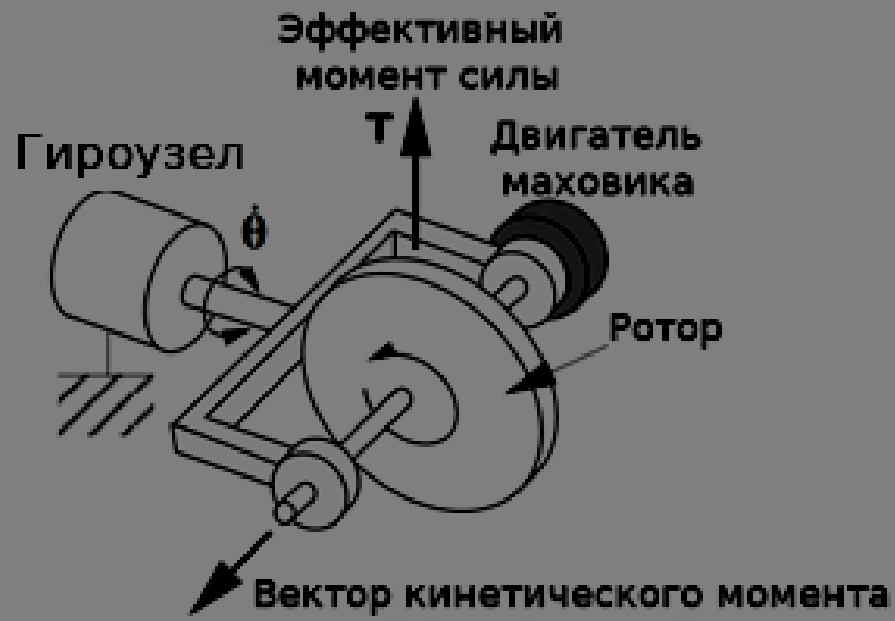
Содержание



- Введение
- Постановка задачи
- Формирование управления
- Алгоритм управления
- Выводы



Введение





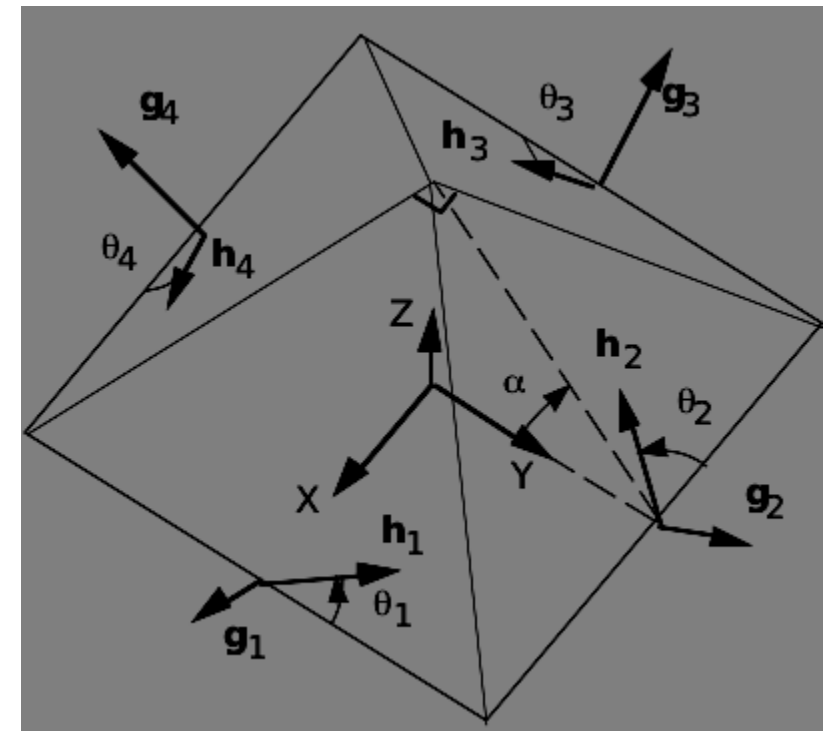
Постановка задачи



Рассматривается задача ДЗЗ в режиме обеспечения трехосной ориентации. Управление ориентацией осуществляется с помощью системы гиродинов.

Полагаются известными:

- 1) \mathbf{r}, \mathbf{v}
- 2) $\mathbf{J}_{КА}, \boldsymbol{\omega}_0, \Lambda_0$
- 3) параметры системы гиродинов
- 4) точка на поверхности земли на которую необходимо ориентировать КА, что задает траекторию \mathbf{H}



Требуется: при заданных начальных условиях и параметрах гарантировать съемку заданной точки. То есть исключить попадание системы гиродинов в сингулярные конфигурации на протяжении всего времени съемки.



Формирование управления

Система описывается динамическими уравнениями Эйлера и кинематическими соотношениями Пуассона.

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{abs} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} = \mathbf{M}_{ext} - \dot{\mathbf{H}}_{CMG} - \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{H}_{CMG},$$

$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Lambda} \circ \bar{\boldsymbol{\omega}}_{abs}.$$

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\dot{\mathbf{H}}_{CMG} - \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{H}_{CMG}$$

Формирование управления на основе прямого метода Ляпунова

$$\mathbf{M}_{ctrl} = -\mathbf{M}_{ext} + \boldsymbol{\omega}_{abs} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_{abs} - \mathbf{J}(\boldsymbol{\omega}_{rel} \times \mathbf{A}\boldsymbol{\omega}_{ref}) + \mathbf{J}\mathbf{A}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{ref} - k_{\omega}\boldsymbol{\omega}_{rel} - k_q\mathbf{q}$$

\mathbf{A} — матр. напр. косинусов из ОСК в ССК

$\boldsymbol{\omega}_{ref}$ — опорная угловая скорость

$\boldsymbol{\omega}_{rel}$ — относительная угловая скорость



Проблема сингулярности



$$\mathbf{H}_{CMG}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{h}_i(\boldsymbol{\theta})$$

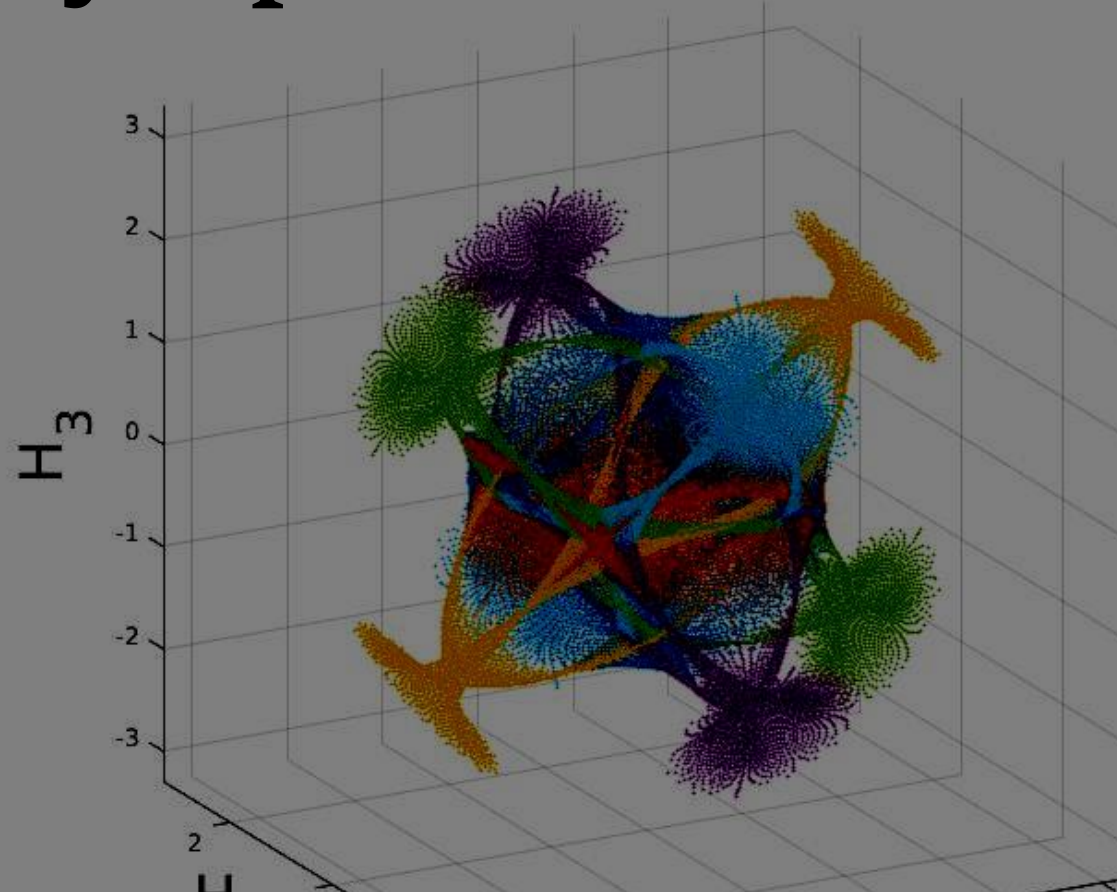
$$\dot{\mathbf{H}}_{CMG} = \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{T}$$

тогда, если $Rk(\mathbf{C}) = 3$, то

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{T}.$$

Сингулярная точка — положение углов гиродинов при котором матрица производных кин. моментов \mathbf{C} имеет ранг меньше 3.

$\boldsymbol{\theta}$



Типы сингулярных поверхностей (Токарь Е.Н., Платонов В.Н. 1978):

- 1) Проходимые (гиперболические) — можно выбрать управление, позволяющее избежать потери управляемости при выборе подходящего нуль-движения. $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{null} : \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\theta}}_{null} = \mathbf{0}$ (именно в таких мы можем обеспечить управление)
- 2) Непроходимые (эллиптические) — при попадании в окрестность данного положения на границе сингулярной поверхности, становится невозможным избежать потери управляемости.



Методы решения задачи управления



Управление в режиме реального времени: $CC^T + E$

Мера сингулярности: $\det(CC^T)$

Singular Robust Inverse: Nakamura Y., Hanafusa H., 1986

Generalised Singular Robust Inverse: Wie B. 2001

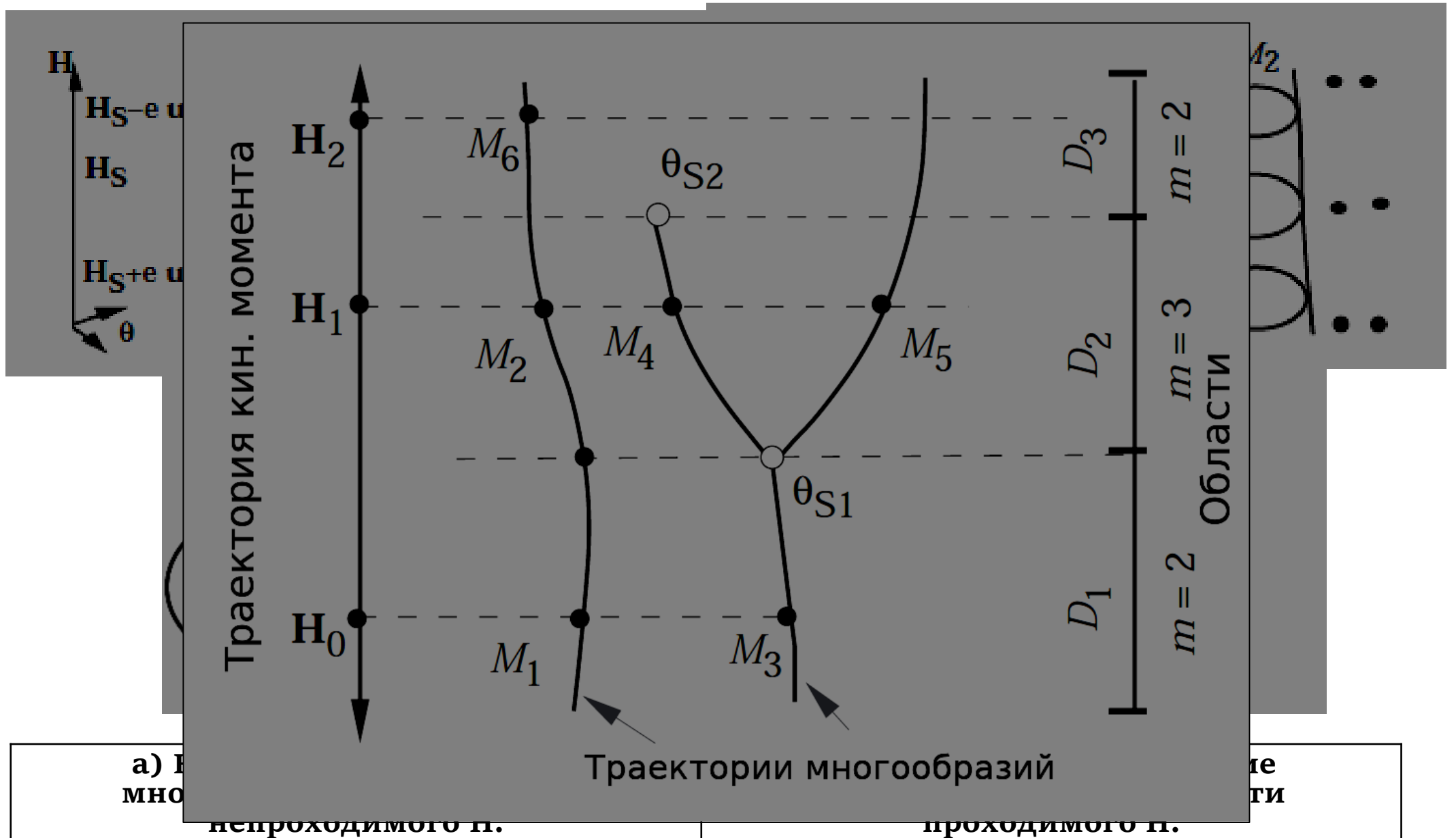
Singular Value Decomposition: Kevin A. Ford, Christopher D. Hall, 2000

Управление по предварительному анализу:

Path Planning: Paradiso J., 1991



Траектории многообразий





Требования к алгоритму



- Учет опорного движения
- Устойчивость при наличии неучтенных возмущений
- Высокая точность при приближении к максимальной опорной угловой скорости
- Высокая скорость подсчета

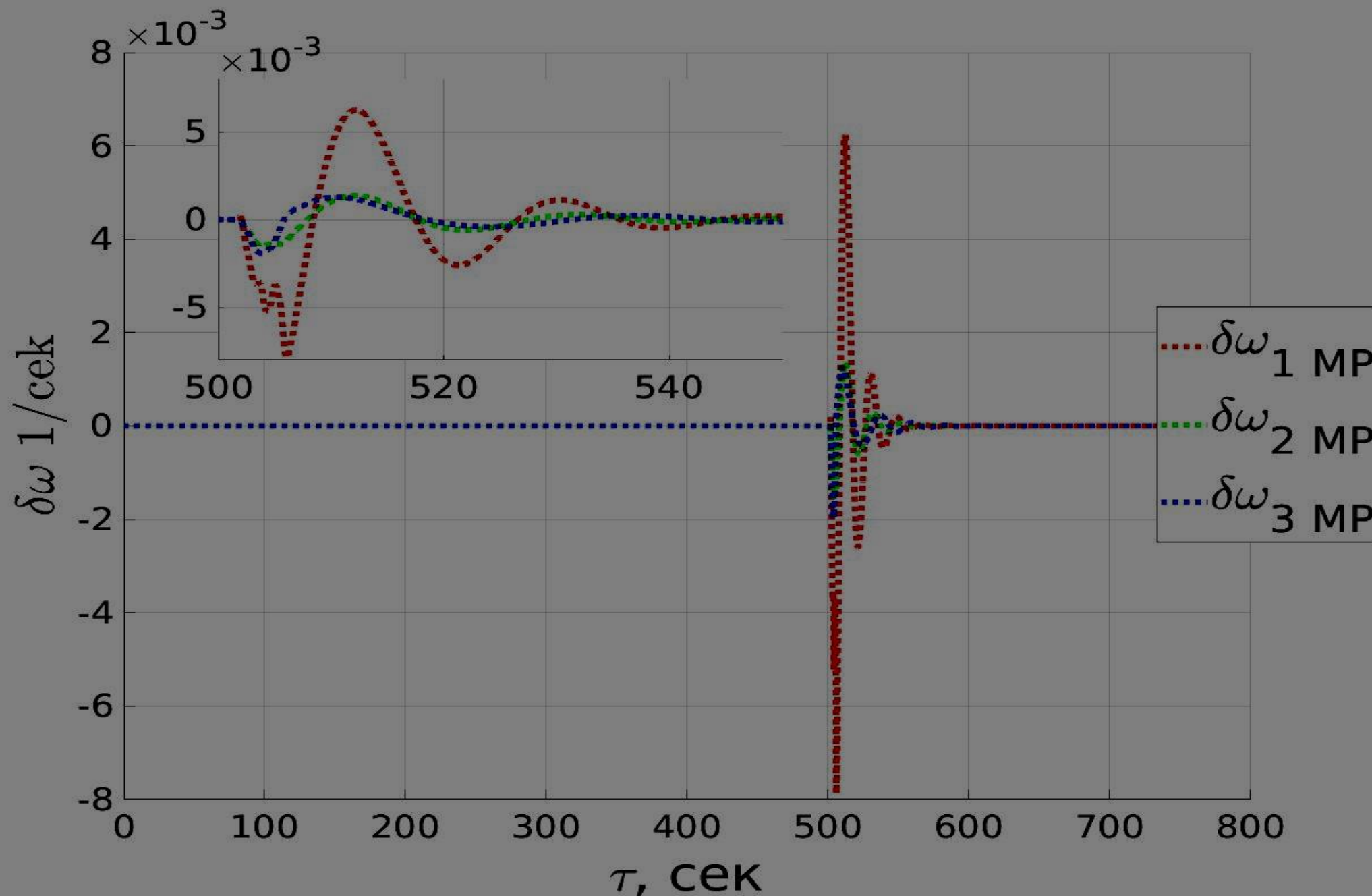


Алгоритм

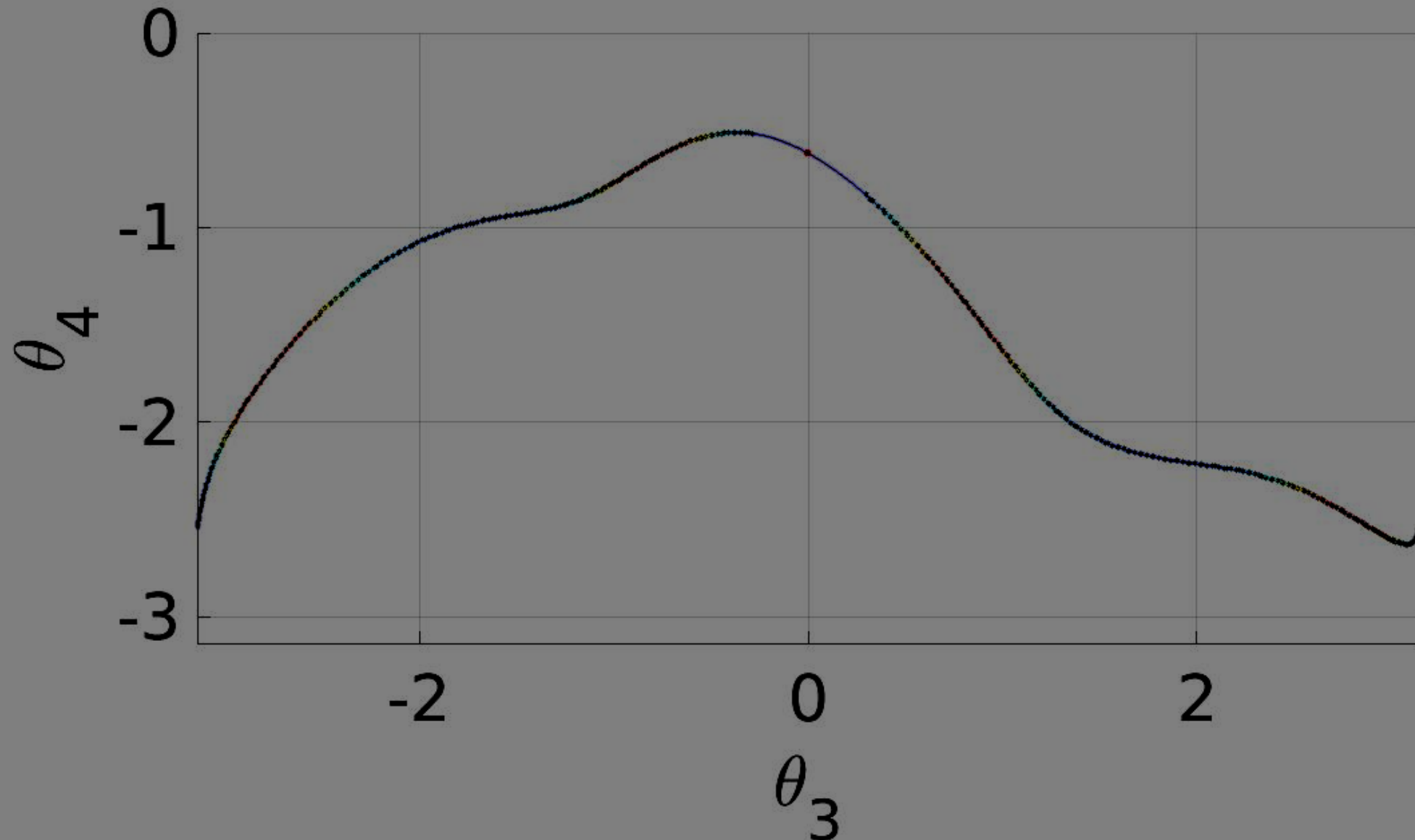


- Инициализация параметров (спутник, гиросдины, точка съемки, сингулярная поверхность)
- Вычисление опорного движения с идеальным управлением
- Проверка простого решения МП с нуль-движением в окрестности проходимых поверхностей
- В случае ошибок запуск ветвления решений

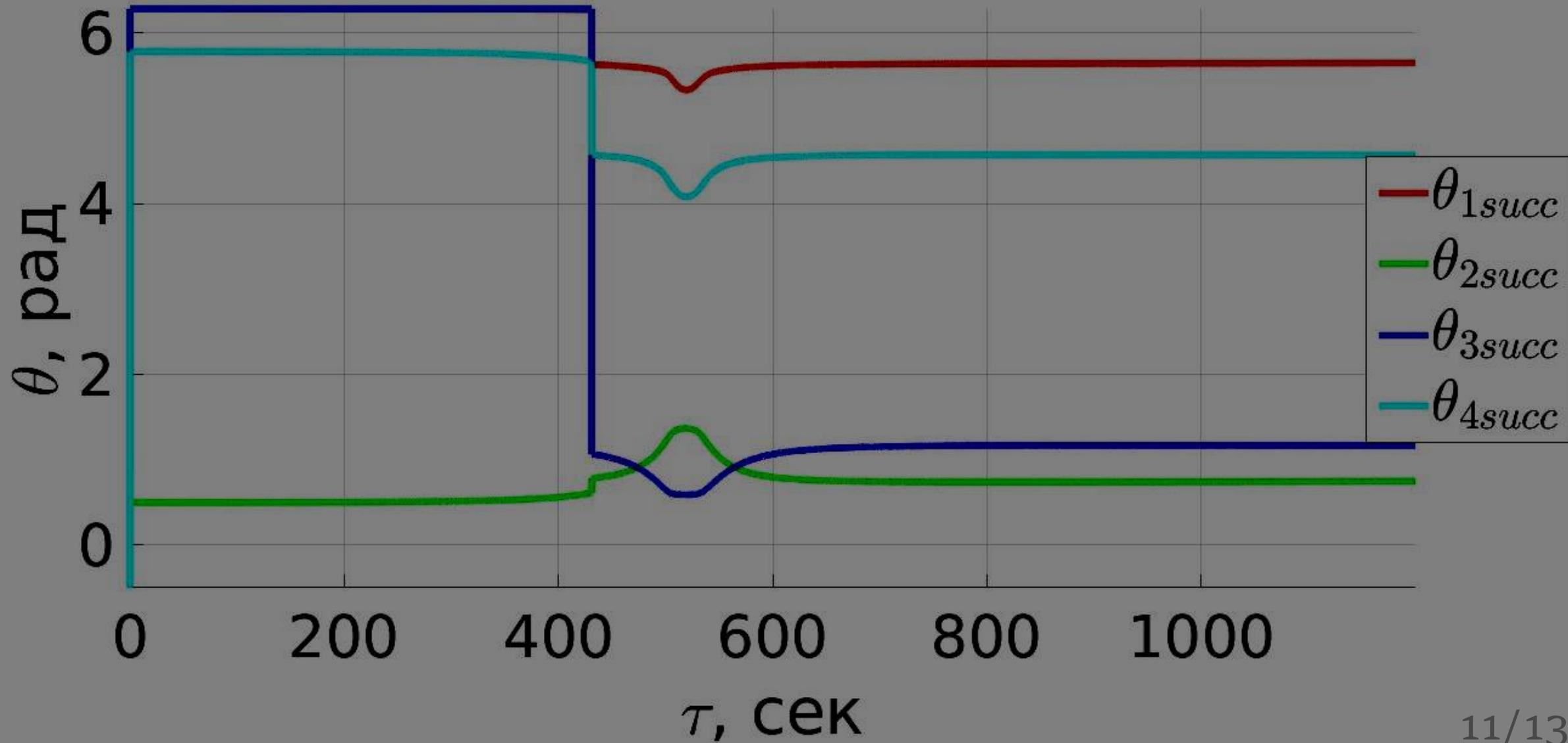
Решение методом Мура-Пенроуза



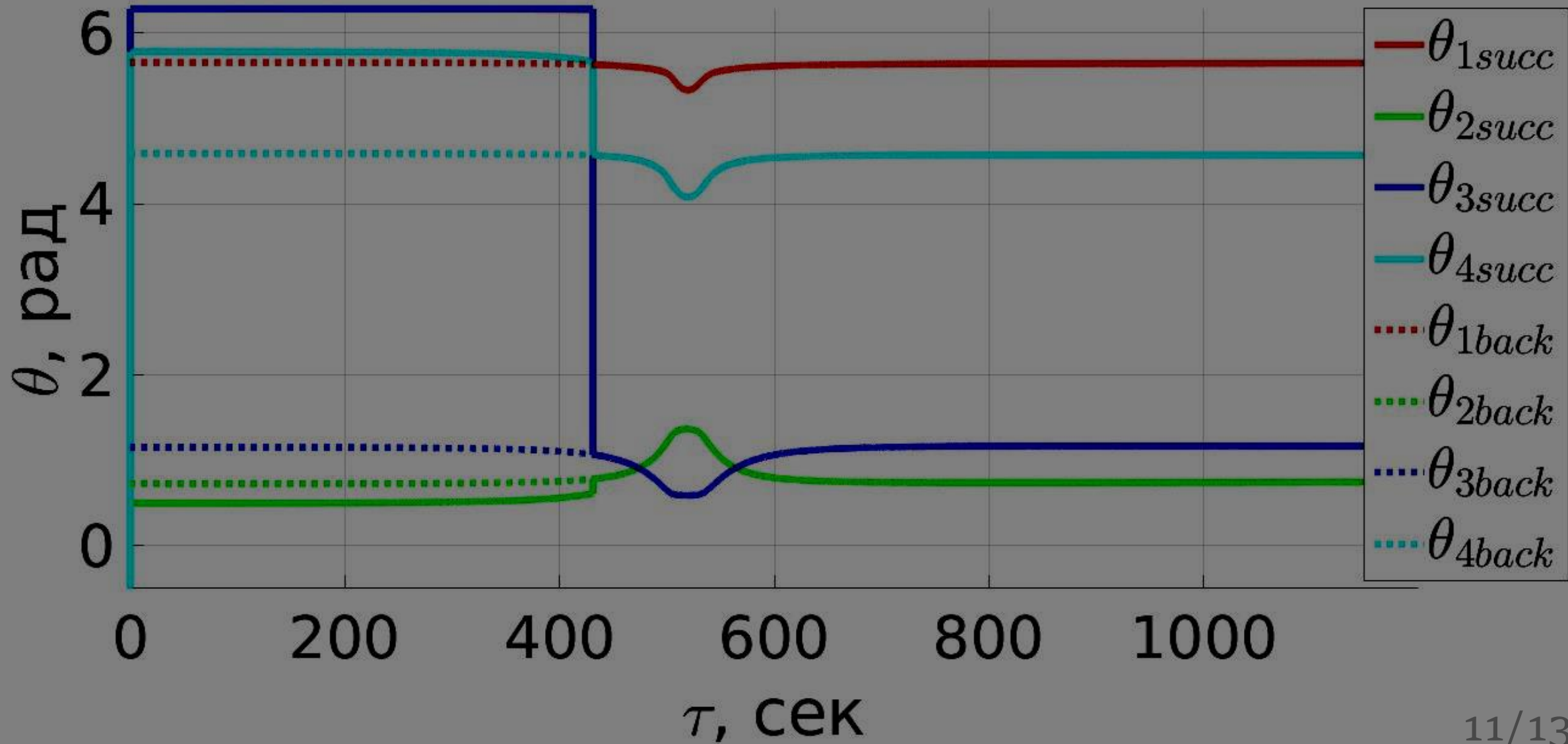
Выбор точек по многообразию



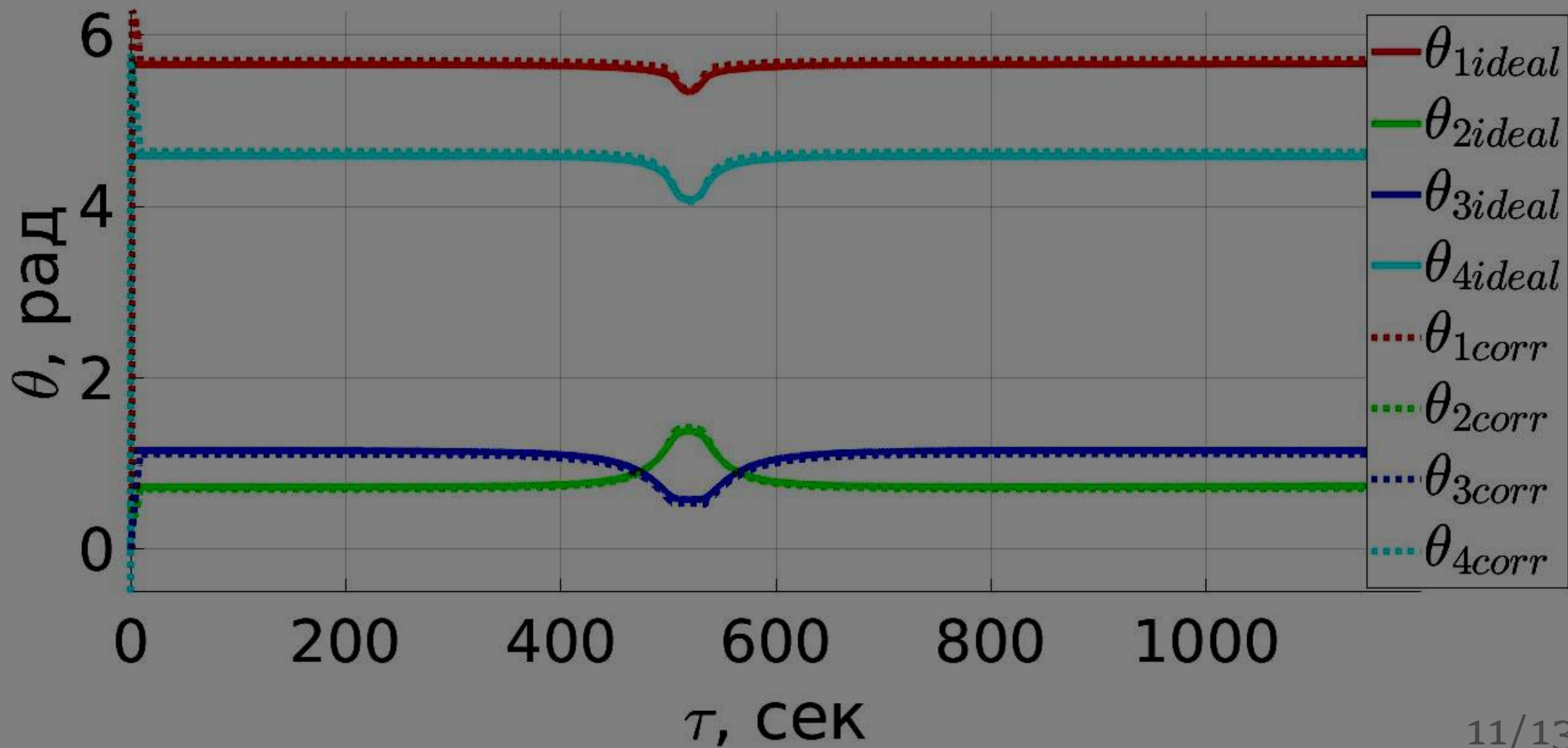
Возврат успешной траектории



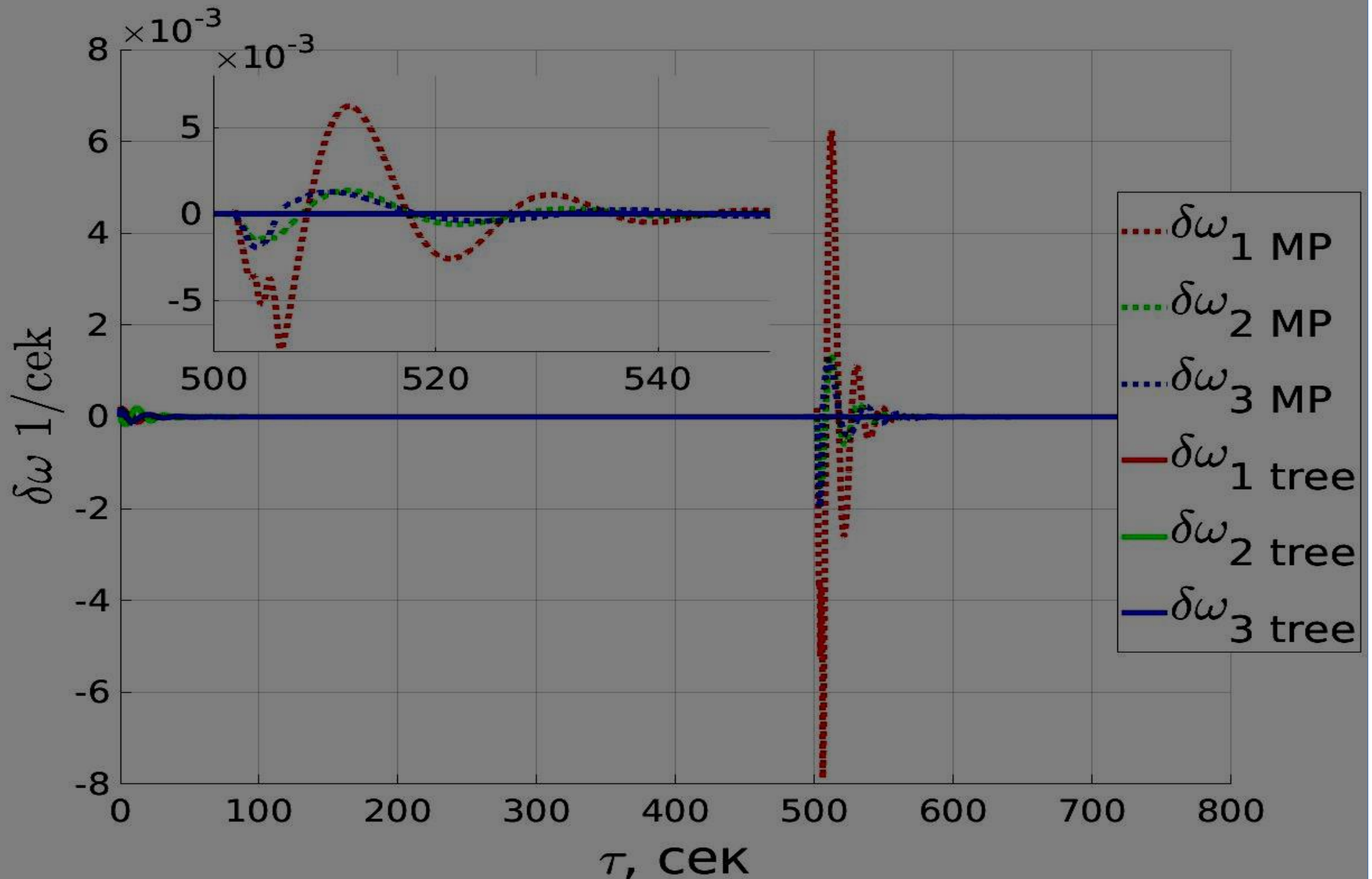
Обратная коррекция в t_0



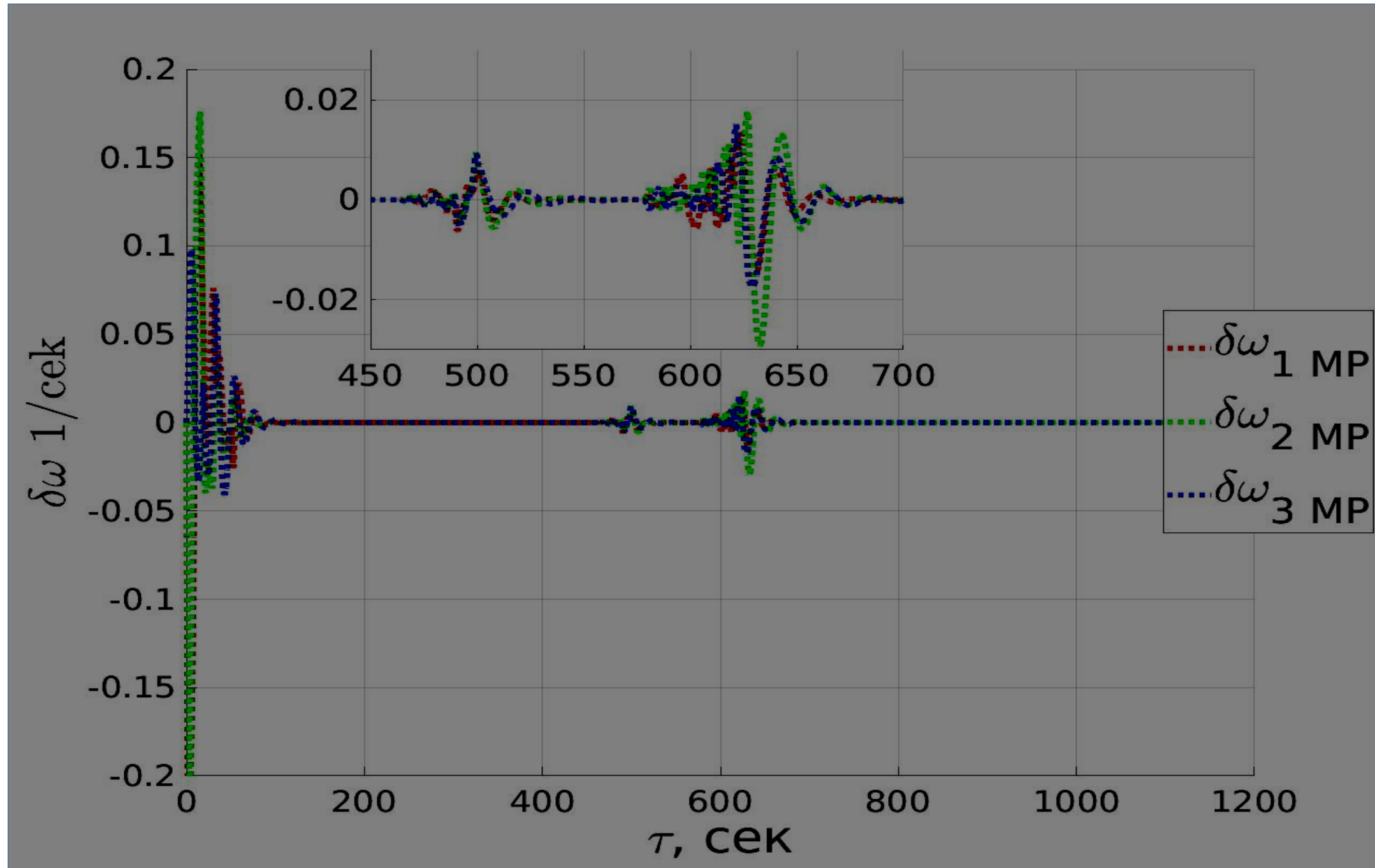
Коррекция исходной траектории



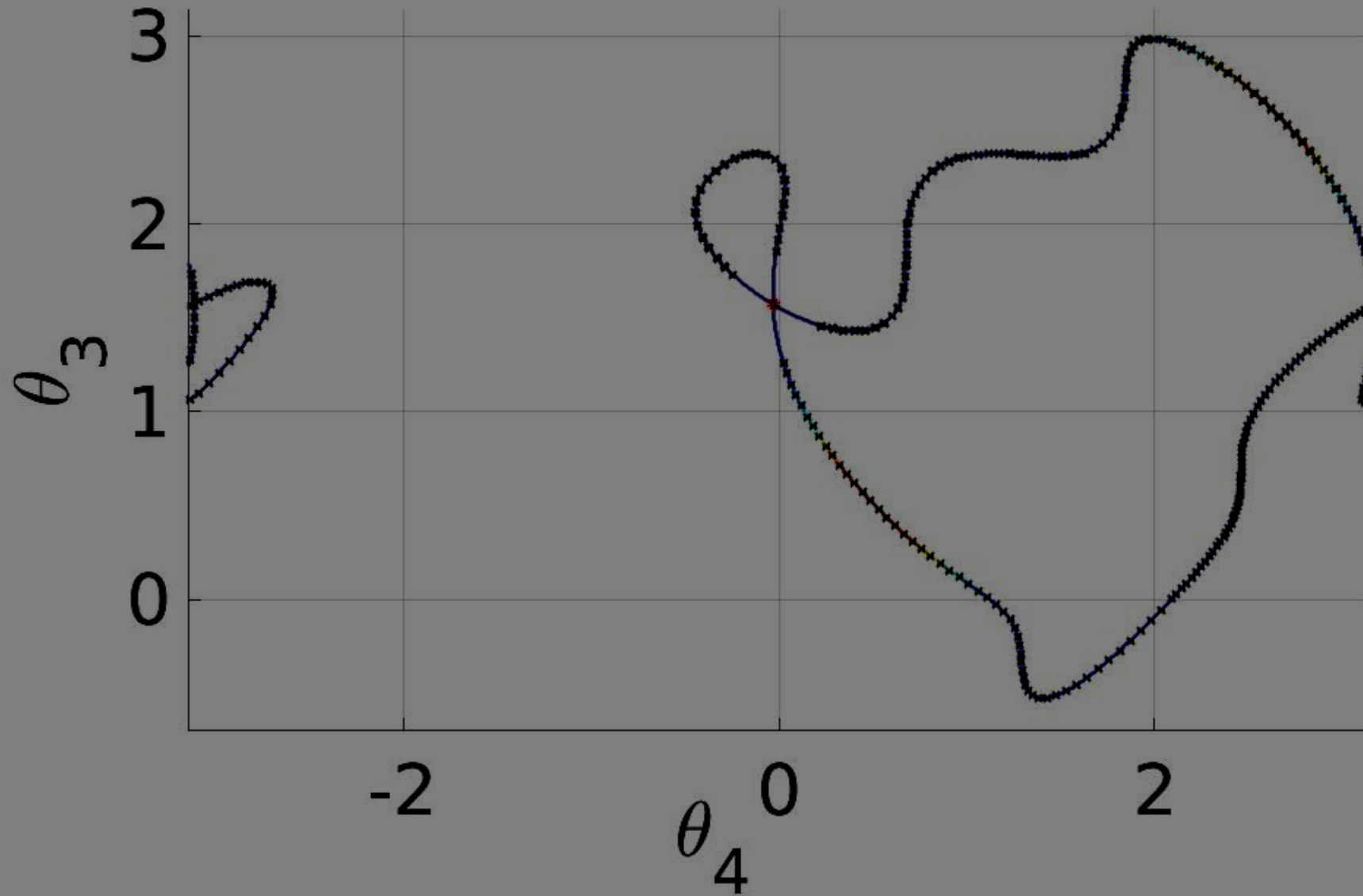
Сравнение работы алгоритма с методом МП



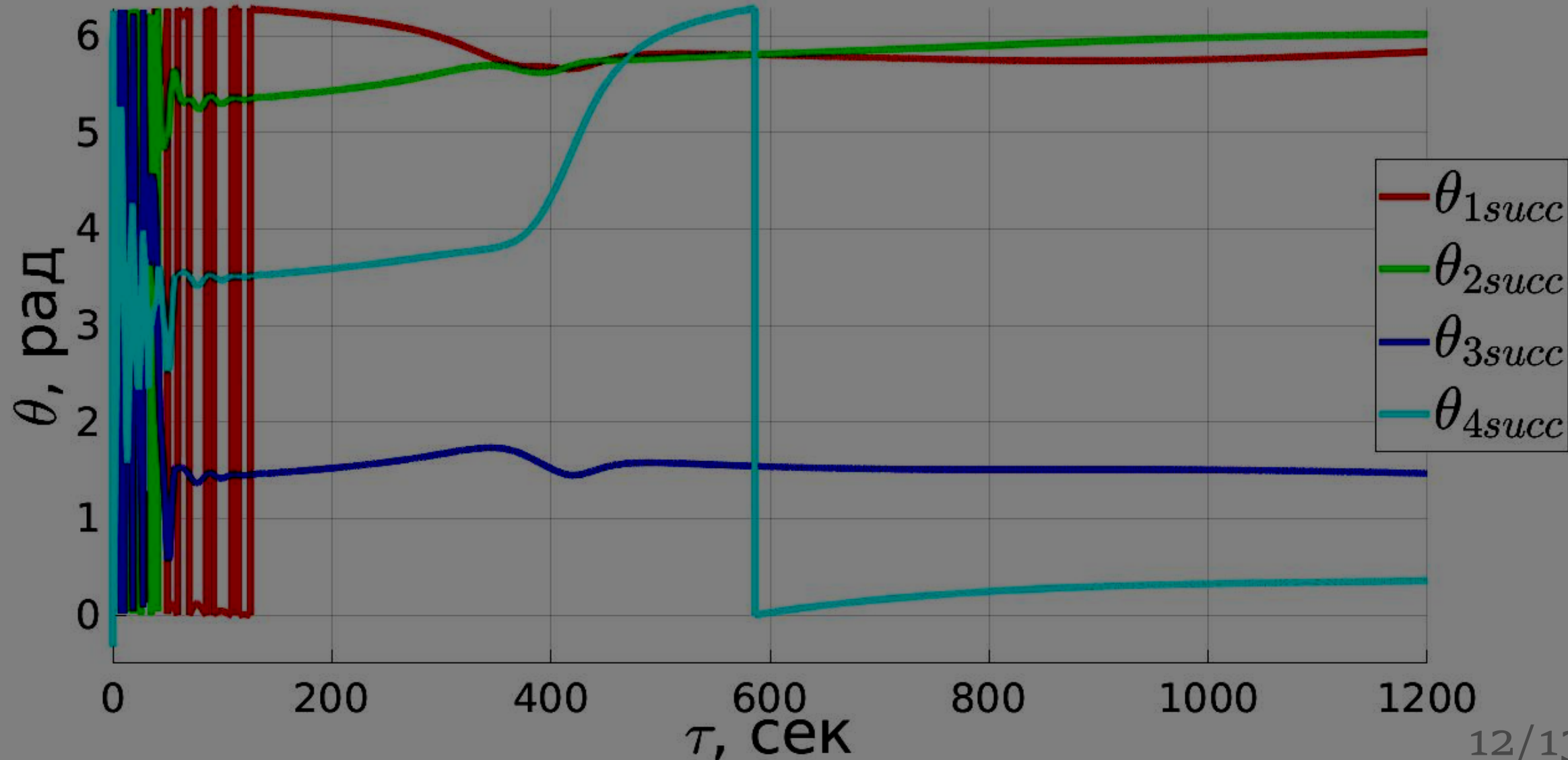
Решение методом Мура-Пенроуза



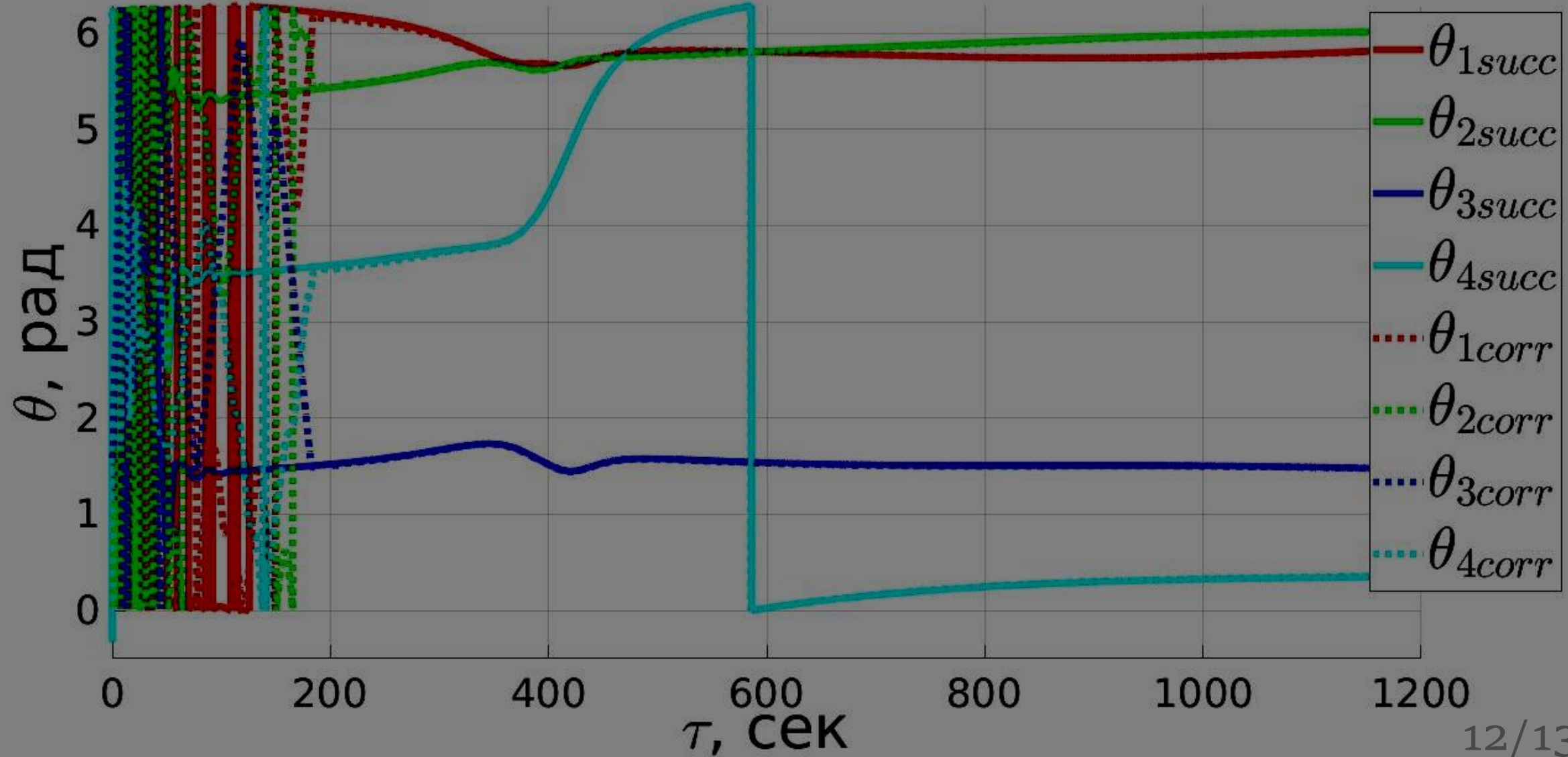
Выбор точек по многообразию



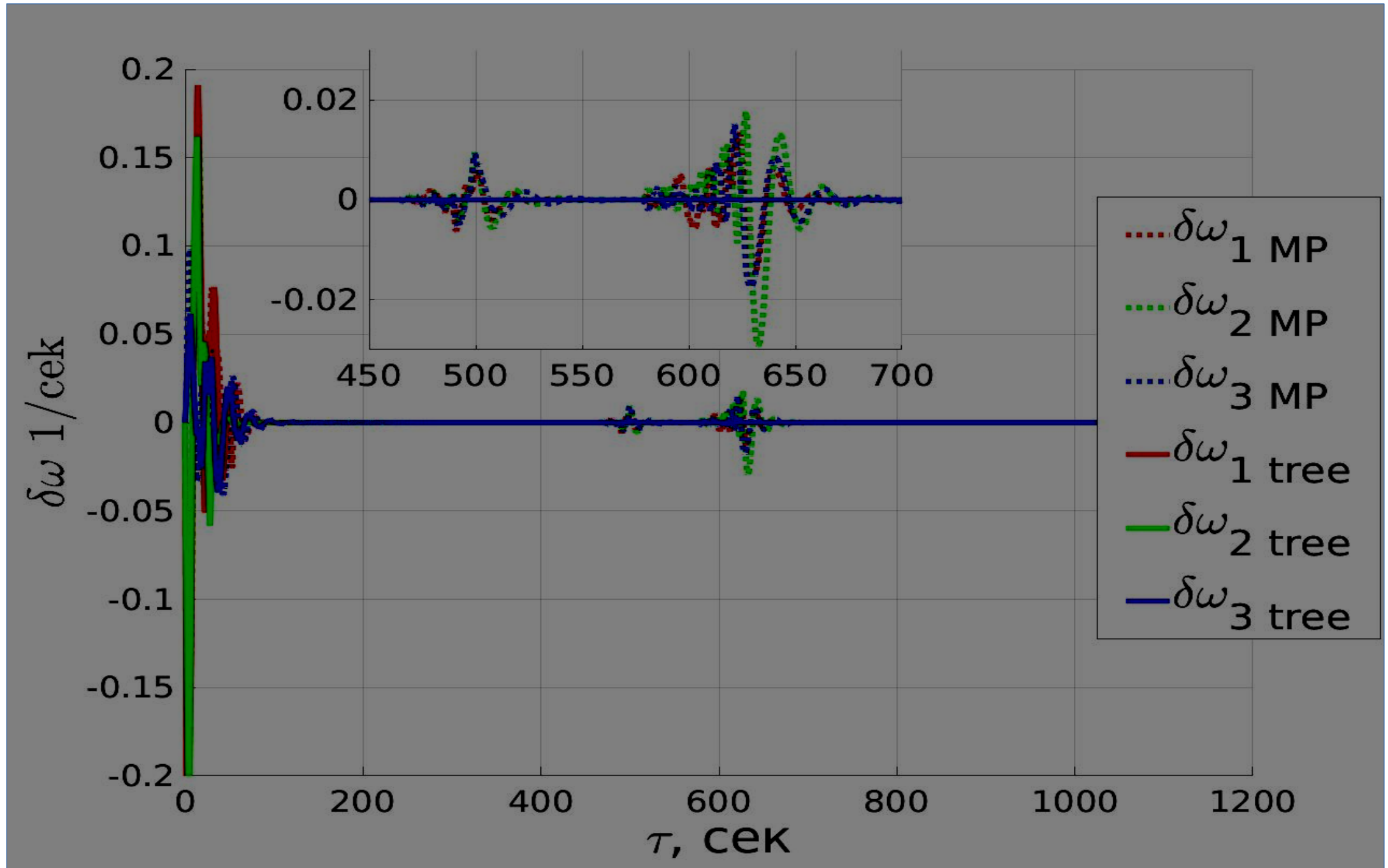
Возврат успешной траектории



Коррекция исходной траектории



Сравнение работы алгоритма с методом МП





Заключение



Произведен теоретический анализ геометрических аспектов сингулярности.

Изучены существующие законы управления.

На их основе разработан новый закон управления, способный решать поставленную задачу с высокой точностью.



Результаты моделирования



Моделирование происходило на программе MATLAB R2020b в операционной системе Windows 10.
Двухъядерный процессор: Intel(R) Core(TM) i5-3210M, 12ГБ оперативной памяти.
Для ускорения работы использовалось распараллеливание интегрирования.

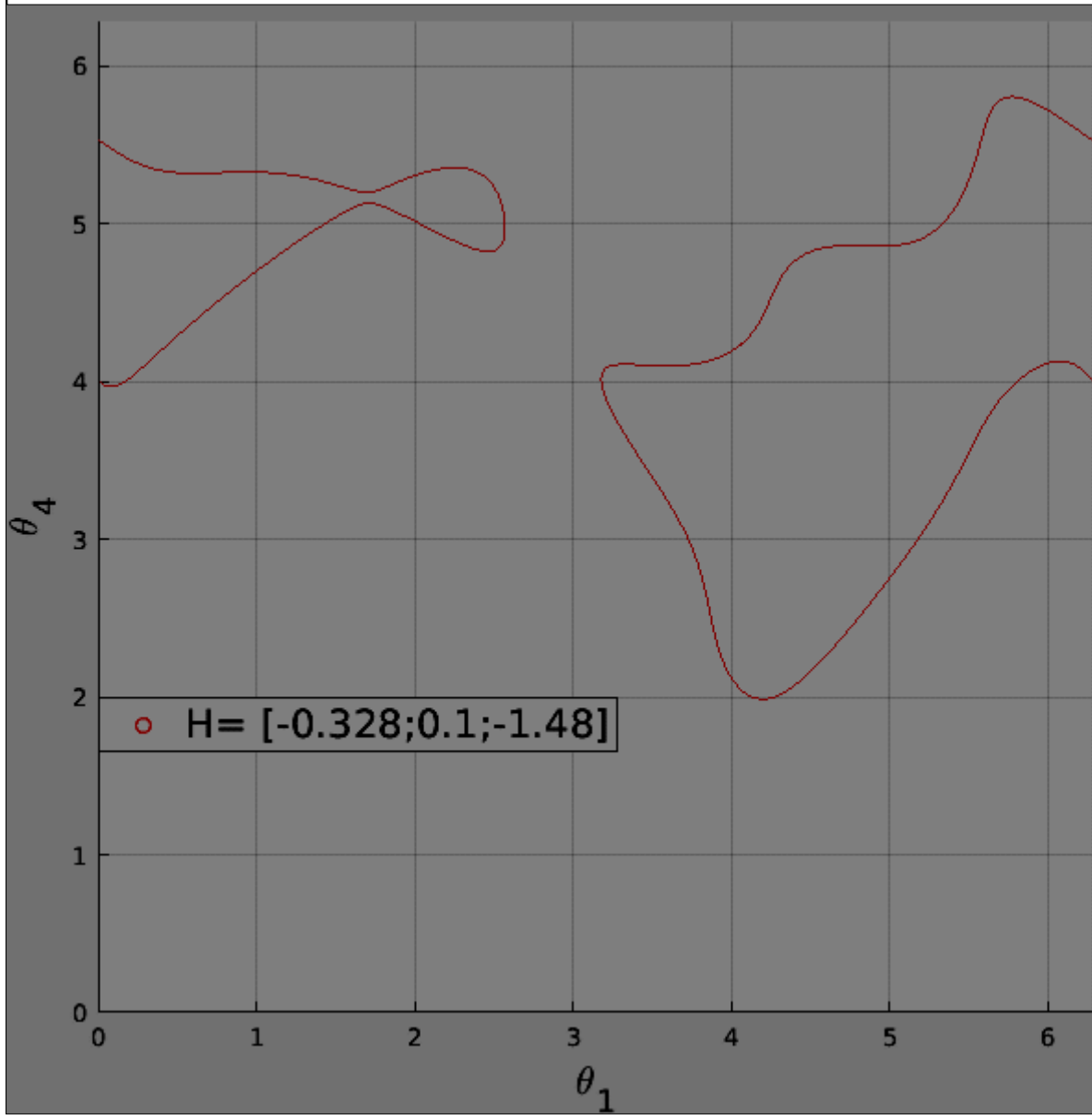
Тип решения	Мур-Пенроуз	I фаза	II фаза	Нет решений
Время, сек	16-26	45-75	80-130	170-180



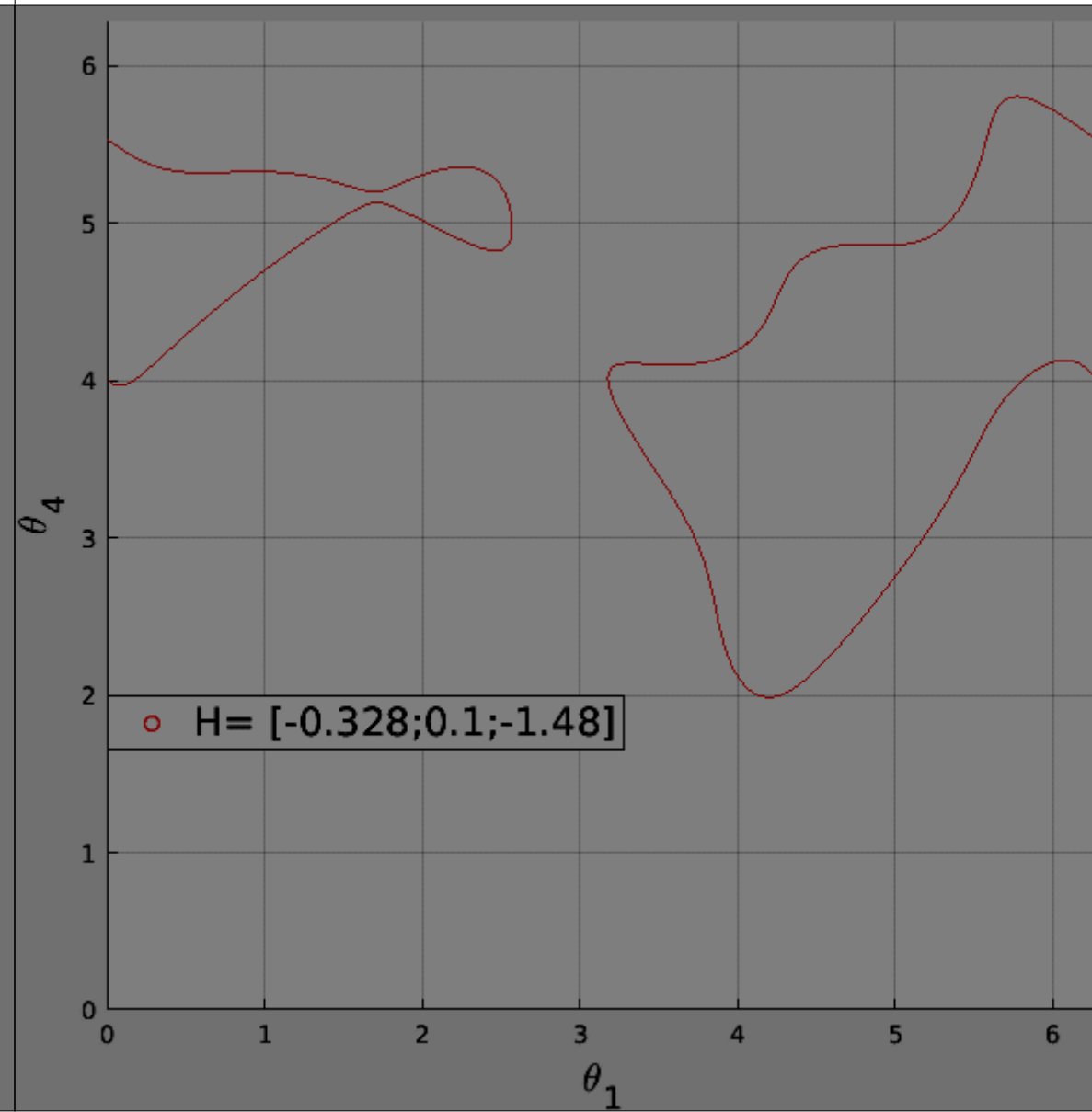
Эволюция траекторий



Траектория через
проходимую точку

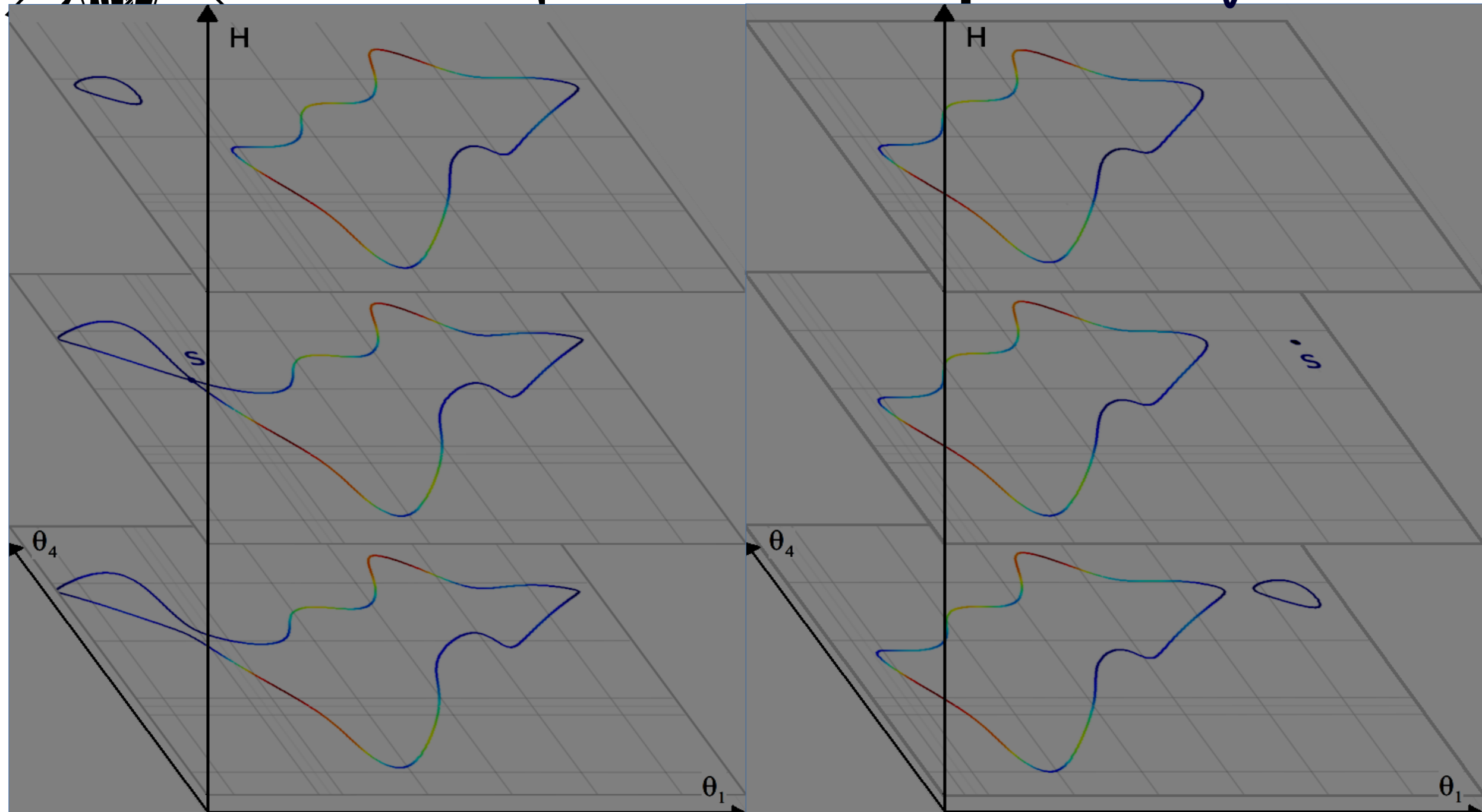


Траектория через
непроходимую точку



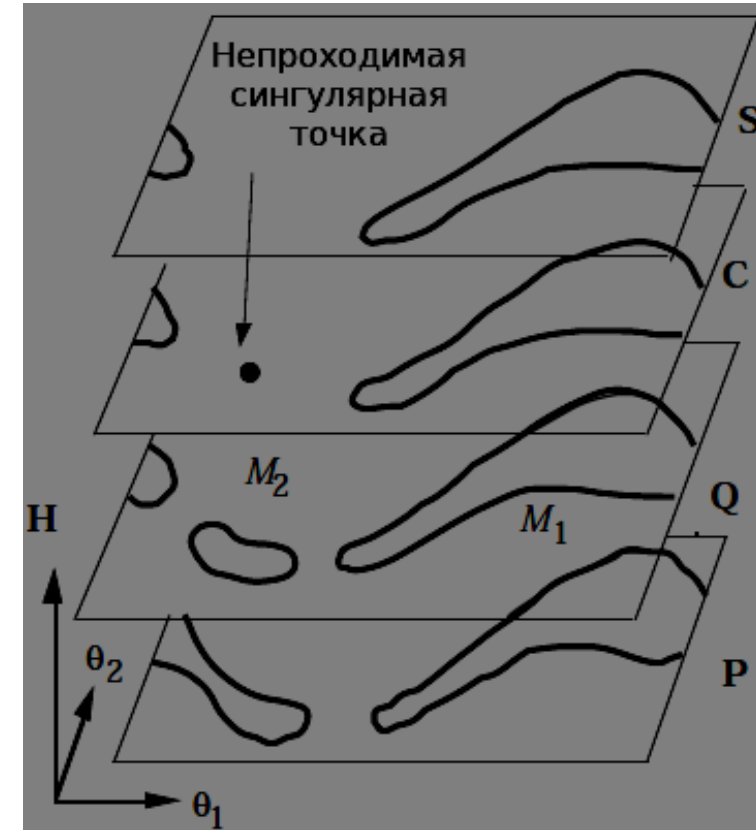
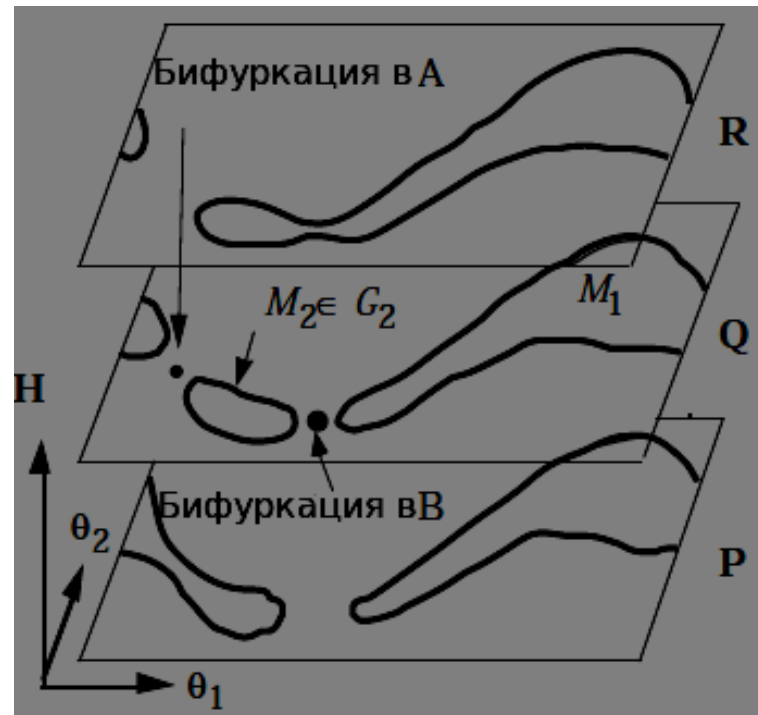
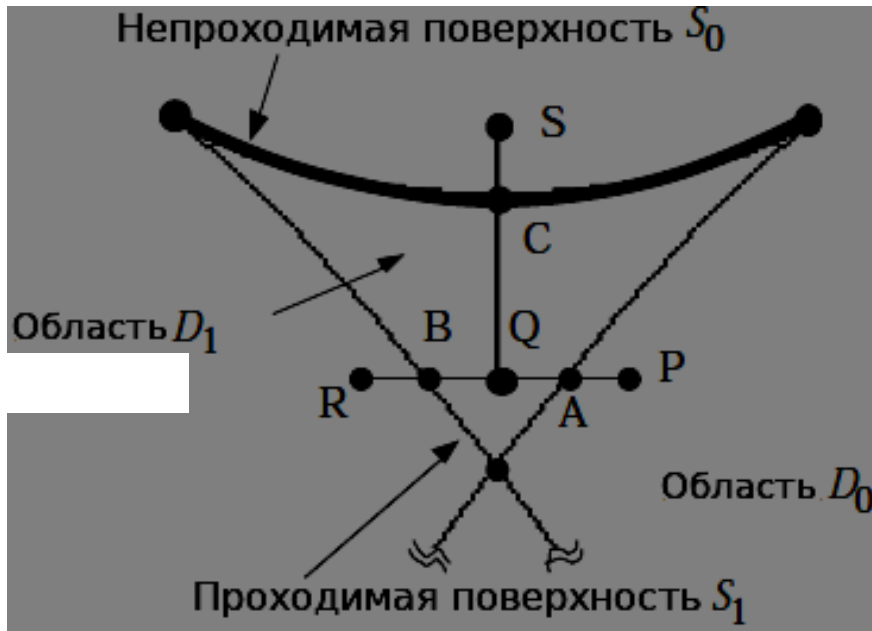


Эволюция многообразий Λ МФТИ





Примеры



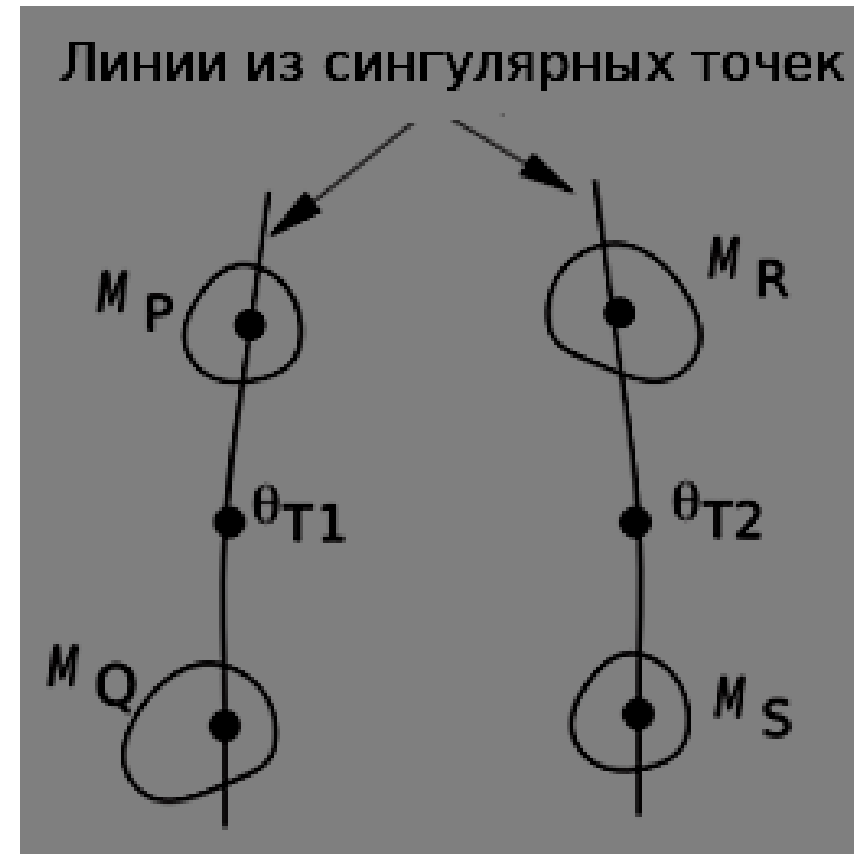
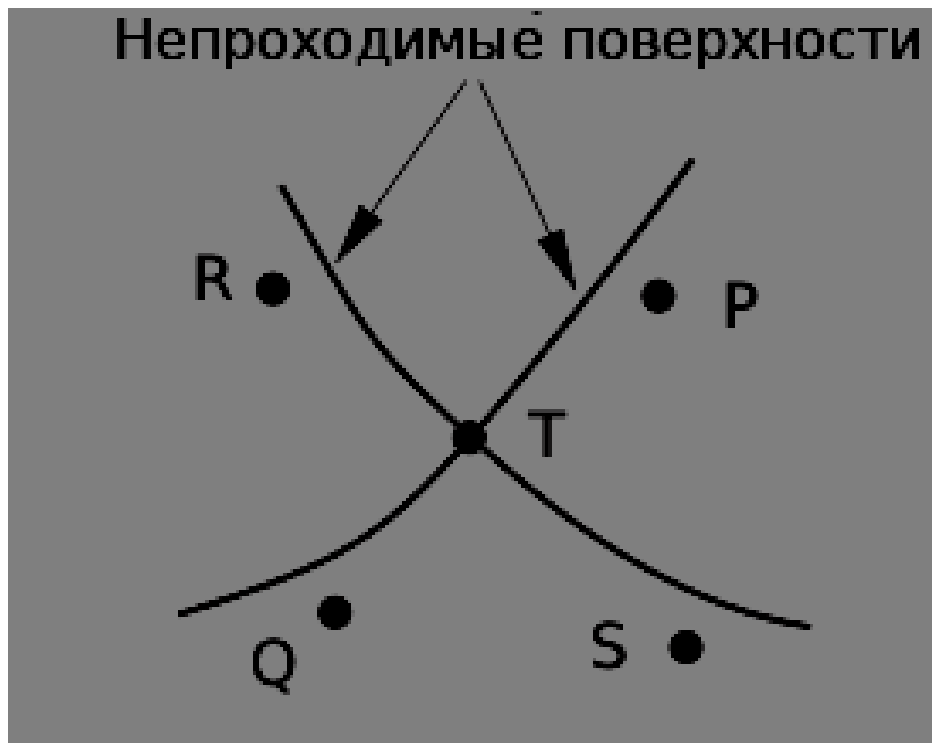
а) сечение внутренней сингулярной поверхности и траектории Н

б) многообразия для траектории PQR

б) многообразия для траектории QCS

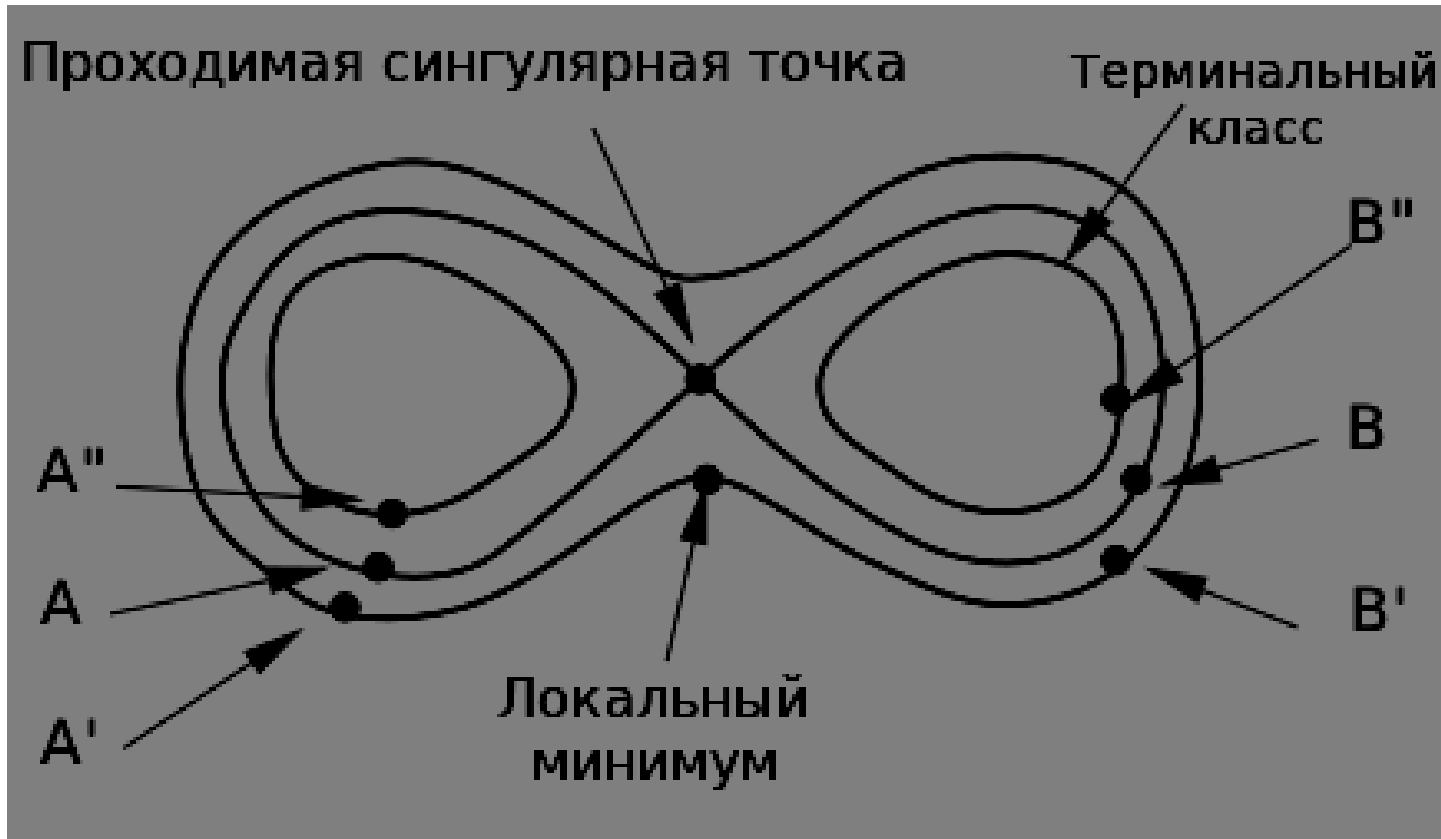


Пересечение непроходимых поверхностей





Выбор многообразия





Классы эквивалентности

